



Πολυτεχνική Σχολή
Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής

ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΙΚΟΝΑΣ

ΑΝΑΦΟΡΑ ΒΑΣΙΣΜΕΝΗ ΣΤΗΝ 1^Η ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

ΑΓΓΕΛΟΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΠΟΤΑΜΙΑΝΟΣ

A.M. 1084537
up1084537@ac.upatras.gr

Πάτρα, 2025

Για την διευκόλυνση της διαδικασίας της διόρθωσης, μπορείτε να βρείτε τον κώδικα ανεβασμένο στο [GitHub](#), καθώς και τον κώδικα συμπυκνωμένο σε .mlx και .ipynb (ο κώδικας παραμένει Matlab) μορφή με τα αποτελέσματα τυπωμένα πάνω στους τίτλους «askisiX.ipynb» όταν υπάρχει το αντίστοιχο αρχείο

1. Φιλτράρισμα στο πεδίο συχνοτήτων ([askisi1.ipynb](#))

- Για την εικόνα moon.jpg να εκτελεστούν τα παρακάτω βήματα :
1. Προεπεξεργασία: Αρχικά εφαρμόστε γραμμικό μετασχηματισμό της περιοχής τιμών της εικόνας, ώστε να καλύπτει πλήρως τη δυναμική περιοχή [0: 255]. Στη συνέχεια, με χρήση κατάλληλης ιδιότητας του μετασχηματισμού DFT, μεταφέρετε το συχνοτικό σημείο (0,0) στο κέντρο του πεδίου.
 2. Να υλοποιηθεί ο δισδιάστατος διακριτός μετασχηματισμός Fourier με τη μέθοδο γραμμών-στηλών και χρησιμοποιώντας το μονοδιάστατο μετασχηματισμό DFT. Να γίνει γραμμική και λογαριθμική απεικόνιση του πλάτους του μετασχηματισμού της εικόνας.
 3. Να φιλτράρετε την εικόνα στο πεδίο συχνοτήτων (u, v) με χρήση ενός κατωπερατού φίλτρου (lowpass filter) $H(u, v)$ με ζώνη διάβασης της επιλογής σας.
 4. Να εφαρμοστεί ο δισδιάστατος αντίστροφος διακριτός μετασχηματισμός IDFT για την επαναφορά στο χωρικό πεδίο.
 5. Τέλος, εφαρμόστε την αντίστροφη διαδικασία του Βήματος 1, έτσι ώστε να επαναφέρετε το σημείο (0,0).

Ο Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier (DFT) αποτελεί θεμελιώδες εργαλείο στην ψηφιακή επεξεργασία σημάτων και εικόνων, καθώς επιτρέπει την αναπαράσταση ενός σήματος (εικόνας) στο πεδίο των συχνοτήτων, αποκαλύπτοντας την εσωτερική δομή της εικόνας ως άθροισμα ημιτονοειδών συνιστωσών διαφορετικών συχνοτήτων. Για μια δισδιάστατη εικόνα $f(x, y)$ μεγέθους $M \times N$, ο DFT δίνεται από τη σχέση:

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})}$$

Ο αντίστροφος μετασχηματισμός IDFT επιτρέπει την ανάκτηση της αρχικής εικόνας στο χωρικό πεδίο:

$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})}$$

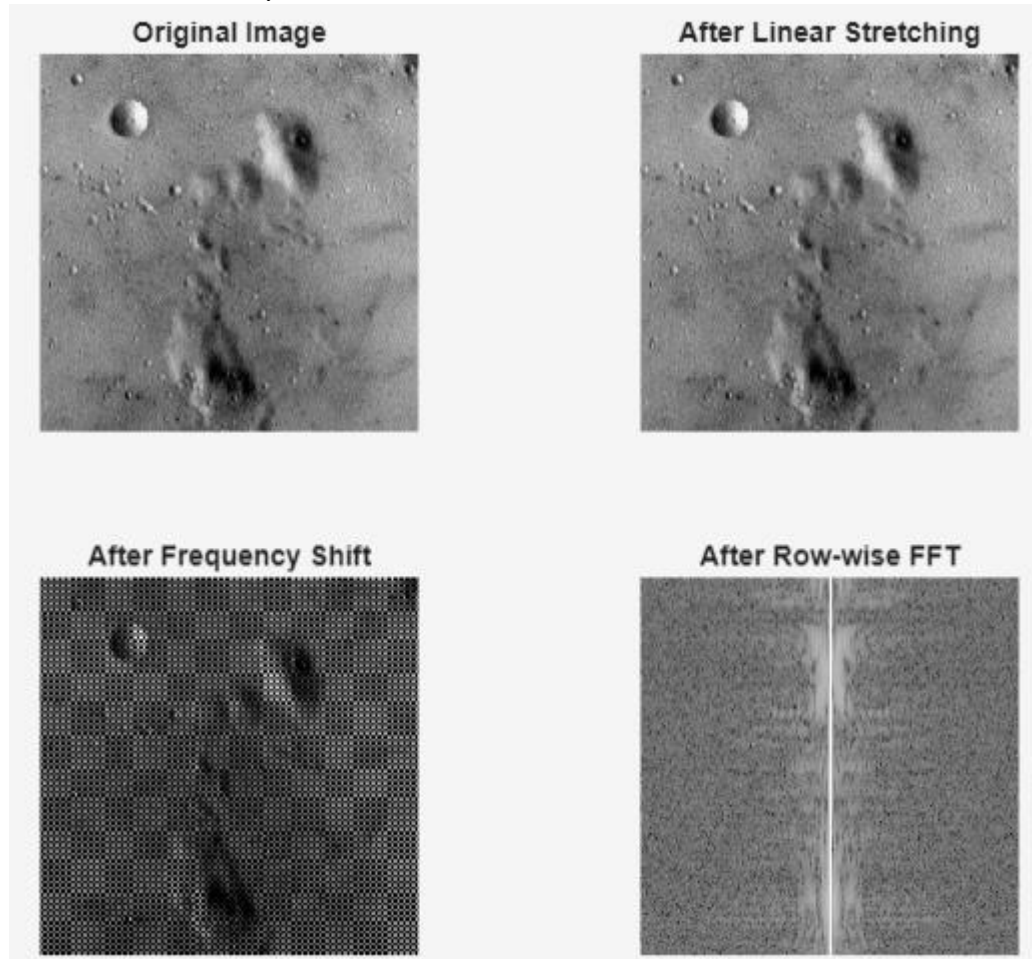
Η ιδιαίτερη αξία του DFT έγκειται στο θεώρημα της συνέλιξης, σύμφωνα με το οποίο η συνέλιξη στο χωρικό πεδίο αντιστοιχεί σε απλό πολλαπλασιασμό στο πεδίο συχνοτήτων:

$$f(x, y) * h(x, y) \leftrightarrow F(u, v) \cdot H(u, v)$$

Αυτό καθιστά τη διαδικασία φιλτραρίσματος υπολογιστικά αποδοτικότερη στο πεδίο συχνοτήτων για φίλτρα μεγάλου μεγέθους.

Ανάλυση Υλοποίησης και Αποτελεσμάτων

Βήμα 1: Προεπεξεργασία



Εικόνα 1

Το πρώτο βήμα της διαδικασίας περιλαμβάνει δύο κρίσιμες λειτουργίες προεπεξεργασίας:

α) **Γραμμικός μετασχηματισμός δυναμικού εύρους:** Η αρχική εικόνα υπέστη γραμμικό μετασχηματισμό των τιμών της ώστε να αξιοποιείται πλήρως το διαθέσιμο δυναμικό εύρος $[0, 255]$. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω του τύπου:

$$I_{lin} = 255 \cdot \frac{I - I_{min}}{I_{max} - I_{min}}$$

Ο μετασχηματισμός αυτός βελτιώνει την αντίθεση της εικόνας και διασφαλίζει την καλύτερη αναπαράσταση των λεπτομερειών στην Εικόνα 1 όπως φαίνεται στις εικόνες, όπου η σύγκριση της αρχικής και της μετασχηματισμένης εικόνας δείχνει βελτιωμένη οπτική διακριτικότητα των χαρακτηριστικών της σεληνιακής επιφάνειας.

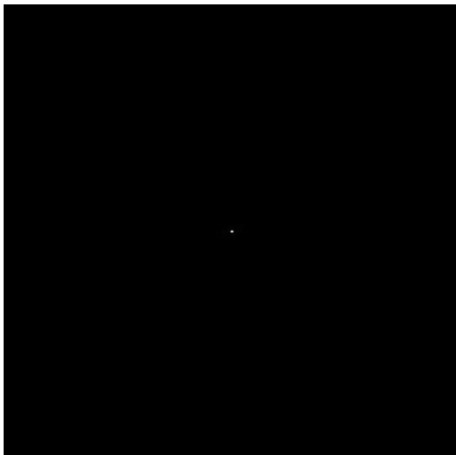
β) **Μετατόπιση του σημείου συχνότητας (0,0):** Η δεύτερη λειτουργία προεπεξεργασίας είναι η μετατόπιση του σημείου μηδενικής συχνότητας στο κέντρο του φάσματος, που επιτυγχάνεται πολλαπλασιάζοντας την εικόνα με τον παράγοντα $(-1)^{x+y}$:

$$I_{shift} = I_{lin} \cdot (-1)^{x+y}$$

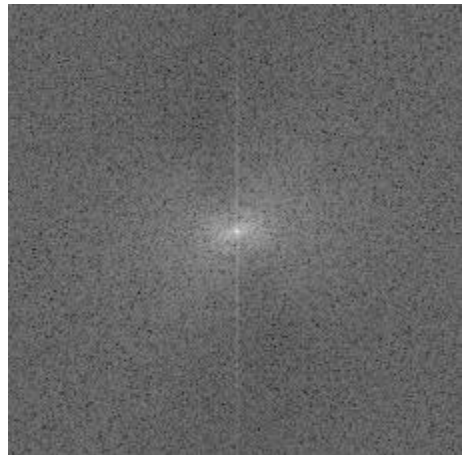
Αυτός ο μετασχηματισμός αξιοποιεί την ιδιότητα του DFT όπου $f(x,y) \cdot (-1)^{x+y} \leftrightarrow F(u - M/2, v - N/2)$, επιτρέποντας τη μετατόπιση του φάσματος ώστε οι χαμηλές συχνότητες να εμφανίζονται στο κέντρο του πεδίου συχνοτήτων και οι υψηλές συχνότητες στην περιφέρεια, διευκολύνοντας έτσι την εφαρμογή του κατωπερατού φίλτρου. Στην Εικόνα 1, το αποτέλεσμα αυτής της μετατόπισης εμφανίζεται ως εικόνα θορύβου, καθώς ο παράγοντας $(-1)^{x+y}$ εναλλάσσει το πρόσημο των εικονοστοιχείων, δημιουργώντας ένα μοτίβο υψηλών συχνοτήτων.

