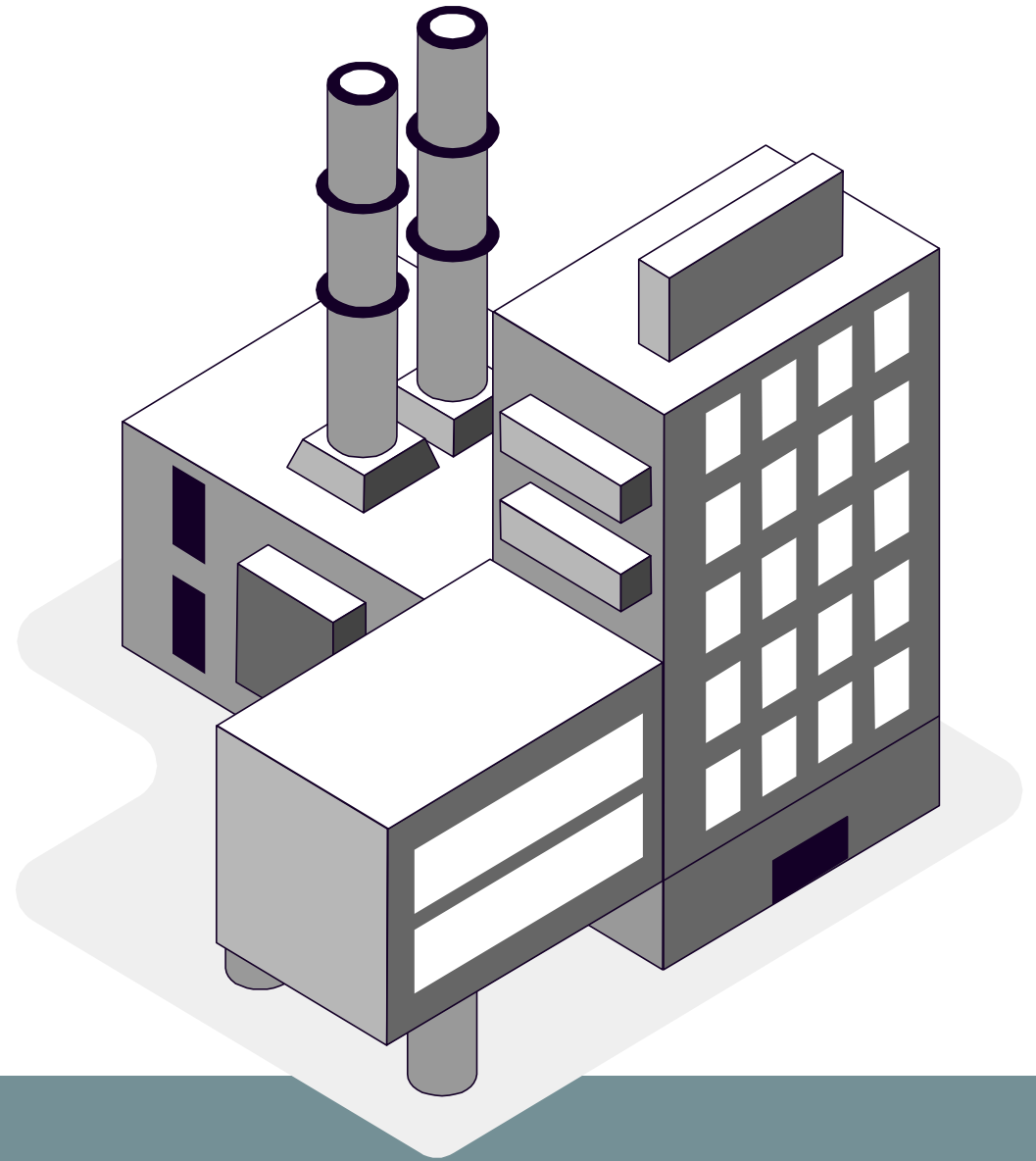


# OPERAÇÕES UNITÁRIAS III

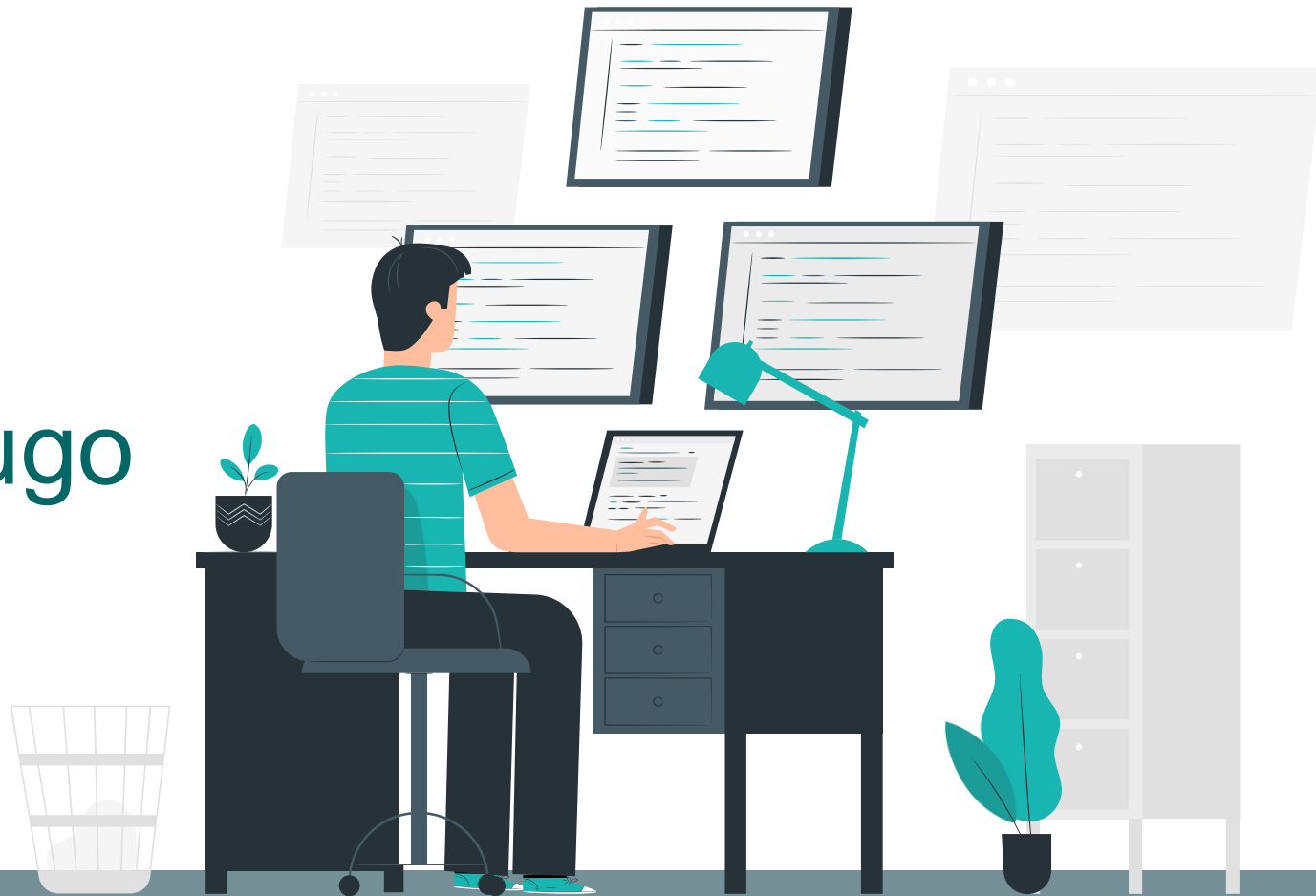
PROF<sup>a</sup> KASSIA G SANTOS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA  
UFTM



