

Frivillig datoruppgift FAFF25

Niklas Sundin Johansson, dt08njo

Lars Gustafson, ada10lgu

March 7, 2017

1 Avbildningsfel

1.1 Teori

Som Newton upptäckte så har olika våglängder av ljus olika brytningsindex i samma material, detta kallas kromatisk aberration. Fel kan uppstå även med monokromatiskt ljus vid användandet av sfrisk prismor, detta kallas sfrisk aberration. I uppgiften skall man med hjälp av, så kallad, ray tracing beräkna de fel som genereras. Genom att simulera standardstrålar och beräkna dess bana.

Brytningslagen, $n_1 \cdot \sin(\alpha_1) = n_2 \cdot \sin(\alpha_2)$ används för att beräkna var fokuspunkten hamnar beroende på de två mediernas brytningsindex samt in och utfallsvinklarna vid vergensen.

Material BK7 används då kromatisk aberration skall beräknas. Formeln för dess brytningsindex n som nedan och gavs av uppgiften.

$$n^2 = a_1 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda^{-2} + a_4\lambda^{-4} + a_5\lambda^{-6} + a_6\lambda^{-8}$$

$$a_1 = 2,271176$$

$$a_2 = -9.700709 \cdot 10^{-3} \cdot \mu m^{-2}$$

$$a_3 = 0.0110971 \cdot \mu m^2$$

$$a_4 = 4.622809 \cdot 10^{-5} \cdot \mu m^4$$

$$a_5 = 1.616105 \cdot 10^{-5} \cdot \mu m^6$$

$$a_6 = -8.285043 \cdot 10^{-7} \cdot \mu m^8$$

1.2 Metod

Först beräknas felet, som en sfärisk prism genererar när man känner höjden, h , från den optiska axeln. Låt brytningsindex $n_1 = 1$ och $n_2 = 1,5$ samt vara oberoende av våglängd. Strålen infaller mot en konvex yta med krökningsradie $R = +0,15m$ och en diameter $D = 10cm$, samt inkommer parallellt med den optiska axeln. Resultaten av beräkningar plottas till en graf, figur 1, och i den markeras även brännpunkten som fås med paraxialapproximationen, där bara strålar nära optiska axeln används $\alpha_1 = 0$.

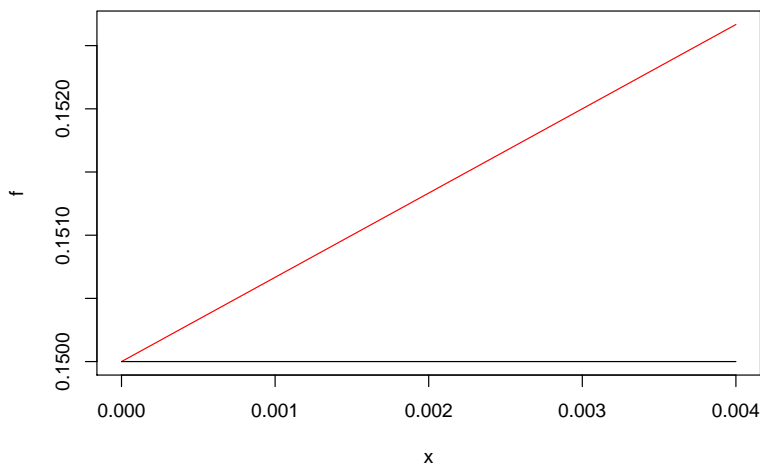


Figure 1: Illustration av sfärisk aberration.

Nästa steg är att beräkna hur brytningsindex varierar beroende på ljusets våglängd. Genom att använda sig av funktionen som beskrevs under teoridelen för BK7 så plottas en graf där brytningsindex beräknas i intervallet $400nm$ och $700nm$. Grafen finns i figur 2.

Slutligen skall kromatisk aberration illustreras då ljus infaller på en lins av BK7. Linsens storlek kvarstår från tidigare men brytningsindex skall beräknas för de olika våglängderna. Ljuset infaller på en höjd av $2,5cm$ över optiska axeln. Svaret skall illustreras i en graf, figur 3, där fokuspunkten är en funktion av våglängden.