Βήμα 2: Υλοποίηση Δισδιάστατου DFT

$|F(u,v)|$ – linear scale



$\log(1+|F(u,v)|)$ – logarithmic scale



Εικόνα 2

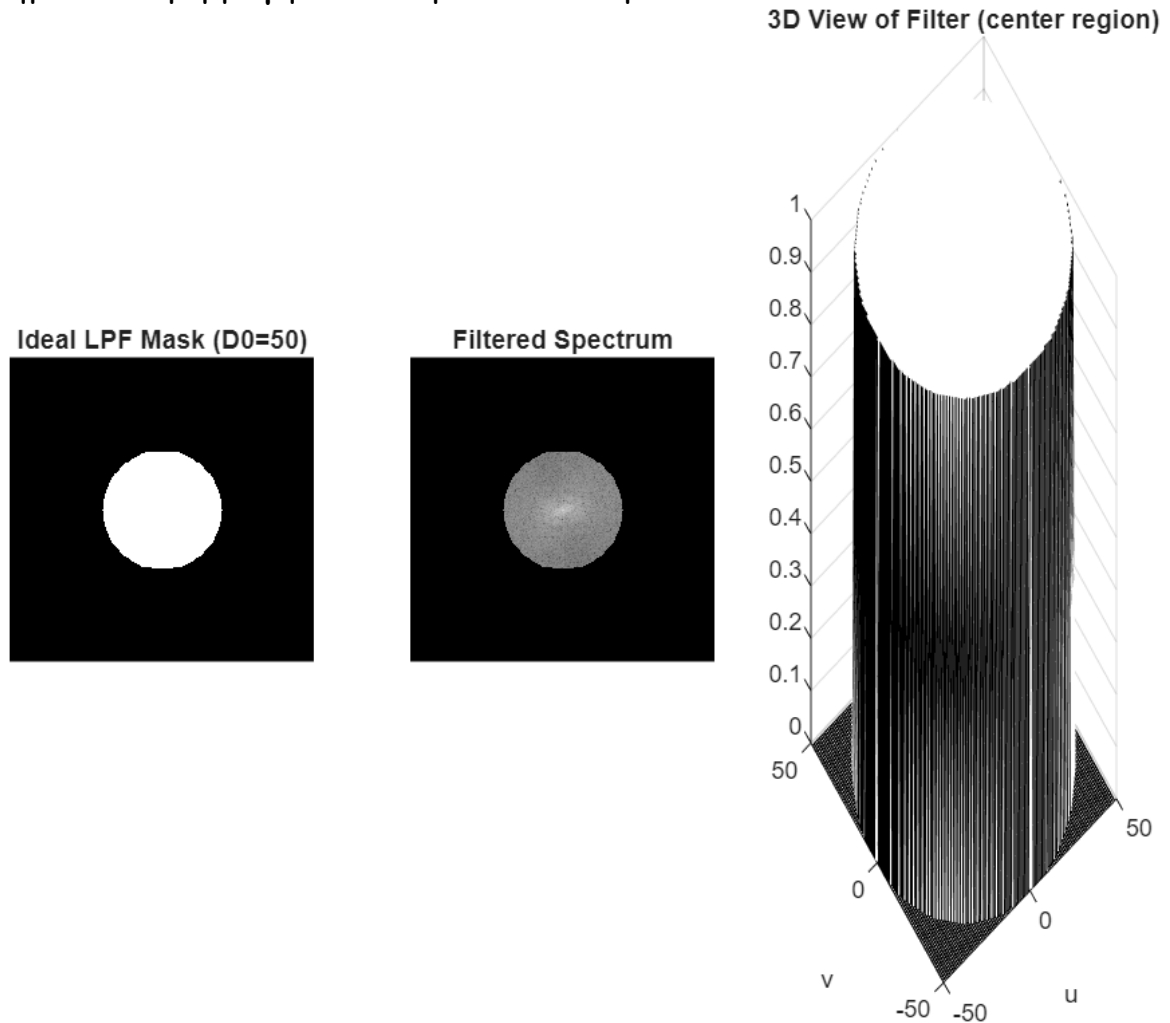
Ο δισδιάστατος DFT υλοποιήθηκε με τη μέθοδο γραμμών-στηλών, αξιοποιώντας αποκλειστικά τον μονοδιάστατο μετασχηματισμό DFT. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στη δυνατότητα αποσύνθεσης του 2D-DFT σε δύο διαδοχικές εφαρμογές του 1D-DFT, πρώτα κατά μήκος των γραμμών και στη συνέχεια κατά μήκος των στηλών:

```
% Υπολογισμός 1D FFT κατά μήκος των γραμμών  
F_rows = fft(I_shift, [], 2);  
% Στη συνέχεια υπολογισμός 1D FFT κατά μήκος των στηλών  
F = fft(F_rows, [], 1);
```

