Зад.1 Напишете функция, която симулира 100 хвърляния на зар и пресмята броя на падналите се шестици.

```
dice = function( N = 100 )
{
x = sample( 1 : 6, N, replace = T )
    c = sum( x == 6 )
    return(c)
}

> dice()
19
```

Изпълнете функцията n пъти и въз основа на получените данни сметнете емпиричната вероятност за падане на шестица.

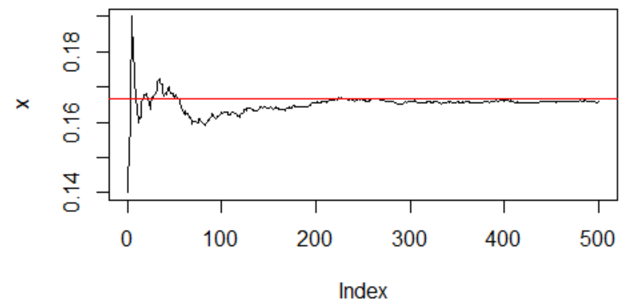
```
rep.dice = function( n )
{
    c = 0
    for( i in 1 : n)
        c = c + dice()
}

> rep.dice(10) / 1000
0.171
```

Постройте графика, която да илюстрира сходимостта на емпиричната вероятност към теоретичната.

```
prob.dice = function( n )
{
    x = rep.int( 0, t )
    c = 0
    for(i in 1 : t )
    {
        c = c + dice()
        x[ i ] = c / ( 100 * i )
    }
    return(x)
}
```

```
> x = prob.dice(500)
> plot(x, type = 'l')
> abline(h = 1/6, col = 'red' )
```



Зад.2 Напишете функция, която по зададено число $p \in (0, 1)$ пресмята колко човека трябва да изберете по случаен начин, така че вероятността рождените дни на поне двама от тях да съвпаднат да е по-голяма от p.

Лесно можем да пресметнем вероятността на събитието $A = \{$ N на брой човека са родени в различни дни$\}$. Няма значение кога е роден първия. Втория трябва да е роден в ден различен от първия. Рождения ден на третият да не съвпада с този на първите двама и т.н. Тогава

$$\mathrm{P}(A) = \underbrace{\frac{365}{365} . \frac{364}{365} . \frac{363}{365} \dots \frac{366 - N}{365}}_{N}$$

Противоположното събитие на A е търсеното в задачата, т.е. поне двама да имат общ рожден ден. Ясно е че

$$\mathrm{P}(\overline{A}) < p \qquad \Leftrightarrow \qquad \mathrm{P}(A) < 1 - p$$

```
birthdays == function( p = 0.5 )
{
    prob = 1;
    for(i in 1 : 365 )
    {
        prob = prob * (366-i) / 365
        if( prob < 1 - p ) break
    }
    return(i)
}
```

```
> birthdays()
23
```

Зад.3 Момче играе с майка си и баща си на тенис. Те ще изиграят точно три сета, като родителите се редуват, т.е. има две възможности за момчето да играе:

А) първо с **майка** си, после с **баща** си и накрая с **майка** си;

Б) първо с **баща** си, после с **майка** си и накрая с **баща** си.

Момчето печели когато победи в две последователни игри. Ако момчето побеждава баща си с вероятност p_1, а майка си с p_2, като $p_1 < p_2$, кой вариант му е по-изгоден? Пресметнете емпиричната и теоритичната вероятност при $p_1 = 0.3$ и $p_2 = 0.4$

Тук ще пресметнем само емпиричните вероятности, т.е. ще симулираме играта и ще изброим случайте, в които момчето печели. За моделирането на една игра ще използваме функцията 'sample'. Така например sample(0:1, 1, replace = T, prob = c(0.7, 0.3)) връща:

- 0(загуба) с вероятност 0.7;
- 1(победа) с вероятност 0.3,

т.е. съответства на един сет с бащата.

Следващата функция симулира 100 000 игри от тип А, probF и probM са съответно вероятностите момчето да победи баща си и майка си.

```
igraA = function( probF, probM )
{
    r = 0;
    for( i in 1 : 100000 )
    {
        x = sample( 0:1, 2, replace = T, prob = c( 1 - probM, probM ) )
        y = sample( 0:1, 1, replace = T, prob = c( 1 - probF, probF ) )
        if( (x[1] == 1 & y == 1) | (x[2] == 1 & y == 1) )
            r = r + 1;
    }
    return( r / 100000 )
}
```

За емпиричната вероятност в игра от типа А получаваме:

```
> igraA( 0.3, 0.4)
0.192
```

За игра от типа Б можем да използваме точно същата функция, но ще разменим вероятностите за майката и бащата.

```
> igraA( 0.4, 0.3)
0.203
```

Явно игра от типа Б е по-благоприятна за момчето. Съобразете защо!