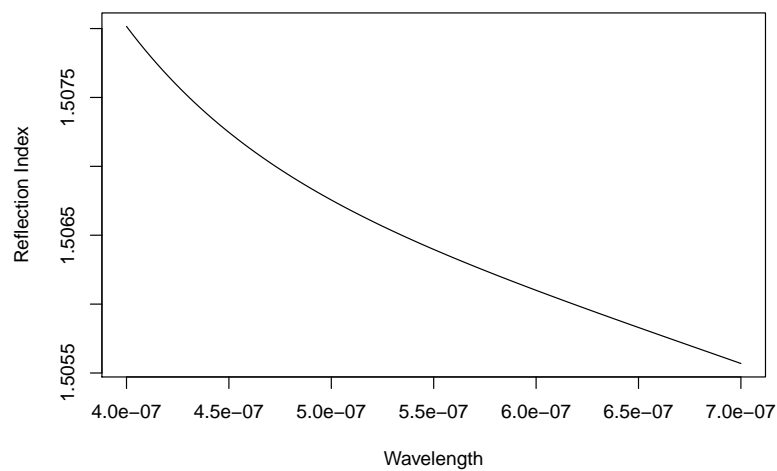


Figure 2: Brytningsindex som en funktion av våglängd i materialet BK7.

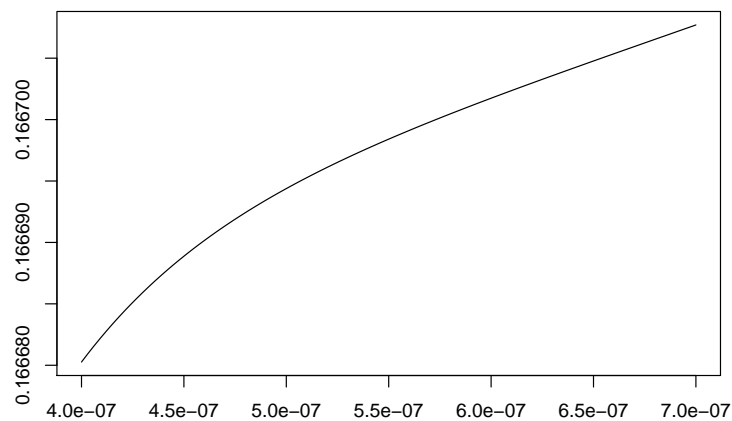


Figure 3: Kromatisk aberration i BK7 vid olika våglängder.

1.3 Resultat

Enligt figur 1 s kan man se att fokuspunkten frskjuts med $2,6671\text{mm}$ d ljuset infaller vid toppen av prisma istället för rakt på optiska axeln.

Fokalpunkten i BK7 har en varians p $2,7410^{-5}m$ vilket kan ses i figur 3.

1.4 Slutsats

Enligt beräkningarna så är det bevisat att både kromatisk och sfrisk aberration existerar. Dock tycks det vara så att den sfrisk är betydligt större än den kromatiska. I alla fall för det material vi testat för.

1.5 Analys

Felen som uppstår i experimenten kan man anse är väldigt låga. Det för en att tro att approximationer kan användas vid de flesta beräkningar och man behöver varken ta hänsyn till höjden ovanför den optiska axeln eller varierande våglängd. Dock fick vi en väldigt begränsad mängd material att testa på. Materialet BK7 sågs vara en vanlig glassort och kan därför vara ett material som är framtaget för dess bra egenskaper. Detta gör inte att utvärdera utan djupare efterforskning i materialet samt fler tester med andra material.

2 Pulsade lasrar

2.1 Teori

En laserstråle kan genereras genom att först excitera joner i en kristall till en högre energinivå, när de sedan deexciteras till utgångsläget så avges fotoner. För att rikta fotonerna så placeras två parallella speglar på var sin sida av kristallen, den ena med en liten springa för att släppa ut ljuset. För att excitera joner så nyttjas en blixtlampa. På grund av utformningen så kommer endast de fotoner som är vinkelräta mot speglarna att kunna passera springan medans resterande reflekteras bort.

2.2 Metod

Fljande ekvationer och konstanter var givna av uppgiften.

$$\begin{aligned}N'(t) &= P - BN(t)\phi(t) - \frac{N(t)}{\tau} \\ \phi(t) &= BV_a N(t)(\phi(t) + 1) - \frac{\phi(t)}{\tau_c} \\ P &= N_\infty / \tau \\ N_\infty &= 0,01 \cdot N_0\end{aligned}$$

$$N_0 = 1,4 \cdot 10^{20} \text{cm}^{-3}$$

$$\tau = 230 \mu s$$

$$B = \sigma c/V$$

$$\sigma = 2,8 \cdot 10^{-23}$$

$$V = V_a = L\pi(D/2)^2$$

$$L = 20 \text{cm}$$

$$D = 8 \text{mm}$$

$$\tau_c = -2L/(c \cdot (\ln R_1 + \ln R_2))$$

c = ljusets hastighet i vakum

R_1 och R_2 = speglarnas reflektans

Fr att kunna beräkna de två differentialekvationerna $N(t)$ samt $\phi(t)$ beräknas de över hela tidsramen enligt följande två ekvationer.