# AULA 7

Separação no  
campo centrífugo  
- Centrífugas  
Tubulares



# Dinâmica da partícula no Campo Centrífugo

$$m \frac{dv}{dt} = (\rho_s - \rho) V \cdot \underset{\sim}{b} + \frac{A}{2} \cdot \|u - v\|^2 \cdot \rho \cdot C_D \cdot \frac{(u - v)}{\|u - v\|};$$

➤ Direção angular ( $\theta$ ):

$$0 = (\rho_s - \rho) V \cdot 0 + \frac{A}{2} \cdot \|u - v\| \cdot \rho \cdot C_D \cdot (u_\theta - v_\theta) \Rightarrow u_\theta = v_\theta$$

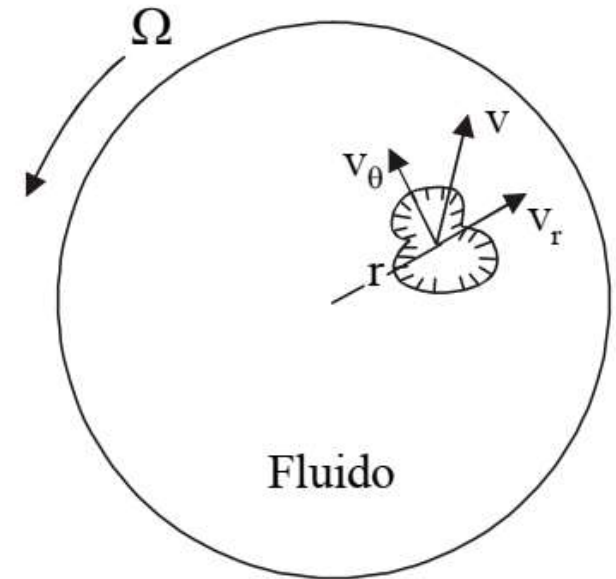
➤ Direção radial ( $r$ ):  $0 = (\rho_s - \rho) V \cdot b_r + \frac{A}{2} \cdot \|u - v\| \cdot \rho \cdot C_D \cdot (u_r - v_r);$

$$\text{Assim: } \frac{A}{2} \cdot \rho \cdot C_D \cdot v_r^2 = (\rho_s - \rho) V \cdot b_r$$

$$\Rightarrow \frac{\pi d_p^2}{8} \cdot \rho \cdot C_D \cdot v_r^2 = (\rho_s - \rho) \cdot b_r \cdot \frac{\pi d_p^3}{6}$$

$$\text{Isolando } \Rightarrow C_D = \frac{4 (\rho_s - \rho) \cdot d_p \cdot b_r}{3 \rho \cdot v_r^2}$$

$$\underset{\sim}{b} = \begin{cases} b_\theta = 0 \\ b_r = \frac{v_\theta^2}{r} \end{cases} \quad \text{e} \quad u = \begin{cases} u_\theta = \Omega r \\ u_r = 0 \end{cases}$$



$$\text{Onde: } \|u - v\| = \sqrt{\underbrace{(u_\theta - v_\theta)^2}_{=0} + \underbrace{(u_r - v_r)^2}_{=0}} = |v_r|;$$

# Dinâmica da partícula no Campo Centrífugo

$$\text{Mas } C_{D-\text{Stokes}} = \frac{24}{K_1 \text{Re}} \rightarrow \frac{4(\rho_s - \rho) \cdot d_p \cdot b_r}{3 \rho \cdot v_r^2} = \frac{24\mu}{K_1 d_p v_r \rho}$$

$$\text{Isolando: } v_r = \frac{K_1 d_p^2 \cdot (\rho_s - \rho) \cdot b_r}{18\mu}$$

$$\text{Mas: } b_r = \frac{v_\theta^2}{r} = \frac{u_\theta^2}{r} = \frac{\Omega^2 r^2}{r} = \Omega^2 r$$

$$\boxed{v_r = \frac{K_1 d_p^2 \cdot (\rho_s - \rho) \cdot \Omega^2 r}{18\mu}} \quad \boxed{v_r = \frac{dr}{dt}}$$

$$\text{Integrando de 0 a R: } t = \frac{18\mu}{K_1 d_p^2 \cdot (\rho_s - \rho) \cdot \Omega^2} \ln\left(\frac{R}{r}\right)$$

$$\tilde{b} = \begin{cases} b_\theta = 0 \\ b_r = \frac{v_\theta^2}{r} \end{cases} \quad \text{e} \quad \mathbf{u} = \begin{cases} u_\theta = \Omega r \\ u_r = 0 \end{cases}$$

**Efeito Centrífugo, K:**

$$K = \frac{mv^2 / r}{mg} = \frac{m(2\pi r N)^2 / r}{mg}$$

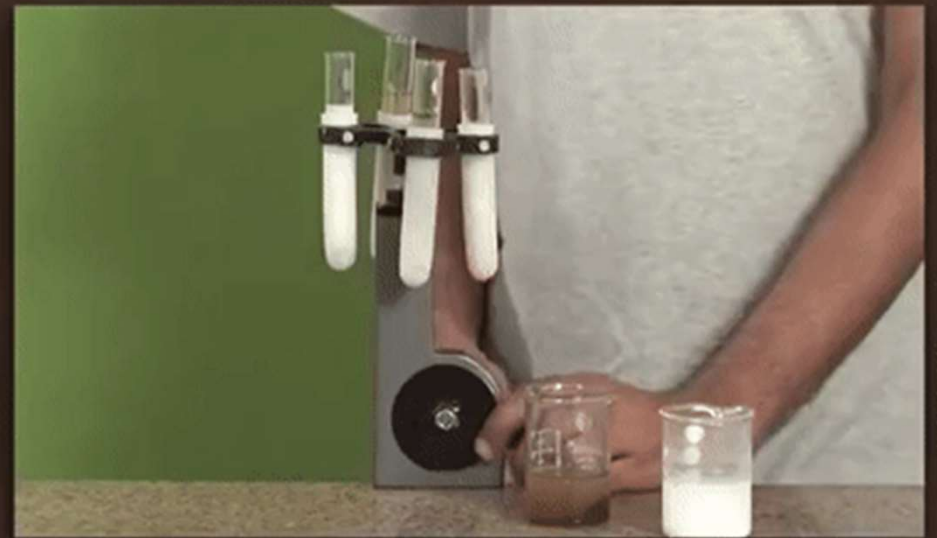
$$K = \frac{4\pi^2 r^2 N^2 / r}{g} = \frac{4\pi^2 r N^2}{g}$$

$$K = 2,012 N^2 D_c$$

(N [rps] e Dc [m])

# CENTRIFUGAÇÃO

Processo de separação sólido-líquido promovido pela ação do campo centrífugo atuando sobre a suspensão, que possui constituintes com diferentes densidades.



