ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ
ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΟΣ

2023-2024

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΑΡΑΔΟΣΗ

Οι εργασίες θα πρέπει να είναι πλήρως συμμορφωμένες με τις οδηγίες, στην αντίθετη περίπτωση δε θα βαθμολογούνται. Οι σχετικές οδηγίες διατυπώνονται ακολούθως:

Η εκτέλεση και συγγραφή της εργασίας είναι **ατομική** όπως και η παράδοση. Συνεργασίες δεν επιτρέπονται.

Όλες οι απαντήσεις θα βρίσκονται συγκεντρωμένες σε ΕΝΑ doc αρχείο. Το αρχείο αυτό θα περιέχει :

- ✓ Τα πλήρη στοιχεία του φοιτητή
- ✓ Όλες τις **εκφωνήσεις** των ασκήσεων με τη σειρά που έχουν δοθεί. Κάτω από την εκφώνηση της άσκησης που πρόκειται να απαντηθεί θα ακολουθεί η λύση. Σε περίπτωση που μία άσκηση δεν πρόκειται να απαντηθεί θα υπάρχει σκέτη η εκφώνησή της.
- ✓ Η λύση της κάθε άσκησης θα περιλαμβάνει **υποχρεωτικά**:
    - Τον κώδικα (σε λογισμικό Matlab, Octave ...) που επιλύει – απαντά το ερώτημα.
    - Επεξήγηση των χρησιμοποιούμενων εντολών
    - Σχολιασμό της επίλυσης
    - Τα m files που θα δημιουργήσετε (copy –paste)
    - Σχολιασμό των αποτελεσμάτων
    - Θεωρητική επίλυση (όπου χρειάζεται)
    - Σχήματα, γραφικές παραστάσεις που σχετίζονται με την επίλυση και τα αποτελέσματα της Ασκησης

Το αρχείο αυτό θα παραδοθεί- χωρίς καμία συμπίεση- σε ειδικό κατάλογο στο eclass, στο τέλος των εργαστηριακών μαθημάτων.

Οι εργασίες θα επεξεργαστούν για έλεγχο λογοκλοπής από λογισμικό ανίχνευσης, αντιγραφής και λογοκλοπής ακαδημαϊκών εργασιών. Σε περίπτωση που βρεθεί ίδια απάντηση σε 2 ή περισσότερες εργασίες (έστω και σε ένα από τα ερωτήματα) θα μηδενίζονται όλες αυτές οι εργασίες.

Δειγματοληπτικά κάποιες εργασίες μπορεί να εξεταστούν και προφορικά.

Καλή επιτυχία

1 . Να δημιουργηθεί το σήμα διακριτού χρόνου

$$x[n] = [1\ 2\ \underset{\uparrow}{\mathbf{3}}\ 4\ 5\ 6\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1]$$

Σε έξι υποπαράθυρα του ίδιου γραφικού παράθυρου να δημιουργηθούν οι γραφικές παραστάσεις των : $a)\ x[n],\ b)\ x[n-5],\ c)\ x[n+4],\ d)\ x[-n],\ e)\ x[n/2],\ f)\ x[2n]$.

2. Να σχεδιαστούν τα σήματα διακριτού χρόνου

α) $y[n] = 2 * u[n - (2 + AML\ mod\ 5)] - 8 * \delta[n - AML\ mod\ 4]$,

για $n = -20 - (AML\ mod\ 2): 20 + (AML\ mod\ 2)$

β)

$$x[n] = \begin{cases} 3 * n, & -5 \leq n \leq -1 \\ e^n, & -1 < n \leq 2 \\ \sqrt{4 * sum(AM)}, & 2 < n \leq 10 \end{cases}$$

Όπου AM ο αριθμός μητρώου σας, $sum(AM)$ το μονοψήφιο άθροισμα των ψηφίων του, AML το τελευταίο ψηφίο του AM σας, και u[n] και δ[n] η μοναδιαία βηματική και η μοναδιαία κρουστική ακολουθία αντίστοιχα.

