Resumen - Física I

Nicolas Matias Margenat

2Q 2021

Contents

1 Cinematica Unidimensional

Definiciones Previas

1.0.1 Velociadad Media

Se define como:

$$v_m = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Unidades: $\frac{\text{longitud}}{\text{tiempo}}$

1.0.2 Velocidad Instantanea/Velocidad

Se define como:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

Unidades: $\frac{\text{longitud}}{\text{tiempo}}$

Llamamos **rapidez** al modulo de la velocidad.

1.0.3 Aceleracion Media

Se define como:

$$a_m = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Unidades: $\frac{longitud}{tiempo^2}$

1.0.4 Aceleracion Instantanea/Aceleracion

Se define como:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$$

1.1 Integracion de las ecuaciones de movimiento

Mini Resumen de lo anterior:

$$\xrightarrow{\boxed{\text{proceso de } \textit{derivación}}}$$

$$x \to v = \frac{dx}{dt} \to a = \frac{dv}{dt}$$

$$\xleftarrow[\boxed{\text{proceso de } \textit{integración}}]{}$$

De esta manera, tenemos 3 casos basicos: $\begin{cases} a = a(t) \\ a = a(x) \\ a = a(v) \end{cases}$ y nuestro objetivo es llegar a $x(t)$.

Caso 1. $a = a(t)$

1. De la primera Integracion obtenemos:

$$v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t')dt'$$

2. De la segunda integracion obtenemos:

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(t')dt'$$

Caso 2. $a = a(x)$

1. De la primera Integracion obtenemos:

$$v^2(x) = v_0^2(x_0) + 2\int_{x_0}^{x} a(x')dx'$$

2. De la segunda integracion obtenemos:

$$t(x) = t(x_0) + \int_{x_0}^{x} \frac{dx'}{v(x')}$$

3. Finalmente, en algunos casos es posible hacer: $t = t(x) \rightarrow x = x(t)$

Caso 3. $a = a(v)$

Aca tenemos dos caminos:
Camino 1. $a = \frac{dv}{dt}$

1. De la primera Integracion obtenemos:

$$t = t_0 + \int_{v_0}^{v} \frac{dv'}{a(v')}$$

2. Si se puede invertir se obtiene: $v = v(t)$

Camino 2. $a = v\frac{dv}{dx}$

1. De la primera Integracion obtenemos:

$$x = x_0 + \int_{v_0}^{v} \frac{v'dv'}{a(v')}$$

2. Si se puede invertir se obtiene: $v = v(x)$

2 Cinematica Bidimensional

Definiciones Previas

2.0.1 Vector Desplazamiento

Se define como:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$$

donde:

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{\imath} + y(t)\hat{\jmath} + z(t)\hat{k}$$

2.0.2 Velocidad Media

Se define como:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{t - t_0}$$

2.0.3 Velocidad Instantanea/Velocidad

Se define como:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \underbrace{\frac{dx}{dt}\hat{\imath}}_{v_x\hat{\imath}} + \underbrace{\frac{dy}{dt}\hat{\jmath}}_{v_y\hat{\jmath}} + \underbrace{\frac{dz}{dt}\hat{k}}_{v_z\hat{k}}$$

2.0.4 Rapidez

Se define como:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

2.0.5 Aceleracion Media

Se define como:

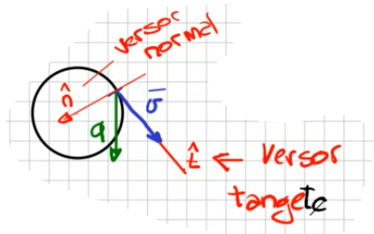
$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

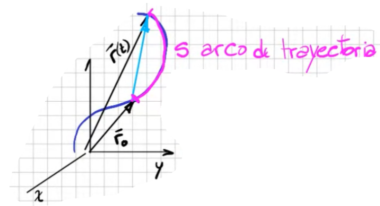
2.0.6 Aceleracion Instantanea/Aceleracion

Se define como:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

2.1 Cinematica en Coordenadas Intrinsecas





Definiciones Previas

2.1.1 Velocidad en Coordenadas Intrinsecas (CI)

Se define como:

$$\vec{v} = v\hat{t}$$

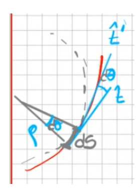
donde $\hat{t}$ es el *Versor Tangente* y v es la rapidez.

