

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΑΓΓΕΛΟΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΠΟΤΑΜΙΑΝΟΣ	ΑΜ:	1084537	Έτος:	3 ^ο
--------	-----------------------------------	-----	---------	-------	----------------

Άσκηση 1

(α) Τι παρατηρείτε εάν αντί για $T_s=0.02s$ ή $0.04s$ θέσετε $T_s=0.1s$; Αιτιολογήστε την απάντησή σας

Απάντηση:

Εάν θέσουμε $T_s=0.1s$ αντί για $T_s=0.02s$ ή $0.04s$, οι διακριτές δειγματοληψίες θα είναι λιγότερες σε αριθμό ανά μονάδα χρόνου, επομένως θα μειωθεί η ποιότητα της αποκατάστασης του σήματος. Αυτό συμβαίνει διότι χρειαζόμαστε περισσότερα δείγματα ανά T σήματος για να αποκαταστήσουμε το αρχικό με μεγαλύτερη ακρίβεια. Αν λοιπόν μειώσουμε τον αριθμό των δειγματοληπτικών στιγμών, το σήμα που αποκαθίσταται μπορεί να παρουσιάζει παραμορφώσεις ή θορύβους σε σχέση με το αρχικό, καθώς οι υπολογιζόμενες τιμές του σήματος στα διάφορα σημεία του χρόνου θα είναι πιο αραιές. Επομένως «χάνουμε» σε ακρίβεια.

(β) Πώς επηρεάζει η συχνότητα δειγματοληψίας την ποιότητα ανακατασκευής του σήματος; Για κάθε συνάρτηση ανακατασκευής χρησιμοποιήστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, ανάμεσα στο αρχικό και το ανακατασκευασμένο σήμα, και την τυπική απόκλιση , ως μετρικές ποιότητας ανακατασκευής (δείτε στο m-file που σας δίνεται για τον ορισμό τους).

Απάντηση:

T_s	MSE_1, STD_1	MSE_2, STD_2	MSE_3, STD_3
0.02s	0.0000, 0.0038	0.0000, 0.0064	0.0042, 0.0647
0.04s	0.0008, 0.0288	0.0097, 0.0985	0.0646, 0.2543
0.1s	0.4995, 0.7071	0.4995, 0.7071	0.4995, 0.7071

(γ) Σχολιάστε τον ρόλο της αρχικής φάσης του σήματος.

Απάντηση:

T_s	MSE_1, STD_1	MSE_2, STD_2	MSE_3, STD_3
0.1s	0.2943, 0.5413	0.2611, 0.5113	0.3531, 0.5945

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΑΓΓΕΛΟΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΠΟΤΑΜΙΑΝΟΣ	ΑΜ:	1084537	Έτος:	3 ^ο
--------	-----------------------------------	-----	---------	-------	----------------

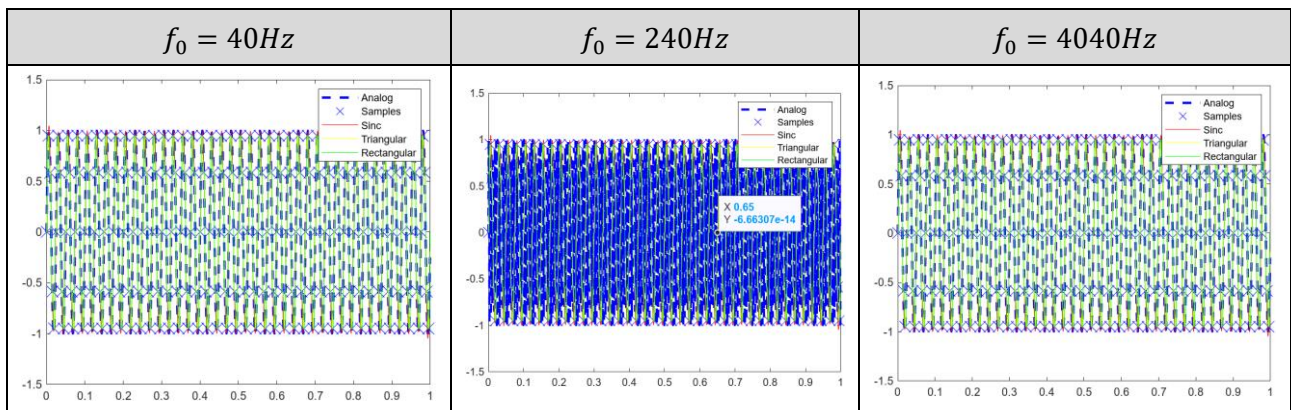
Η αρχική φάση του σήματος περιγράφει την αρχική θέση του κυκλικού σήματος στην αρχή του χρόνου. Αυτό σημαίνει ότι διαδραματίζει κεντρικό ρόλο στη διαμόρφωση της μορφής του σήματος στον χρόνο και επομένως στην απόδοση του στη διαδικασία δειγματοληψίας και ανακατασκευής του.