# Centrífugas Tubulares

Referências → Perry – Cap. 18 e Svarovsky – “Solid-Liquid Separation”.

Os separadores centrífugos fazem uso do princípio bem conhecido, de estar sujeito a uma força que surge pelo giro de qualquer objeto em torno de um ponto central, a uma distância radial constante.

Esta força é a força centrípeta que age na direção radial no sentido do centro de rotação. O conteúdo do objeto exerce sobre ele uma força igual e oposta (força centrífuga) dirigida para as paredes do recipiente.

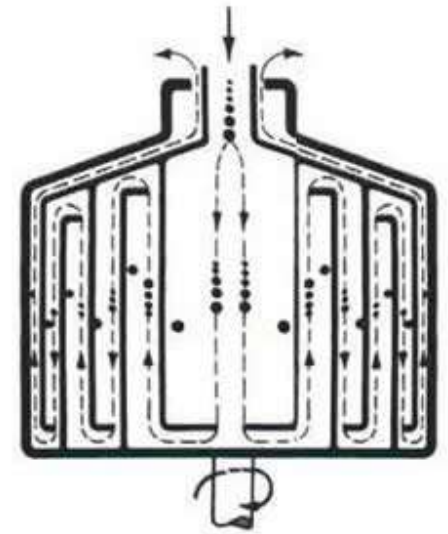
Quando o vaso gira em torno do seu eixo vertical, líquido e sólidos ficam sujeitos à ação de duas forças: a da gravidade, que age para baixo e a força centrífuga, que age horizontalmente (no sentido radial). Num equipamento centrifugador comercial, contudo, a força centrífuga é normalmente tão grande que a da gravidade pode ser desprezada.

# Tipos de Centrífugas

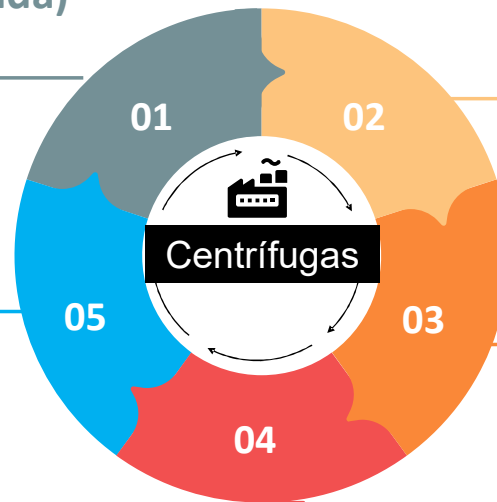
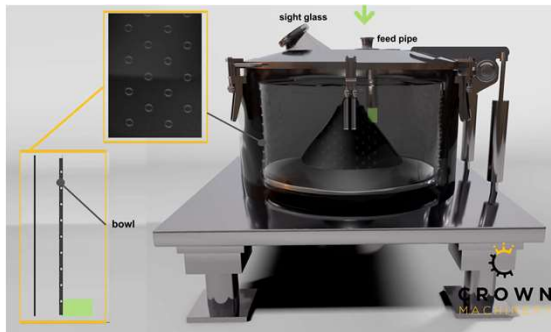


Tubulares  
(batelada)

Multicâmara  
(batelada)



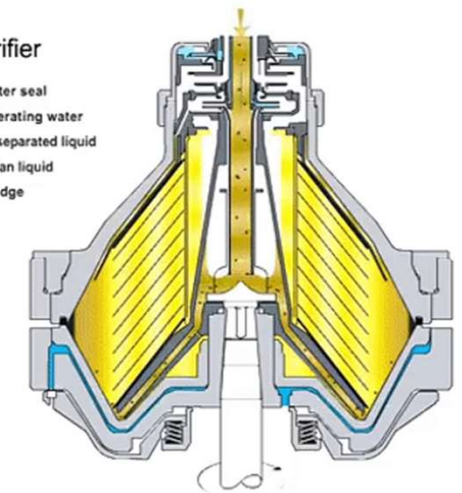
De cesto (filtradoras)



À disco

Clarifier

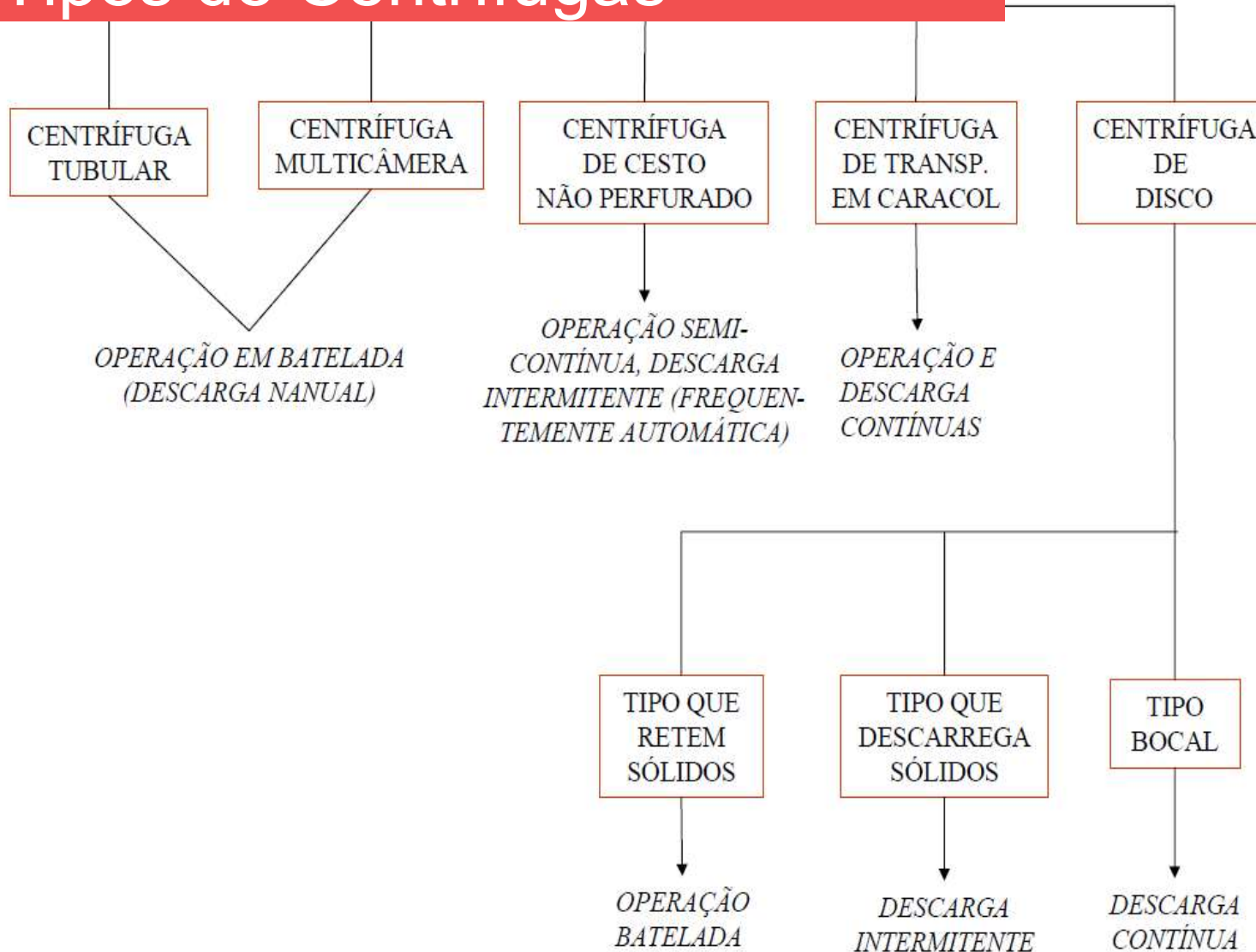
- Water seal
- Operating water
- Unseparated liquid
- Clean liquid
- Sludge