2.1.2 Rapidez Media en CI

Se define como:

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

2.1.3 Rapidez Instananea/Rapidez en CI



Se define como:

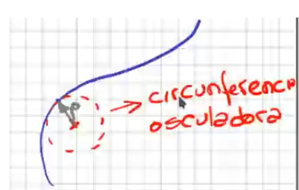
$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\rho$$

2.1.4 Aceleracion en CI

Se define como:

$$\vec{a} = a_t\hat{t} + a_n\hat{n} = \frac{dv}{dt}\hat{t} + \frac{v^2}{\rho}\hat{n}$$

donde $\hat{n}$ es el *Versor Normal* (apunta al centro de la circunferencia) y ρ es el *radio de la circunferencia osculadora.*



Ademas:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

3 Dinamica de la particula

Definiciones Previas

3.0.1 Fuerza

Toda causa capaz de alterar el movimiento de un cuerpo.
Se mide en las siguientes unidades:

longitud	masa	tiempo	fuerza
cm	g	s	***dina***
m	kg	s	***newton***

3.0.2 Peso $\neq$ Masa

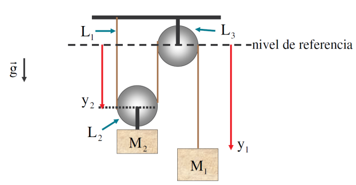
El *peso* es un vector.

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

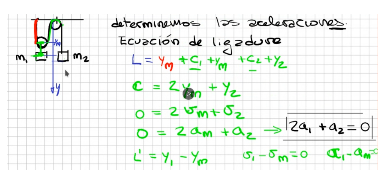
La *masa* es un escalar.

3.0.3 Vinculo/Ligadura

Llamamos *vinculo/ligadura* a cualquier caracteristica fisica que limite la trayectoria de un cuerpo.



Las *ecuaciones de ligadura* sirven para describir estos comportamientos:



3.0.4 Ecuaciones del Movimiento Circular

Sea v la velocidad, ω la velocidad angular, γ la aceleracion angular , f la frecuencia (vueltas por segundo), R el radio y τ el periodo (tiempo que tarda en dar una vuelta completo). Entonces:

1. $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v}{2\pi R} = \frac{1}{\tau}$
2. $\tau = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$
3. $v = \omega R = 2\pi R f$

4. $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{\tau} = \frac{d\theta}{dt}$

5. $\gamma = \frac{d\omega}{dt}$

6. $a_t = \gamma R$

7. $a_n = a_{rad} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$

8. Cantidad de vueltas: $\frac{\Delta S}{2\pi R} = \frac{\Delta\theta}{2\pi}$

Las unidades son:

- $[\tau] = s$
- $[f] = s^{-1} = Hz$
- $[\omega] = \underbrace{rpm}_{\text{por minuto}} = \underbrace{rps}_{\text{por segundo}}$

3.1 Principios de Newton

Para escribir las leyes de Newton necesitamos que el *sistema de referencia NO ESTÉ ACELERADO.*

1. Principio de Inercia

Si sobre un cuerpo no actuan fuerzas $\Rightarrow$ esta en reposo O se mueve con MRU.

2. Principio de Masa

El *impulso* se puede definir como: $\begin{cases} I = \vec{F}\Delta t \\ I = M\Delta v \end{cases}$

De donde podemos sacar:

$$\vec{F} = M\vec{a}$$

Si sobre un cuerpo se aplican simultaneamente mas de una fuerza, se verifica el *"Principio de Superposicion"*:

$$\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}$$

<u>Observacion</u>: Si se le aplica la misma fuerza a dos cuerpos distintos, va a adquirir mayor aceleracion aquel que tenga menor masa.

$$M\vec{a} = m\vec{a'}$$

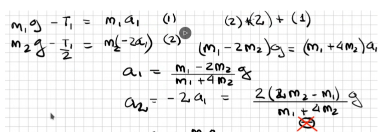
3. Principio de Accion y Reaccion

"La *accion*(fuerza) que un cuerpo ejerce sobre otro es siempre opuesta vectorialmente a la *reaccion*(fuerza) que el otro cuerpo ejerce sobre el"

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

3.2 Cosas a tener en cuenta a la hora de resolver ejercicios

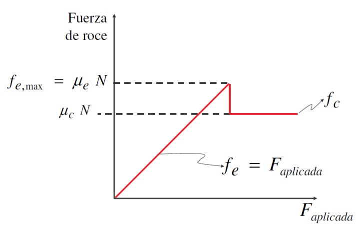
1. Si no sabemos el sentido de una fuerza asumimos positivo y dejamos que las ecuaciones nos guien.
2. Para poleas moviles no conviene usar un sistema de coordenadas siguiendo la polea.
3. Si aparece un termino que podria llevar a que la ecuacion de ligadura nos dé infinito, algo hicimos mal en algun lado.