3. Να σχεδιαστούν τα παρακάτω σήματα και για όσα είναι περιοδικά να προσδιοριστεί η θεμελιώδης περίοδός τους και να γίνει γραφική επαλήθευση της περιοδικότητάς τους.

$$x_1[n] = cos(0.2\pi\, n + \pi/3)$$

$$x_2[n] = cos(0.1\pi\, n + \pi/4)$$

$$x_3[n] = cos(0.01\, n + \pi/5)$$

$$y[n] = x_1[n] + x_2[n]$$

$$z[n] = x_1[n] + x_2[n] + x_3[n]$$

4. Να γραφεί συνάρτηση (function) που να δέχεται σαν όρισμα σήμα διακριτού χρόνου και το χρονικό διάστημα στο οποίο ορίζεται και να επιστρέφει το άρτιο και περιττό μέρος του σήματος, καθώς και το χρονικό άξονα στον οποίο ορίζονται. Τέλος η συνάρτηση να φτιάχνει τη γραφική παράσταση των δύο σημάτων εξόδου, στο σωστό χρονικό άξονα. Π.χ. *[xe,xo,m]=ev_od(x,n).*

Στη συνέχεια με χρήση της συνάρτησης, να υπολογιστεί το άρτιο και περιττό μέρος της ακολουθίας του σήματος x[n] του ερωτήματος 2β. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις.

5. Θεωρήστε σύστημα διακριτού χρόνου, γραμμικό χρονικά αναλλοίωτο, το οποίο χαρακτηρίζεται από κρουστική απόκριση :

$$h[n] = \sqrt{8|n|}\left(2\delta[n+4] + (u[n+1] - 3u[n-2])\right).$$

Να υπολογιστεί η έξοδος του συστήματος όταν η είσοδος είναι :

$$x[n] = 4\delta[n+3] + 2\delta[n] - \delta[n-1] + 5\delta[n-3],$$

θέτωντας $-12 \leq n \leq 12$.

Να γίνει η γραφική παράσταση των σημάτων της κρουστικής απόκρισης, της εισόδου και της εξόδου του συστήματος.

6. Να γραφεί συνάρτηση η οποία να υλοποιεί τη συνέλιξη δύο ακολουθιών υπολογίζοντας τη συνέλιξη ως γινόμενου διανυσματικού πίνακα Toeplitz επί διάνυσμα.

7. Με χρήση της συνάρτησης του ερωτήματος 6 να υπολογιστεί η συνέλιξη των ακολουθιών *z[n]=x[n]* y[n]* όπου:

$$x[n] = 4\delta[n+1] + 9\delta[n] - 2\delta[n-2]$$

$$y[n] = \left(\frac{n}{6}\right)(u(n+2) - u(n-3))$$

Να γίνει η γραφική παράσταση των *z[n], x[n], y[n]* στους κατάλληλους άξονες. Τέλος, να επαληθευτεί το αποτέλεσμα με τη χρήση της conv().

8. Ας θεωρηθεί το σύστημα που περιγράφεται από τη σχέση εισόδου εξόδου:

$$y[n] = 4n^2\, x[n]$$

Να διερευνηθεί με γραφικό τρόπο εάν το σύστημα είναι γραμμικό. Η διερεύνηση να γίνει στο διάστημα *n = [-5 :10] ενώ οι* βοηθητικές είσοδοι είναι : *x1[n]=[2 2 3 3 4], 0 ≤ n ≤ 4, x2[n]=u[n]-u[n-6]* και οι σταθερές : α=4 και β=5. Σε υποπαράθυρα του ίδιου γραφικού παραθύρου να σχεδιαστούν οι είσοδοι *x1, x2* και οι δύο έξοδοι που σχετίζονται με τη διερεύνηση της γραμμικότητας.