Η αλλαγή της αρχικής φάσης στο σήμα προκαλεί μικρές αλλαγές στο σήμα, αλλά οι αλλαγές αυτές μπορεί να είναι σημαντικές για ορισμένες εφαρμογές. Για παράδειγμα, σε κάποιες εφαρμογές των συστημάτων επεξεργασίας σήματος, η αρχική φάση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να προσδιορίσει το χρονικό σημείο έναρξης ενός συγκεκριμένου συμβάντος στο σήμα.

Στον παραπάνω κώδικα, η αλλαγή της αρχικής φάσης επηρεάζει ελαφρώς τη μορφή του σήματος, αλλά δεν επηρεάζει σημαντικά την ακρίβεια της ανακατασκευής. Ωστόσο, η αλλαγή αυτή επηρεάζει την τιμή του MSE και του STD, καθώς και των άλλων μετρικών απόδοσης του συστήματος.

(δ) Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα με τα δικά σας γραφήματα.

Απάντηση:



Ερώτηση 5 (δ συνέχεια) Τι παρατηρείτε στις παραπάνω γραφικές παραστάσεις σας; Ποια η συχνότητα των ανακατασκευασμένων σημάτων; Εξηγήστε.

Απάντηση:

Στις γραφικές παραστάσεις των μετρήσεων για $f_0=40\text{Hz}$, $f_0=240\text{Hz}$ και $f_0=4040\text{Hz}$ παρατηρείται ότι όσο αυξάνεται η συχνότητα f_0 , τόσο πιο γρήγορα πολλαπλασιάζεται η περίοδος T του σήματος, και ότι οι απόλυτες τιμές του σήματος αυξάνονται.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Όν/μο:	ΑΓΓΕΛΟΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΠΟΤΑΜΙΑΝΟΣ	ΑΜ:	1084537	Έτος:	3 ^ο
--------	-----------------------------------	-----	---------	-------	----------------

Η συχνότητα των ανακατασκευασμένων σημάτων είναι 1000 Hz. Εάν η συχνότητα δειγματοληψίας ήταν χαμηλότερη, τότε θα είχαμε απώλεια πληροφορίας και το αποτέλεσμα της ανακατασκευής θα ήταν λιγότερο ακριβές. Αντίθετα, εάν η συχνότητα δειγματοληψίας ήταν υψηλότερη, τότε θα είχαμε υπερδειγματοληψία και θα καταναλώναμε περισσότερους υπολογιστικούς πόρους χωρίς να προσθέτουμε περισσότερη πληροφορία.

Ασκηση 2

(α) Αιτιολογήστε αν το σύστημα είναι αιτιατό ή όχι

Απάντηση: Όχι, το δοθέν σύστημα δεν είναι αιτιατό αφού η τρέχουσα τιμή της εξόδου $y[n]$ εξαρτάται από τις παρελθοντικές και τις μελλοντικές τιμές της εισόδου $x[n]$. Από την θεωρία του μαθήματος γνωρίζουμε πως ένα σύστημα ονομάζεται αιτιατό εάν η έξοδός του εξαρτάται μόνο από την τρέχουσα και τις παρελθοντικές τιμές της εισόδου.