3.3 Rozamiento

La fuerza de roce apunta para donde debe apuntar y vale (en modulo) lo que tenga que valer.
Vamos a distinguir dos regimenes:

1. Regimen Estatico
2. Regimen Dinamico



El valor de los coeficientes de roce *depende del par de superficies de contacto*, y no de cada una de ellas individualmente.

3.3.1 Fuerzas dependientes de la velocidad

Fuerzas dependientes de la velocidad
Fuerza de drag (se da entre solidos y fluidos):

$$\breve{f}_D = -k\,|\vec{v}|^n$$

De aca podemos deducir que la velocidad limite sera:

$$\vec{v}_{lim} = (\frac{mg}{k})^{1/n}$$

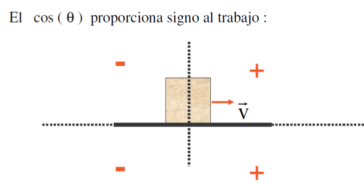
4 Trabajo y Energia

4.1 Trabajo Mecanico

Lo clasificaremos segun el tipo de movimiento.

Caso 1. **Movimiento unidimensional: Fuerza constante**
Se define como:

$$dW = \underbrace{F_t}_{\text{comp. tang}} dl = |\vec{F}||d\vec{l}|\cos\theta$$



Unidades del trabajo: $[W] = [F][\Delta x] = N.m = J$ (joules)

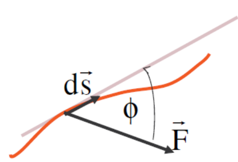
Observacion: Una fuerza perpendicular al desplazamiento no realiza trabajo.

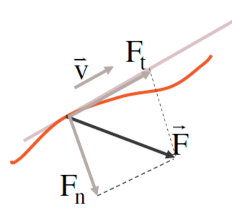
Caso 2. **Movimiento unidimensional: Fuerza variable**
Se define como:

$$W = \int_{x_0}^{x_f} F_x dx$$

Caso 3. **Movimiento bidimensional: Fuerza variable**
Se define como:

$$W_{\text{total}} = \int_i^f \vec{F} d\vec{s} = \int_i^f F_t ds$$





Definiciones Previas

4.1.1 Potencia (media)

Se define como:

$$P_{\text{ot}} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\Delta k}{\Delta t}$$

4.1.2 Potencia Instantanea

Es una magnitud que tiene en cuenta la rapidez con la que se ejerce el trabajo.
Se define como:

$$P_{\text{ot}} = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F}.d\vec{s}}{dt} = \vec{F}.\vec{v}$$

Unidades: $[P_{\text{ot}}] = \frac{[W]}{[t]} = \frac{J}{s} = watt$
Dos conversiones importantes son:

- 1 kW = 1000 W
- 1 hp = 746 W

4.1.3 Fuerzas conservativas y no conservativas

Una fuerza es *conservativa* si el trabajo realizado no depdende de la trayectoria recorrida.
Una fuerza es *no conservativa* si no es conservativa.

4.1.4 Fuerzas constantes

Fuerza Peso
El peso es una fuerza constante y conservativa.
Se define como:

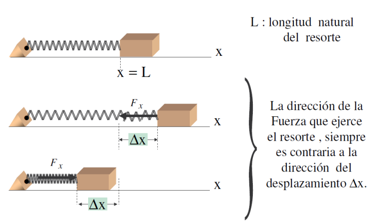
$$W = mgh$$

4.1.5 Fuerzas variables

Fuerza de un resorte
La fuerza de un resorte es una fuerza conservativa.
Se define como:

$$F_x = -k\Delta x = -k(x - L)$$

donde k es la constante del resorte y L la longitud natural del resorte.