9. Δίνεται η εξίσωση διαφορών ενός συστήματος:

$$y[n] + 3y[n-1] - 5y[n-2] = 0.5x[n] - x[n-2]$$

α) Να υπολογιστεί και να γίνει η γραφική παράσταση της κρουστικής απόκρισης.
β) Απ' αυτή τη γραφική παράσταση να εξηγήσετε αν το σύστημα είναι BIBO
ευσταθές ή όχι.
γ) Να υπολογιστεί η έξοδος για είσοδο την x=[2 1 1 1 0 0 1 1 0 0 2] χρησιμοποιώντας τη filter και την conv και να εξηγήσετε αυτά που βλέπετε σε σχέση με αυτά που σχολιάσαμε στο φυλλάδιο.

δ) Επαναλάβατε το ερώτημα (γ) για είσοδο *x[n] = 2cos(3π n).*

10. Δίνεται σύστημα που περιγράφεται από την ΕΔ

$$y[n] = 0.4y[n-1] + x[n] - 0.7x[n-2]$$

a) Να βρεθεί και να σχεδιαστεί η έξοδος για χρόνο n=[-20 : 20] όταν η είσοδος είναι
$$x[n] = 2\delta[n+1] + 4\delta[n] + 8\delta[n-1] + 9\delta[n-2]$$

b) Να βρεθεί και να σχεδιαστεί για n=[-20 : 20] η κρουστική απόκριση του συστήματος με χρήση της συνάρτησης *impz* (*help impz* για σύνταξη).

11 . Σύστημα διακριτού χρόνου περιγράφεται από την εξίσωση διαφορών:

$$y[n] = \frac{1}{4}\sum_{m=0}^{3} x[n-m].$$

Να βρεθεί η έξοδος του συστήματος όταν η είσοδός του είναι το σήμα

$$x[n] = 2 * \cos\left(\frac{\pi n}{8}\right) + w[n],\ n = 0{:}\,40.$$

Οπου w[n] είναι θόρυβος Gaussian που προστίθεται στο ημιτονοειδές σήμα (να χρησιμοποιηθεί η συνάρτηση *randn()*).

Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις του αθόρυβου σήματος, του ενθόρυβου σήματος και της εξόδου του συστήματος. Ποια πιστεύετε οτι είναι η δράση του συστήματος στο ενθόρυβο σήμα?
Επαναλάβετε τη διαδικασία για το σύστημα $y[n] = \frac{1}{8}\sum_{m=0}^{7} x[n-m]$. Συγκρίνετε τα δύο συστήματα.

12. Δίνεται το σύστημα διακριτού χρόνου που περιγράφεται από την ακόλουθη εξίσωση διαφορών:

$$y(n) = 3x(n+1) - x(n-3)$$

Να σχεδιαστεί η απόκρισή του στη μοναδιαία βηματική ακολουθία (βηματική απόκριση) στο διάστημα $-10 \leq n \leq 10$.

13.Να βρεθούν οι ακολουθίες που έχουν τους ακόλουθους μετασχηματισμούς Z, και στη συνέχεια να υπολογιστούν οι 8 πρώτοι όροι τους

$$X(z) = \frac{z}{z - 1/3}$$

$$Y(z) = \frac{z^2 + 1.6z}{(z + 1.8)(0.5z - 0.8)}$$

14. Με χρήση των συναρτήσεων *poly()* και *residue()* να αναλυθεί σε άθροισμα απλών κλασμάτων η ρητή συνάρτηση :

$$X(z) = \frac{z^2 + z + 1}{z(z + 0.4)(z + 0.5)}$$

15 . Δίνεται σύστημα ΓΧΑ με κρουστική απόκριση $h(n)=0.9^n\, u(n)$. Να βρεθεί η συνάρτηση μεταφοράς του, να διερευνηθεί αν είναι ευσταθές, να γίνει το διάγραμμα πόλων μηδενικών.

16 . Να βρεθεί η ΣΜ του συστήματος που περιγράφεται από την ΕΔ

$$y(n) + 0.3y(n-1) = x(n) + x(n-1)$$

με δύο τρόπους α) με χρήση *tf()* β) με χρήση *solve()*. Να ελεγχθεί η ευστάθεια, να γίνει διάγραμμα πόλων μηδενικών.