Η ανάλυση του φάσματος πραγματοποιήθηκε τόσο σε γραμμική όσο και σε λογαριθμική κλίμακα (Εικόνα 2). Η λογαριθμική απεικόνιση $\log(1 + |F(u,v)|)$ είναι ιδιαίτερα χρήσιμη καθώς συμπιέζει το μεγάλο δυναμικό εύρος των συντελεστών Fourier,

επιτρέποντας την καλύτερη οπτικοποίηση των λεπτομερειών του φάσματος. Παρατηρείται ότι η ενέργεια συγκεντρώνεται κυρίως στις χαμηλές συχνότητες (κεντρική περιοχή), με αξιοσημείωτη την εμφάνιση οριζόντιων και κάθετων γραμμών υψηλότερης έντασης, ενδεικτικές της παρουσίας δομών με συγκεκριμένους προσανατολισμούς στην αρχική εικόνα.

Βήμα 3: Εφαρμογή Κατωπερατού Φίλτρου



Εικόνα 3

Στο τρίτο βήμα εφαρμόστηκε ιδανικό κατωπερατό φίλτρο (Ideal Low-Pass Filter, ILPF) με συχνότητα αποκοπής $D_0 = 50$ pixels:

$$H(u, v) = \begin{cases} 1, & D(u, v) \leq D_0 \\ 0, & D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

Όπου $D(u, v) = \sqrt{(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2}$ είναι η Ευκλείδεια απόσταση από το κέντρο του φάσματος.

Το ιδανικό κατωπερατό φίλτρο χρησιμοποιείται για την εξομάλυνση της εικόνας μέσω της απόρριψης των υψηλοσυχνοτικών συνιστωσών που συνήθως αντιστοιχούν σε λεπτομέρειες και

θόρυβο. Στην Εικόνα 3 απεικονίζεται η μάσκα του φίλτρου, το φιλτραρισμένο φάσμα και μια τρισδιάστατη αναπαράσταση του φίλτρου που επιβεβαιώνει τη μορφή του ως δίσκο με απότομα (ιδανικά) όρια.

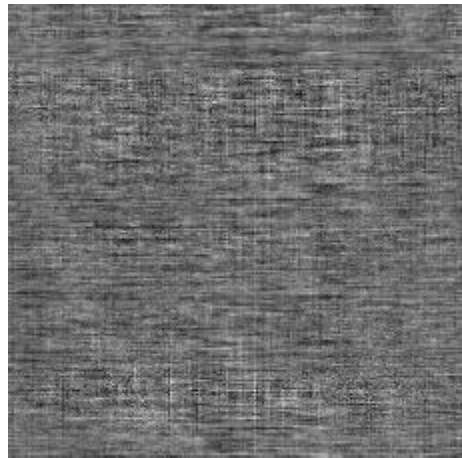
Το φιλτραρισμένο φάσμα $F_{filt}(u,v) = F(u,v) \cdot H(u,v)$ διατηρεί μόνο τις συχνότητες εντός του κύκλου ακτίνας D_0 , όπως φαίνεται στην Εικόνα 2. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, το ποσοστό των συχνοτικών συνιστωσών που διατηρήθηκαν είναι περίπου το 6.28% του συνόλου, καθώς η επιλεγμένη συχνότητα αποκοπής διατηρεί μόνο τις χαμηλότερες συχνότητες.

Βήμα 4: Αντίστροφος Μετασχηματισμός IDFT

Real Part after IDFT



Imaginary Part (max=2.6e-14)



Εικόνα 4

Στο τέταρτο βήμα εφαρμόστηκε ο αντίστροφος διακριτός μετασχηματισμός Fourier με την ίδια μέθοδο γραμμών-στηλών:

```
% Αντίστροφος DFT: πρώτα κατά μήκος των στηλών  
f_shift = ifft(F_filt, [], 1);  
% Έπειτα κατά μήκος των γραμμών  
f_shift = ifft(f_shift, [], 2);
```

Μετά την εφαρμογή του IDFT, παρατηρείται ότι το φανταστικό μέρος της ανακατασκευασμένης εικόνας είναι αμελητέο (μέγιστη τιμή της τάξης του 2.6×10^{-14}), όπως φαίνεται στην Εικόνα 4. Αυτό αποτελεί επαλήθευση της ορθής υλοποίησης του αλγορίθμου, καθώς για μια πραγματική εικόνα εισόδου, το φανταστικό μέρος μετά την εφαρμογή DFT και IDFT θα πρέπει θεωρητικά να είναι μηδενικό, με τις μικρές αποκλίσεις να οφείλονται αποκλειστικά σε αριθμητικά σφάλματα υπολογισμού.

