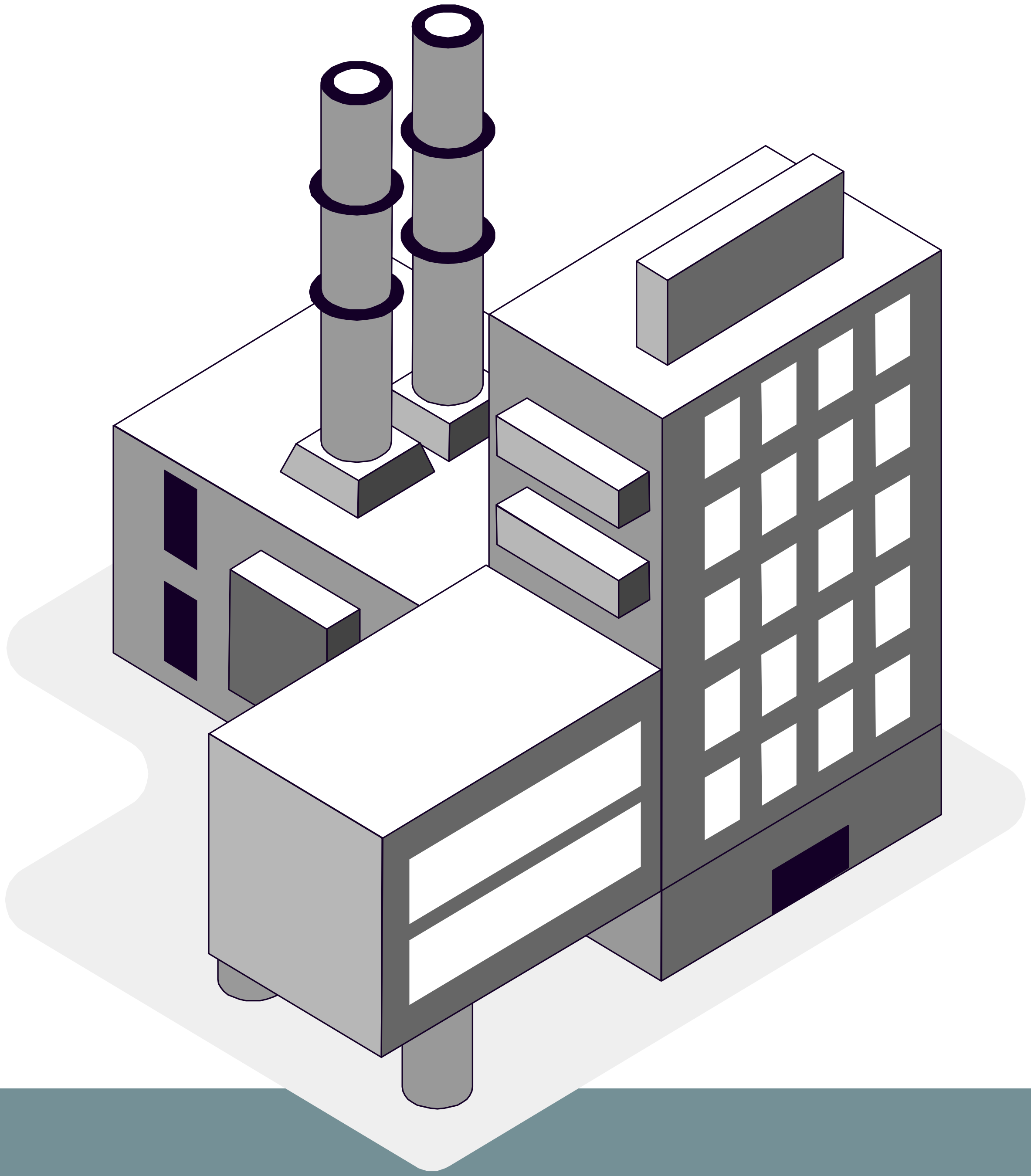
OPERAÇÕES UNITÁRIAS III

PROFª KASSIA G SANTOS

2021/2- CURSO REMOTO

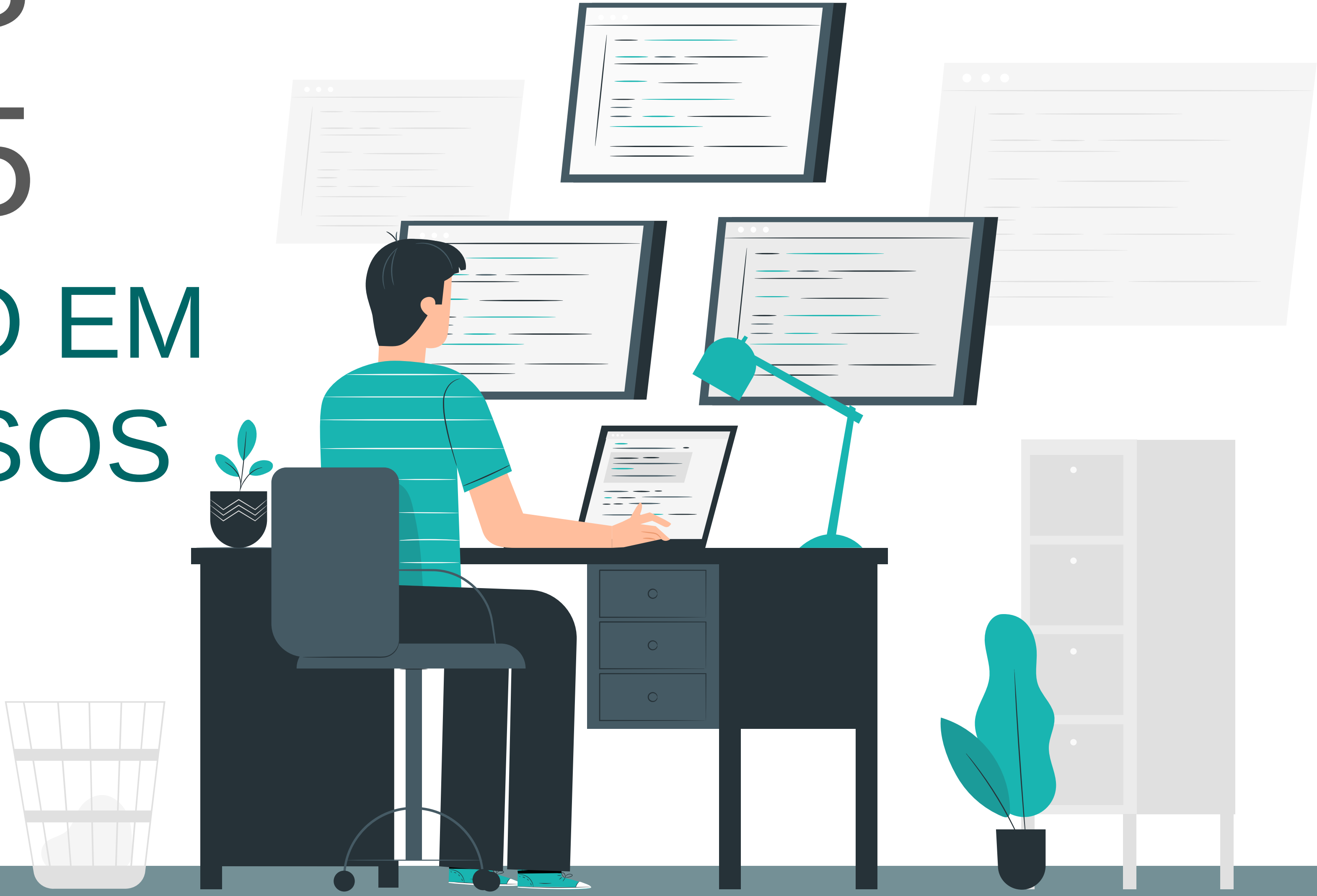
DEPARTMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA

UFTM



AULAS
14 e 15

ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS



INTRODUÇÃO

- As aplicações dos ESCOAMENTOS EM MEIOS POROSOS são enormes em diversas áreas da engenharia de processos.