(β.1) Υπολογίστε κρουστική απόκριση του συστήματος (μόνο θεωρητικά).

Απάντηση: Από φυλλάδιο συμπληρωματικών ασκήσεων και από την θεωρία μας γνωρίζουμε πως η κρουστική απόκριση του συστήματος είναι η έξοδος του συστήματος όταν του δοθεί ένα σύντομο σήμα εισόδου, δηλαδή η συνάρτηση μοναδιαίου παλμού $\delta(t)$.

Άρα η κρουστική απόκριση $h[n]$ του συστήματος $y[n] = \frac{1}{2}x[n] + x[n-1] - \frac{1}{2}x[n-2]$ θα είναι:

$$h[n] = y[n] = \frac{1}{2}\delta[n] + \delta[n-1] - \frac{1}{2}\delta[n-2]$$

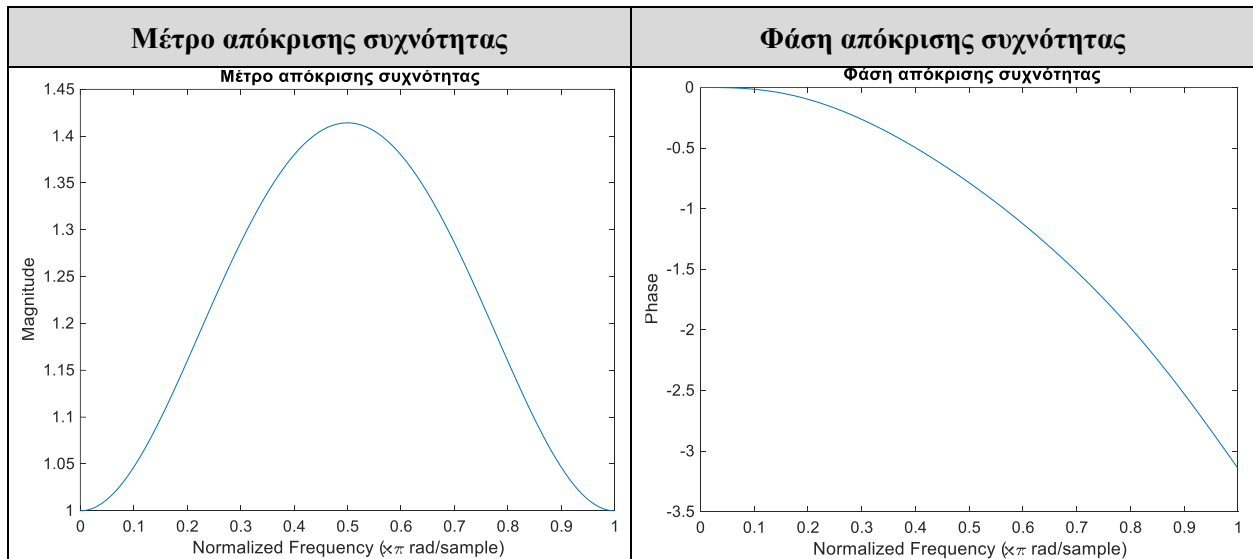
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΑΓΓΕΛΟΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΠΟΤΑΜΙΑΝΟΣ	ΑΜ:	1084537	Έτος:	3 ^ο
--------	-----------------------------------	-----	---------	-------	----------------

(β.2) Σχεδιάστε το μέτρο και τη φάση της απόκρισης συχνότητας θεωρητικά και χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *freqz()* της Matlab).

Απάντηση:



(γ) Ποιες συχνότητες του σήματος εισόδου διατηρεί το παραπάνω σύστημα;

Απάντηση: Το παραπάνω σύστημα είναι ένα ΓΧΑ σύστημα, το οποίο δεν περιέχει φίλτρο που να αποκόπτει ή να επηρεάζει κάποια συχνότητα του σήματος εισόδου. Έτσι, το σύστημα διατηρεί όλες τις συχνότητες του σήματος εισόδου.