El trabajo realizado por un resorte se puede calcular como sigue:

$$W = \frac{k}{2}(x_f^2 - x_i^2)$$

Unidades: $[k] = \frac{N}{m}$

4.2 Teoremas

Teorema Trabajo - Energia Cinetica

"El trabajo de las fuerzas que actuan sobre la particula generan cambios en la energia cinetica"

$$W_{\text{total}} = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

Luego,

- $W > 0 \Rightarrow K_f > K_i$
- $W = 0 \Rightarrow K_f = K_i$
- $W < 0 \Rightarrow K_f < K_i$

4.3 Energia

Diremos que un sistema tiene energia, si el mismo tiene capacidad de realizar trabajo.
La energia mecanica de un sistema puede provenir de dos lugares:

- de su movimiento $\Rightarrow$ Energia Cinetica
- de la configuracion del sistema $\Rightarrow$ Energia Potencial

4.3.1 Energia Cinetica

Se define como:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Unidades: [K] = [W] = Joule

4.3.2 Energia Potencial Mecanica

En ciertos casoso el trabajo realizado por las fuerzas exernas sobre un sistema no incrementa su energia sino que *almacena energia*. En estos casos se dice que la *fuerza actuante es conservativa* y el trabajo almacenado se denomina *energia potencial*.

Energia Potencial Gravitatoria/Peso

Se define como:

$$U_g = mgh$$

Energia Potencial Elastica

Se define como:

$$U_e = \frac{k}{2}x^2$$

4.3.3 Energia Mecanica Total

Se define como:

$$E = K + U_g + U_e$$

4.4 Ley de la conservacion de la energia

"La energia total del universo es constante"
De acuerdo a ella podemos escribir:

$$W_{NC} = E_f - E_i = \Delta E$$

5 Sistemas de Particulas

La idea es pasar de estudiar una particula a estudiar un conjunto/sistema de particulas. De todos modos, lo ”imagineremos” como si fuese una sola particula ya que estaremos mirando el centro de masa del sistema.

Defınciones Previas

5.0.1 Masa del sistema

Se define como:

$$M = \sum M_i$$

5.0.2 Centro de Masa

Se define como:

$$\vec{r} = \sum \frac{m_i}{M} \vec{r}_i$$

En los *cuerpos continuos*, esto es, cuerpos con infinita cantidad de particulas, el CM (centro de masa) es el centro geometrico.
Observacion: El centro de masa no tiene por que coincidir con alguna de las particulas del sistema.

5.0.3 Velocidad del CM

Se define como:

$$\vec{v}_{CM} = \sum \frac{m_i}{M} \vec{v}_i$$

5.0.4 Aceleracion del CM

Se define como:

$$\vec{a}_{CM} = \sum \frac{\vec{F}_i}{M}$$

5.0.5 Fuerzas Internas y Externas

La cantidad total de fuerzas se define como:

$$\sum \vec{F}_i = \sum \vec{F}_{i,\,ext} + \sum \vec{F}_{i,\,int} = M\vec{a}_{CM}$$

pero como las fuerzas internas del sistemas son pares accion-reaccion, entonces se anulan, por lo que resulta:

$$\sum \vec{F}_i = \sum \vec{F}_{i,\,ext} = M\vec{a}_{CM}$$

5.0.6 Momento Lineal

Caso 1. Una particula

Se define como:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Es un vector de igual direccion y sentido que la velocidad de la particula.

Caso 2. Sistema de N particulas

Se define como:

$$\sum \vec{F}_{i,\,ext} = M\vec{a}_{CM} = \frac{d}{dt}\vec{p}_{sistema}$$

5.1 Teoremas

Teorema del Trabajo y la Energia Cinetica

Caso 1. Una particula

Se define como:

$$W_{tot} = \Delta K$$

Caso 2. Sistema de N particulas

Se define como:

$$W_{tot} = W_{ext} + W_{int} = \Delta K_{CM}$$

Luego, las energia total del sistema es:

$$\Delta E_{sist} = W_{NC\;ext} + W_{NC\;int}$$

6 Colisiones

- Dos particulas colisionan cuando intercambian cantidad de movimiento.
- Durante el tiempo de colision (t_c) no se modifica la configuracion del sistema, osea que las particulas no se mueven durante t_c. Consecuentemente, no hay cambio en la U_{gs} o U_{es}.

