Loesung für Test 3 (2. Sem.) Probe 01 - Kurvendiskusssion einer Parameterfunktion

Lösung Aufgabe 1

a)
$$\lim_{x \to \infty} -\frac{2}{9}x^2 \cdot e^{-\frac{2}{3}x+2} - 1 = -1$$
 und $\lim_{x \to -\infty} -\frac{2}{9}x^2 \cdot e^{-\frac{2}{3}x+2} - 1 = -\infty$ (2P) inspersant 2 Punkte

b) Schnittpunkt mit der y – Achse :Ansatz : $f(0) = -1 \rightarrow S_v(0|-1)$ (2P) insgesamt 2 Punkte

c)
$$f'(x) = e^{-\frac{2}{3}x+2} \cdot \left(\frac{4}{27}x^2 - \frac{4}{9}x\right)$$
 $f''(x) = e^{-\frac{2}{3}x+2} \cdot \left(-\frac{8}{81}x^2 + \frac{16}{27}x - \frac{4}{9}\right)$
 $f'''(x) = e^{-\frac{2}{3}x+2} \cdot \left(\frac{16}{243}x^2 - \frac{16}{27}x + \frac{8}{9}\right)$
insgesamt 6 Punkte

$$d) \quad 0 = f'(x) = e^{-\frac{2}{3}x+2} \cdot \left(\frac{4}{27}x^2 - \frac{4}{9}x\right) \quad \text{da } e^{-\frac{2}{3}x+2} \neq 0 \quad \rightarrow \quad 0 = \frac{4}{27}x^2 - \frac{4}{9}x \quad (3P)$$

$$0 = x \cdot \left(\frac{4}{27}x - \frac{4}{9}\right) \quad \rightarrow \quad x_1 = 0 \quad \text{und} \quad 0 = \frac{4}{27}x - \frac{4}{9} \quad | \div \frac{4}{27} \quad \rightarrow \quad 0 = x - 3 \quad \rightarrow \quad x_2 = 3 \quad (3P)$$

$$f''(0) = -3.3 < 0 \rightarrow HP(0 \mid -1) \quad (2P) \quad \text{und} \quad f''(3) = 0.44 > 0 \rightarrow TP(3 \mid -3) \quad (2P)$$
insgesamt 10 Punkte

mögliche Begründung Punkte Da die Funktion zwei Extrema hat, besitzt sie einen Wendepunkt dazwischen 2P2Peinen weiteren Wendepunkt besitzt die Funktion, nach dem Extrema, wenn sich der Graph der Asymptote nähert, da sich die Steigung dazwischen ändert

$$f) \quad 0 = f''(x) = e^{-\frac{2}{3}x+2} \cdot \left(-\frac{8}{81}x^2 + \frac{16}{27}x - \frac{4}{9}\right) \quad \text{da } e^{-\frac{2}{3}x+2} \neq 0 \quad \rightarrow \quad 0 = -\frac{8}{81}x^2 + \frac{16}{27}x - \frac{4}{9} \quad | \div \left(-\frac{8}{81}\right) \quad (3P)$$

$$0 = x^2 - 6x + \frac{9}{2} \quad \rightarrow \quad x_{1/2} = -\frac{(-6)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(-6)}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}} = 3 \pm \frac{3\sqrt{2}}{2} = 3 \pm 2.12 \quad (2P)$$

$$x_1 = 0.879 \quad \text{und} \quad x_2 = 5.12 \quad (1P)$$

$$f'''(0.879) = 1.72 \neq 0 \quad \rightarrow \quad WP(0.879 \mid -1.71) \quad (2P)$$

$$f'''(5.12) = -0.102 \neq 0 \rightarrow WP(5.1 \mid -2.4)$$
 (2P)

$$f'''(5.12) = -0.102 \neq 0 \rightarrow WP(5.1 \mid -2.4)$$
 (2F)

insgesamt 10 Punkte

Punkte für Koordinatensystem 2P, Werte 2P, Graph 1P

insgesamt 39 Punkte