Helicoidais



# Tipos de Centrífugas





# Centrífugas Decantadoras

## • Aplicações Centrífugas Decantadoras

- a) remoção água de óleos (purificação óleo oliva)
- b) recuperação lanolina
- c) obtenção plasma sangüíneo
- d) remoção de proteínas de suspensões
- e) extração líquido-líquido
- f) etc

## • Vantagens Centrífugas Decantadoras

- a) compacta
- b) alta eficiência de separação
- c) ideal p/ separar produtos de difícil separação por outros métodos
- d) pode promover a classificação do material
- e) rapidez de operação

## • Desvantagens Centrífugas Decantadoras

- a) construção complicada
- b) capacidade limitada

# CENTRÍFUGA TUBULAR

- ❑ A alimentação entra pelo fundo do vaso, sob pressão através de um bocal de alimentação.
- ❑ O líquido sobe em forma axial e é descarregado no topo (continuamente).
- ❑ Os sólidos se movem com o líquido para cima e têm ao mesmo tempo, uma velocidade radial dependente do seu tamanho e densidade.
- ❑ Se a trajetória da partícula intercepta a parede do vaso, ela é removida do líquido, do contrário aparece no efluente
- ❑ K entre 13000 e 65000
- ❑ Vazões entre 3 a 30 L/min



# CENTRÍFUGA TUBULAR

- ❑ A espessura da camada líquida coletora é controlada pela posição radial do orifício de drenagem no topo do vaso.
- ❑ Quando a quantidade de sólidos coletada já é suficiente para prejudicar a qualidade da separação, o processo é interrompido e os sólidos são descarregados.
- ❑ Como a limpeza do vaso requer 0,25 homens-hora, a principal utilidade do equipamento é para suspensões com  $C_v < 1\%$
- ❑ Capacidade desde 10 gal/h para separar pequenas bactérias de meio de cultura e até 1200 gal/h para purificar óleos lubrificantes.
- ❑ Modelos comerciais → Vasos de 4 a 5 in de diâmetro e até 30 in de comprimento.

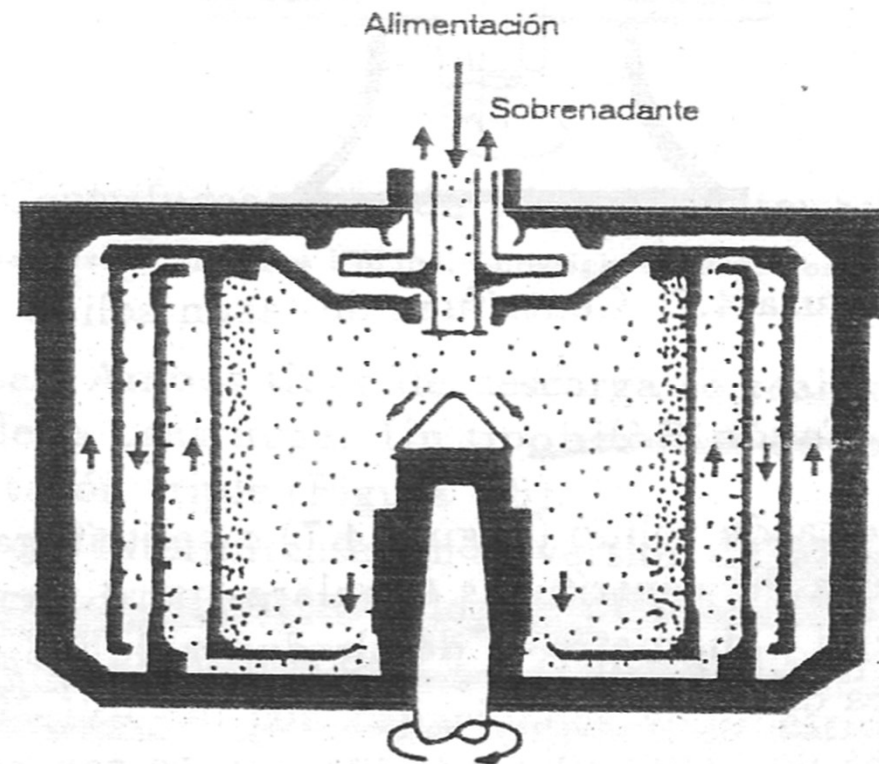


# CENTRÍFUGA MULTICÂMARA

Utilizada somente para a clarificação de líquidos, como por exemplo óleo isento de água.

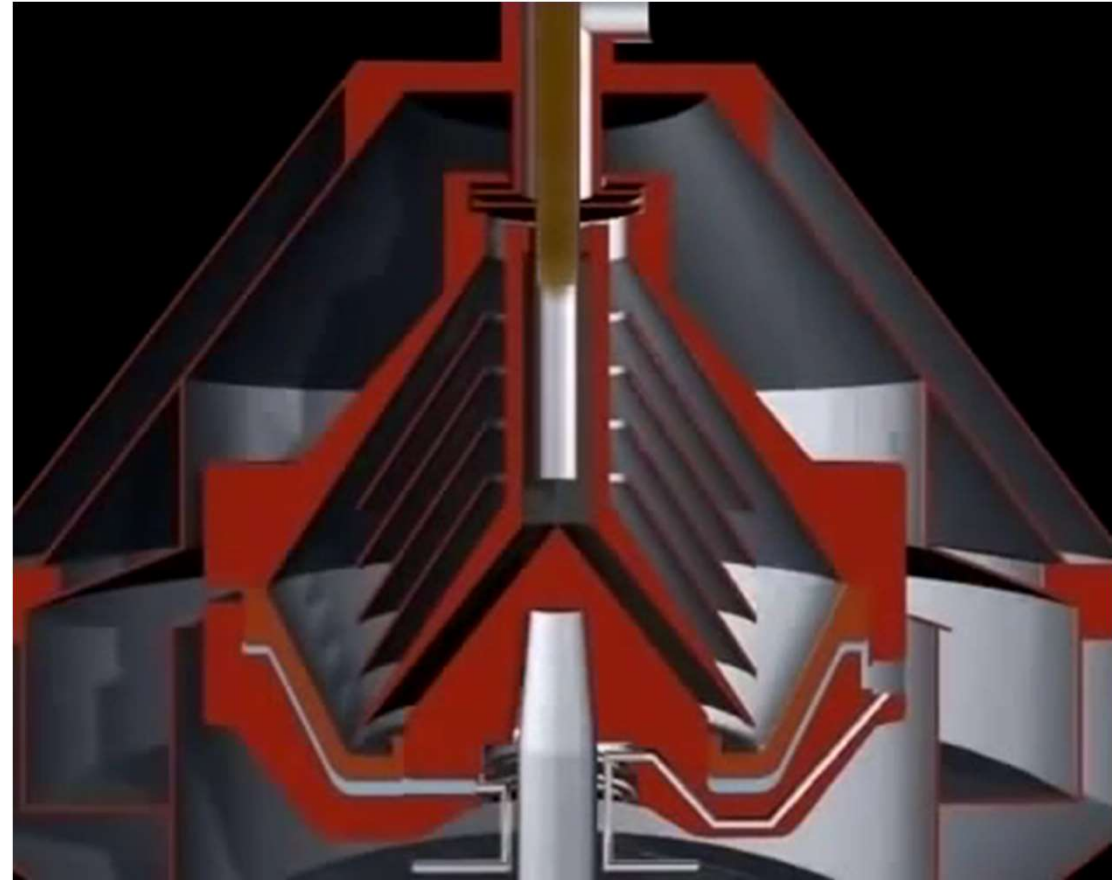
O tambor é dotado de 2 a 8 elementos cilíndricos interno, resultando em uma série de câmaras anulares unidas consecutivamente.

