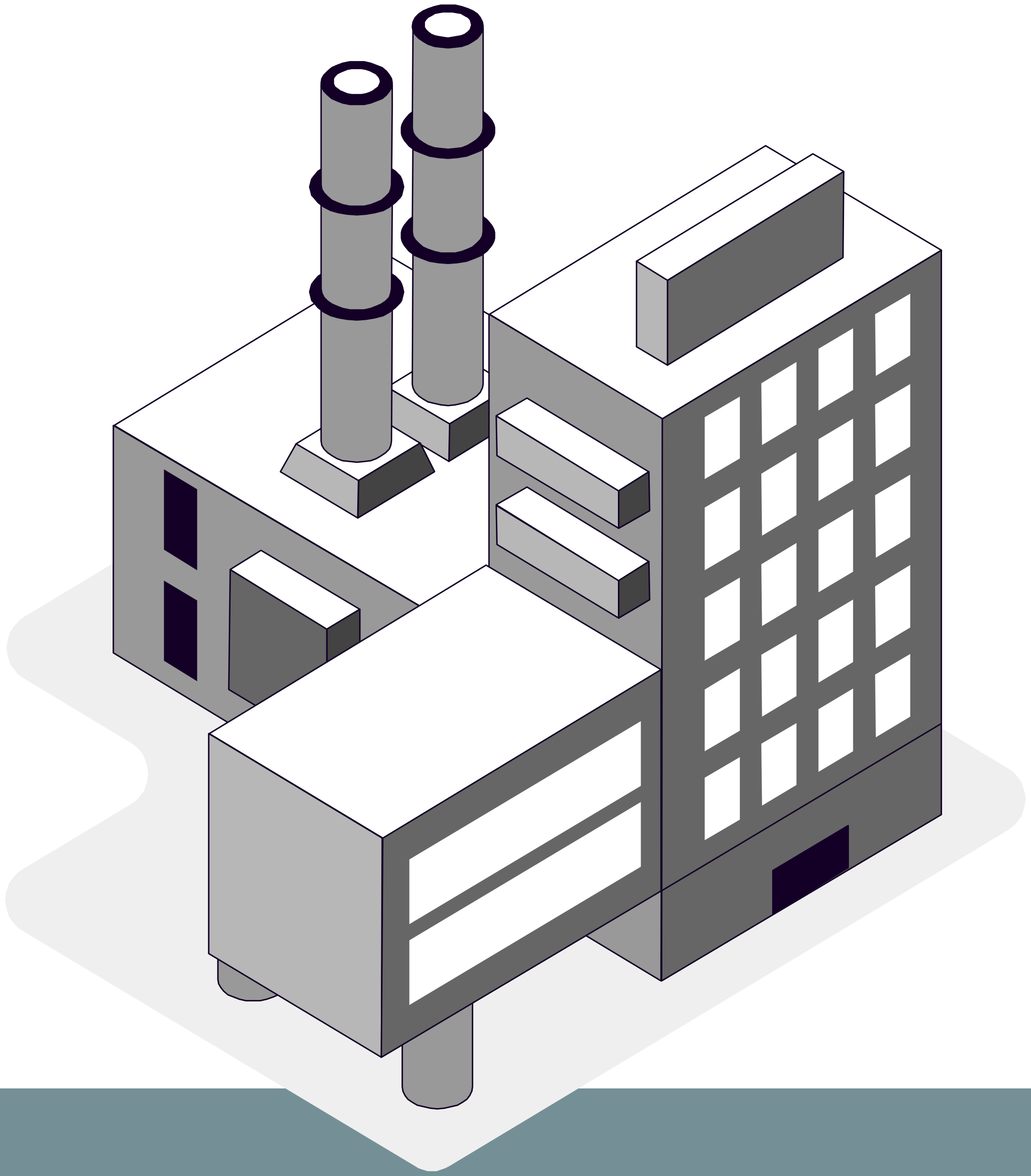
OPERAÇÕES UNITÁRIAS I

PROFª KASSIA G SANTOS

DEPARTMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA

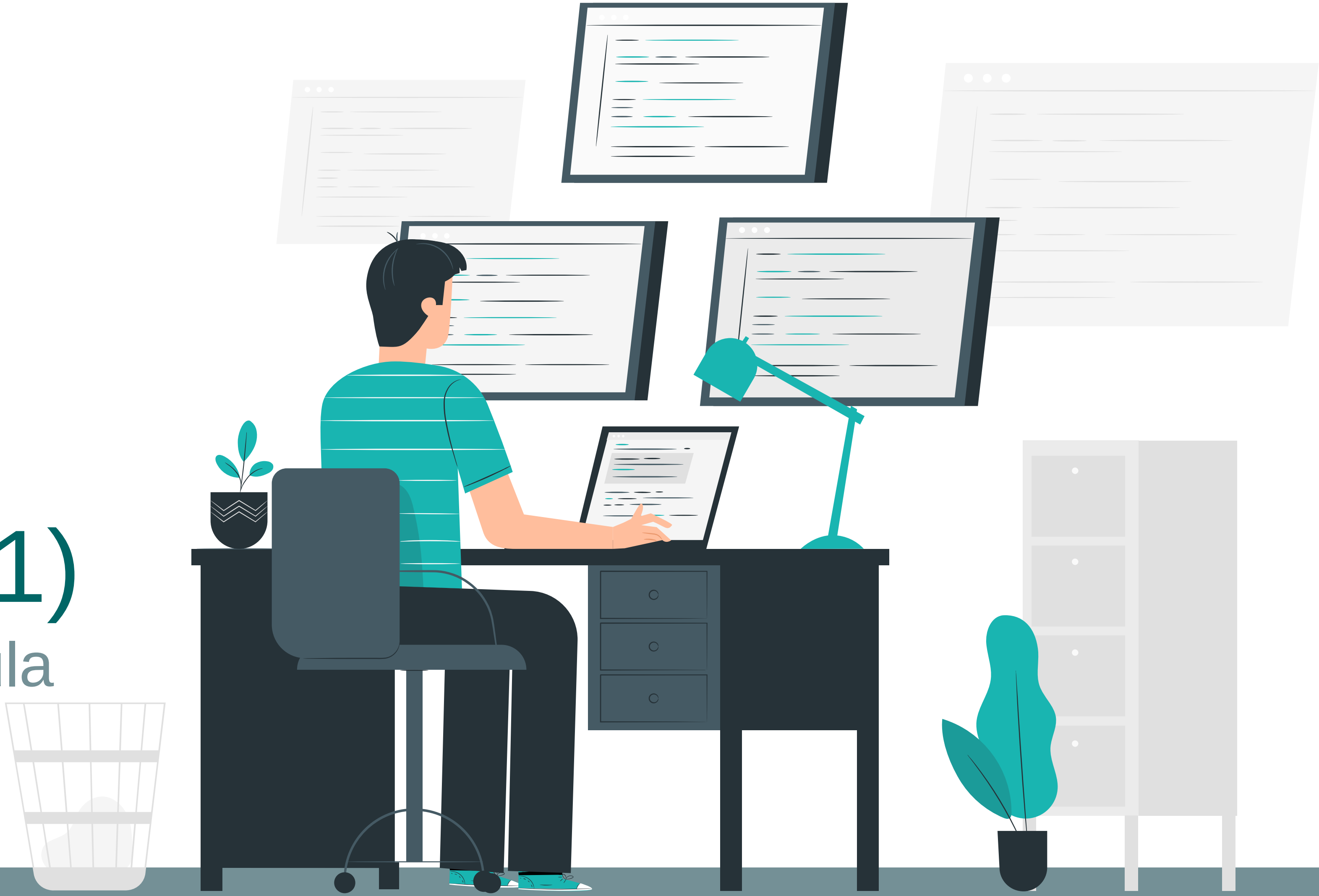
UFTM



AULA 8

3. Dinâmica da partícula (parte1)

3.1 Movimento de partícula isolada no campo gravitacional



A Dinâmica da Partícula Isolada

O conhecimento da trajetória das partículas é essencial para o entendimento e projeto de separadores sólido-fluido.

Segundo a Lei do Movimento de Newton, o somatório das forças atuantes sobre a partícula é que determina sua taxa de variação de quantidade de movimento.

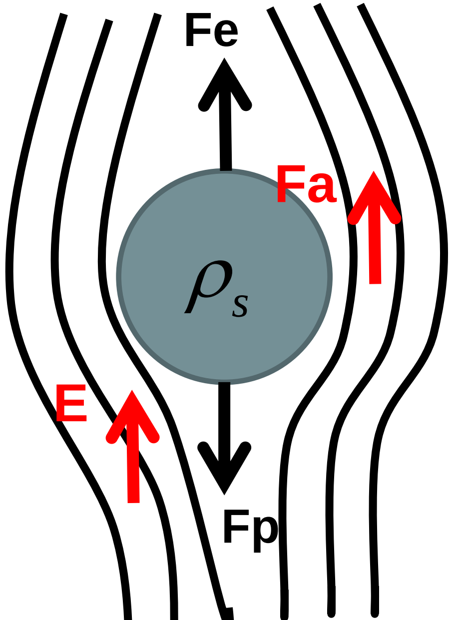
Além do empuxo e da força peso (devido ao campo gravitacional), há ainda o efeito da força resistiva que o fluido exerce sobre a partícula.

A força resistiva depende do campo de velocidade do fluido, do contorno da partícula e também da presença de outras partículas na vizinhança.

Assim, temos o balanço de forças na partícula :