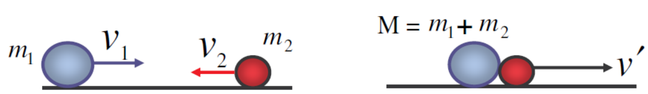
6.1 Clasificacion de las colisiones

Tipo de colisión	$K_{sistema}$	$\vec{p}_{sistema}$
Elástica	constante	constante
Inelástica	**No** constante	constante

6.1.1 Colisiones Unidimensionales

Colision Perfectamente Inelastica / Plastica

Los objetos queda unidos entre si despues del choque.



Datos: m_1 , v_1 , m_2 , v_2
Incógnita: v'

$\Longrightarrow$ sólo se necesita **una** ecuación.

- Para el sistema vale que : $p_{inicial} = p_{final}$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = M\ v'$$

$$\Longrightarrow \quad v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{M}$$

Colision Elastica

En este tipo de colisiones se invierte la velocidad relativa entre los cuerpos que chocan.

- Ecuaciones básicas :

$$p_{inicial} = p_{final}$$
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \qquad (1)$$

$$K_0 = K'$$
$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 (v_1')^2 + \frac{1}{2} m_2 (v_2')^2 \qquad (2)$$

- En principio, a partir de **(1)** y **(2)** se pueden evaluar las velocidades de ambos objetos inmediátamente después de la colisión.
  No obstante, se puede simplificar el cálculo para obtener dichas velocidades (obsérvese que **(2)** es una ecuación cuadrática).

Colision Inelastica

- En general las colisiones no serán elásticas o perfectamente inelásticas, sino una situación intermedia (choque inelástico).
  A tal efecto , se define el ***coeficiente de restitución*** " **e** " como sigue :

$$\boxed{e \equiv -\left(\frac{v_2' - v_1'}{v_2 - v_1} \right)}$$

$$0 \leq e \leq 1$$

perfectamente inelástica ($e = 0$) — elástica ($e = 1$)

6.1.2 Colisiones Bidimensionales

Colision Perfectamente Inelastica / Plastica

- Para **dos** cuerpos que colisionan entre si tendremos que :

disponemos de **2** ecuaciones
$$\begin{cases} P_X = P_X' \\ P_Y = P_Y' \end{cases}$$

2 incógnitas $\Big\}\; \vec{v}' = (v_x', v_y') \;\Longrightarrow$ tiene solución directa .

Colision Elastica

- Para **dos** cuerpos que colisionan entre si tendremos que :

disponemos de **3** ecuaciones $\begin{cases} P_X = P'_X \\ P_Y = P'_Y \\ K = K' \end{cases}$

4 incógnitas $\left.\begin{matrix} \vec{v}_1' = \left(v'_{1x} , v'_{1y} \right) \\ \vec{v}_2' = \left(v'_{2x} , v'_{2y} \right) \end{matrix}\right\} \Longrightarrow$ se debe dar **1** dato .

Colision Inelastica

- Para **dos** cuerpos que colisionan entre si tendremos que :

disponemos de **2** ecuaciones $\begin{cases} P_X = P'_X \\ P_Y = P'_Y \end{cases}$

4 incógnitas $\left.\begin{matrix} \vec{v}_1' = \left(v'_{1x} , v'_{1y} \right) \\ \vec{v}_2' = \left(v'_{2x} , v'_{2y} \right) \end{matrix}\right\} \Longrightarrow$ se deben dar **2** datos .

7 Cuerpo Rigido - Cinematica

Definiciones Previas

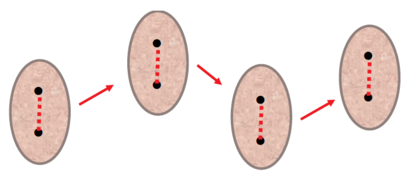
7.0.1 Cuerpo Rigido

Un cuerpo rigido es aquel cuerpo en el cual las distancias relativas entre cualquiera de sus puntos permanece siempre constante (con o sin fuerzas aplicadas sobre el cuerpo)

7.1 Tipos de Movimiento

Caso 1. Traslacion

Considerense dos puntos cualesquiera de un CR. Se dice que se traslada si el segmente determinado por dichos puntos permanece paraleleo a si mismo durante todo el movimiento.



De esta manera,

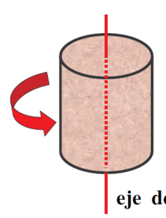
$$\vec{v}_i = \vec{v}_{CM} \ \ \forall i$$

Donde la traslacion de su centro de masa esta gobernada por la ecuacion:

$$\sum \vec{F}_{i,\,ext} = M\vec{a}_{CM}$$

Caso 2. Rotacion

Todos los puntos del cuerpo rigido describen circunferencias, cuyos centros se encuentran sobre una misma recta fija respecto de un sistema de referencia inicial. Dicha recta se denomina *eje de rotacion*.