Βήμα 5: Μετα-επεξεργασία
Pre-processed input (stretched)



Output after ideal LPF



Εικόνα 5

Στο τελικό βήμα αντιστράφηκε η μετατόπιση του σημείου $(0,0)$ με την εφαρμογή του πολλαπλασιαστή $(-1)^{x+y}$ και ανακτήθηκε το πλήρες δυναμικό εύρος της εικόνας μέσω γραμμικής επέκτασης:

```
% Αναίρεση της χωρικής μετατόπισης
f = f_shift .* (-1).^(x + y);

% Επαναφορά στο δυναμικό εύρος [0,255]
f = f - min(f(:));
f = f / max(f(:));
f_uint8 = uint8(round(f * 255));
```

Στην τελική εικόνα παρατηρείται το αποτέλεσμα της εφαρμογής του κατωπερατού φίλτρου, που έχει εξομαλύνει τις λεπτομέρειες της εικόνας, αφαιρώντας τις υψηλές συχνότητες. Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE) μεταξύ της αρχικής και της φιλτραρισμένης εικόνας προέκυψε 151.96, τιμή που αντικατοπτρίζει τον βαθμό εξομάλυνσης που εφαρμόστηκε.

```
Original image range: [0.000000, 255.000000]
After stretching: [0.000000, 255.000000]
Image dimensions: 256 x 256 pixels
Computing 2D DFT using row-column decomposition...
2D DFT completed in 0.0725 seconds
```

```
Step 3: Applying ideal low-pass filter with cutoff D0 = 50
pixels
Filter applied in frequency domain
Kept 11.97% of frequency components
```

```
Step 4: Computing inverse 2D DFT...
IDFT completed in 0.1452 seconds
```

Max imaginary component: 0.00e+00 (negligible)

Step 5: Post-processing...

Output image range before normalization: [-8.326598, 255.929820]

Mean Squared Error between input and output: 118.54

Filtered image saved to moon_lowpass.png

Frequency-domain filtering complete!

2. Συμπίεση Εικόνας με χρήση μετασχηματισμού DCT ([askisi2.ipynb](#))

Θεωρήστε την εικόνα `board.png` και εκτελέστε τις παρακάτω επεξεργασίες: Συμπίεση με τη χρήση του μετασχηματισμού 2D-DCT. Για να συμπίεσετε την εικόνα, αρχικά τεμαχίστε την σε μη επικαλυπτόμενες περιοχές διαστάσεων 32×32 , και εφαρμόστε το μετασχηματισμό 2D-DCT σε κάθε μία περιοχή. Στη συνέχεια να επιλέξετε κατάλληλο υποσύνολο των συντελεστών του 2D-DCT της κάθε υποεικόνας, κρατώντας πληροφορία ενός ποσοστού r . Η επιλογή για το υποσύνολο συντελεστών να γίνει με δύο μεθόδους, συγκεκριμένα:

1. Με τη μέθοδο ζώνης
2. Με τη μέθοδο κατωφλιού

Απεικονίστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα ανάμεσα στην αρχική και την ανακατασκευασμένη εικόνα για τις τιμές του r που ανήκουν στο σύνολο τιμών $[5\%, 50\%]$.

Θεωρητικό Υπόβαθρο και Μεθοδολογία

Ο DCT μετατρέπει χωρικά δεδομένα σε αναπαράσταση συχνοτήτων, συμπυκνώνοντας την ενέργεια της εικόνας σε λίγους συντελεστές χαμηλών συχνοτήτων. Για ένα δισδιάστατο μπλοκ εικονοστοιχείων $f(x, y)$ μεγέθους $N \times N$, ο 2D-DCT ορίζεται ως:

$$F(u, v) = \alpha(u)\alpha(v) \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \cos\left[\frac{\pi(2x+1)u}{2N}\right] \cos\left[\frac{\pi(2y+1)v}{2N}\right]$$

όπου $\alpha(u), \alpha(v) = \frac{1}{\sqrt{N}}$ για $u, v = 0$ και $\alpha(u), \alpha(v) = \sqrt{\frac{2}{N}}$ για $u, v \neq 0$.

Στην παρούσα υλοποίηση, η εικόνα "`board.png`" (1500×2250 pixels) τεμαχίστηκε σε μη επικαλυπτόμενα μπλοκ 32×32 pixels, και εφαρμόστηκε ο 2D-DCT σε κάθε μπλοκ. Η συμπίεση επιτυγχάνεται διατηρώντας μόνο ένα ποσοστό r των συντελεστών DCT, εφαρμόζοντας δύο διαφορετικές μεθόδους επιλογής:

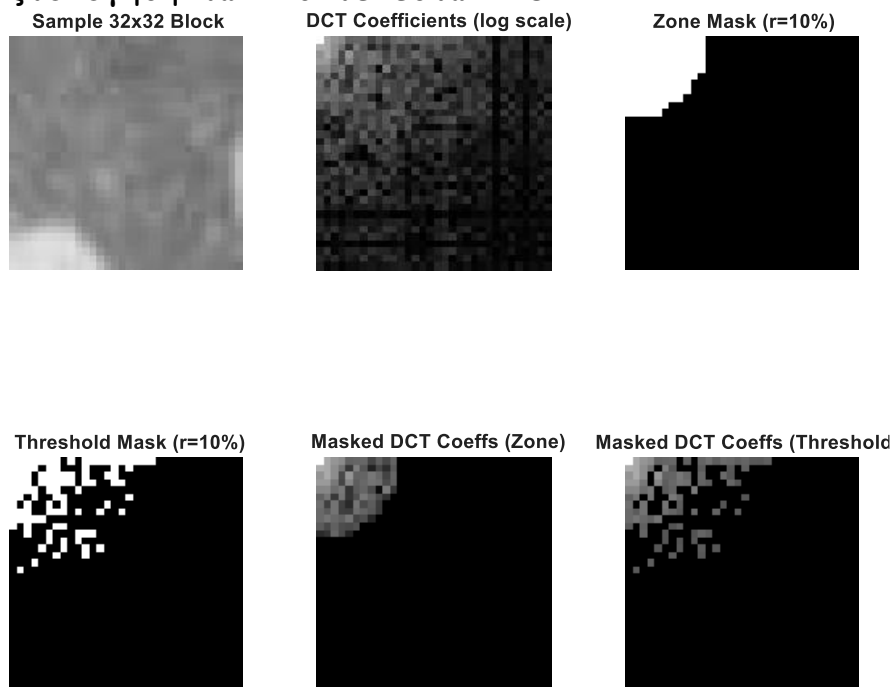
1. **Μέθοδος Ζώνης (Zone Method):** Διατηρούνται οι συντελεστές με τις χαμηλότερες χωρικές συχνότητες, βάσει της απόστασής τους από το σημείο $(0, 0)$ στο πεδίο συχνοτήτων. Αν θεωρήσουμε έναν πίνακα συντελεστών DCT, ο συντελεστής

στην θέση $(0,0)$ αντιπροσωπεύει τη μέση τιμή (DC component) του μπλοκ, ενώ οι συντελεστές σε μεγαλύτερες αποστάσεις από το σημείο αυτό αντιστοιχούν σε υψηλότερες συχνότητες. Η μέθοδος ζώνης διατηρεί τους συντελεστές εντός ενός κύκλου με κέντρο το $(0,0)$ και ακτίνα τέτοια ώστε να περιλαμβάνει ακριβώς το $r\%$ των συνολικών συντελεστών.

2. Μέθοδος Κατωφλίου (Threshold Method): Διατηρούνται οι $r\%$ συντελεστές με το μεγαλύτερο πλάτος, ανεξάρτητα από τη θέση τους στο φάσμα συχνοτήτων. Αυτή η προσέγγιση είναι πιο προσαρμοστική, καθώς επιλέγει τους συντελεστές που συνεισφέρουν περισσότερο στην ενέργεια της εικόνας.

Για κάθε μέθοδο και για διάφορες τιμές του r στο εύρος $[5\%, 50\%]$, υπολογίστηκαν μετρικές αξιολόγησης όπως το Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα (MSE), ο Λόγος Σήματος προς Θόρυβο (PSNR), ο Λόγος Συμπίεσης (CR) και τα Bits ανά Εικονοστοιχείο (BPP).

Οπτική Αξιολόγηση των Συντελεστών DCT



Εικόνα 6

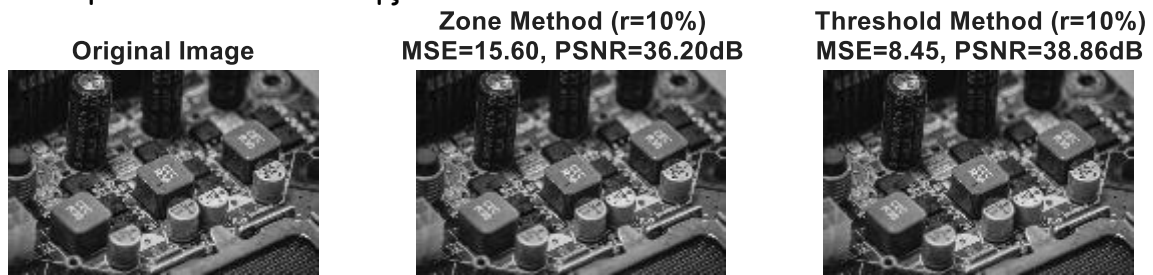
Από την Εικόνα 6 μπορούμε να παρατηρήσουμε τους συντελεστές DCT για ένα αντιπροσωπευτικό μπλοκ 32×32 . Είναι εμφανές ότι η ενέργεια συγκεντρώνεται στην άνω αριστερή γωνία του μπλοκ, αντιστοιχώντας στις χαμηλές συχνότητες. Οι διαφορές μεταξύ των δύο μεθόδων γίνονται επίσης εμφανείς από τις μάσκες:

- Η **μάσκα ζώνης** έχει κυκλική δομή, διατηρώντας συστηματικά τις χαμηλές συχνότητες και απορρίπτοντας τις υψηλές.

Αυτό βασίζεται στην παρατήρηση ότι η ανθρώπινη όραση είναι πιο ευαίσθητη στις χαμηλοσυχνοτικές συνιστώσες.