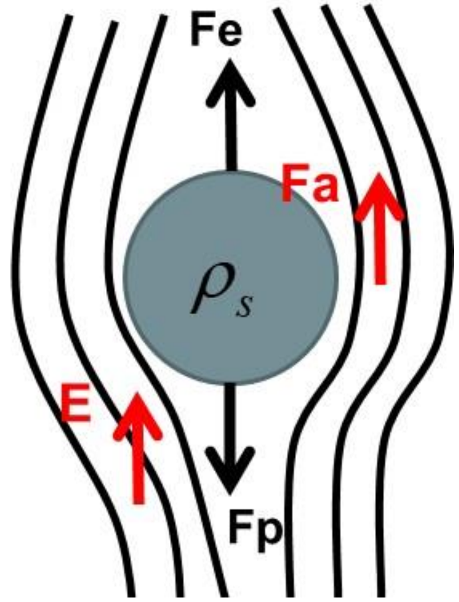
$$m\frac{dv}{dt} = \underbrace{(\rho_S - \rho)V \cdot \underset{\sim}{b}}_{\text{Empuxo e força peso}} + F_a$$

Força resistiva ou força de arraste



A Dinâmica da Partícula Isolada

Hipóteses



a) A partícula apresenta um certo grau de uniformidade

b) A posição relativa fluido-partícula não afeta o valor de Fa

c) Fa tem a direção da velocidade relativa (u-v)

d) Fluido Newtoniano

e) Partículas isoladas (não são considerados os efeitos de parede (diâmetro do sistema>>>diâmetro da partícula) e concentração (sistema diluído, uma partícula não interage com a outra))

f) Aceleração nula

A Dinâmica da Partícula Isolada

Qualquer força de resistência a um escoamento pode ser expressa pelo produto de uma área por uma energia cinética por unidade de volume e por um fator de resistência ao escoamento:

$$\Delta P = \frac{F_a}{A} = \frac{1}{2}\rho u^2 f \rightarrow F_a = \frac{A}{2}\rho u^2 f$$

