

Дальнейшее излагается неакадемическим (а местами - прямо-таки антиакадемическим языком) с целью упрощения как написания, так и чтения текста. Кроме того, в тексте много пометок и комментариев.

1 Вспомогательные построения

1.1

$$\sum_{i=0}^{p-1} \frac{i \cdot 2^i}{p} = \frac{2^p(p-2) + 2}{p} \quad (1)$$

Как это посчитать вручную — не знаю. Мне это считал компьютер. В принципе, вполне доказываваается индукцией, но, скорее всего, тут можно поставить ссылку на какой-нибудь уважаемый задачник типа Демидовича. Или справочник по суммам и рядам.

1.2 Вспомогательный оператор S

Пусть $y \in l_\infty$. Определим оператор $S : l_\infty \rightarrow l_\infty$ следующим образом:

$$(Sy)_k = y_{i+2}, \text{ где } 2^i < k \leq 2^i + 1 \quad (2)$$

Этот оператор вводится исключительно для упрощения изложения конструкции (а она достаточно изошрённая). Никакая высокая тёмная магия типа теоремы Хана-Банаха не используется. Даже линейность не используется.

Пример.

$$S(\{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}) = \{1, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, \dots\}$$