$$N(T_{i+1}) = N(T_i) + N'(T_i) \cdot \delta t$$

$$\phi(T_{i+1}) = \phi(T_i) + \phi'(T_i) \cdot \delta t$$

Detta enligt härledning från uppgiften. Genom att låta i variera från 0 till 2000000 och $\delta t = 10^{-10} \text{s}$ beräknas hela intervallet och resultaten lagras i en array. Detta för att slippa beräkna tidigare värden rekursivt vilket hade varit en smärre lösning.

Genom att sätta $R_1 = 1$ och $R_2 = 0,05$ kan man nu plotta de två funktionerna beroende på tiden i intervallet $T \in [0, 200 \mu s]$. Resultatet finns i figur ?? och ??

Sist skall den ena spegelns reflektans bero på tiden. Fram tills det att $t = 195 \mu s$ är $R_1 = 10^{-7}$ för att sedan bli 1. Graferna som genereras finns i ?? och ??.

2.3 Resultat

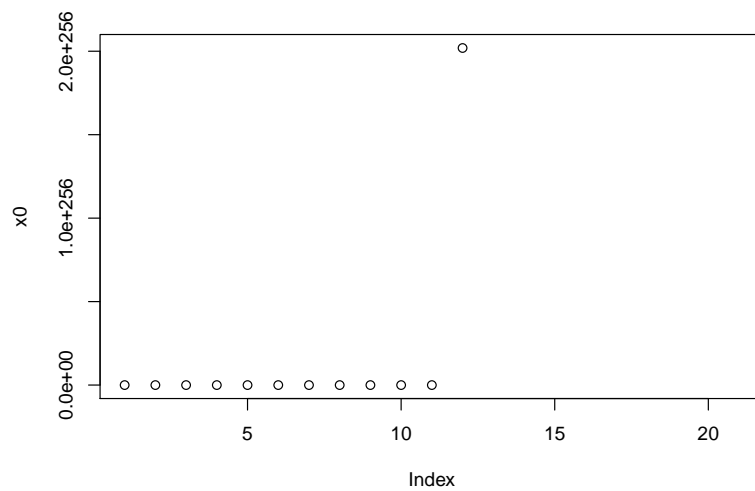
2.4 Slutsats

2.5 Analys

2.6 Result

2.6.1 A: Numeric Solution

2.6.2 B: Differential Plot



2.7 Conclusion and Commentary

2.8 Conclusion

A Implementation R Code

A.1 Assignment I:

```
1
2 R <- 0.15 #Radius
3 D <- 0.1 #Diameter of lens
4 n1 <- 1.0 #Refraction index
5 n2 <- 1.5 #Refraction index
6 #Gaussian function (Radius,Height,incoming refraction index, material refraction index, Use approximation BOOLEAN)
7 Gaussian <- function(r,h,n1,n2,b){
8     a1 = 0 #Paraxial Approximation
9     if(!b){
10         a1 = alph1(h,r) #None Approximated Angle
11     }
12     a2 = alph2(r,a1,n1,n2)
13     f = r*sin(a2)/cos(a2)+r
14     return(f)
15 }
16
17 #Refraction angle to norm of surface
18 alph2 <- function(r,a1,n1,n2){
19     a2 = asin(sin(a1)*(n1/n2))
20     return(a2)
21 }
22 #Light angle without Paraxial Approximation to norm of surface
23 alph1 <- function(h,r){
24     a1 = asin(h/r)
25     return(a1)
26 }
27
28 #Refraction index calculation of Glass material BK7
29 BK7n <- function(x){
30     a1 = 2.271176
31     a2 = -9.700709*(10^-3)*(10^-6)^-2
32     a3 = 0.0110971*(10^-6)*(10^-6)^2
33     a4 = 4.622809*(10^-5)*(10^-6)^4
34     a5 = 1.616105*(10^-5)*(10^-6)^6
35     a6 = -8.285043*(10^-7)*(10^-6)^8
36     n2 = a1+a2*x^2+a3*x^(-2)+a4*x^(-4)+a5*x^(-6)+a6*x^(-8)
37     n = a1;
38     n = abs(sqrt(as.complex(n2)));
39     return(n);
40 }
41 par(mfrow = c(2,3));
42
43 #Paraxoide Approximation applied
44 Gauss_Approx <- function(x) Gaussian(R,x,n1,n2,TRUE);
45 fa <- Vectorize(Gauss_Approx);
46 plot.function(fa, from=0, to=D/2, xlab="Hight", ylab="Focus_Point",
47     ylim=c(fa(0)-0.01,0.20));
48
49 #No Paraxoide Approximation
50 Gauss <- function(x) Gaussian(R,x,n1,n2,FALSE);
51 f <- Vectorize(Gauss);
52 plot.function(f,from=0,to=D/2, add=TRUE, col="red");
53
54 #BK7n Reflection index
55 n2v <- Vectorize(BK7n);
56 plot.function(n2v, from=(400/(10^9)), to=(700/(10^9)), ylab="Reflection_Index", xlab="Wavelength");
57
58 #BK7 replace material of lens
59 h <- 0.025;
60 f_chrom <- function(x){
61     f = Gaussian(R, h, n1, BK7n(x), FALSE);
62     return(f)
63 }
64 v_chrom <- Vectorize(f_chrom);
65 plot.function(v_chrom, from=(400/(10^9)), to=(700/(10^9)), xlab="", ylab="");
66
67 #Assignment no. 2
68 L <- 0.2 #Length
```