O produto a ser clarificado entra no tambor pelo centro, escoando consecutivamente por cada câmara anelar a partir da câmara mais interna. Em cada câmara, conforme o diâmetro vai aumentando, o produto escoar por zonas centrífugas cada vez maiores, até o final do processo.



# CENTRÍFUGA DE DISCO

- ❑ Os discos reduzem a distância de sedimentação
- ❑ A alimentação ( $C_v < 2\%$ ) é feita no fundo do vaso e sobe através de uma pilha de discos
- ❑ Cada disco tem vários orifícios que formam vários canais para a ascensão do líquido.
- ❑ A pilha pode conter de 50 a 150 discos.
- ❑ Os sólidos acumulados devem ser removidos periodicamente
- ❑ Tem diâmetros de 4 a 30 in
- ❑  $K$  é entre 3000 a 20000
- ❑ Coleta dp de  $0,4\ \mu\text{m}$  a 3 mm;
- ❑ Vazão até 1900 L/min





# CENTRÍFUGA DECANTADORA HELICOIDAL



Ideal para altas capacidades: 50 ton/h

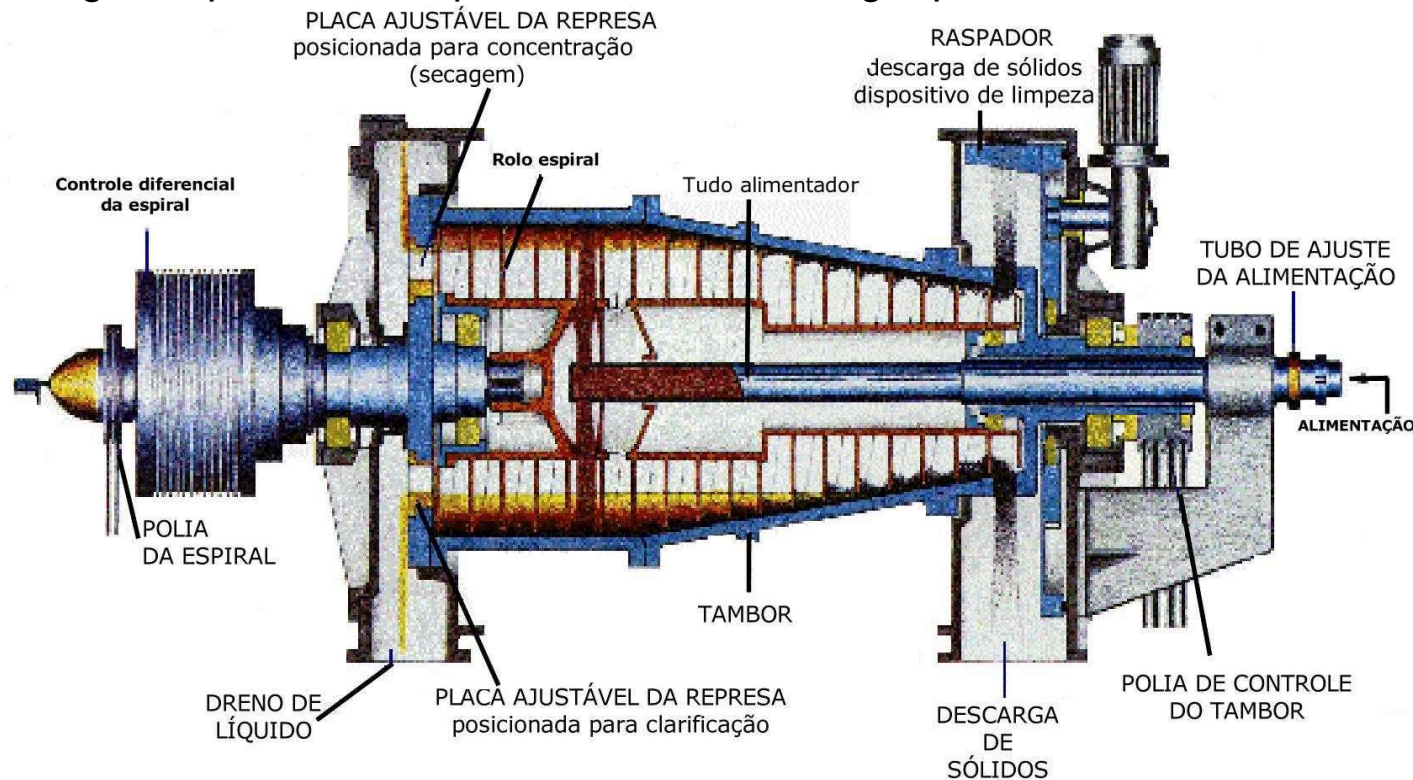
$K < 3000$

Diâmetro de 4 a 54 in

Rotação até 6000 rpm

# CENTRÍFUGA HELICOIDAL COM TELA PERFURADA

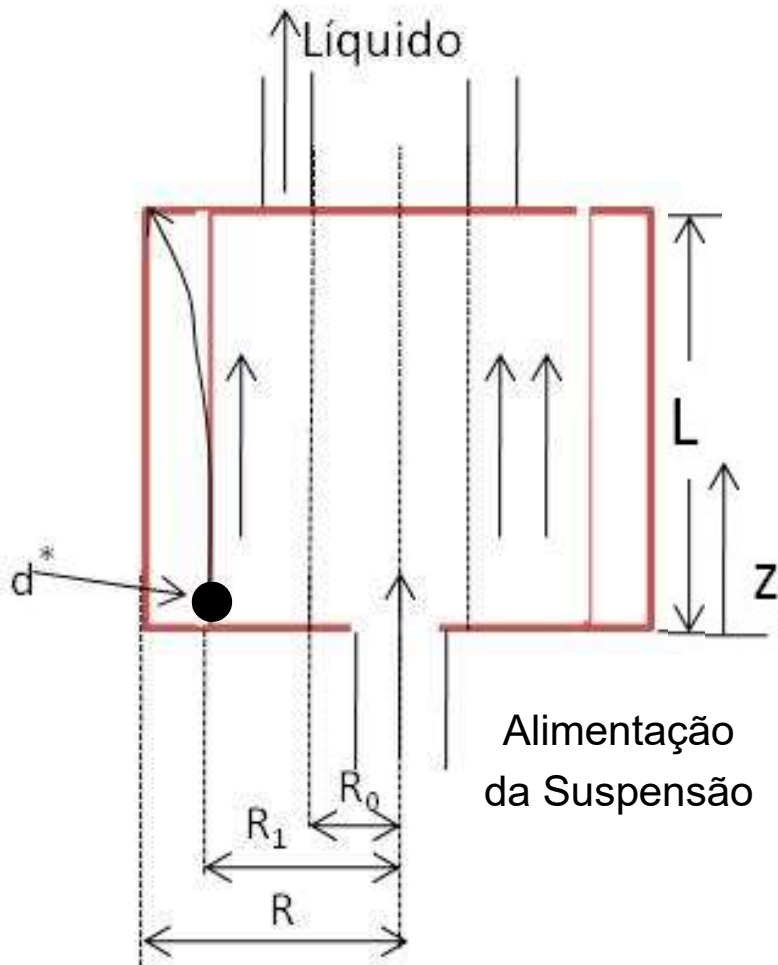
É também conhecido como "rosca-sem-fim" ou "caracol". Consiste em um transportador de rosca-sem-fim que envolve a suspensão a uma velocidade direcional ótima dentro de uma cesta cônica giratória. A descarga acontece devido a inclinação da cesta e a velocidade diferencial do rolo. No ponto de separação, os sólidos são carregados para adiante pelo rolo até descarregar pela extremidade da cesta filtrante.