Caso Particular. Rotacion Planar

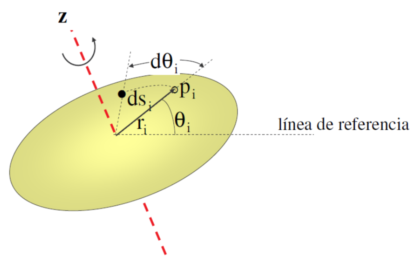
Aquella rotacion en la que la direccion del eje de rotacin no cambia en el tiempo.

Caso 3. Roto-traslacion

Es la combinacion de un movimiento de rotacion con uno de traslacion.
En F1 solo vamos a estudiar el caso particular de *roto-traslacion planar*.

7.2 Rotacion Planar. Cinematica

Para describir la rotacion planar de un CR basta estudiar el movimiento circular de un punto cualquiera del CR (que no este en el eje de rotacion).



Por convencion se toma $\theta > 0$ para rotaciones en sentido antihorario.

Deplazamiento angular

Se define como:

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$$

Rapidez media angular

Se define como:

$$\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Rapidez instantanea angular

Se define como:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \omega_m = \dot{\theta}$$

$[\omega] = \frac{1}{s} = \frac{rad}{s}$

Aceleracion media angular

Se define como:

$$\alpha_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Aceleracion instantanea angular

Se define como:

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \alpha_m = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$$

$[\alpha] = \frac{1}{s^2} = \frac{rad}{s^2}$

7.2.1 Analogia con el MRUV

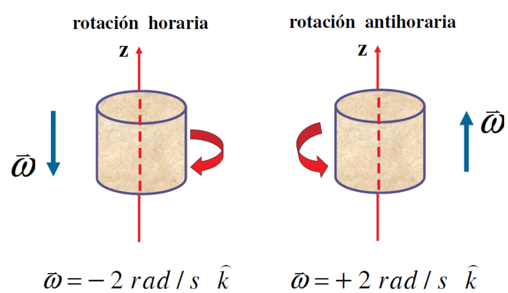
Si α es constante. Entonces:

1. $\omega = \omega_0 + \alpha \Delta t$
2. $\theta = \theta_0 + \omega_0 \Delta t + \frac{1}{2}\alpha \Delta t^2$
3. $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha \Delta\theta$

Velocidad angular

Para definir univocamente a una rotacion se necesita conocer:

1. Su *rapidez*, que viene proporcionada por $\omega = |\vec{\omega}|$
2. Su *direccion*, que puede ser ubicada como la direccion de $\vec{\omega}//$ a la direccion del eje de rotacion
3. Su *sentido*, existen dos posibles:



7.2.2 Relaciones vectoriales de la Velocidad Angular

Caso. Relacion con la aceleracion angular

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Observaciones:

1. Como $\vec{\omega}$ // a la direccion del eje de rotacion $\Rightarrow$ $\vec{\alpha}$ tambien
2. El sentido de $\vec{\alpha}$ es el sentido de $\vec{\omega}$

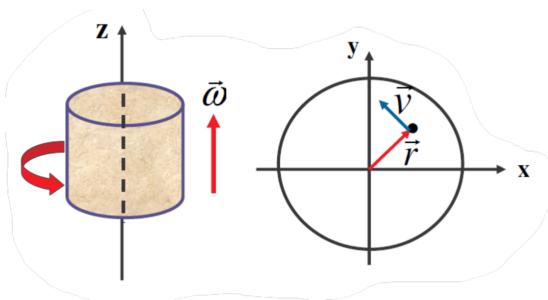
Caso. Relacion con la velocidad lineal

La relacion entre los modulos es:

$$v = \omega r$$

estas magnitudes son vectoriales, y se relacionan vectorialmente de la siguiente manera:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$



Caso. Relacion con la aceleracion lineal

$$\vec{a} = \underbrace{r\alpha}_{a_t}\hat{t} + \underbrace{r\omega^2}_{a_n}\hat{n}$$

7.3 Rotacion. Energia Cinetica

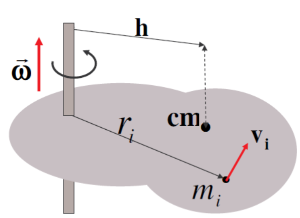
Caso. Traslacion Pura

Se define como:

$$K_{tras} = \frac{1}{2}v_{CM}^2 \sum_{i=1}^{n} m_i = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2$$

Caso. Rotacion Pura Planar

Cada particula describe una circunferencia de radio r_i alrededor del eje de rotacion.



