

Определение. Высказывание – это предложение, относительно которого имеет смысл утверждать, истинно оно или ложно.

Определение. Предикат – это предложение, относящееся к одному или нескольким неопределённым объектам и обращающееся в высказывание всякий раз, когда все входящие в него неопределённые объекты заменены конкретными представителями.

Определение. Имена неопределённых объектов предиката называются переменными данного предиката. Каждая переменная имеет область определения, которая должна указываться или подразумеваться.

Определение. Пусть A_1, \dots, A_n, B – предикаты. Высказывание вида: “Из A_1, \dots, A_n следует B ”, независимо от того, на чём оно основано, называется умозаключением. Предикаты A_1, \dots, A_n называются посылками, B – заключением.

Определение. Логическая форма предложения определяется следующими словами и словосочетаниями:

- 1) “не” – отрицание $\neg A$;
- 2) “и” – конъюнкция $A \cap B$;
- 3) “или” – дизъюнкция $A \cup B$;
- 4) “если ..., то ...” – импликация $A \rightarrow B$;
- 5) “если и только если” – двойная импликация $A \leftrightarrow B$;
- 6) “для любого” – общность \forall ;
- 7) “существует” – существование \exists ;

Определение. Пусть дан некоторый список предикатов. Интерпретацией этого списка предикатов называется такой набор произвольных смысловых значений для всех его переменных, что при придании данным предикатам данных смысловых значений форма предикатов не меняется, а сами предикаты становятся высказываниями.

Определение. Контрпримером к умозаключению называется такая его интерпретация, при которой все посылки истинны, а заключение – ложно.

Определение. Говорят, что заключение B логически следует из посылок A_1, \dots, A_n , если к умозаключению “Из A_1, \dots, A_n следует B ” не существует контрпримера. Пишут:

$$A_1, \dots, A_n \models B$$

Определение. Пусть T - некоторая теория. Говорят, что в этой теории из посылок A_1, \dots, A_n следует B , если список посылок можно дополнить истинными в T утверждениями T_1, \dots, T_m так, что из расширенного списка посылок предложение B следует логически, т. е. $A_1, \dots, A_n, T_1, \dots, T_m \models B$. Пишут:

$$A_1, \dots, A_n \models_T B$$

Определение. Стандартной интерпретацией предиката или списка предикатов называется придание все элементарным предикатам истинностных значений И (1, истина) или Л (0, ложь). При стандартной интерпретации различным вхождениям одного и того же элементарного предиката придаются одинаковые истинностные значения.

Определение. Списки предикатов A_1, \dots, A_n и B_1, \dots, B_n называются логически эквивалентными, если каждый из них является логическим следствием другого. Пишут:

$$A_1, \dots, A_n \models B_1, \dots, B_n$$

Определение. Предикат B называется тавтологией, если он истинен в любой интерпретации. Пишут:

$$\models B$$

Определение. Список предикатов A_1, \dots, A_n называется логически противоречивым (или противоречием), если входящие в него предикаты не могут быть одновременной истинными ни при какой интерпретации.

Определение. Конъюнкция нескольких простых предикатов или их отрицаний называется элементарной конъюнкцией.

Определение. Дизъюнкция нескольких различных элементарных конъюнкций называется дизъюнктивной нормальной формой (днф).

Определение. Днф называется совершенной (сднф), если во всех её элементарных конъюнкциях участвуют все предикаты, входящие в данную форму.

Определение. Дизъюнкция нескольких простых предикатов или их отрицаний называется элементарной дизъюнкцией.

Определение. Конъюнкция нескольких различных элементарных дизъюнкций называется конъюнктивной нормальной формой (кнф).

Определение. Кнф называется совершенной (скнф), если во всех её элементарных дизъюнкциях участвуют все предикаты, входящие в данную форму.

Определение. Система булевых функций $\{f_1, \dots, f_n\}$ называется полной, если любую булеву функцию (в том числе константы 0 и 1) можно записать через функции f_1, \dots, f_n .

Определение. Константы — имена индивидуальных предметов.

Определение. Переменные — имена неопределённых предметов, конкретные значения которых выбираются в единой для всех переменных предметной области.

Определение. Функциональные знаки — это знаки, с помощью которых из простых выражений (констант и переменных) образуются сложные.

Определение. Знак отношения — функциональный знак, действующий в двухэлементное множество булевых констант.

Определение. Простой предикат — отношение от n переменных, применённое к n выражениям.

Определение. Сложный предикат — предикат, построенный из простых предикатов с помощью логических операций.

Определение. Связанная переменная — это переменная, к которой применён какой-либо квантор.

Определение. Свободная переменная — это переменная, к которой не применён ни один квантор.

Определение. Предметная область набора формул — это множество всех участвующих в данном наборе формул констант и определений, дополненное бесконечным множеством стандартных констант $\{c_0, c_1, c_2 \dots\}$.