A.2 Assignment II:

```

1  L <- 0.2                                #Length
2  D <- 0.008                              #Diameter
3  tb <- 200/10^6                          #pulse duration
4  tau <- 230/10^6                         #Lifespan
5  N0 <- 1.4*10^20                         #Number of Ions cm^-3
6  sigma <- 2.8/10^23                     #
7  c <- 299792458                         #Speed of Light m/s
8
9  V <- L*pi*(D/2)^2;                     #cavity Volyme
10 B <- sigma*c/V;                       #Probability of stimulated emission ion and photon
11
12 N_inf <- 0.01*N0;
13 P <- N_inf/tau;                         #Pump strength
14
15 #Assignment 2:b definitions
16 R1 <- 1;
17 R2 <- 0.05;
18 tb <- 200/10^6;
19
20 tau_c <- function(r1,r2) {              #Lifespan in cavity for photons
21   tau_r = -2*L/(c*(log(r1)+log(r2)));
22   return(tau_r)
23 }
24
25
26 #Differential eqvations:
27 N_prim <- function(N, Phi){             #Number of Ions
28   y = P-B*N*Phi-N/tau;
29   return(y)
30 }
31
32 Phi_prim <- function(Phi, N) { #
33   y = B*V*N*(Phi+1)-Phi/tau_c(R1,R2);
34   return(y)
35 }
36
37
38 Solv <- function(f0, f_prim, g_prim, t){
39   h = (t[1]-t[2]);
40   f = rep(0, length(t));
41   g = rep(0, length(t));
42   f[1] <- (f0[1]);
43   g[1] <- (f0[2]);
44   for(i in as.single(1:length(t))){
45     f[i+1] = f[i] - f_prim(f[i],g[i])*h;
46     g[i+1] = g[i] - g_prim(g[i],f[i])*h;
47   }
48   return(f);
49 }
50
51 N <- function(x){
52   return(Solv(c(N0,0), N_prim, Phi_prim, x))
53 }
54 Phi <- function(x){
55   return(Solv(c(0,N0), Phi_prim, N_prim, x))
56 }
57 x0 = N(seq(0, 0.0002, length=20));
58 x1 = Phi(seq(0, 0.0002, length=20));
59 plot(x0);
60 plot(x1);
61 dev.off()
62
63 #Write to file #1
64 pdf("para_approx.pdf", width=7, height=5)
65 plot.function(f,from=0,to=D/2, col="red");
66 plot.function(fa, from=0, to=D/2, xlab="Hight",add=TRUE, ylab="Focus Point");
67 dev.off()
68
69 print(2)
70 #Write to file #2
71 pdf("BK7_index.pdf", width=7, height=5)
72 plot.function(n2v, from=(400/(10^9)), to=(700/(10^9)), ylab="Reflection Index", xlab="Wavelength");
73 dev.off()
74

```



```
75 #Write to file #3
76 pdf("BK7_abo.pdf", width=7, height=5)
77 plot.function(v_chrom, from=(400/(10^9)), to=(700/(10^9)), xlab="", ylab="");
78 dev.off()
79
80 #Write to file #4
81 pdf("N.pdf", width=7, height=5)
82 plot(x0)
83 dev.off()
```