Se define como:

$$K_{rot} = \frac{1}{2}(\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2)\omega^2$$

Luego llamaremos *momento de inercia* a: $I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$. El momento de inercia es una medida de la resistencia de un objeto al cambio en su movimiento de rotacion (siempre sera dato o la incognita del problema).
De esta manera podemos reescribir la ecuacion anterior como sigue:

$$K_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

7.3.1 Teorema de los ejes paralelos

Sirve para encontrar el momento de inercia cuando el eje de rotacion no pasa por el centro de masa del objeto.
Se define como:

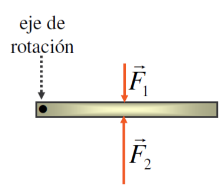
$$I = I_{CM} + Mh^2$$

donde h es la distancia entre el eje de rotacion original (esto es, el que no esta en el centro de masa) y el centro de masa.

7.3.2 Momento de una fuerza

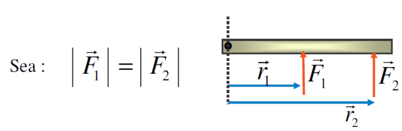
La rotacion que puede generar una fuerza aplicada a un cuerpo depende de:

1. El modulo de la fuerza:



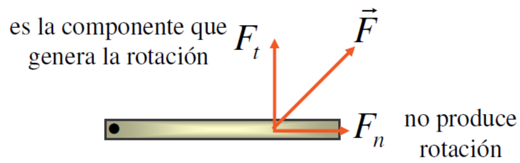
La fuerza $\vec{F}_2$ producirá mayor efecto de giro que la fuerza $\vec{F}_1$

2. La distancia del punto de aplicacion de la fuerza respecto del eje de rotacion:



La fuerza $\vec{F}_2$ producirá mayor efecto de giro que la fuerza $\vec{F}_1$

3. La direccion y sentido de la fuerza:



Todo esto se puede resumir en una simple ecuacion:

$$\vec{M}_0 = \vec{r} \times \vec{F}$$

donde el subindice 0 significa que se calcula respecto de un sistema de coordenadas con origen en el punto 0.
Observacion: Vemos que

$$|\vec{M}_0| = |\vec{r} \times \vec{F}| = r \underbrace{F \sin\phi}_{F_t}$$

Relacion entre $\vec{M}$ y $\vec{\alpha}$

$$M = I\alpha$$

y si hubieran varias fuerzas:

$$\sum \vec{M} = I\vec{\alpha}$$

7.3.3 Equivalencias entre Traslacion Pura y Rotacion Pura

concepto	*Traslación pura*	*Rotación pura*
posición	x	θ
velocidad	v	ω
aceleración	$a = dv/dt = d^2x/dt^2$	$\alpha = d\,\omega/dt = d^2\,\theta/dt^2$
energía cinét.	$K = ½\, m\, v^2$	$K = ½\, I\, \omega^2$
Ley dinámica	$\vec{F}_{neta} = m.\vec{a}$	$\vec{M}_{neto} = I.\vec{\alpha}$
Prop. inercia	m	I
trabajo	$\int_{x_0}^{x} \vec{F}_{neta} \cdot d\vec{x} = \Delta K$	$\int_{\theta_0}^{\theta} M_{neto}.d\theta = \Delta K$
momento	$\vec{P} = m.\vec{v}$ (lineal)	$\vec{L} = I.\vec{\omega}$ (angular)

7.4 Calculo de la Energia Cinetica de un CR

Podemos dividir el calculo en 2 casos: Cuando hay un punto fijo y cuando no lo hay.