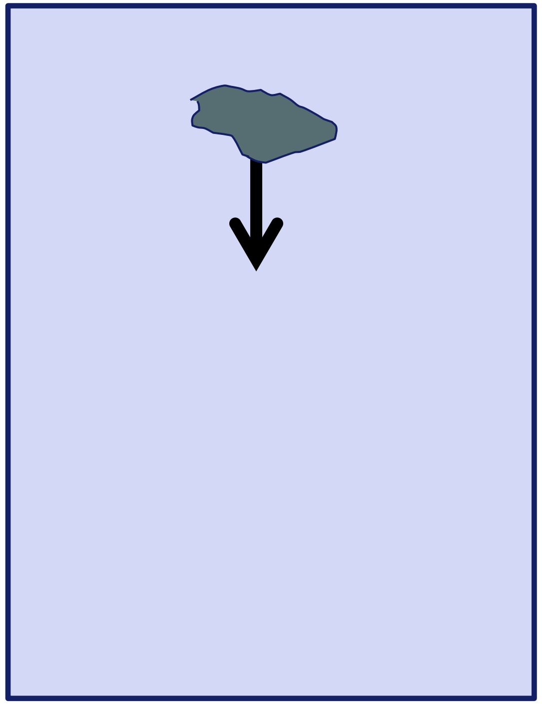
Coeficiente de arraste

$$F_a = \frac{A\rho\|\mathrm{u}-\mathrm{v}\|^2 C_D}{2}\frac{(\mathrm{u}-\mathrm{v})}{\|\mathrm{u}-\mathrm{v}\|} = \frac{A}{2}\rho\|\mathrm{u}-\mathrm{v}\| C_D(\mathrm{u}-\mathrm{v})$$

Um grande nº de experiências conduzidas com partículas regulares e irregulares indicam que:

$$C_D = C_D(\mathrm{Re},\phi) \text{ para } \mathrm{Re} = \frac{d_p\|\mathrm{u}-\mathrm{v}\|\rho}{\mu}$$

Seja a queda livre de uma partícula no campo gravitacional, atinge-se o regime permanente com a velocidade terminal, vt.



Segundo a lei do movimento de Newton (Equação do movimento da partícula)

$$\mathrm{m}\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}} = \left(\rho_S - \rho\right)\mathrm{V}\cdot \underset{\sim}{b} + F_a$$

$$\mathrm{m}\cancel{\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}}} = \left(\rho_S - \rho\right)\mathrm{V}\cdot \underset{\sim}{b} + \frac{A}{2}\rho\left\|\cancel{\mathrm{u}} - \mathrm{v}\right\|C_D\left(\cancel{\mathrm{u}} - \mathrm{v}\right)$$

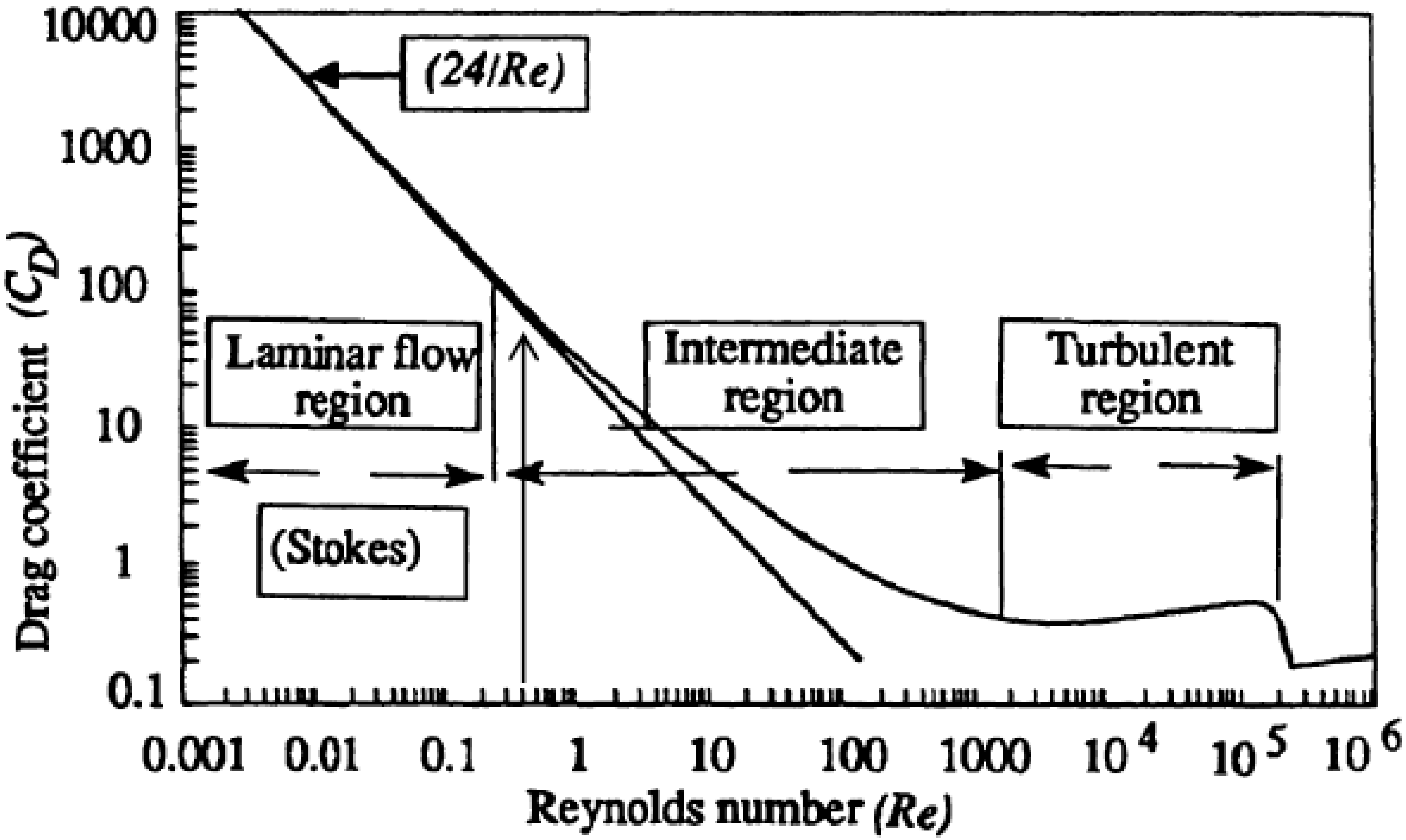
Fluido estagnado

$$0 = \left(\rho_S - \rho\right)Vg + \frac{A}{2}\rho\left\|0 - v_t\right\|C_D\left(0 - v_t\right)$$