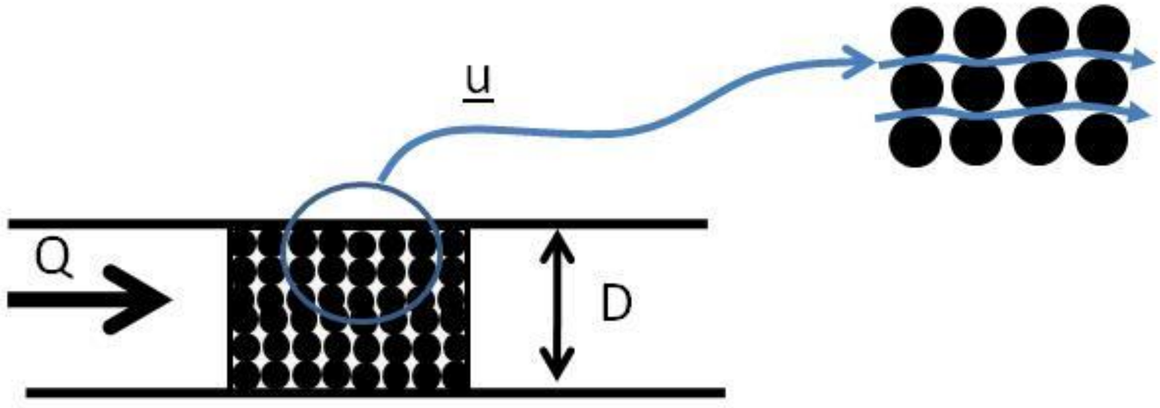
... sendo que,

- O principal objetivo é estabelecer uma relação entre:

queda de pressão e vazão

- Como exemplos de aplicações:
  - ✓ *reatores químicos: leito fixo e leito fluidizado;*
  - ✓ *colunas de recheio: absorção, destilação e umidificação;*
  - ✓ *secadores: leito fixo e leito fluidizado.*

- Considere um fluido escoando em um MEIO POROSO, conforme:



A: área vazia (área da seção transversal)

$$A = \frac{\pi D^2}{4} \qquad (3)$$

u: velocidade intersticial (relativa à área ocupada dentro dos poros)

$$\underline{u} = \frac{Q}{A \cdot \varepsilon} \qquad (4)$$

Em que:

Q: vazão volumétrica

$$Q = q \cdot A \qquad (1)$$

q: velocidade superficial

$$q = \frac{Q}{A} \qquad (2)$$

$$\underline{u} = \frac{q}{\varepsilon} \quad \text{ou} \quad q = \underline{u} \cdot \varepsilon \qquad (5)$$

OBS.: como $\varepsilon \leq 1$ ➔ $u \geq q$

Escoamento Monofásico em Meios Porosos:

Equacionamento para o Fluido Escoando Através da Matriz Porosa

Equação da Continuidade:

$$\frac{\partial(\rho)}{\partial t}+\nabla.(\rho\underline{u})=0 \qquad (6)$$

multiplicando pela porosidade (ε) chega-se a:

$$\frac{\partial(\varepsilon\rho)}{\partial t}+\nabla.(\varepsilon\rho\underline{u})=0 \qquad (7)$$

Mas,

da Eq. (5), tem-se a relação entre velocidade superficial e intersticial: $\underline{q}=\underline{u}\varepsilon$

Então,

escrevendo a Eq. (7) em termos de velocidade superficial (Eq. (5)), chega-se a Eq. (8) :

$$\frac{\partial(\varepsilon\rho)}{\partial t}+\nabla.(\rho q)=0 \qquad (8)$$

Equação do Movimento:

- Aplicada ao escoamento em meios porosos, a equação do movimento pode ser escrita conforme a Eq. (9):

$$\rho\left[\frac{\partial \underline{u}}{\partial t}+\underline{u}.\nabla\underline{u}\right]=-\nabla P-\underline{m}+\rho\underline{b} \qquad (9)$$

$$0=-\nabla P-\underline{m}+\rho\underline{g} \qquad (10)$$

Em que:

ρ: densidade do fluido;

b: intensidade da força de campo (g);

m: força exercida PELO fluido SOBRE a matriz porosa por unidade de volume do meio poroso (FORÇA RESISTIVA)

Hipóteses:

- regime permanente (aceleração nula)

$$\frac{\partial \underline{u}}{\partial t}=0$$

- fluido Newtoniano e escoamento incompressível (ρ=cte) e uniforme (v=cte);

OBTIDA POR ANÁLISE DIMENSIONAL: CORRELAÇÃO DE FORCHNEIMER

Força Resistiva

$$\underline{m} = \frac{\mu}{k} \cdot \left[1 + \frac{c \cdot \sqrt{k} \cdot \rho \cdot \|q\|}{\mu} \right] \cdot q \qquad (11)$$

Em que:

k: permeabilidade do meio poroso (depende apenas da matriz porosa), $[L^2]$;

c: parâmetro adimensional que só depende da matriz porosa [-];

$\dfrac{c \cdot \sqrt{k} \cdot \rho \cdot \|q\|}{\mu}$: número adimensional de Reynolds[-];

- Se o escoamento for lento, $\mathrm{Re} <<< 1$

$$\underline{m} = \frac{\mu}{k} \cdot q \qquad (12)$$

Lei de Darcy

Escoamento Darciano

$$\underline{m} = \frac{\mu}{k} \cdot q$$

- ✓ o fluido: **viscosidade;**
- ✓ a matriz porosa: **permeabilidade.**

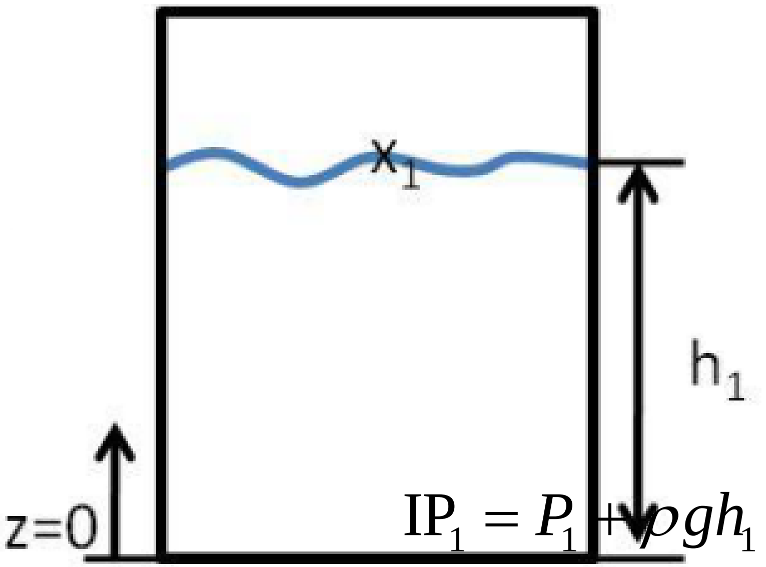
- ❑ Substituindo a Eq. (12) na equação do movimento (Eq. (10)), chega-se à Eq. (13):

$$0 = -\nabla P - \underline{m} + \rho \underline{g} \qquad 0 = -\nabla P - \frac{\mu}{k} \cdot q + \rho \underline{g} \qquad \nabla P - \rho \underline{g} = -\frac{\mu}{k} \cdot q \qquad \boxed{q = -\frac{k}{\mu} \cdot \left[\nabla P - \rho g\right]} \qquad (13)$$

Pressão Piezométrica

Se o escoamentos é com líquidos, e na direção vertical, a contribuição da pressão associada à coluna de líquido NÃO deve ser desprezada.