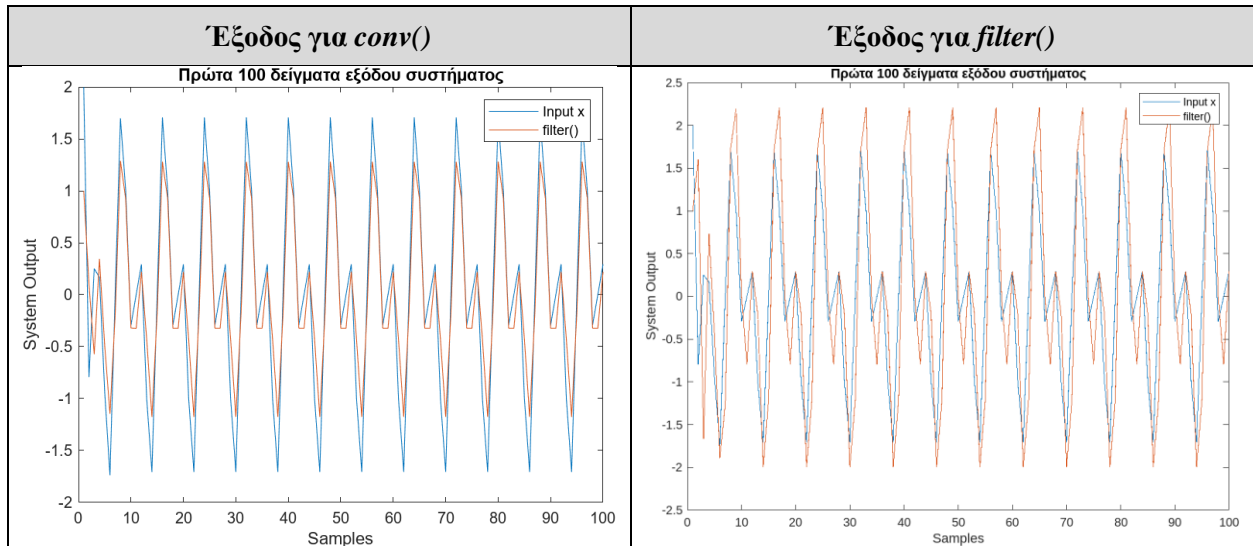
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Όν/μο:	ΑΓΓΕΛΟΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΠΟΤΑΜΙΑΝΟΣ	ΑΜ:	1084537	Έτος:	3 ^ο
--------	-----------------------------------	-----	---------	-------	----------------

(δ) Χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις *conv()* και *filter()*, υπολογίστε και σχεδιάστε την έξοδο του συστήματος για την είσοδο $x[n]$ (μόνο για τα πρώτα 100 δείγματα). Ποιες οι διαφορές;

Απάντηση: Στην πρώτη περίπτωση, υπολογίσαμε την έξοδο του συστήματος με τη χρήση της συνάρτησης *conv()* και στη δεύτερη περίπτωση με τη συνάρτηση *filter()*. Στο γράφημα της πρώτης περίπτωσης, η έξοδος του συστήματος που υπολογίστηκε με τη *conv()* φαίνεται να έχει μια καθυστέρηση σε σχέση με την είσοδο $x[n]$. Αντίθετα, στο γράφημα της δεύτερης περίπτωσης, η έξοδος που υπολογίστηκε με την *filter()* φαίνεται να ακολουθεί πιο κοντά την είσοδο $x[n]$, χωρίς καθυστέρηση. Αυτό συμβαίνει γιατί η συνάρτηση *filter()* είναι σχεδιασμένη έτσι ώστε να μην έχει καθυστέρηση στην έξοδό της.