# DIMENSIONAMENTO

## Hipóteses

### Centrífuga Tubular



- a) Prevalece o regime de Stokes na movimentação das partículas
- b) As partículas estão igualmente espalhadas em  $z=0$  ao longo da área da coroa,  $\pi (R^2 - R_0^2)$

Assim:  $d^*$ : diâmetro de corte  $\rightarrow$  é o diâmetro da partícula que é coletada com eficiência de 50%

Se:  $D > d^* \rightarrow$  eficiência de coleta maior que 50%

$R_1$  divide a coroa em duas outras de mesma área:

$$\pi (R^2 - R_1^2) = \pi (R_1^2 - R_0^2)$$

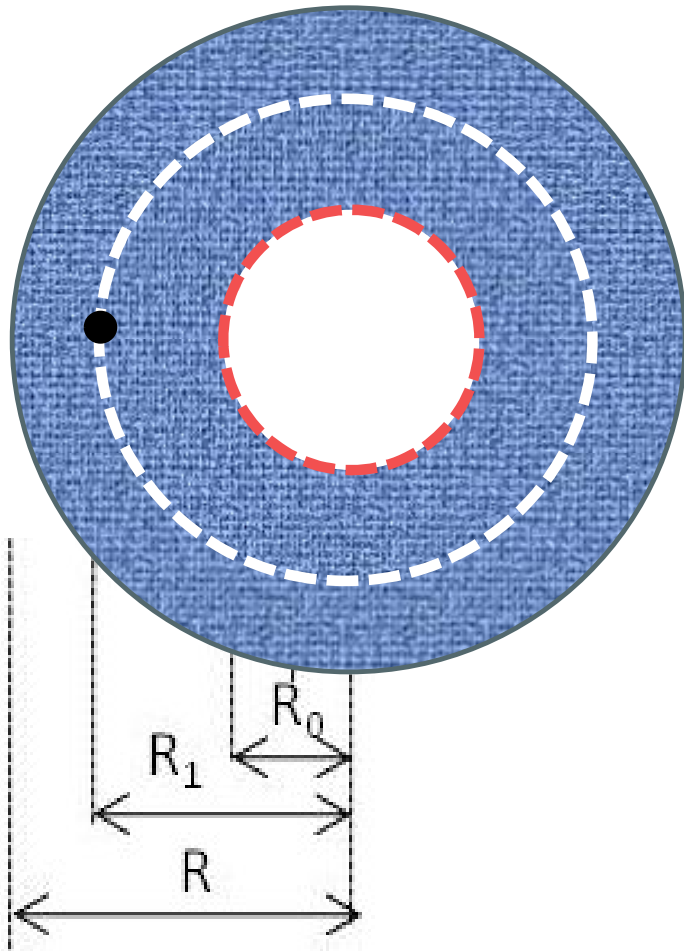
$$R_1 = \left( \frac{R^2 + R_0^2}{2} \right)^{1/2}$$



# DIMENSIONAMENTO

## Hipóteses

- a) Prevalece o regime de Stokes na movimentação das partículas
- b) As partículas estão igualmente espalhadas em  $z=0$  ao longo da área da coroa,  $\pi (R^2 - R_o^2)$



$R_1$  divide a coroa em duas outras de mesma área:

$$\pi (R^2 - R_1^2) = \pi (R_1^2 - R_0^2)$$

$$R_1 = \left( \frac{R^2 + R_0^2}{2} \right)^{1/2}$$

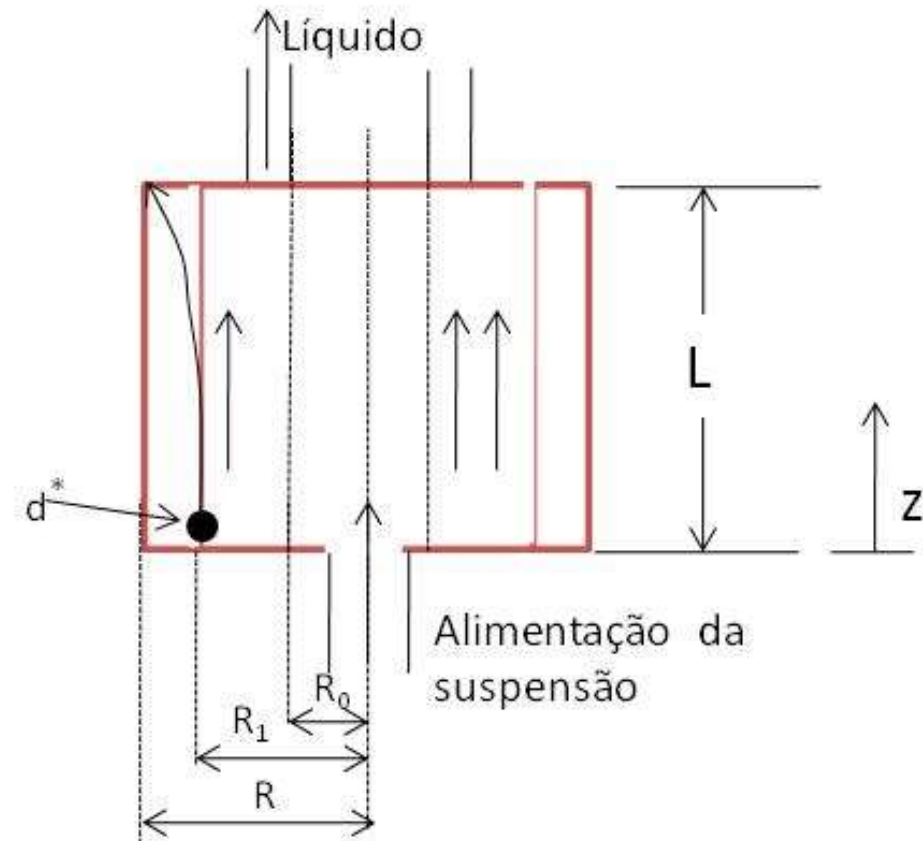
# O conceito $\Sigma$

❑ Axial: tempo para que a partícula de diâmetro  $d^*$  percorra a distância axial  $L$ .