Neste caso, **interessante escrever em termos de pressão piezométrica**



$$IP = P + \rho g h \qquad (14)$$

$$\uparrow \oplus h \quad \text{e} \quad \downarrow \oplus g$$

acrescenta-se, a pressão de estagnação, a carga de altura do fluido (pressão hidrostática)

No escoamento incompressível:

$-\nabla(\rho g h) = \rho g$ ⇨ (derivando ρgh em relação a h, resulta em ρg)

...ou,

$\nabla(\rho g h) = -\rho g$ ⇨ (derivando ρgh em relação a h, resulta em ρg)

Logo,

$$\nabla P - \rho g = \nabla(P) + \nabla(\rho g h)$$

$$\nabla P - \rho g = \nabla(P + \rho g h)$$

$$\nabla P - \rho g = \nabla IP \qquad \textbf{(15)}$$

Portanto

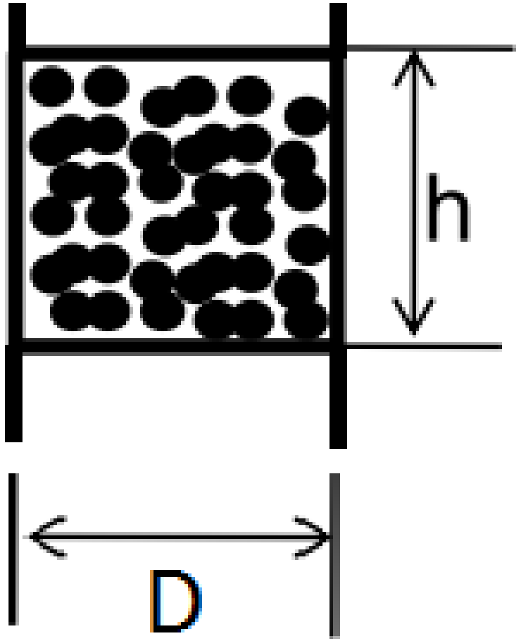
- **Substituindo a Eq. (15), na Eq. (13) do movimento (lei de Darcy), Eq. (16):**

$$q = -\frac{k}{\mu} \cdot \nabla IP \qquad \textbf{(16)}$$

DETERMINAÇÃO DA MATRIZ POROSA

Seja um fluido escoando através de uma matriz porosa, conforme o esquema:

A massa de sólidos na matriz porosa é:



$$m_S = V_S \cdot \rho_S$$

$$m_S = \underbrace{(1-\varepsilon)\cdot A\cdot h}_{\text{volume do sólido}}\cdot \rho_S \qquad \textbf{(17)}$$

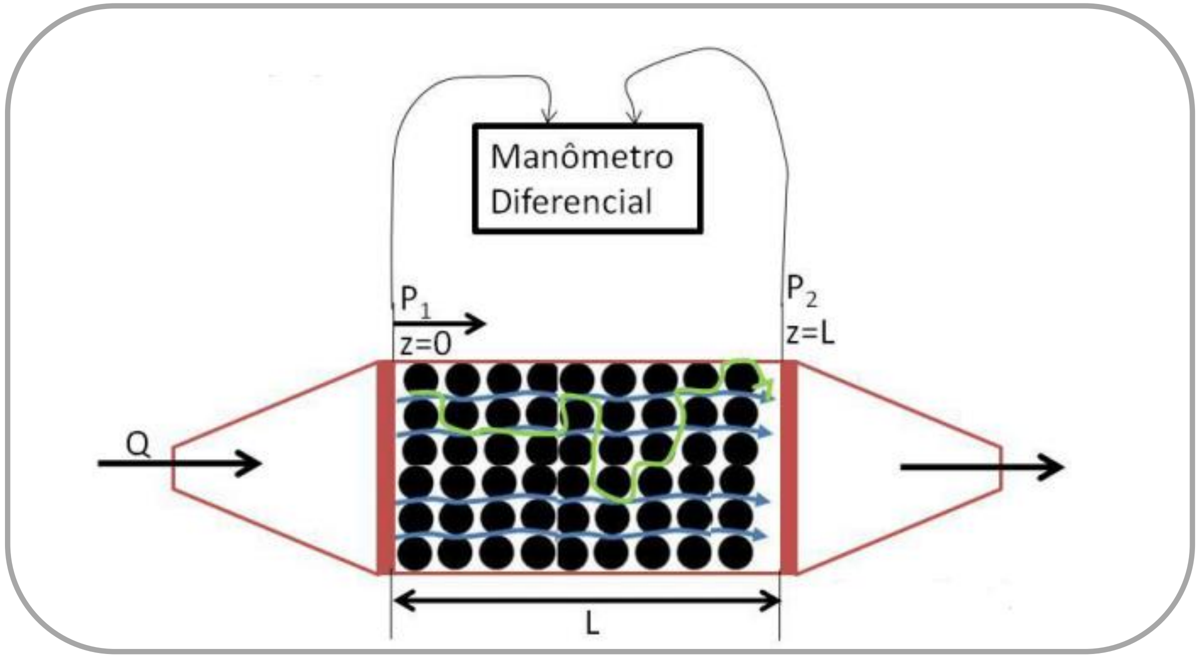
Portanto...

A porosidade pode ser escrita de acordo com a Eq. (18):

$$\varepsilon = 1 - \frac{m_S}{A\cdot h\cdot \rho_S} \qquad \textbf{(18)}$$

DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA PERMEABILIDADE (k) E DO

- Seja um fluido escoando em um meio poroso, conforme o esquema:



Q	ΔP	q	$\frac{-\Delta P}{q \cdot L}$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA PERMEABILIDADE (k) E DO ATOR c

(A) ESCOAMENTO INCOMPRESSÍVEL E

- **Da equação do movimento (Eq. (10)) tem-se que:**

$$0 = -\nabla P - \underline{m} + \rho \underline{g} \qquad (10)$$

Substituindo em (10) a força resistiva m (Eq. (11)) tem-se a Eq. (19):

$$0 = -\nabla P - \frac{\mu}{k} \cdot \left[1 + \frac{c \cdot \sqrt{k} \cdot \rho \cdot \underline{q}}{\mu} \right] \cdot \underline{q} + \rho \underline{g} \qquad (19)$$

Considerando a direção z, tem-se a Eq. (20):

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{\mu}{k} \cdot \left[1 + \frac{c \cdot \sqrt{k} \cdot \rho \cdot \underline{q}}{\mu} \right] \cdot \underline{q} - \cancel{\rho \underline{g}}^{\,0} \qquad (20)$$

Integrando chega-se a Eq. (21):

$$-\int_{P_1}^{P_2} dP = -\int_0^L \frac{\mu}{k} \cdot \left[1 + \frac{c \cdot \sqrt{k} \cdot \rho \cdot \underline{q}}{\mu} \right] \cdot \underline{q} \cdot dz \qquad (21)$$

DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA PERMEABILIDADE (k) E DO

$$-\frac{\Delta P}{L}=\frac{\mu}{k}\cdot\left[1+\frac{c\cdot\sqrt{k}\cdot\rho\cdot\underline{q}}{\mu}\right]\cdot\underline{q}$$

$$-\frac{\Delta P}{L}=\left[\frac{\mu}{k}+\frac{c\cdot\rho\cdot\underline{q}}{\sqrt{k}}\right]\cdot\underline{q} \qquad \textbf{(22)}$$

$$-\frac{\Delta P}{\underline{q}\cdot L}=\frac{\mu}{k}+\frac{c\cdot\rho\cdot\underline{q}}{\sqrt{k}} \qquad \textbf{(23)}$$