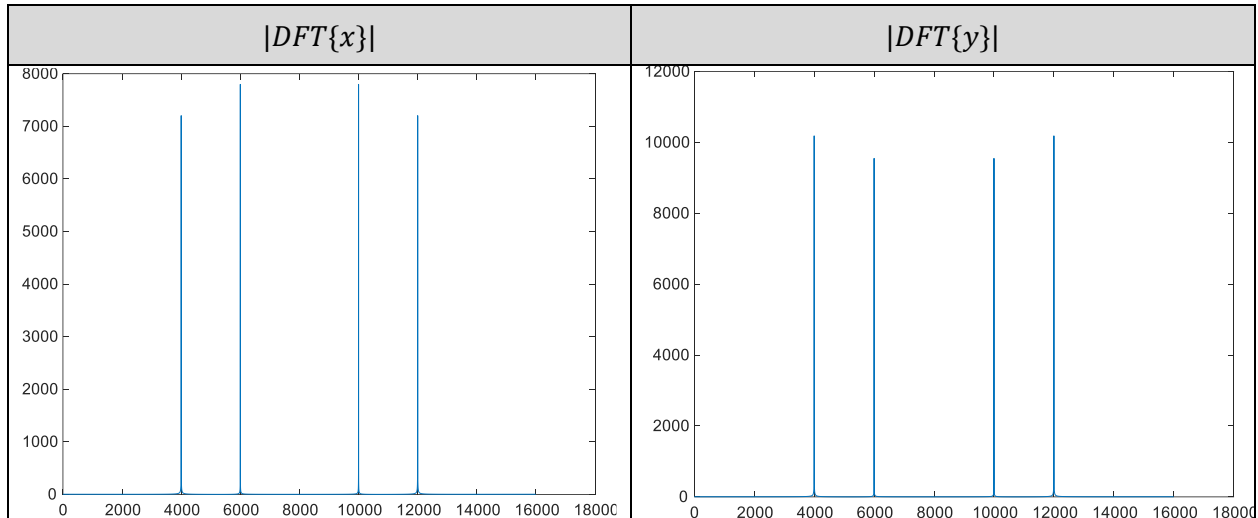
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Όν/μο:	ΑΓΓΕΛΟΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΠΟΤΑΜΙΑΝΟΣ	ΑΜ:	1084537	Έτος:	3 ^ο
--------	-----------------------------------	-----	---------	-------	----------------

(ε) Σχεδιάστε το $\text{abs}(\text{fftshift}(\text{fft}(x)))$ και $\text{abs}(\text{fftshift}(\text{fft}(y)))$.

Απάντηση:



(στ)

Μήκος σήματος	Μέσος χρόνος	Μήκος σήματος	Μέσος χρόνος
2^6	6.3633e-07	2^6-1	7.8235e-07
2^7	7.1139e-07	2^7-1	7.5218e-06
2^8	1.0973e-06	2^8-1	3.1390e-06
2^9	1.5439e-06	2^9-1	9.6023e-06
2^{10}	2.7400e-06	$2^{10}-1$	1.3174e-05
2^{11}	5.0826e-06	$2^{11}-1$	6.2485e-05
2^{12}	1.0392e-05	$2^{12}-1$	2.8471e-05
2^{13}	2.0949e-05	$2^{13}-1$	3.1070e-04
2^{14}	4.8170e-05	$2^{14}-1$	6.4999e-04
2^{15}	9.9439e-05	$2^{15}-1$	1.4885e-03

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Ο κώδικας όλων των Ασκήσεων 1 – 2.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Όν/μο:	ΑΓΓΕΛΟΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΠΟΤΑΜΙΑΝΟΣ	ΑΜ:	1084537	Έτος:	3 ^ο
--------	-----------------------------------	-----	---------	-------	----------------

Στην 1^η άσκηση χρησιμοποιήθηκε ο κώδικας που μας δίνεται και αλλάξαμε απλα τις τιμές f_0 και T_s σύμφωνα με τις απαιτήσεις τις άσκησης.

