UNIVERSIDAD DE COSTA RICA — ESCUELA DE MATEMATICA
Topicos en la teoría de grupos — I Semestre 2012 — *5 horas, 5 créditos*

Carta al estudiante

Nick Gill — Office 4.22
2511 6559 — `chatwithgill@gmail.com`

Introducción

La teoría de grupos es la estudio formale de simetría en matemáticas. Cada vez que un objeto matemático exhibe alguna forma de simetría, un group está 'presente' en un cierto sentido.

En este curso nos centramos en *los grupos finitos simples*. Como su nombre indica estes son las cosas de que todos grupos finitos se construyen.

Objetivos generales

Uno de los logros el más significato en las matemáticas modernas es la clasificación completa de los grupos finitos simples. Estudiarémos varias familias de grupos que se producen en esta clasificacíon. Necesitarémos definir estas familias, mostrar su simplicidad y, entonces, estudiarémos algunos de su propiedades estructurales.

Objetivos especificos

Al final del curso el estudiante deberá

(1) tender un entendamiento general del enunciado de la clasificación de los grupos finitos simples;
(2) entender el concepto de una accione de un grupo, y poder describir algunos propiedades fundamentales;
(3) poder definir los grupos finito alternantes, $\mathrm{Alt}(n)$, mostrar su simplicidad (para $n \geq 5$), y describir el estructur de sus subgrupos maximales;
(4) entender los conceptos de formas cuadraticas y sesquilineales, y poder describir algunos de sus propiedades y diversos tipos;
(5) poder definir los grupos $\mathrm{PSL}_n(q)$, $\mathrm{PSp}_n(q)$ y $\mathrm{PSU}_n(q)$, y muestra su simplicidad (para valores de n y q apropiados);
(6) tender un entendiamento primero de los grupos ortogonales;
(7) (possiblemente) entender el enunciado del teorema de Aschbacher sobre los subgroups maximales de grupos clásico, y poder describir algunos de los clases de Aschbacher.

Contenidos

Los contenidos cambien pero, a la momento, esperamos estudiar el siguiente:

(1) Una introduccíon general a los grupos finitos simples y su clasificación;
(2) Un poco de la teoría de categorías;
(3) Una introduccíon a la teoría de los grupos de permutaciones;
(4) Un visto primero a los grupos alternantes, incluyando una demonstracíon de su simplicidad;
(5) El concepto de *primitividad*, y nociones relaciodadas;
(6) Subgrupos mínimos normal y el *socle*;
(7) El teorema de O'Nan y Scott incluyendo (dependiendo de la preferencia de los estudiantes) una demonstración de la 'versión débil';
(8) Series;
(9) Cuerpos y espacios vectorales;
(10) Espacio proyectivo;
(11) Grupos lineales y su accione en espacio proyectivo;
(12) Formas cuadraticas y sesquilineales;
(13) Isometrias y la lemma de Witt;
(14) Espacios polares;

(15) Los grupos simplécticos;
(16) Los grupos unitariales;
(17) Los grupos ortogonales;
(18) La teorema de Aschbacher sobre los subgroups maximales de grupos clásico (esta topico será incluidos si tenemos tiempo, y si los estudiantes quererlo).

Evaluación

La evaluación consistirá de exámenes y tareas. Se realizarán dos exámenes parciales en las fechas indicadas a continuación.

Primer examen parcial	15 de Mai, 10am
Segundo examen parcial	10 de Julio, 10am

La nota final se calculará ponderando el primer examen en un 40%, el segundo en un 40% y las tareas en un 20%.

Horas de consulta

Las horas de consulta serán los lunes de las 2 a las 3 y los jueves de las 2 a las 4. Todas consultacíons serán en oficina 4.22.

Bibliografia

No es un texto que incluye todo el material de este curso. Los textos principales son el siguiente:

- John D. Dixon and Brian Mortimer, *Permutation groups*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 163, Springer-Verlag, New York, 1996.
- Peter Cameron, *Classical groups*, notas de clase que se puede encontrar a
`http://maths.qmul.ac.uk/pjc/class_gps`
- *Projective and polar spaces*, notas de clase que se puede encontrar a
`http://maths.qmul.ac.uk/pjc/ppc/`
(Estas son la edición segundo. El edición primero se han publicado como QMW Maths Notes 13 in 1991.)

Más textos de interés:

- Harald Simmons, *An introduction to category theory.* Notas de clase que se puede encontrar a
`http://www.cs.man.ac.uk/ hsimmons/zCATS.pdf`
(He utilisado una pequeña parte de estas notas cuando he escribido el capítulo sobre la teoría de las categorías.)
- Jean Dieudonné, *La géométrie des groupes classiques.* Un clásico, en francés.
- Peter Kleidman and Martin Liebeck, *The subgroup structure of the finite classical groups.* Es libro contiene una demonstración de (una versione refinado de) la teorema de Aschbacher sobre los subgroups maximales de grupos clásico. También contiene muchos informaciones sobre estes grupos (y sobre los otros grupos finitos simples).
- Donald Taylor, *The geometry of the classical groups.* Este texto incluye todo el material de la media segundo del curso, y muchos más.
- Helmut Wielandt, *Finite permutation groups.* Un otro clásico que da un bueno sentido de las temas mayores dentro el desarollo de la teoría de los grupos de permutaciones.
- Robert Wilson, *Finite simple groups.* Notas de clase conexo se puede encontrar a
`http://www.maths.qmul.ac.uk/ raw/FSG/`
- Joanna Fawcett, *The O'Nan-Scott theorem for finite primitive permutation groups.* Un tesis de maestra muy bonito que da un demonstración autónomo de la teorema de O'Nan y Scott. Se puede encontrar a
`https://uwspace.uwaterloo.ca/bitstream/handle/10012/4534/Fawcett_Joanna.pdf`

Tengo copias electrónicas de la mayor parte de los textos dentro estas listas, y puedo compartirlos si quererían.