17 . Να υπολογιστεί η συνάρτηση μεταφοράς και η κρουστική απόκριση του αιτιατού ΓΧΑ συστήματος διακριτού χρόνου πρώτης τάξης, το οποίο περιγράφεται από την εξίσωση διαφορών:

$$y(n) - 0.9y(n-1) = x(n)$$

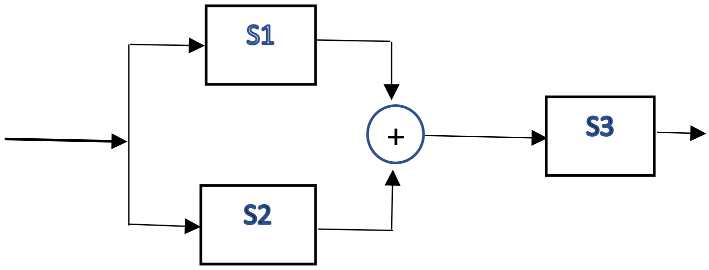
Να γίνει το διάγραμμα πόλων μηδενικών και να προσδιοριστεί η ΠΣ.

18.Δίνεται το αιτιατό ΓΧΑ σύστημα διακριτού χρόνου του οποίου η είσοδος και η έξοδος συνδέονται από την εξίσωση διαφορών

$$y(n) - 0.5y(n-1) = x(n)$$

Να υπολογιστεί η έξοδος του συστήματος αν το σήμα εισόδου είναι $x(n) = u(n)$ και το σύστημα βρίσκεται σε ηρεμία.

19. Δίνονται τα ΓΧΑ συστήματα S1, S2, S3 τα οποία είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους όπως φαίνεται στο σχήμα:



και περιγράφονται από τις εξισώσεις διαφορών:

$$S1:\ 2y[n] + y[n-1] + 0.5y[n-2] = 0.1x[n-1] + 0.1x[n-3]$$

$$S2:\ y[n] = 2x[n] + x[n-2]$$

$$S3:\ y[n] - 0.5y[n-2] + 0.8y[n-3] = x[n] + 0.4x[n-1] - 1.4x[n-2]$$

Να βρεθεί η συνολική κρουστική απόκριση της διάταξης με χρήση της *impz()*.

20. Σε σύστημα που χαρακτηρίζεται από την εξίσωση διαφορών:

$$y[n] = x[n] + x[n-1]$$

εφαρμόζεται είσοδος $x[n] = u[n]$. Να σχεδιαστεί η έξοδος $y[n]$ για $0 \leq n \leq 300$. Με χρήση της *freqz()* να αναπαρασταθεί η απόκριση συχνότητας του συστήματος.

21. Όπως είναι γνωστό ο DFT μπορεί να θεωρηθεί ότι προέρχεται από τη δειγματολήπτιση του DTFT πάνω στις συχνότητες ω=2πk/N, k=0,…N-1, δηλαδή σε N ισαπέχοντα σημεία (συχνότητες) στο διάστημα 0 έως 2π (μία περίοδος). Οσο περισσότερα δείγματα παίρνουμε τόσο πυκνώνουν οι γραμμές του διακριτού φάσματος.

Θεωρήστε το διακριτό σήμα x[n]=n, n=0:15 . Να σχεδιαστούν στο ίδιο σχήμα το μέτρο του DTFT για 0≤ω≤2π και του DFT (με χρήση του αλγορίθμου fft) πάνω στις συχνότητες ω=2πk/N, k=0,…N-1 όπου N=16.

Στο ίδιο σχήμα να σχεδιαστεί και το μέτρο του DFT του σήματος για N=32 σημεία.

22. Από τους μετασχηματισμούς DFT που δημιουργήθηκαν στην προηγούμενη άσκηση να γίνει αναπαραγωγή του αρχικού σήματος με χρήση της συνάρτησης *ifft()*. Να αναπαρασταθούν σε 3 υποπαράθυρα ενός γραφικού παραρύρου τα δύο σήματα που προκύπτουν καθώς και το αρχικό σήμα x[n].