2^η άσκηση:

β.2)

```
% Η κρουστική απόκριση του συστήματος
h=[1/2 1 -1/2];
% Ορισμός χίλιων δειγμάτων για τη συνάρτηση
[H, w] = freqz(h, 1, 1000);
% Κανονικοποιημένο γράφημα μέτρου απόκρισης συχνότητας
figure (1);
plot(w/pi, abs(H))
title('Μέτρο απόκρισης συχνότητας')
xlabel('Normalized Frequency (\times\pi rad/sample)')
ylabel('Magnitude')
% Κανονικοποιημένο γράφημα φάσης απόκρισης συχνότητας
figure (2);
plot(w/pi, angle(H))
title('Φάση απόκρισης συχνότητας')
xlabel('Normalized Frequency (\times\pi rad/sample)')
ylabel('Phase')
```

δ) για conv():

```
n = 0:16000;
x = cos(pi*n/4) - sin(pi*n/2) + (-1/2).^n;
x = x(1:101); % επιλέγουμε μόνο τα πρώτα 101 δείγματα

y = conv(1/2*x, [1 1/2 -1/2]); % εφαρμόζουμε το φίλτρο
y = y(1:100); % επιλέγουμε μόνο τα πρώτα 100 δείγματα

figure (3);
plot(x(1:100))
hold on
plot(y(1:100))
title('Πρώτα 100 δείγματα εξόδου συστήματος')
xlabel('Samples')
ylabel('System Output')
legend ('Input x', 'filter()')
hold off
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Όν/μο:	ΑΓΓΕΛΟΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΠΟΤΑΜΙΑΝΟΣ	ΑΜ:	1084537	Έτος:	3 ^ο
--------	-----------------------------------	-----	---------	-------	----------------

για filter():

```
% Ορισμός της εισόδου x[n]
n = 0:16000;
x = cos(pi*n/4) - sin(pi*n/2) + (-1/2).^n;

% Υπολογισμός της έξοδος του συστήματος με τη συνάρτηση filter()
b = [1/2 1 -1/2];
a = 1;
y = filter(b, a, x);

figure (3);
plot(x(1:100))
hold on
plot(y(1:100))
title('Πρώτα 100 δείγματα εξόδου συστήματος')
xlabel('Samples')
ylabel('System Output')
legend ('Input x', 'filter()')
hold off
```

ε)

```
% Δημιουργία του σήματος x[n]
n = 0:16000;
x = cos(pi*n/4) - sin(pi*n/2) + (-1/2).^n;

% Υπολογισμός του σήματος y[n]
y = 1/2*x + [0 x(1:end-1)] - 1/2*[0 0 x(1:end-2)];

% Υπολογισμός του μετασχηματισμού Fourier του σήματος y[n]
Y = abs(fftshift(fft(y)));

% Σχεδίαση του αποτελέσματος
plot(Y);
```

και αντίστοιχα για $|DFT\{x\}|$

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Όν/μο:	ΑΓΓΕΛΟΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΠΟΤΑΜΙΑΝΟΣ	ΑΜ:	1084537	Έτος:	3 ^ο
--------	-----------------------------------	-----	---------	-------	----------------

στ)

```
n_trials = 10000; % Αριθμός επαναλήψεων
signal_lengths = 2.^(6:15); % Μήκη σημάτων
times_dft = zeros(length(signal_lengths),1); % Χρόνοι εκτέλεσης DFT
times_fft = zeros(length(signal_lengths),1); % Χρόνοι εκτέλεσης FFT

for i = 1:length(signal_lengths)
    N = signal_lengths(i);
    x = rand(N,1);

    % Χρόνος εκτέλεσης DFT
    t_start = tic;
    for j = 1:n_trials
        X = fft(x);
    end
    t_elapsed = toc(t_start);
    times_dft(i) = t_elapsed/n_trials;

    % Χρόνος εκτέλεσης FFT
    t_start = tic;
    for j = 1:n_trials
        X = fft(x);
    end
    t_elapsed = toc(t_start);
    times_fft(i) = t_elapsed/n_trials;
end

% Εμφάνιση αποτελεσμάτων
results = [signal_lengths' times_dft times_fft];
for i=1:length(results)
    fprintf('%14d      %12.4e      %12.4e\n', results(i,:));
end
```