- Η **μάσκα κατωφλίου** παρουσιάζει πιο ακανόνιστη κατανομή, επιλέγοντας συντελεστές με μεγάλο πλάτος ανεξάρτητα από τη συχνότητά τους. Παρατηρούμε ότι εξακολουθεί να υπάρχει συγκέντρωση στις χαμηλές συχνότητες, αλλά διατηρούνται και ορισμένοι συντελεστές υψηλών συχνοτήτων με μεγάλο πλάτος.

Ποιότητα Ανακατασκευής



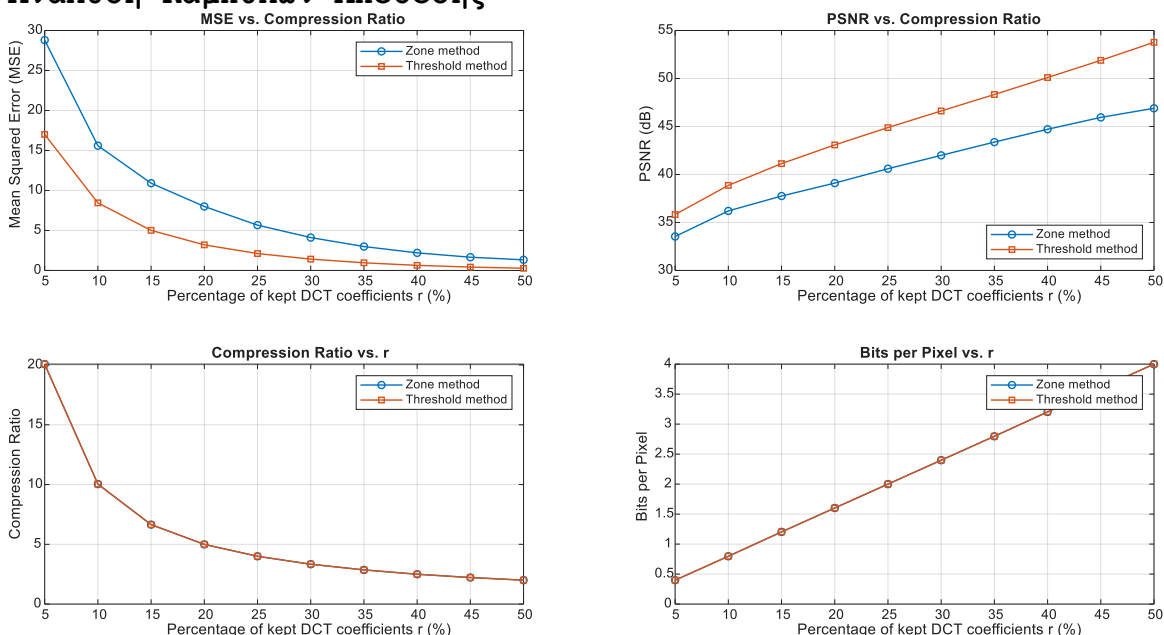
Εικόνα 7

Από την Εικόνα 7, μπορούμε να αξιολογήσουμε οπτικά την ποιότητα των ανακατασκευασμένων εικόνων με ποσοστό διατήρησης $r=10\%$:

- Η **μέθοδος ζώνης** επιτυγχάνει MSE=15.60 και PSNR=36.20dB. Η ανακατασκευασμένη εικόνα διατηρεί τις γενικές δομές της πλακέτας, με μικρή απώλεια λεπτομέρειας και ελαφρά θόλωση.
- Η **μέθοδος κατωφλίου** επιτυγχάνει καλύτερη επίδοση με MSE=8.45 και PSNR=38.86dB. Η ανακατασκευασμένη εικόνα διατηρεί περισσότερες λεπτομέρειες, ιδιαίτερα στις περιοχές με υψηλή αντίθεση όπως τα ολοκληρωμένα κυκλώματα και οι αριθμητικές επισημάνσεις.

Η διαφορά αυτή οφείλεται στο γεγονός ότι η μέθοδος κατωφλίου προσαρμόζεται καλύτερα στα χαρακτηριστικά της συγκεκριμένης εικόνας, διατηρώντας τους συντελεστές με τη μεγαλύτερη συνεισφορά στην ενέργεια του σήματος.

Ανάλυση Καμπυλών Απόδοσης



Εικόνα 8

Η Εικόνα 8 παρουσιάζει τις καμπύλες απόδοσης των δύο μεθόδων για διάφορες τιμές του r :