$$y = \beta + \alpha\cdot x$$

Coeficiente linear

$$\beta=\frac{\mu}{k} \Rightarrow k=\frac{\mu}{\beta}$$

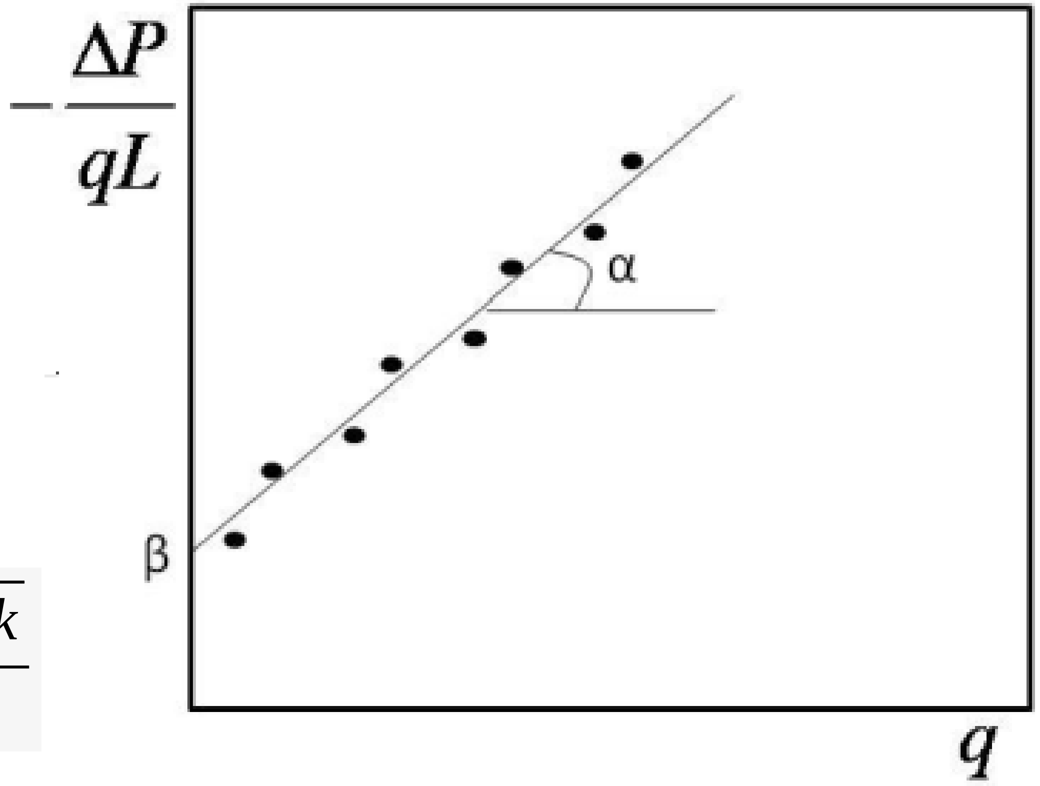
Coeficiente angular

$$tg(\alpha)=\frac{c\cdot\rho}{\sqrt{k}} \Rightarrow c=\frac{tg(\alpha)\cdot\sqrt{k}}{\rho}$$

no experimento:

varia-se ➡ **q**

mede-se ➡ **ΔP**



DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA PERMEABILIDADE (k) E DO

(B) ESCOAMENTO ISOTÉRMICO DE UM GÁS

- Da equação do movimento (Eq. (10)) tem-se que:

$$0 = -\nabla P - \underline{m} + \rho \underline{g} \qquad (10)$$

Substituindo em (10) a força resistiva m (Eq. (11)) tem-se a Eq. (19):

$$0 = -\nabla P - \frac{\mu}{k} \cdot \left[1 + \frac{c \cdot \sqrt{k} \cdot \rho \cdot \underline{q}}{\mu} \right] \cdot \underline{q} + \rho \underline{g} \qquad (19)$$

Considerando a direção z, tem-se a Eq. (20):

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{\mu}{k} \cdot \left[1 + \frac{c \cdot \sqrt{k} \cdot \rho \cdot \underline{q}}{\mu} \right] \cdot \underline{q} - \cancelto{0}{\rho \underline{g}} \qquad (20)$$

Como o fluido é um gás ideal, expressando em termos de fluxo mássico:

...pois,

devido à compressibilidade do fluido, a densidade deste NÃO é constante

DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA PERMEABILIDADE (k) E DO R C

(B) ESCOAMENTO ISOTÉRMICO DE UM GÁS

Assim...

Multiplicando a Eq. (20) por ρ chega-se a Eq. (24):

$$-\rho\cdot\frac{dP}{dz}=\left[\left(\frac{\mu}{k}+\frac{c\cdot\rho\cdot\underline{q}}{\sqrt{k}}\right)\cdot\underline{q}\right]\cdot\rho$$

$$-\rho\cdot\frac{dP}{dz}=\left(\frac{\mu}{k}+\frac{c\cdot\rho\cdot\underline{q}}{\sqrt{k}}\right)\cdot\underline{q}\cdot\rho \qquad \textbf{(24)}$$

...e fazendo,

Fluxo mássico (G)

$$G=\rho\cdot\underline{q} \qquad \textbf{(25)}$$

Então...

Escreve-se a Eq. (26):

$$-\rho\cdot\frac{dP}{dz}=\left(\frac{\mu}{k}+\frac{c\cdot G}{\sqrt{k}}\right)\cdot G \qquad \textbf{(26)}$$

DETERMINAÇÃO EMPÍRICA DA PERMEABILIDADE (k)

(A) EQUAÇÃO DE KOZENY-CARMAN

- É oriunda do modelo de migração capilar, em que o meio poroso é tratado como um feixe de dutos, Eq. (27):

$$k = \frac{\left(\overline{d}_p \cdot \phi\right)^2 \cdot \varepsilon^3}{36\beta \cdot (1-\varepsilon)^2} \qquad \textbf{(27)}$$

$$36\beta \begin{cases} 180 \rightarrow \text{NÃO esféricas} \\ 150 \rightarrow \text{esféricas} \end{cases}$$

Tabela 13.1 Correlações para a permeabilidade do meio (baseado em LEE et al., 1996)

Modelo	Correlação	
Brinkman	$k(\varepsilon_p) = \frac{d_p^2}{72}\left[3 + \frac{4}{\varepsilon_p} - 3\left(\frac{8}{\varepsilon_p} - 3\right)^{1/2}\right]$	(13.8)
Kozeni-Carman	$k(\varepsilon_p) = \frac{d_p^2}{36\beta}\left[\frac{(1-\varepsilon_p)^3}{\varepsilon_p^2}\right], \beta = 5$	(13.9)
Happel (esfera)	$k(\varepsilon_p) = \frac{d_p^2}{6\varepsilon_p}\left(\frac{3 - 4{,}5\varepsilon_p^{1/3} + 4{,}5\varepsilon_p^{5/3} - 3\varepsilon_p^2}{3 + 2\varepsilon_p^{5/3}}\right)$	(13.10)
Happel (material fibroso)	$k(\varepsilon_p) = \frac{d_p^2}{32\varepsilon_p}\left(-\ell n\,\varepsilon_p + \frac{\varepsilon_p^2 - 1}{\varepsilon_p^2 + 1}\right)$	(13.11)
Davies (material fibroso)	$k(\varepsilon_p) = \frac{d_p^2}{4}\left[\frac{1}{16\varepsilon_p^{3/2}\left(1 + 56\varepsilon_p^3\right)}\right]$	(13.12)
Iberall (material fibroso)	$k(\varepsilon_p) = \frac{d_p^2}{16}\left[3\left(\frac{1-\varepsilon_p}{\varepsilon_p}\right)\frac{2 - \ell n\,\mathrm{Re}_p}{4 - \ell n\,\mathrm{Re}_p}\right]$, com $\mathrm{Re}_p = \frac{u d_p}{\nu_{líq.}}$ *	(13.13)

* $\nu_{líq.}$, viscosidade cinemática do líquido.

DETERMINAÇÃO EMPÍRICA DO FATOR c

(A) EQUAÇÃO DE ERGUN

A correlação de Ergun é dada pela Eq. (28):

$$c=\frac{0,14}{\varepsilon^{3/2}} \qquad (28)$$

Correlação válida meios com:

- $0,36 < \varepsilon < 0,45$
- $10^{-5} \leq k \leq 10^{-4}\ cm^2$

Integrando a Eq. movimento (Eq. (21)), com c obtido por Ergun (Eq. (28)) e k obtido por Kozeny-Carman (Eq. (27)):

Equação de Ergun

$$-\frac{\Delta P}{L}=\frac{150\cdot(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}\frac{\mu\cdot q}{(d_p\cdot\phi)^2}+1,75\cdot\frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3}\frac{\rho\cdot q^2}{(d_p\cdot\phi)} \qquad (29)$$

(B) EQUAÇÃO COSTA E MASSARANI

A correlação é dada pela Eq. (30):

$$c=\frac{1}{\varepsilon^{3/2}}\cdot\left[0,13\cdot\left(\frac{k_o}{k}\right)^{0,37}+0,10\cdot\left(\frac{k_o}{k}\right)^{0,01}\right]^{0,98} \qquad (30)$$

Correlação válida meios com:

- $10^{-9} < k < 10^{-3}\ cm^2$
- $k_0 = 10^{-6}\ cm^2$

PERDA DE CARGA NO ESCOAMENTO INCOMPRESSÍVEL EM MEIOS

Seja a equação de Bernoulli (energia por unidade de massa) dada pela Eq. (31):

$$\underbrace{\frac{\Delta P}{\rho}}_{\substack{\text{energia}\\ \text{de pressão,}\\ \text{por unidade}\\ \text{de massa de fluido}}} + \underbrace{\frac{\Delta < v >^2}{2}}_{\substack{\text{energia}\\ \text{cinética}\\ \text{(de velocidade),}\\ \text{por unidade}\\ \text{de massa de fluido}}} + \underbrace{g \cdot \Delta z}_{\substack{\text{energia}\\ \text{potecial gravitacional}\\ \text{(energia de altura),}\\ \text{por unidade}\\ \text{de massa de fluido}}} = \underbrace{\overline{w}}_{\substack{\text{energia}\\ \text{fornecida ao fluido pela}\\ \text{bomba,}\\ \text{por unidade}\\ \text{de massa de fluido}}} - \underbrace{w_A}_{\substack{\text{energia}\\ \text{dissipada devido ao}\\ \text{atrito,}\\ \text{por unidade}\\ \text{de massa de fluido}}} \qquad \textbf{(31)}$$

Dividindo por g, tem-se a forma clássica da equação de Bernoulli (energia por unidade de comprimento) dada pela Eq. (32):

$$\underbrace{\frac{\Delta P}{\rho \cdot g}}_{\text{carga de pressão}} + \underbrace{\frac{\Delta < v >^2}{2g}}_{\text{carga de velocidade}} + \underbrace{\Delta z}_{\text{carga de elevação}} = \underbrace{\mathbb{C}}_{\text{carga da bomba}} - \underbrace{h_{tA}}_{\text{perda de carga}} \qquad \textbf{(32)}$$

PERDA DE CARGA NO ESCOAMENTO INCOMPRESSÍVEL EM MEIOS

$$\underbrace{\frac{\Delta P}{\rho \cdot g}}_{\text{carga de pressão}} + \underbrace{\cancel{\frac{\Delta < v >^2}{2g}}}_{\text{carga de velocidade}} + \underbrace{\Delta z}_{\text{carga de elevação}} = \underbrace{\cancel{\mathbb{C}}}_{\text{carga da bomba}} - \underbrace{h_{tA}}_{\text{perda de carga}}$$

Para uma situação em que:

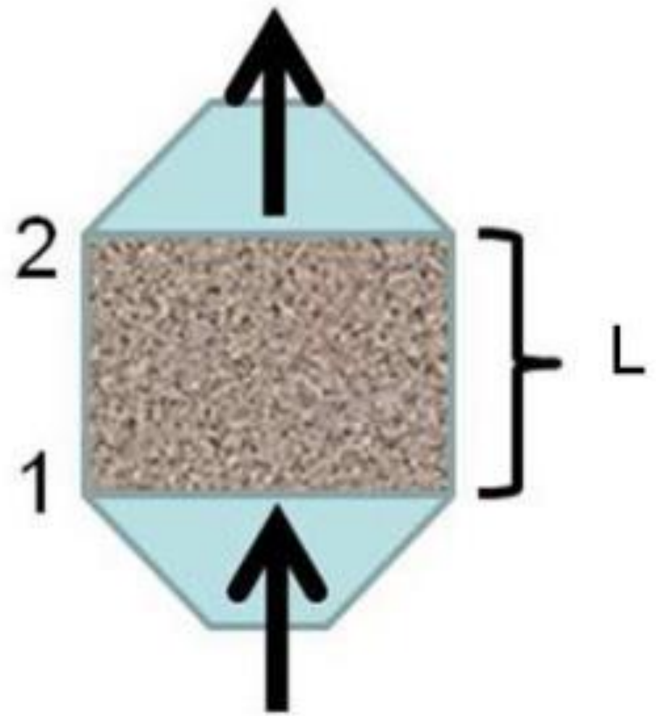
- SEM a presença de uma bomba; $\mathbb{C} = 0$
- as tubulações são **<u>idênticas</u>** (mesmo D). $\frac{\Delta < v >^2}{2g} = 0$

chega-se a Eq. (33):

$$\frac{\Delta P}{\rho \cdot g} + \Delta z = -h_{tA} \qquad \textbf{(33)}$$

Multiplicando por g tem-se a Eq. (34):

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} + g \cdot (z_2 - z_1) = -w_A \qquad \textbf{(34)}$$



PERDA DE CARGA NO ESCOAMENTO INCOMPRESSÍVEL EM MEIOS

EM TERMOS DE PRESSÃO

É interessante escrever em termos de pressão piezométrica (coluna de líquido escoando na vertical).

Multiplicando por ρ tem-se a Eq. (35):

$$\left(\frac{P_2 - P_1}{\rho} + g \cdot (z_2 - z_1)\right) \cdot \rho = -w_A \cdot \rho$$

$$P_2 - P_1 + \rho \cdot g \cdot z_2 - \rho \cdot g \cdot z_1 = -w_A \cdot \rho$$

$$P_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 - (P_1 + \rho \cdot g \cdot z_1) = -w_A \cdot \rho \quad \textbf{(35)}$$

Mas, $\mathrm{IP} = P + \rho g h$ **(14)**

Então... Aplicando a Eq. (14) na Eq. (35), tem-se as Eqs. de (36) a (38):

$$\mathrm{IP}_2 - \mathrm{IP}_1 = -w_A \cdot \rho \quad \textbf{(36)}$$

$$\Delta \mathrm{IP} = -w_A \cdot \rho \quad \textbf{(37)}$$

$$-\Delta \mathrm{IP} = w_A \cdot \rho \quad \textbf{(38)}$$

PERDA DE CARGA NO ESCOAMENTO INCOMPRESSÍVEL EM MEIOS

EM TERMOS DE PRESSÃO

A Eq. do movimento para escoamento incompressível(Eq. (19)):

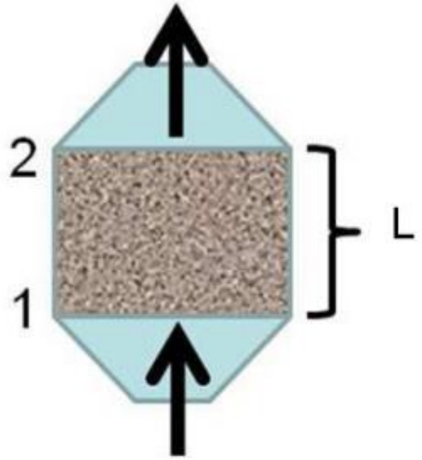
$$0 = -\nabla P - \frac{\mu}{k}\cdot\left[1+\frac{c\cdot\sqrt{k}\cdot\rho\cdot\underline{q}}{\mu}\right]\cdot\underline{q} + \rho\cdot\underline{b} \qquad \textbf{(19)}$$

A aceleração da gravidade direção z (Eq. (39)):

$$\rho\cdot\underline{b} = \rho\cdot\underline{g}_z \qquad \textbf{(39)}$$

$$\nabla P = -\left(\frac{\mu}{k}+\frac{c\cdot\rho\cdot q}{\sqrt{k}}\right)\cdot\underline{q} + \rho\cdot\underline{g} \qquad \textbf{(40)}$$

$$\nabla P - \rho\cdot\underline{g} = -\left(\frac{\mu}{k}+\frac{c\cdot\rho\cdot q}{\sqrt{k}}\right)\cdot\underline{q} \qquad \textbf{(41)}$$



Mas...

$$\nabla P - \rho g = \nabla(P) + \nabla(\rho g h)$$

$$\nabla P - \rho g = \nabla(P+\rho g h) \rightarrow \nabla P - \rho g = \nabla IP$$

Portanto

$$\nabla IP = \frac{dIP}{dz} = -\left(\frac{\mu}{k}+\frac{c\cdot\rho\cdot q}{\sqrt{k}}\right)\cdot\underline{q}$$

Integrando:

$$\frac{\Delta IP}{L} = -\left[\frac{\mu}{k}+\frac{c\cdot\rho\cdot q}{\sqrt{k}}\right]\cdot q \qquad \textbf{(42)}$$

$$w_A\cdot\rho = \Delta IP = -\mathrm{L}\cdot\left[\frac{\mu}{k}+\frac{c\cdot\rho\cdot q}{\sqrt{k}}\right]\cdot q$$

Dividindo por g

$$h_{tA} = -\frac{\mathrm{L}}{\rho g}\cdot\left[\frac{\mu}{k}+\frac{c\cdot\rho\cdot q}{\sqrt{k}}\right]\cdot q$$

Perda de carga na matriz porosa

Referências:

- ❑ Cremasco, Operações Unitárias em Sistemas Particulados e Fluidomecânicos, Blusher, 2012.
- ❑ Massarani, Fluidodinâmica de Sistemas Particulados, 2001.