$$\text{mas } V = \frac{\pi d_p^3}{6} \;\text{ e }\; A = \frac{\pi d_p^2}{4} \;\text{(área projetada da esfera)}$$

$$0 = \left(\rho_S - \rho\right)g\frac{\pi d_p^3}{6} - \frac{\pi d_p^2}{4}\frac{\rho v_t^2 C_D}{2} \rightarrow \boxed{C_D = \frac{4}{3}\frac{\left(\rho_S - \rho\right)d_p g}{\rho v_t^2}}$$

Conhecidos ρ_S, ρ e d_p, ao medirmos v_t obteremos C_D.



Ref: Pettyjohn, E.S. e Christiansen, E.B., "Effect of Particle Shape pn Free-Settling Rates of Isometric Particles", chem. Eng. Progress, 44,2,157, 1948.

Correlações para Dinâmica da Partícula no Campo gravitacional

⊗No regime de Stokes (Re<0,5): $C_D = \dfrac{24}{K_1 \,\mathrm{Re}}$ $\quad (K_1 = 1$ para $\phi = 1)$

$$C_D = \frac{4}{3}\frac{(\rho_S - \rho)d_p g}{\rho v_t^2} \rightarrow C_D = \frac{24}{K_1}\frac{\mu}{d_p v_t \rho_S} = \frac{4}{3}\frac{(\rho_S - \rho)d_p g}{\rho v_t^2}$$

Isolando v_t :

Para partícula esférica:

$$v_t = \frac{K_1 d_p^2 (\rho_S - \rho) g}{18\mu} \rightarrow v_t = \frac{d_p^2 (\rho_S - \rho) g}{18\mu}$$

⊗No regime de Newton (Re>1000)

$$C_D = K_2 = \frac{4}{3}\frac{(\rho_S - \rho)d_p g}{\rho v_t^2} \rightarrow v_t = \sqrt{\frac{4}{3}\frac{d_p(\rho_S - \rho)g}{K_2 \rho}}$$;(para $\phi = 1$, $K_2 = 0{,}43$)

Correlações para Dinâmica da Partícula no Campo gravitacional

⊗Na região intermediária (0,5<Re<1000).

$$\boxed{C_D \,\mathrm{Re}^2 = \frac{4}{3}\frac{\rho(\rho_s-\rho)gd_p^3}{\mu^2}}$$

Se dp é dado

$$\boxed{\frac{C_D}{\mathrm{Re}} = \frac{4}{3}\frac{(\rho_s-\rho)\mu g}{\rho^2 v_t^3}}$$

Se vt é dado

Partículas Esféricas:

$$\mathrm{Re} = \left[\left(\frac{C_D\,\mathrm{Re}^2}{24}\right)^{-0,95} + \left(\frac{C_D\,\mathrm{Re}^2}{0,43}\right)^{-0,95/2}\right]^{-1/(0,95)}$$

$$\mathrm{Re} = \left[\left(\frac{24\,\mathrm{Re}}{C_D}\right)^{0,88/2} + \left(\frac{0,43\,\mathrm{Re}}{C_D}\right)^{0,88}\right]^{(0,88)^{-1}}$$

Partículas irregulares:

$$\mathrm{Re} = \left[\left(\frac{K_1 C_D\,\mathrm{Re}^2}{24}\right)^{-n} + \left(\frac{C_D\,\mathrm{Re}^2}{K_2}\right)^{-0,5n}\right]^{-1/n} \quad ; n = 1,2$$

$$\mathrm{Re} = \left[\left(\frac{24\,\mathrm{Re}}{K_1 C_D}\right)^{0,5n} + \left(\frac{K_2\,\mathrm{Re}}{C_D}\right)^{n}\right]^{1/n} \quad ; n = 1,3$$

Correlações para Dinâmica da Partícula no Campo gravitacional

$$\mathrm{Re} = \left[\left(\frac{24\,\mathrm{Re}}{K_1 C_D} \right)^{0,5n} + \left(\frac{K_2\,\mathrm{Re}}{C_D} \right)^{n} \right]^{1/n}$$

$$0,65 < \phi \leq 1$$

$$K_1 = 0,843 \log\left(\frac{\phi}{0,065} \right)$$

$$K_2 = 5,31 - 4,88\phi$$

$$d_{Stokes} = \sqrt{\frac{18\,\mu v_t}{K_1 g \left(\rho_{cal} - \rho \right)}}$$

Variável a Ser Estimada	**Regime de Stokes** $Re < 0,5$	**Regime de Newton** $10^3 < Re < 5 \times 10^4$
c_D	$\dfrac{24}{K_1 Re}$	K_2
U	$\dfrac{(\rho_S - \rho_F) b K_1 D_p^2}{18\mu}$	$\left[\dfrac{4(\rho_S - \rho_F) b D_p}{3\rho_F K_2} \right]^{1/2}$
D_p	$\left[\dfrac{18\mu U}{(\rho_S - \rho_F) b K_1} \right]^{1/2}$	$\dfrac{3\rho_F K_2 U^2}{4(\rho_S - \rho_F) b}$

Cálculo da velocidade e do diâmetro da partícula (Pettyjohn & Christiansen, (1948).