$$t = \frac{L}{\langle u \rangle} = \frac{L}{\frac{Q}{\pi(R^2 - R_0^2)}}, \quad \langle u \rangle - \text{velocidade média do fluido}$$

- ❑ **Radial:** tempo para que a partícula de diâmetro  $d^*$  percorra a distância radial  $R_1$  a  $R$ .

$$t = \frac{18\mu}{K_1(\rho_s - \rho)d^{*2}\Omega^2} \ln\left(\frac{R}{R_1}\right)$$

$$\text{para casa} \Rightarrow \text{provar que } \ln\left(\frac{R}{R_1}\right) = \frac{R^2 - R_0^2}{3R^2 + R_0^2}$$
$$\text{(usar série de taylor) } \ln(x) = \left( \frac{x-1}{x} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{x-1}{x} \right)^2 + \frac{1}{3} \left( \frac{x-1}{x} \right)^3 \dots$$


Expandindo  $\ln \frac{R}{R_1}$  em série (coleção Schawn)

$$\ln x = 2 \left\{ \left( \frac{x-1}{x+1} \right) + \frac{1}{3} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^5 + \dots \right\}, x > 0$$

$$\ln x = 2 \left( \frac{x-1}{x+1} \right) \ln \frac{R}{R_1} = \ln \frac{R}{\left[ \frac{R^2 + R_0^2}{2} \right]^{1/2}} = \ln \left[ \frac{R^2}{R^2 + R_0^2} \right]^{1/2} = \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{2}{1 + \left( \frac{R_0}{R} \right)^2} \right]$$

Fazendo  $x = \frac{2}{1 + \left( \frac{R_0}{R} \right)^2}$ , resulta para  $0 \leq \frac{R_0}{R} < 1$

$$\ln \frac{R}{R_1} = \frac{1}{2} 2 \left[ \frac{\frac{2}{1 + \left( \frac{R_0}{R} \right)^2} - 1}{\frac{2}{1 + \left( \frac{R_0}{R} \right)^2} + 1} \right] = \frac{2 - 1 - \left( \frac{R_0}{R} \right)^2}{1 + \left( \frac{R_0}{R} \right)^2} \bigg/ \left( \frac{2 + 1 + \left( \frac{R_0}{R} \right)^2}{1 + \left( \frac{R_0}{R} \right)^2} \right) = \frac{1 - \left( \frac{R_0}{R} \right)^2}{3 + \left( \frac{R_0}{R} \right)^2} = \boxed{\frac{R^2 - R_0^2}{3R^2 + R_0^2}}$$

# DIMENSIONAMENTO

## O conceito $\Sigma$

igualando os tempos:

$$t = \frac{18\mu}{K_1(\rho_s - \rho)d^{*2}\Omega^2} \left( \frac{(R^2 - R_0^2)}{3R^2 + R_0^2} \right) = \frac{L\pi(R^2 - R_0^2)}{Q} \rightarrow d^* = \left[ \frac{18Q\mu}{K_1(\rho_s - \rho)L\pi\Omega^2(3R^2 + R_0^2)} \right]^{1/2}$$

**Explicitando a vazão:**

$$Q = 2 \underbrace{\frac{K_1 g (\rho_s - \rho) d^{*2}}{18\mu}}_{\text{Velocidade terminal da partícula de diâmetro de corte } d^* \text{ no campo gravitacional } [L^1 M^0 T^{-1}]} \cdot \underbrace{\frac{\pi L (3R^2 + R_0^2) \Omega^2}{2g}}_{\Sigma \text{ é uma característica da centrífuga } [L^2 M^0 T^0]}$$

**“Scale-up” entre centrífugas de mesmo tipo:**

$$\left( \frac{Q}{\Sigma} \right)_1 = \left( \frac{Q}{\Sigma} \right)_2$$

$$\rightarrow v_{t-1} = v_{t-2} \text{ (mesma eficiência e desempenho)}$$

$$Q = 2v_t \cdot \Sigma$$

**Câmara de Separação Gravitacional:**

$$Q = v_t \cdot BL \rightarrow \Sigma = \frac{BL}{2}$$

**Centrífuga (Geral):**

$$\Sigma = \frac{VR\Omega^2}{(R - R_0)g}$$

**Centrífuga Tubular:**

$$\Sigma = \frac{\pi L (3R^2 + R_0^2) \Omega^2}{2g}$$

Para outros tipos de centrífugas  $\rightarrow$  Perry

# DIMENSIONAMENTO

Calcular raio (Tendo a vazão e  $d_{pmax}$ )

Estimar a Vazão  $Q$

Encontrar o diâmetro de corte:

Scale-up:

Pode-se calcular a eficiência de coleta global e também a grade de eficiência de individual de coleta

$$D_{\max} = \left( \frac{18\mu}{(\rho_s - \rho)\Omega^2} \frac{Q \ln(R / R_0)}{\pi L(R^2 - R_0^2)} \right)^{0,5}$$

$$Q = \frac{(\rho_s - \rho)g(d^*)^2}{18\mu} \frac{\pi(R^2 - R_0^2)L\Omega^2}{g \ln(R / R_0)}$$

$$d^* = \left( \frac{9\mu Q}{\pi L(\rho_s - \rho)\Omega^2} \ln \left[ \frac{2R^2}{R^2 + R_0^2} \right] \frac{1}{(R^2 - R_0^2)} \right)^{0,5}$$

$$\left( \frac{Q}{\Sigma} \right)_1 = \left( \frac{Q}{\Sigma} \right)_2 \quad \Sigma = \frac{\pi L(3R^2 + R_0^2)\Omega^2}{2g}$$

# DIMENSIONAMENTO

## Eficiências de coleta

- ❑ **Função eficiência individual de coleta** relativa à partícula com diâmetro  $D$ , que depende da configuração do equipamento, do regime de escoamento do fluido e da dinâmica da partícula.