7.4.1 Caso 1. Hay un Punto Fijo

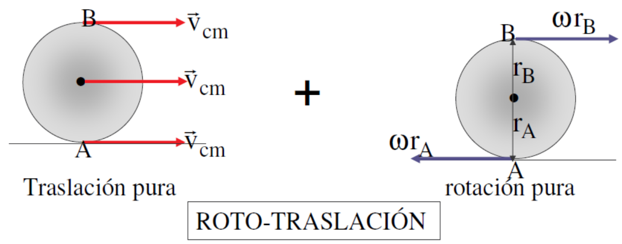
En este caso, si llamamos A al punto fijo, se tiene:

$$K = K_{rot} = \frac{1}{2} I_A \omega^2$$

7.4.2 Caso 2. No hay Punto Fijo

$$K = \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 + \frac{1}{2} m v_{CM}^2$$

8 Cuerpo Rigido - Rototraslacion



Se cumplen:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\sum \vec{M}_o = I_o\vec{\alpha}$$

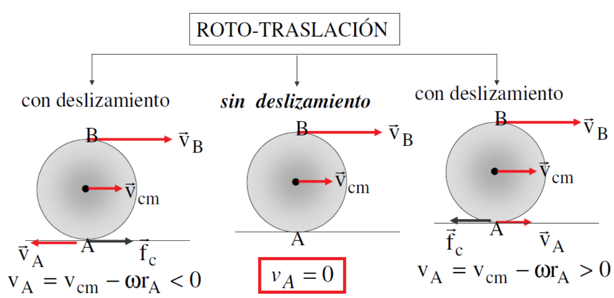
y la ecuacion de energia seria:

$$K = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}I\omega_{CM}^2$$

Luego, como el unico movimiento que pueden tener los puntos del CR respecto del centro de masa es un movimiento de rotacion alrededor del mismo, se cumple que:

$$\vec{v}_i = \vec{v}_{CM} + \vec{\omega} \times \vec{r}_i$$

8.1 Tipos de Rototraslacion



9 Momento Angular

9.1 Momento Angular de una particula

El momento angular se define como sigue:

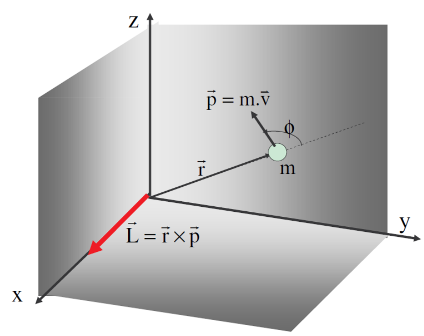
$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} = \vec{r} \times \vec{p}$$

Ademas podemos encontrar una relacion entre $\vec{L}$ (momento angular) y $\vec{M}$ (momentos de las fuerzas):

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum \vec{M}_{ext}$$

Observaciones:

1. El vector $\vec{L}$ es perpendicular al plano definido por $\vec{r}$ y $\vec{v}$



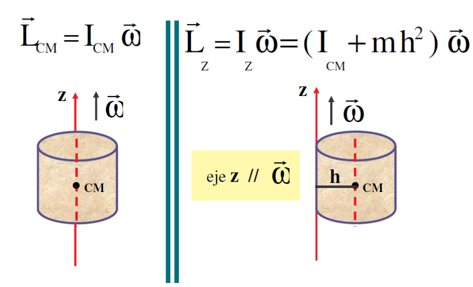
2. El valor de $\vec{L}$ depende del origen de coordenadas elegido a traves del vector posicion $\vec{r}$

9.2 Momento Angular de N particulas

El momento angular de N particular puede generalizarse como:

$$\sum_i \vec{M}_{ext_i} = \frac{d\vec{L}_{sist}}{dt}$$

Ademas, cuando un sistema de particulas o CR rota alrededor de un eje de simetria (por ende, pasara por el CM) se puede escribir que:



9.3 Teorema de la Conservacion del Momento Angular

$$\sum_i \vec{M}_{ext_i} = 0 \Rightarrow \vec{L}_{sist} = CONSTANTE$$

<u>Observacion</u>:

- Se trata de un teorema de carácter vectorial. Luego ,

$$\text{si : } \quad \sum_i \vec{M}_{ext_i} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \begin{cases} L_x = \text{constante} \\ L_y = \text{constante} \\ L_z = \text{constante} \end{cases}$$

$$\text{si : } \quad \begin{matrix} \Sigma M_{ext_x} \neq 0 \\ \Sigma M_{ext_y} \neq 0 \\ \Sigma M_{ext_z} = 0 \end{matrix} \quad \Longrightarrow \quad \begin{cases} L_x \neq \text{constante} \\ L_y \neq \text{constante} \\ L_z = \text{constante} \end{cases}$$