23. Ας θεωρηθεί το σήμα $x[n] = 2cos(3\pi n/4)$, $-10 \leq n \leq 10$.

Να βρεθεί το φάσμα του σήματος αυτού με χρήση της fft σε 512 σημεία. Αναπαραστήστε το φάσμα πλάτους σε γραφικό παράθυρο. Παρατηρήστε τη διασπορά συχνοτήτων σε εύρος μεγαλύτερο από τις αναμενόμενες θεωρητικά φασματικές γραμμές του συνημιτόνου. Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στον περιορισμό της άπειρης διάρκειας του συνημιτόνου και ονομάζεται φασματική διασπορά.
Επαλαβετε την ίδια διαδικασία για το σήμα x[n], θεωρώντας αυτή τη φορά $-40 \leq n \leq 40$. Σχολιάστε το φάσμα που προκύπτει.

24. α) Να γραφεί συνάρτηση που υλοποιεί τη γραμμική συνέλιξη δύο ακολουθιών με χρήση των συναρτήσεων *fft(), ifft().*

β) Με χρήση των συναρτήσεων tic & toc να συγκριθεί η ταχύτητα εύρεσης της συνέλιξης ενός σήματος, x, με τον εαυτό του, όταν η συνέλιξη υπολογίζεται α) με την conv και β) με χρήση fft(), ifft(). Για το σκοπό αυτό να δημιουργηθεί ένας επαναληπτικός βρόχος, σε κάθε επανάληψη του οποίου, η ακολουθία x, θα αποτελείται από 1000 ως 100000 μονάδες, με βήμα 1000. Να γίνει γραφική παράσταση των χρόνων εκτέλεσης της συνέλιξης από τις δύο μεθόδους.

25. Να υπολογιστεί μέσω της συνάρτησης συνέλιξης του ερωτήματος 24α, η γραμμική συνέλιξη των $x[n] = (n+1) * (u[n] - u[n-4])$, $y[n] = u[n] - u[n-7]$, $0 \leq n \leq 6$. Να γίνει επιβεβαίωση του αποτελέσματος με χρήση της *conv().*

26. Δίνονται οι ακολουθίες $x[n]=\delta[n]-2\delta[n-2]+4\delta[n-5]$ και $w[n] =[1, 1,2,-1]$, $0\leq n\leq 3$

Να υπολογιστεί η κυκλική τους συνέλιξη α) στο πεδίο του χρόνου β) με χρήση *fft(), ifft().*

27. Για τις δύο ακολουθίες της προηγούμενης άσκησης:

α) Να υπολογιστεί η κυκλική συνέλιξη 8 σημείων

β) Να βρεθεί η γραμμική συνέλιξη α) στο πεδίο του χρόνου β) με χρήση *fft(), ifft()*

28. Να υπολογιστεί η ενέργεια του σήματος $x[n]=1.01^n$, $0\leq n\leq 100$, α) στο πεδίο του διακριτού χρόνου β) από τους συντελεστές της ακολουθίας DFT.

(*Θεώρημα Parseval για DFT :* $E = \sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X[k]|^2$)

29. Να υπολογιστεί η ισχύς της μοναδιαίας βηματικής ακολουθίας:

$$u[n],\ \gamma\iota\alpha \qquad -5000 \leq n \leq 5000.$$

Συγκρίνετε το αποτέλεσμα που βρήκατε με το αποτέλεσμα από τη θεωρητική επίλυση.

30. Η ιδιότητα της γραμμικότητας για το DTFT εκφράζεται από την ακόλουθη σχέση

$$\alpha x_1(n) + bx_2(n) \overset{DTFT}{\Longleftrightarrow} aX_1\left(e^{j\omega}\right) + bX_2\left(e^{j\omega}\right)$$

Να γραφτεί πρόγραμμα που θα διαπιστώνει την ισχύ της ιδιότητας, θέτωντας x1[n], x2[n] δύο ψευδοτυχαίες ακολουθίες μήκους 21 και α=4, β=5 και $0 \leq n \leq 20$.