$$\eta = \eta(D / d^*)$$

$$\eta(D) = \frac{1 - \exp(-2KK_2D^2)}{1 - \exp(-2KK_2D_{\max}^2)}$$

$$K = \frac{\Delta\rho\omega^2}{18\mu} \quad K_2 = \left( \frac{\pi L(R^2 - R_0^2)}{Q} \right) \quad D_{\max} = \left( \frac{Q \ln(R / R_0)}{K \pi L(R^2 - R_0^2)} \right)^{0,5}$$

(Svarovsky)

- ❑ **Função eficiência global de coleta (massa coletada/massa alimentada)** que depende da distribuição granulométrica do conjunto de partículas.

$$\bar{\eta} = \int_0^1 \eta_i dX$$

Grade de eficiência individual de coleta da centrífuga tubular:

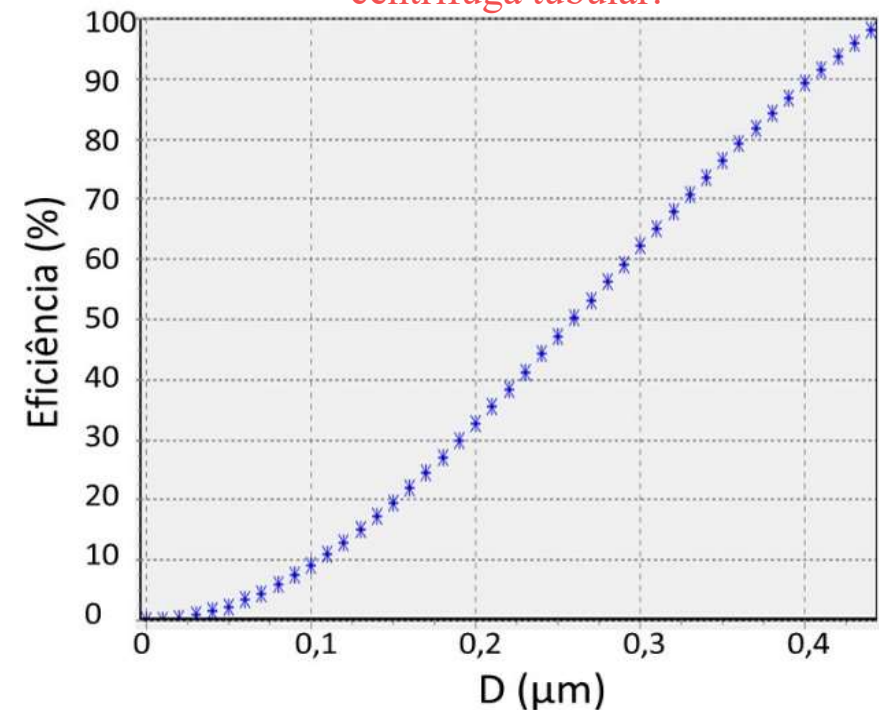


Tabela 18-12 (pág. 124 ou 18-121) do Perry's Chemical Engineers' Handbook, McGraw Hill, 8ª Ed. 2008.

**TABLE 18-12 Specifications and Performance Characteristics of Typical Sedimenting Centrifuges**

Tipo	Diâmetro do vaso	Veloc. (RPM)	Força Centrífuga Máxima x Gravidade	Alimentação		Potência típica do Motor (HP)
				Líquida, gal/min	Sólida, ton/h	
Tubular	1.75	50,000*	62,400	0.05–0.25		*
	4.125	15,000	13,200	0.1–10		2
	5	15,000	15,900	0.2–20		3
Disco	7	12,000	14,300	0.1–10		1/3
	13	7,500	10,400	5–50		6
	24	4,000	5,500	20–200		7 1/2
Descarga de bico	10	10,000	14,200	10–40	0.1–1	20
	16	6,250	8,900	25–150	0.4–4	40
	27	4,200	6,750	40–400	1–11	125
	30	3,300	4,600	40–400	1–11	125
Transporte Helicoidal	6	8,000	5,500	To 20	0.03–0.25	5
	14	4,000	3,180	To 75	0.5–1.5	20
	18	3,500	3,130	To 100	1–3	50
	24	3,000	3,070	To 250	2.5–12	125
	30	2,700	3,105	To 350	3–15	200
	36	2,250	2,590	To 600	10–25	300
	44	1,600	1,600	To 700	10–25	400
	54	1,000	770	To 750	20–60	250
Descarga de faca	20	1,800	920	†	1.0‡	20
	36	1,200	740	†	4.1‡	30
	68	900	780	†	20.5‡	40

\*Turbine drive, 100 lb/h (45 kg/h) of steam at 40 lbf/in<sup>2</sup> gauge (372 KPa) or equivalent compressed air.

†Widely variable.

‡Maximum volume of solids that the bowl can contain, ft<sup>3</sup>.

NOTE: To convert inches to millimeters, multiply by 25.4; to convert revolutions per minute to radians per second, multiply by 0.105; to convert gallons per minute to liters per second, multiply by 0.063; to convert tons per hour to kilograms per second, multiply by 0.253; and to convert horsepower to kilowatts, multiply by 0.746.

Tabela 18-13 (pág. 130 ou 18-127) do Perry's Chemical Engineers' Handbook, McGraw Hill, 8ª Ed. 2008.

**TABLE 18-13 Scale-up Factors for Sedimenting Centrifuges**

Tipo de Centrífuga	Diâmetro Interno (in)	Diâmetro do Disco (in) / N° de discos	Veloc. (RPM)	Σ Valores, Unidades de 10 <sup>4</sup> (ft <sup>2</sup> )	Fatores de Scale-up recomendados
<b>Tubular</b>	1.75	—	23,000	0.32	1†
	4.125	—	15,000	2.7	21
	4.90	—	15,000	4.2	33
<b>Disco</b>	—	4.1/33	10,000	1.1	1
	—	9.5/107	6,500	21.5	15
	—	12.4/98	6,250	42.5	30
	—	13.7/132	4,650	39.3	25
	—	19.5/144	4,240	105	73
<b>Transporte</b>	6	—	6,000	0.27	1
	14	—	4,000	1.34	5
	14‡	—	4,000	3.0	10
<b>Helicoidal</b>	18	—	3,450	3.7	12.0
	20	—	3,350	4.0	13.3
	25	—	3,000	6.1	22
	25	—	2,700	8.6	31

\*These scale-up factors are relative capacities of centrifuges of the same type but different sizes when performing at the same level of separation achievement (e.g., same degree of clarification). These factors must not be used to compare the capacities of different types of centrifuges.

†Approaches 2.5 at rates below mL/min.

‡Long bowl configuration.

NOTE: To convert inches to millimeters, multiply by 25.4; to convert revolutions per minute to radians per second, multiply by 0.105; and to convert 10<sup>4</sup> square feet to square meters, multiply by 929.



## Referências:

- ❑ Svarovsky, Solid-Liquid Separation, 4ed, 2000.
- ❑ Cremasco, Operações Unitárias em Sistemas Particulados e Fluidomecânicos, Blusher, 2012.
- ❑ Massarani, Fluidodinâmica de Sistemas Particulados, 2001.

## Atividades da Aula 9

### Empresa

- ❑ Procurar vídeos sobre o funcionamento de centrífugas e suas aplicações industriais e colocar no site da empresa
- ❑ Fazer o Projeto Orientado de Centrífugas Tubulares

