Loesung für HAK 12 Probe 01 - Rechenregeln und Stammfunktionen

Lösung Aufgabe 1

$$\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx \;=\; \int_a^c f(x)\,dx$$

insgesamt 1 Punkte

Lösung Aufgabe 2

Bestimme die Stammfunktionen der gegebenen Funktionen.

$$a)\quad \int x^5 + x^4 + 12 \;\; dx \quad\to\quad \boldsymbol{F(x) \;=\; \frac{1}{6}\cdot x^6 + \frac{1}{5}\cdot x^5 + 12x + C} \quad (2P)$$

$$b)\quad \int -15x^9 + 6x^5 + 2 \;\; dx \quad\to\quad \boldsymbol{F(x) \;=\; -\frac{3}{2}x^{10} + x^6 + 2x + C} \quad (2P)$$

$$c)\quad \int -7\cdot e^x + 8 \;\; dx \quad\to\quad \boldsymbol{F(x) \;=\; -7\cdot e^x + 8x + C} \quad (2P)$$

$$d)\quad \int -6\cdot\cos(x) \;\; dx \quad\to\quad \boldsymbol{F(x) \;=\; -6\cdot\sin(x) + C} \quad (1P)$$

$$e)\quad \int \frac{4}{x^6} - \frac{7}{x} \;\; dx \;=\; \int 4x^{-6} - 7x^{-1}\,dx \quad\to\quad \boldsymbol{F(x) \;=\; -\frac{4}{5}x^{-5} - 7\cdot\ln(x) + C} \quad (3P)$$

$$f)\quad \int -2.5\cdot(4.5x-8)^8 \;\; dx \quad\to\quad \boldsymbol{F(x) \;=\; -\frac{5}{81}\cdot(4.5x-8)^9 + C} \quad (2P)$$

$$g)\quad \int \sqrt[2]{x^6} \;\; dx \;=\; \int x^3\,dx \quad\to\quad \boldsymbol{F(x) \;=\; \frac{1}{4}x^4 + C} \quad (2P)$$

insgesamt 14 Punkte

Lösung Aufgabe 3

$$a)\quad \text{Ansatz: } \mathrm{f(x)} \;=\; 0 \quad\to\quad 0 \;=\; -3x^3 + 18x^2 - 29.25x + 10.5 \quad \text{durch probieren: } \mathrm{x}_1 \;=2 \quad (2P)$$

$$(-3x^3 + 18x^2 - 29.25x + 10.5) \;\div\; (x-2) \;=\; -3.0x^2 + 12.0x - 5.25 \quad (4P)$$

Berechnung der Partialfunktion mit Hornerschema:

-3.0	18.0	-29.25	10.5
	-6.0	24.0	-10.5
-3.0	12.0	-5.25	0.0

$$-3.0x^2 + 12.0x - 5.25 \;=\; 0 \quad |\div(-3) \quad\to\quad 0 \;=\; x^2 - 4.0x + 1.75 \quad (2P)$$

$$x_{2/3} \;=\; -\frac{(-4)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4.0}{2}\right)^2 - 1.75} \quad (2P)$$

$$\mathrm{x}_2 \;=\; 3.5 \quad \text{und} \quad \mathrm{x}_3 \;=\; 0.5 \quad \text{(2P)}$$

insgesamt 12 Punkte

$$b)\quad A \;=\; \left|\int_{0.5}^{2} -3x^3 + 18x^2 - 29.25x + 10.5 \;\; dx\right| + \left|\int_{2}^{3.5} -3x^3 + 18x^2 - 29.25x + 10.5 \;\; dx\right| \quad (2P)$$

$$= \left|\left[-\frac{3}{4}x^4 + 6x^3 - \frac{117}{8}x^2 + 10.5x\right]_{0.5}^{2}\right| + \left|\left[-\frac{3}{4}x^4 + 6x^3 - \frac{117}{8}x^2 + 10.5x\right]_{2}^{3.5}\right| \quad (2P)$$

$$= \;|-3.8| + |3.8| \;=\; 7.59 \quad (2P)$$

insgesamt 6 Punkte

insgesamt 33 Punkte