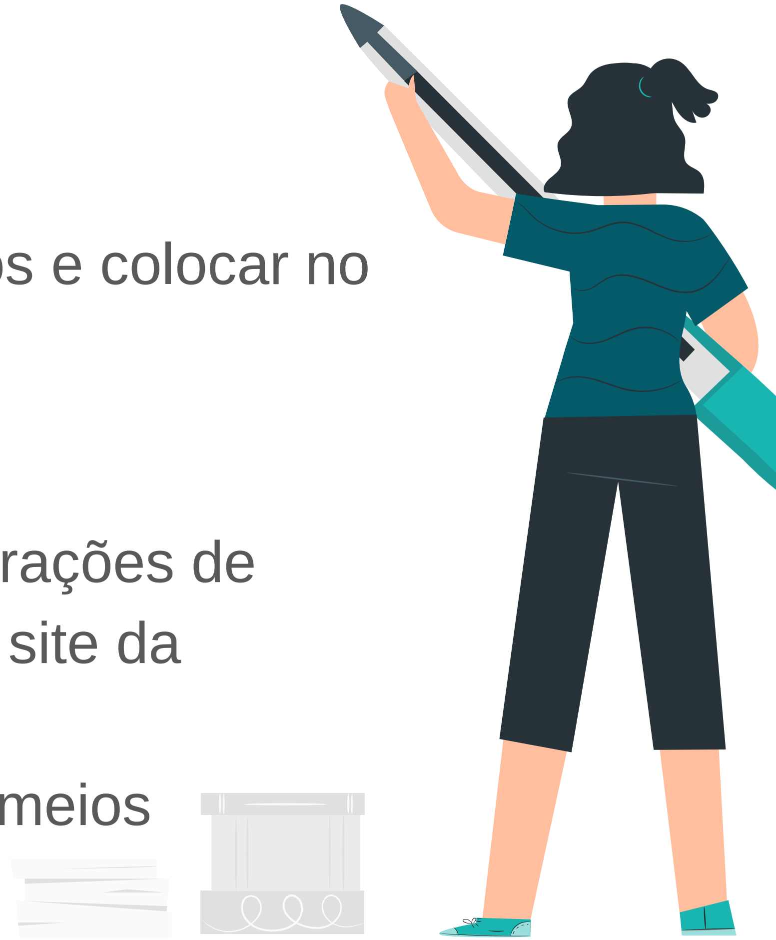
Atividades da Aula 14 e 15

Individual:

- ❑ Fazer um resumo do tema de escoamento em meios porosos e colocar no sistema dia 08/06.

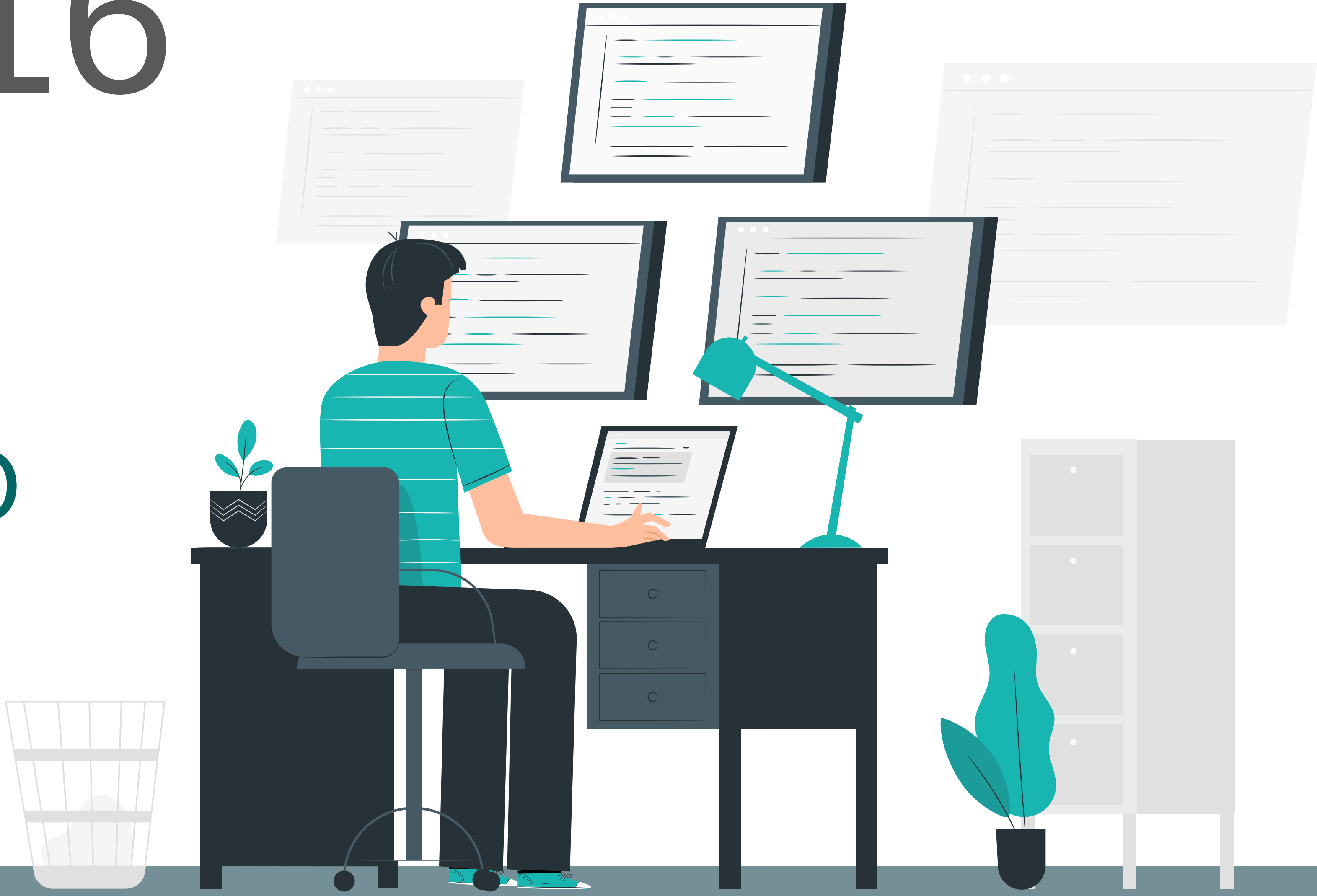
Empresa

- ❑ Procurar vídeos sobre o funcionamento equipamentos e operações de leitos empacotados ou que usam matriz porosa e colocar no site da empresa
- ❑ Escolher tema para o Projeto Orientado de Escoamento em meios porosos

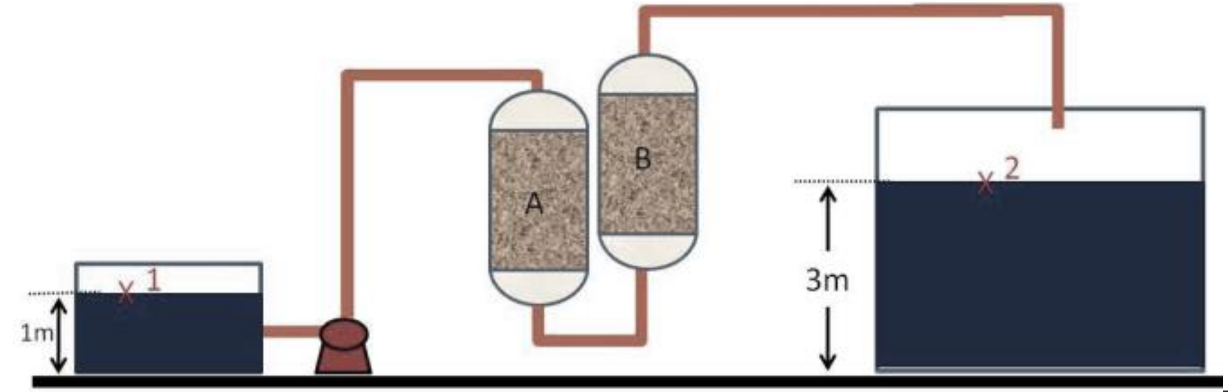


AULA 16

EXERCÍCIOS SOBRE ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS



EX11- Determinar a potência da bomba que opera com uma vazão de 10 m3/h a 25ºC. Considere que a perda de carga na tubulação seja desprezível em relação ao meio poroso. Considere o fluido como sendo água (ρ=1 g/cm3 e μ=0,0089 P).