EX11: Calcular a velocidade terminal de uma partícula caindo em um fluido, sabendo que:

Dados:

Partículas:

dp=195 μm;

ϕ=0,72

ρs=2,7 g/cm³

Fluido:

ρ= 1 g/cm³

μ=0,9 cP

Se conheço dp posso calcular v_t:

$$C_D \operatorname{Re}^2 = \frac{4}{3}\frac{\rho(\rho_s - \rho) g d_p^3}{\mu^2} \rightarrow C_D \operatorname{Re}^2 = \frac{4}{3}\frac{1\cdot(2,7-1)\cdot 980\cdot(195\cdot 10^{-4})^3}{(0,9\cdot 10^{-2})^2} = 203,55$$

Chutando Regime Intermediário (partículas irregulares):

$$\operatorname{Re} = \left[\left(\frac{K_1 C_D \operatorname{Re}^2}{24}\right)^{-1,2} + \left(\frac{C_D \operatorname{Re}^2}{K_2}\right)^{-0,6}\right]^{-1/1,2} = \left[\left(\frac{0,88\cdot 203,55}{24}\right)^{-1,2} + \left(\frac{203,55}{1,8}\right)^{-0,6}\right]^{-1/1,2} = 4,90$$

$$K_1 = 0,843\log\left(\frac{0,72}{0,065}\right) = 0,88$$

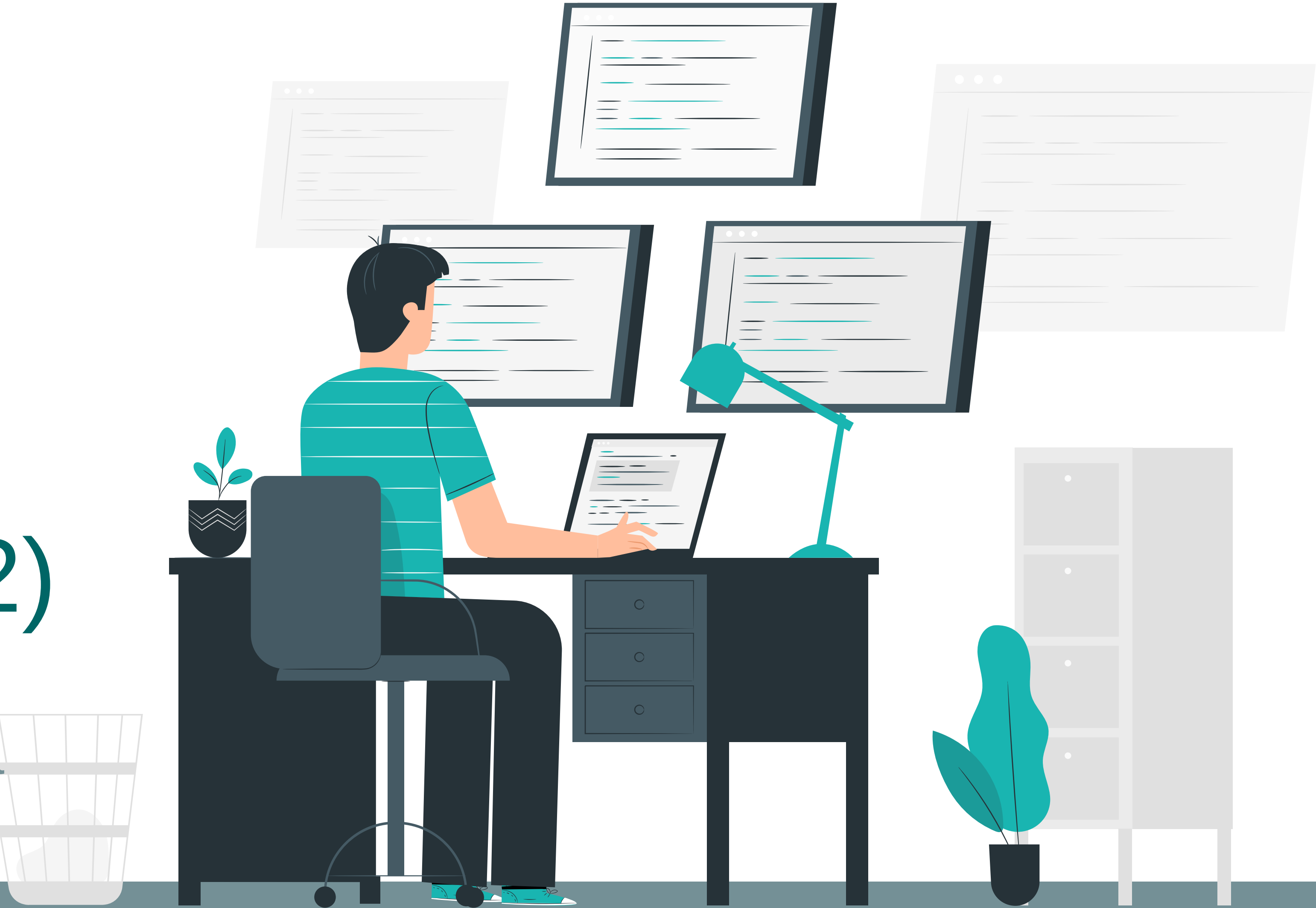
$$K_2 = 5,31 - 4,88\cdot 0,72 = 1,8$$

$$\operatorname{Re} = \frac{d_p v_t \rho}{\mu} = 4,9 \rightarrow v_t = 2,26\frac{cm}{s}$$

