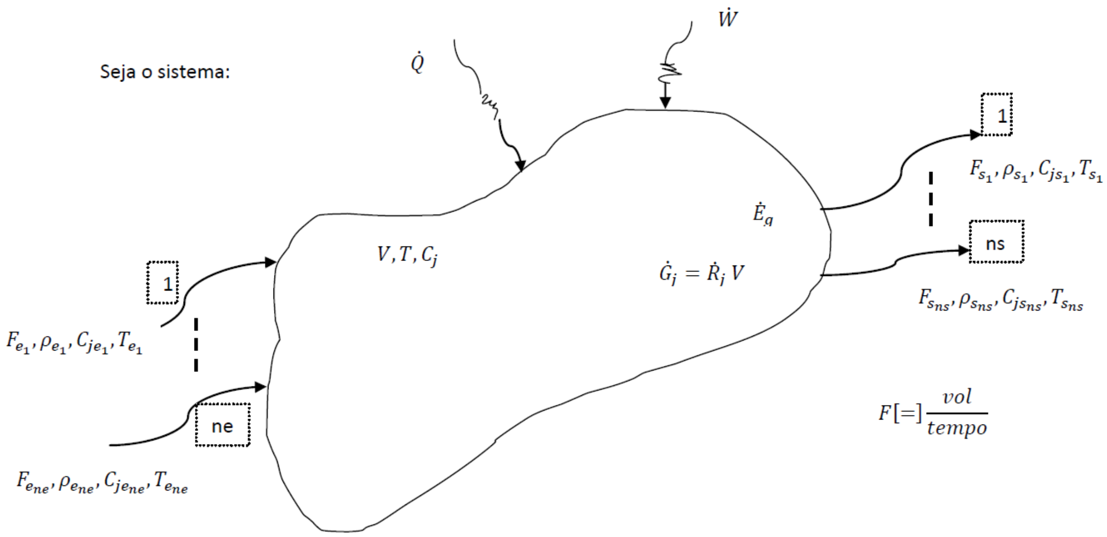
Modelagem a parâmetros concentrados

Seja o sistema:



Em que ocorrem $r_1, \cdots, r_M$ reações químicas. Sabe-se que $\dot{R}_j = \sum_{i=1}^{M} \alpha_{ij} r_i$ e que

$$\dot{E}_g = \sum_{i=1}^{M} (\eta \Delta H_{Ri}) r_i V$$

.

A esse sistema aplicar-se-á os princípios de conservação de Massa, massa do componente, de energia e de quantidade de movimento.

A - Balanço de Massa Total (m_T)

$$\frac{dm_T}{dt} = \sum_{i=1}^{ne} \dot{m}_{Te_i} - \sum_{i=1}^{ns} \dot{m}_{Ts_i}$$

Escrevendo na sua forma mais comum:

$$\frac{d\rho V}{dt} = \sum_{i=1}^{ne} F_{e_i}\rho_{e_i} - \sum_{i=1}^{ns} F_{s_i}\rho_{s_i}$$

Se $\rho = \rho(T)$, então:

$$\boxed{\rho \frac{dV}{dt} + V\frac{d\rho}{dT}\frac{dT}{dt} = \sum_{i=1}^{ne} F_{e_i}\rho_{e_i} - \sum_{i=1}^{ns} F_{s_i}\rho_{s_i}}$$

B - Balanço de Massa do Componente j (m_j)

$$\frac{dm_j}{dt} = \sum_{i=1}^{ne} \dot{m}_{je_i} - \sum_{i=1}^{ns} \dot{m}_{js_i} + \dot{R}_j\,\overline{PM}_j V$$

Escrevendo na sua forma mais comum:

$$\frac{dV\,C_j\,\overline{PM}_j}{dt} = \sum_{i=1}^{ne} F_{e_i}C_{je_i}\overline{PM}_j - \sum_{i=1}^{ns} F_{s_i}C_{js_i}\,\overline{PM}_j + \dot{R}_j\,\overline{PM}_j V$$

$$\frac{dV\,C_j}{dt} = \sum_{i=1}^{ne} F_{e_i}C_{je_i} - \sum_{i=1}^{ns} F_{s_i}C_{js_i} + \dot{R}_j\,V$$

$$\boxed{V\,\frac{dC_j}{dt} + C_j\,\frac{dV}{dt} = \sum_{i=1}^{ne} F_{e_i}C_{je_i} - \sum_{i=1}^{ns} F_{s_i}C_{js_i} + \dot{R}_j\,V}$$

C - Balanço de Energia (E_T)

$$\frac{dE_T}{dt} = \sum_{i=1}^{ne} \dot{E}_{Te_i} - \sum_{i=1}^{ns} \dot{E}_{Ts_i} + \dot{Q} + \dot{W} + \dot{E}_g$$

Escrevendo na sua forma mais comum para **fase única de fluido incompressível**:

$$\frac{dm_T\,H}{dt} = m_T\frac{dH}{dt} + H\,\frac{dm_T}{dt} = \sum_{i=1}^{ne} \dot{m}_{e_i}H_{ei} - \sum_{i=1}^{ns} \dot{m}_{s_i}H_{si} + \dot{Q} + \dot{W}_{eixo} + \dot{E}_g$$

Ou, substituindo m_T, $H = C_pT$, $\frac{dm_T}{dt}$, $\dot{m}_{e_i}$, $\dot{m}_{s_i}$ e $\dot{E}_g$ tem-se:

$$m_T\frac{dC_pT}{dt} + C_pT\left(\rho\frac{dV}{dt} + V\frac{d\rho}{dT}\frac{dT}{dt}\right) = \sum_{i=1}^{ne} F_{e_i}\rho_{e_i}C_{pei}T_{ei} - \sum_{i=1}^{ns} F_{s_i}\rho_{s_i}C_{psi}T_{si} + \dot{Q} + \dot{W}_{eixo} + \dot{E}_g$$

Ou, se $C_p = C_p(T)$

$$\boxed{\left(\rho V C_p + \rho V T\,\frac{dC_p}{dT} + C_pT\,V\frac{d\rho}{dT}\right)\frac{dT}{dt} + \rho C_pT\frac{dV}{dt}}$$

$$\boxed{= \sum_{i=1}^{ne} F_{e_i}\rho_{e_i}C_{pei}T_{ei} - \sum_{i=1}^{ns} F_{s_i}\rho_{s_i}C_{psi}T_{si} + \dot{Q} + \dot{W}_{eixo} + \sum_{i=1}^{M}(\eta\Delta H_{Ri})\,r_iV}$$

Com condições iniciais:

$$\boxed{T(t_o) = T_o, \qquad V(t_o) = V_o, \;\; C_j(t_o) = C_{j_o}}$$

(Fonte: Oliveira-Lopes, L.C., Modelagem e Simulação de Processos, UFU, 2013.)