Dados: Coluna A
Diâmetro da coluna=30cm
Altura do recheio=80cm
Porosidade=0,43
Esfericidade das partículas do recheio=0,65
$X=1-e^{(-(dp/1,3)\,\hat{}\,1,83)}$
$Dp_{médio}$=0,655mm

Dados: Coluna B
Diâmetro da coluna=50cm
Altura do recheio=60cm
Porosidade=0,38
Esfericidade das partículas do recheio=1
Dp=0,6mm (todas tem o mesmo tamanho)

Coluna A:

1º: Calculando a permeabilidade k (Eq. Kozeny-Carman):

$$k=\frac{\left(\overline{d}_p\cdot\phi\right)^2\cdot\varepsilon^3}{36\beta\cdot(1-\varepsilon)^2}=\frac{(0,0655\cdot 0,65)^2\cdot 0,43^3}{180\cdot(1-0,43)^2}=2,5\cdot 10^{-6}\,cm^2$$

2º: Calculando o fator c (Costa e Massarani):

$$c=\frac{1}{\varepsilon^{3/2}}\cdot\left[0,13\cdot\left(\frac{k_o}{k}\right)^{0,37}+0,10\cdot\left(\frac{k_o}{k}\right)^{0,01}\right]^{0,98}=0,7$$

Coluna B:

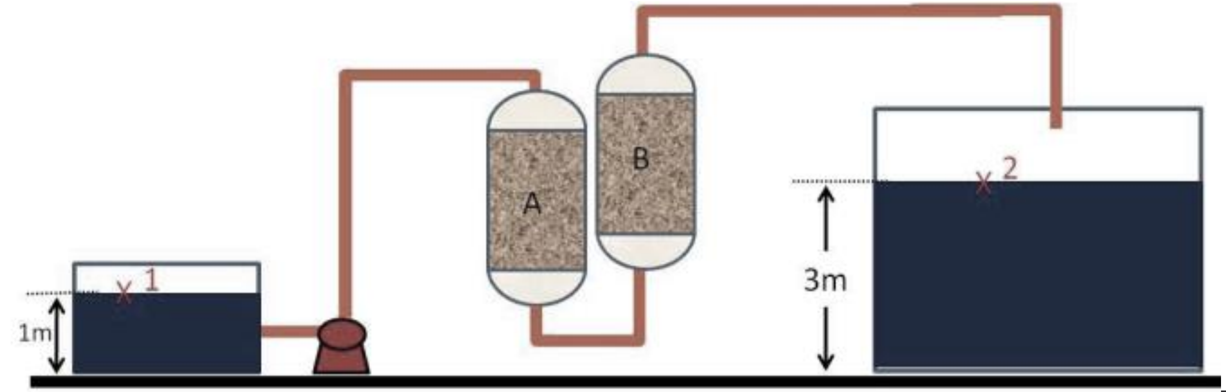
3º: Calculando a permeabilidade k (Eq. Kozeny-Carman):

$$k=\frac{\left(\overline{d}_p\cdot\phi\right)^2\cdot\varepsilon^3}{36\beta\cdot(1-\varepsilon)^2}=\frac{(0,06\cdot 1)^2\cdot 0,38^3}{150\cdot(1-0,38)^2}=3,4\cdot 10^{-6}\,cm^2$$

4º: Calculando o fator c (Costa e Massarani):

$$c=\frac{1}{\varepsilon^{3/2}}\cdot\left[0,13\cdot\left(\frac{k_o}{k}\right)^{0,37}+0,10\cdot\left(\frac{k_o}{k}\right)^{0,01}\right]^{0,98}=0,8$$

EX11- Determinar a potência da bomba que opera com uma vazão de 10 m3/h a 25ºC. Considere que a perda de carga na tubulação seja desprezível em relação ao meio poroso. Considere o fluido como sendo água (ρ=1 g/cm3 e μ=0,0089 P).



Dados: Coluna A
Diâmetro da coluna=30cm
Altura do recheio=80cm
Porosidade=0,43
Esfericidade das partículas do recheio=0,65
$X=1-e^{(-(dp/1,3)\,\hat{}\,1,83)}$
$Dp_{médio}$=0,655mm

Dados: Coluna B
Diâmetro da coluna=50cm
Altura do recheio=60cm
Porosidade=0,38
Esfericidade das partículas do recheio=1

Dp=0,6mm (todas tem o mesmo tamanho)

5º: Balanço de QM:

$$\frac{\Delta P}{\rho \cdot g} + \frac{\Delta < v >^2}{2g} + \Delta z = C - h_{tA}$$

P1=P2=Patm

Perda de carga no meio poroso:

$$h_{tA} = -\frac{L}{\rho g} \cdot \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c \cdot \rho \cdot q}{\sqrt{k}} \right] \cdot q$$

Coluna A: Calculando qA:

$$q = \frac{Q}{A} = \frac{10 \frac{m^3}{h} \frac{10^{-6} cm^3}{1m^3} \frac{1h}{3600s}}{3{,}1415 \cdot \frac{30^2}{4}} = 3{,}93 \frac{cm}{s}$$

$$h_{tA} = -\frac{80}{1 \cdot 981} \cdot \left[\frac{0{,}89 \cdot 10^{-2}}{2{,}6 \cdot 10^{-6}} + \frac{0{,}7 \cdot 1 \cdot 3{,}93}{\sqrt{2{,}6 \cdot 10^{-6}}} \right] \cdot 3{,}93$$

$$-h_{tA} = 1700cm = 17m$$

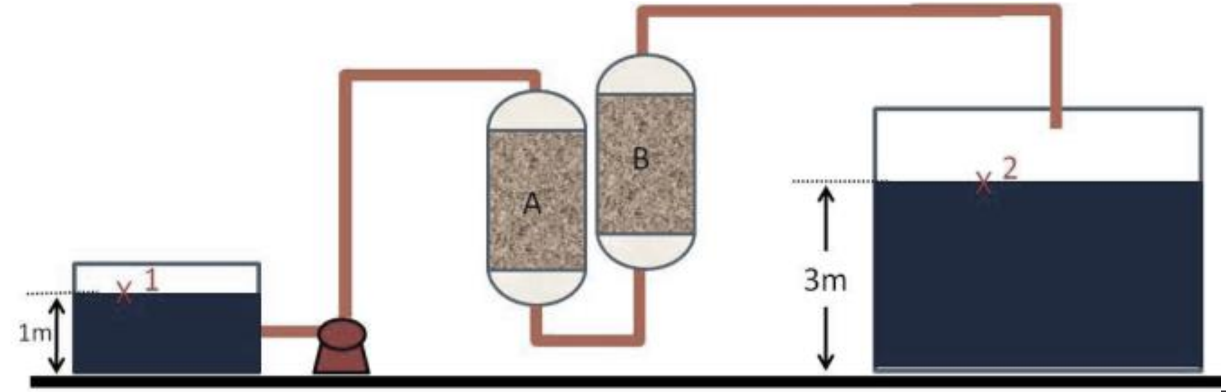
Coluna B:

$$q = 1{,}41 \frac{cm}{s}$$

$$-h_{tA} = 278{,}5cm$$

$$-h_{tA} = 2{,}8m$$

EX11- Determinar a potência da bomba que opera com uma vazão de 10 m3/h a 25ºC. Considere que a perda de carga na tubulação seja desprezível em relação ao meio poroso. Considere o fluido como sendo água (ρ=1 g/cm3 e μ=0,0089 P).