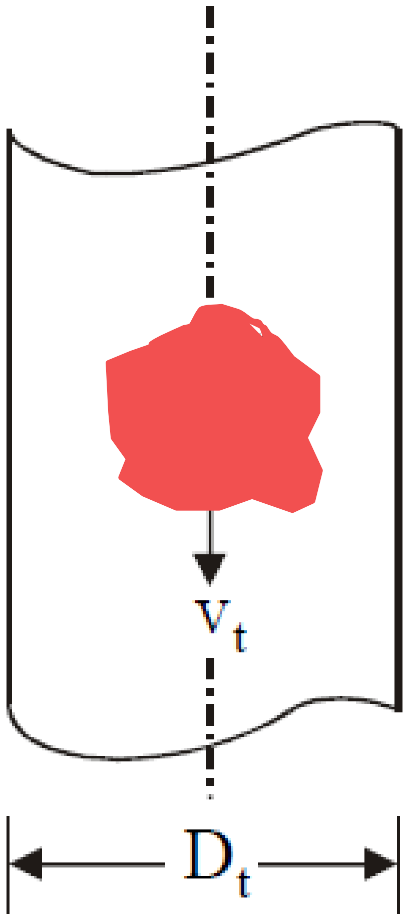
AULA 8

3. Dinâmica da partícula (parte2)

3.2 Efeito de parede e de concentração na dinâmica da partícula



Efeito de parede sobre v_t



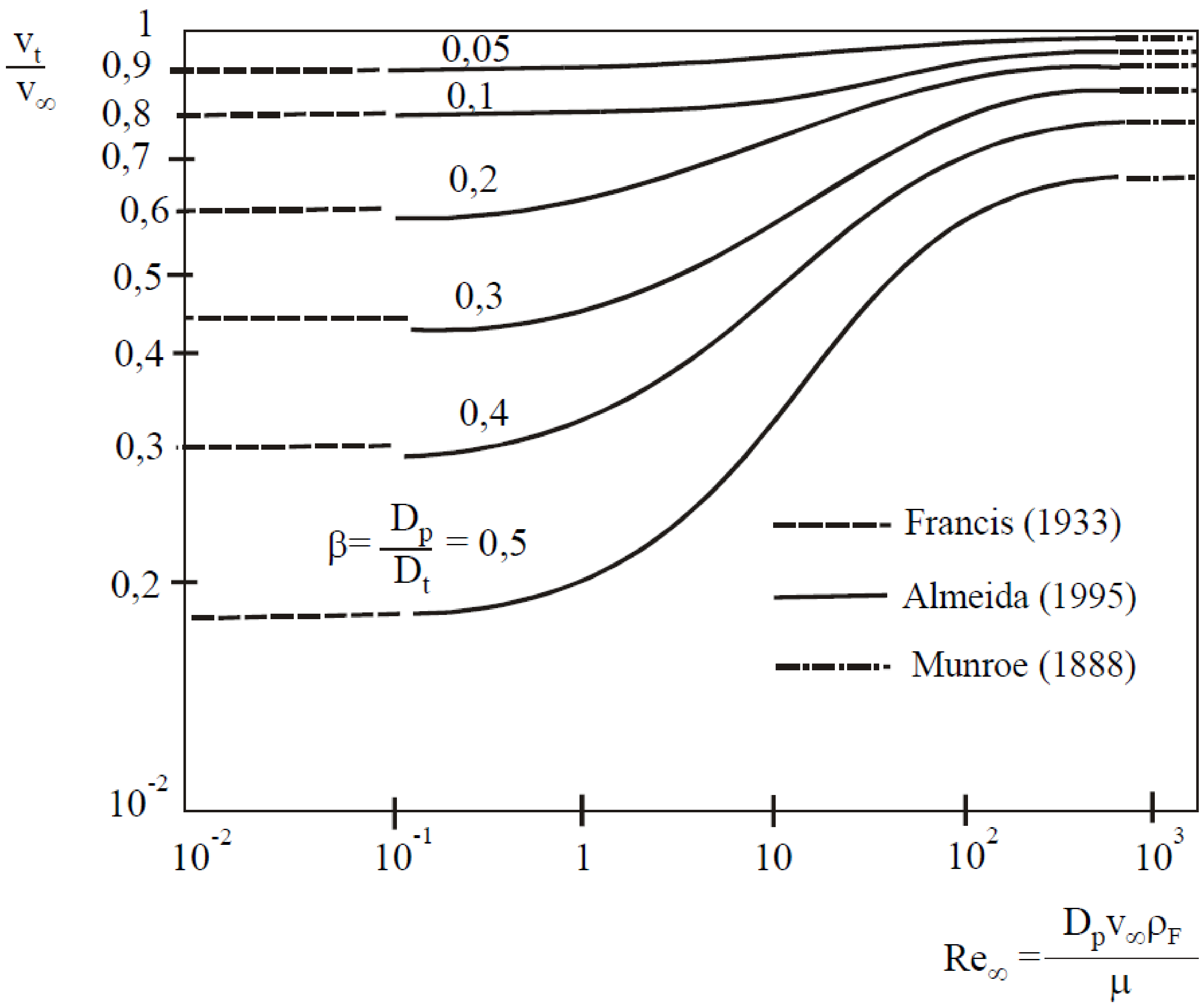
Regime	Dt/dp
Stokes	130
Newton	10

Tabela 5 - Efeito de parede na fluidodinâmica da partícula isométrica em fluido newtoniano (Almeida, 1995): $0{,}65 < \phi \le 1$ e $0 < D_P / D_t \le 0{,}5$.