Dados: Coluna A
Diâmetro da coluna=30cm
Altura do recheio=80cm
Porosidade=0,43
Esfericidade das partículas do recheio=0,65
$X=1-e^{(-(dp/1,3)\hat{}1,83)}$
$Dp_{médio}=0,655mm$

Dados: Coluna B
Diâmetro da coluna=50cm
Altura do recheio=60cm
Porosidade=0,38
Esfericidade das partículas do recheio=1
Dp=0,6mm (todas tem o mesmo tamanho)

6º: Calculando a Carga da bomba:

$$\cancel{\frac{\Delta P}{\rho \cdot g}} + \cancel{\frac{\Delta < v >^2}{2g}} + \Delta z = C - h_{tA}$$

P1=P2=Patm

$$\Delta z = C - h_{tA} = C - (h_{tA1} + h_{tA2})$$

$$C = \Delta z + (h_{tA1} + h_{tA2})$$

$$C = (3-1) + (17 + 2,8) = 21,8m$$

7º: Cálculo da Potência da bomba:

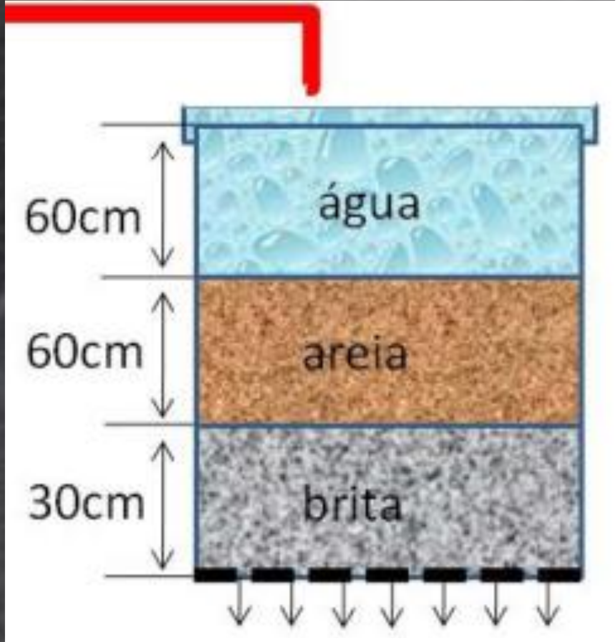
$$Pot = \frac{Q \cdot C \cdot \rho \cdot g}{\eta}$$

$$Pot = \frac{10\frac{m^3}{h}\frac{1h}{3600s} \cdot 21,8m \cdot 1000\frac{kg}{m^3} \cdot 9,8\frac{m^2}{s}}{0,6}$$

$$Pot = 989,07W \frac{1hp}{745,7W} = 1,33hp$$

$$Pot \approx 1,5hp$$

EX12- Estimar a capacidade (m3/(m2/h)) do filtro de areia esquematizado a seguir.. Ele opera com água a 20ºC (ρ=1 g/cm3 e μ=0,0089 P).. A primeira camada, com porosidade 0,37 é constituída de areia com a granulometria da tabela. A segunda camada é porosidade 0,43, é constituída de brita com 1,3cm de diâmetro, com esfericidade 0,7.



Sitema Tyler	% de massa retida
-14+20	20
-20+28	60
-28+35	20

1º: Determinação da distribuição de tamanho da areia e o Dsauter

$$\overline{D} = \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\Delta x_i}{D_i}_i \right)^{-1}$$

$$X = 1 - \exp\left(-\left(\frac{D}{0,77} \right)^{5,87} \right)$$

$$\overline{D} = \frac{1}{\dfrac{0,2}{\dfrac{1,19+0,841}{2}} + \dfrac{0,6}{\dfrac{0,841+0,595}{2}} + \dfrac{0,2}{\dfrac{0,595+0,420}{2}}}$$

$$\overline{D} = 0,68mm$$

Leito de Areia: Permeabilidade k e fator c

$$k = \frac{\left(\overline{d}_p \cdot \phi\right)^2 \cdot \varepsilon^3}{36\beta \cdot (1-\varepsilon)^2} = \frac{(0,068 \cdot 0,7)^2 \cdot 0,7^3}{180 \cdot (1-0,37)^2} = 1,61 \cdot 10^{-6} cm^2$$

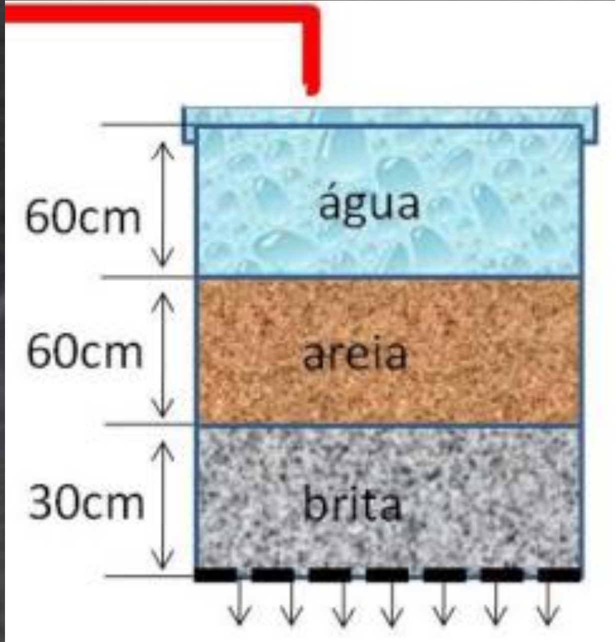
$$\text{c} = \frac{1}{\varepsilon^{3/2}} \cdot \left[0,13 \cdot \left(\frac{k_o}{k} \right)^{0,37} + 0,10 \cdot \left(\frac{k_o}{k} \right)^{0,01} \right]^{0,98} = 0,96$$

Leito de Brita

$$k = 1,13 \cdot 10^{-3} cm^2$$

$$\text{c} = 0,38$$

EX12- Estimar a capacidade (m3/(m2/h)) do filtro de areia esquematizado a seguir.. Ele opera com água a 20ºC (ρ=1 g/cm3 e μ=0,0089 P).. A primeira camada, com porosidade 0,37 é constituída de areia com a granulometria da tabela. A segunda camada é porosidade 0,43, é constituída de brita com 1,3cm de diâmetro, com esfericidade 0,7.



Sitema Tyler	% de massa retida
-14+20	20
-20+28	60
-28+35	20

3º: Calculando a Pressão no ponto 1 (entrada do tanque de areia)

$$P_1 = P_{atm} + \rho g h_{agua}$$

$$P_1 = 1013250 + 1\cdot 981\cdot 60 = 1072050 dyn/cm^2 = 1,06 atm$$

4º: Balanço de QM entre pontos 1 e 3:

$$\frac{\Delta P}{\rho \cdot g} + \cancel{\frac{\Delta < v >^2}{2g}} + \Delta z = \cancel{C} - h_{tA}$$

$$\frac{P_1 - P_3}{\rho \cdot g} + (30+60) = -h_t$$

Leito de Areia:

$$h_{\text{tAreia}} = -\frac{60}{980}\cdot\left[\frac{0,0089}{1,61\cdot 10^{-6}} + \frac{0,96\cdot 1\cdot q}{\sqrt{1,61\cdot 10^{-6}}}\right]\cdot q$$

$$h_{\text{tAreia}} = -[338,44q + 33,78q^2]$$

Leito de Brita:

$$h_{\text{tBrita}} = -[0,24q + 0,34q^2]$$

Voltando ao Balanço de QM:

$$\frac{P_1 - P_3}{\rho \cdot g} + (30+60) = -h_t$$

$$150 = 338,68q + 34,12q^2$$

$$q = 0,42\frac{cm}{s}$$

$$Q = 15\frac{m^3}{m^2/h}$$