$Re_\infty = \dfrac{D_P v_\infty \rho_F}{\mu}$	$k_P = \dfrac{v_t}{v_\infty}, \quad \beta = D_P / D_t$
$< 0{,}1$ (Francis, 1933)	$k_P = \left[\dfrac{1-\beta}{1-0{,}475\beta}\right]^4$
$0{,}1 - 10^3$	$k_P = \dfrac{10}{1 + A\, Re_\infty^B}$ $A = 8{,}91 e^{2{,}79\beta}, \quad B = 1{,}17 \times 10^{-3} - 0{,}281\beta$
$> 10^3$ (Munroe, 1888)	$k_P = 1 - \beta^{3/2}$

$$Re = \frac{24}{K_1} \frac{e^{3{,}54\beta}}{(c_D^n - K_2^n)^{1/n}}, \quad n = 0{,}85 \quad \text{para } Re < 35$$

Efeito de parede sobre v_t



Efeito de parede sobre v_t

Viscosímetro de Hopper

Rotâmetros de alma cônica

Efeito da concentração de partículas sobre v_t

Um grande número de dados experimentais apresentados na literatura evidencia que a velocidade terminal de uma partícula tem seu valor substancialmente reduzido pela presença de outras partículas. Esta redução, tanto mais sensível quanto maior a concentração de sólidos, é da ordem de 5% para concentrações de apenas 2%, como mostra a equação de Einstein (Govier e Aziz, 1972, p. 98).

$$v_t / v_\infty = 1/(1 + 2{,}5 c_V) \longrightarrow v_t / v_{t\infty} = f(\mathrm{Re}_\infty, \varepsilon)$$

v_t é a velocidade terminal da partícula isolada

c_V a fração volumétrica da fase sólida na suspensão.

$$Re_\infty = \frac{D_P v_\infty \rho_F}{\mu}$$

Efeito da concentração de partículas sobre v_t

A maioria das correlações apresentadas na literatura referem-se a amostras com partículas "arredondadas", em faixa granulométrica "estreita" representada por um diâmetro médio que possivelmente não caracteriza a fluidodinâmica da suspensão. Como consequência da caracterização incompleta do sistema particulado, as correlações da literatura podem diferir substancialmente entre si.

A. Correlação de Richardson e Zaki (1954) para partículas arredondadas:

$$U / v_\infty = \varepsilon^n, \quad n = n(Re_\infty)$$

Re_∞	$< 0{,}2$	$0{,}2\text{-}1$	$1\text{-}500$	> 500
n	3,65	$4{,}35\, Re_\infty^{-0{,}03} - 1$	$4{,}45\, Re_\infty^{-0{,}1} - 1$	1,39

Efeito da concentração de partículas sobre v_t

B. Correlação de Politis e Massarani (1989) para partículas irregulares (areia, hematita, itabirito, dolomita e quartzo, $0,47<\phi<0,80$).

$$U / v_\infty = \varepsilon^{5,93\, Re_\infty^{-0,14}} \quad , \quad 9,5 < Re_\infty < 700 .$$

C. Correlações empíricas estabelecidas com base nos dados experimentais reunidos por Concha e Almendra (1978) (Massarani e Santana, 1994):

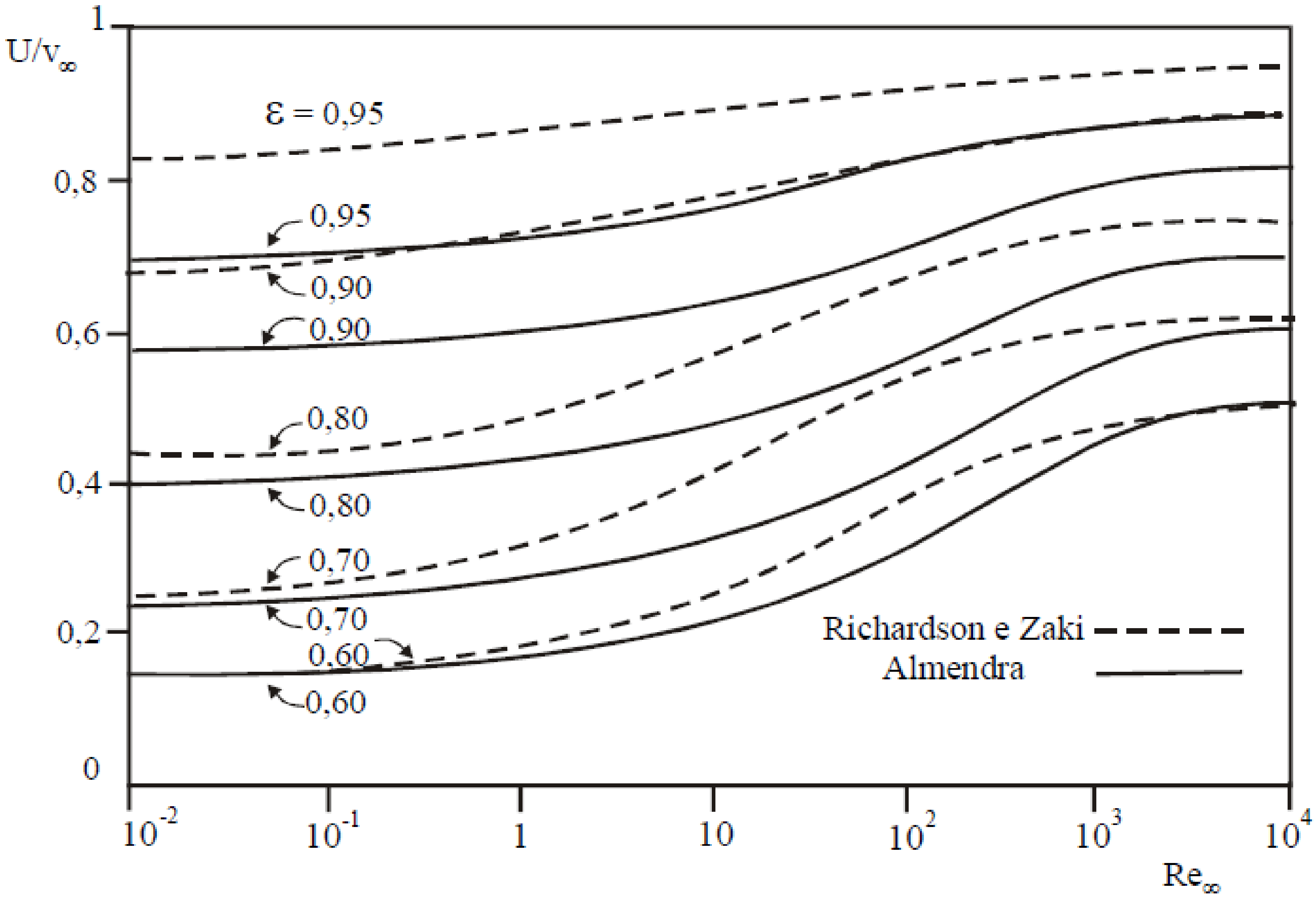
Regime de Stokes: $\mathrm{Re}_\infty < 0,2$, $\dfrac{U}{v_\infty} = \begin{cases} 0,83\varepsilon^{3,94}, & 0,5 < \varepsilon \le 0,9 \\ 4,8\varepsilon - 3,8, & 0,9 < \varepsilon < 1 \end{cases}$

Regime Intermediário: $1 < \mathrm{Re}_\infty < 500$, $\dfrac{U}{v_\infty} = \dfrac{1}{1 + A\,\mathrm{Re}_\infty^{-B}}$, $0,5 < \varepsilon < 0,95$

$A = 0,28\varepsilon^{-5,96}$, $B = 0,35 - 0,33\varepsilon$

Regime de Newton: $\mathrm{Re}_\infty > 2\times 10^3$, $\dfrac{U}{v_\infty} = 0,095\exp(2,29\varepsilon)$, $0,5 < \varepsilon < 0,95$.

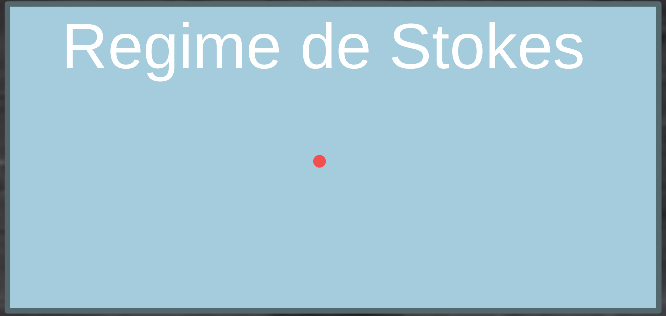
Efeito da concentração de partículas sobre v_t



EX12: Deseja-se planejar uma experiência que consiste na medida da velocidade terminal limitando, com a escolha adequada do diâmetro do cilindro de testes, o efeito de parede a 5%. A partícula tem diâmetro 5mm . $k_p = 0,95$

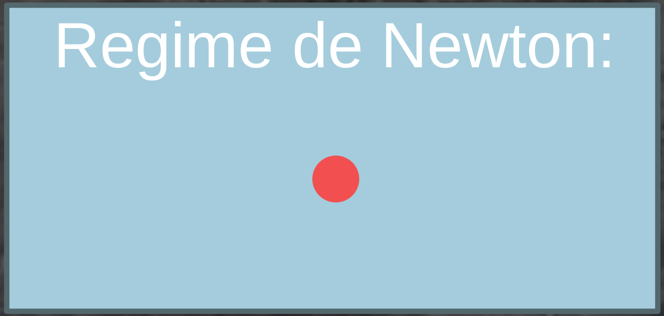
Regime de Stokes : $< 0,1$ (Francis, 1933)

$$k_p = \left[\frac{1-\beta}{1-0,475\beta} \right]^4 = 0,95 \rightarrow \beta = \frac{d_p}{D_t} = 0,024 \rightarrow D_t = 208mm$$



Regime de Newton: $> 10^3$ (Munroe, 1888)

$$k_p = 1-\beta^{3/2} = 0,95 \rightarrow \beta = \frac{d_p}{D_t} = 0,1357 \rightarrow D_t = 36,84mm$$



O efeito da parede é bem mais agudo no regime de Stokes que no de Newton.

EX13: (EX2 Massarani, pg 32) Calcular a velocidade de sedimentação de uma suspensão de partículas (260 g solido/L suspensão) em querosene.

Dados:

Partículas:

dp=0,8mm

dp=0,08 cm;

ϕ=0,8

ρs=2,3 g/cm³

C= 260 g/L

Fluido:

ρ= 0,9 g/cm³

μ=2,3 cP

Porosidade:?

Se conheço dp posso calcular $v_{t\infty}$: (partícula isolada):

$$C_D \mathrm{Re}^2 = \frac{4}{3}\frac{\rho(\rho_s-\rho)gd_p^3}{\mu^2} \rightarrow C_D \mathrm{Re}^2 = \frac{4}{3}\cdot\frac{0,9\cdot(2,3-0,9)\cdot 980\cdot(0,08)^3}{(0,023)^2} = 1953,5$$

Chutando Regime Intermediário (partículas irregulares):

$$\mathrm{Re}_\infty = \left[\left(\frac{K_1 C_D \mathrm{Re}^2}{24}\right)^{-1,2} + \left(\frac{C_D \mathrm{Re}^2}{K_2}\right)^{-0,6}\right]^{-1/1,2} = \left[\left(\frac{0,919\cdot 1539,5}{24}\right)^{-1,2} + \left(\frac{1593,5}{1,406}\right)^{-0,6}\right]^{-1/1,2} = 24,15$$

$$K_1 = 0,843\log\left(\frac{0,8}{0,065}\right) = 0,919$$

$$K_2 = 5,31 - 4,88\cdot 0,8 = 1,406$$

$$\rightarrow v_{t\infty} = 7,714\frac{cm}{s}$$

Porosidade:

$$\varepsilon = \left(\frac{1000cm^3 - {}^{260g}\!/_{2,3g/cm^3}}{1000cm^3}\right) = 0,887$$

$$\frac{v_t}{v_{t\infty}} = \left[\frac{1}{1-(0,28\varepsilon^{-5,96})\mathrm{Re}_\infty^{-(0,35-0,33\varepsilon)}}\right] = 0,677$$

$$v_t = 0,677\cdot 7,714 = 5,22$$

Atividades da Aula 8

Individual:

- ❑ Refaça os exercícios.
- ❑ Faça Exercícios do livro Massarani deste tema.