- MSE vs. Ποσοστό Διατηρούμενων Συντελεστών:** Και για τις δύο μεθόδους, το MSE μειώνεται ραγδαία καθώς αυξάνεται το ποσοστό r . Ωστόσο, η μέθοδος κατωφλίου επιτυγχάνει σταθερά χαμηλότερο MSE για όλες τις τιμές του r . Συγκεκριμένα, για $r=5\%$, η μέθοδος κατωφλίου επιτυγχάνει περίπου 41% χαμηλότερο MSE (17.00 έναντι 28.80), ενώ για $r=50\%$, επιτυγχάνει MSE περίπου 79% χαμηλότερο (0.27 έναντι 1.33).
- PSNR vs. Ποσοστό Διατηρούμενων Συντελεστών:** Αντίστοιχα, το PSNR αυξάνεται για αυξανόμενες τιμές του r , με τη μέθοδο κατωφλίου να επιτυγχάνει υψηλότερες τιμές. Για $r=50\%$, η μέθοδος κατωφλίου επιτυγχάνει $PSNR \approx 53.77\text{dB}$, ενώ η μέθοδος ζώνης $PSNR \approx 46.90\text{dB}$, μια διαφορά περίπου 6.9dB.
- Λόγος Συμπίεσης και Bits ανά Pixel:** Αυτές οι μετρικές εξαρτώνται αποκλειστικά από το ποσοστό διατηρούμενων συντελεστών r και όχι από τη μέθοδο επιλογής, καθώς και οι δύο μέθοδοι διατηρούν τον ίδιο αριθμό συντελεστών. Για $r=10\%$, επιτυγχάνεται λόγος συμπίεσης 10:1, που αντιστοιχεί σε 0.8 bits ανά pixel (από τα αρχικά 8 bits/pixel). Για $r=50\%$, ο λόγος συμπίεσης είναι 2:1 (4 bits/pixel).

Ανάλυση Αποδοτικότητας Συμπίεσης

Αξιολογώντας τα αποτελέσματα συνολικά, παρατηρούμε ότι:

- Υπεροχή της Μεθόδου Κατωφλίου:** Η μέθοδος κατωφλίου υπερτερεί σταθερά της μεθόδου ζώνης σε όλες τις τιμές του r ως προς την ποιότητα ανακατασκευής (χαμηλότερο

- MSE, υψηλότερο PSNR). Αυτό είναι αναμενόμενο, καθώς η μέθοδος κατωφλίου επιλέγει βέλτιστα τους συντελεστές με τη μεγαλύτερη ενεργειακή συνεισφορά, ενώ η μέθοδος ζώνης βασίζεται σε ένα απλουστευτικό γεωμετρικό κριτήριο.
2. **Σημείο Καμψής Απόδοσης:** Παρατηρείται ότι για τιμές του x μεγαλύτερες του 30%, η βελτίωση του MSE γίνεται λιγότερο έντονη, με τις καμπύλες να τείνουν προς την οριζόντια. Αυτό υποδεικνύει ότι η διατήρηση επιπλέον συντελεστών πέραν αυτού του ορίου προσφέρει μειούμενη οριακή βελτίωση στην ποιότητα της εικόνας.
 3. **Συσχέτιση με τη Φύση της Εικόνας:** Η εικόνα "board.png" απεικονίζει ηλεκτρονική πλακέτα, η οποία περιέχει λεπτομερείς δομές (κυκλώματα, επιγραφές) και έντονες αντιθέσεις. Σε τέτοιες εικόνες, η μέθοδος κατωφλίου έχει πλεονέκτημα καθώς μπορεί να διατηρήσει επιλεκτικά συντελεστές υψηλών συχνοτήτων που αναπαριστούν σημαντικές λεπτομέρειες.
 4. **Υπολογιστική Πολυπλοκότητα:** Αν και η μέθοδος κατωφλίου επιτυγχάνει καλύτερη ποιότητα ανακατασκευής, απαιτεί ταξινόμηση όλων των συντελεστών με βάση το πλάτος τους, μια διαδικασία με υπολογιστική πολυπλοκότητα $O(n \log n)$, όπου n ο αριθμός των συντελεστών σε κάθε μπλοκ. Αντίθετα, η μέθοδος ζώνης έχει σταθερή πολυπλοκότητα $O(1)$ ανά συντελεστή, καθώς απαιτεί μόνο τον υπολογισμό της απόστασης από το σημείο $(0,0)$.
 5. **Πρακτικές Εφαρμογές:** Σε πραγματικά συστήματα συμπίεσης όπως το JPEG, χρησιμοποιείται συνήθως προκαθορισμένος πίνακας κβαντισμού που συνδυάζει στοιχεία και των δύο μεθόδων: δίνει μεγαλύτερη έμφαση στις χαμηλές συχνότητες (παρόμοια με τη μέθοδο ζώνης), αλλά λαμβάνει υπόψη και τα χαρακτηριστικά του ανθρώπινου οπτικού συστήματος.

Η ποιότητα συμπίεσης εξαρτάται επίσης από το μέγεθος των μπλοκ που χρησιμοποιούνται (εδώ 32×32). Μικρότερα μπλοκ (π.χ. 8×8 που χρησιμοποιείται στο JPEG) επιτρέπουν καλύτερη προσαρμογή σε τοπικά χαρακτηριστικά, αλλά προσφέρουν μικρότερες δυνατότητες συμπίεσης και απαιτούν περισσότερη αποθήκευση για τη κωδικοποίηση των θέσεων των μπλοκ. Η μαθηματική θεμελίωση του DCT, σε συνδυασμό με τις ιδιότητες του ανθρώπινου οπτικού συστήματος, καθιστά τη συμπίεση με DCT εξαιρετικά αποτελεσματική για εφαρμογές όπου είναι αποδεκτή η απώλεια κάποιων πληροφοριών. Ακόμη και με διατήρηση μόλις 10% των συντελεστών, επιτυγχάνεται αξιοσημείωτη ποιότητα εικόνας ($PSNR > 36\text{dB}$), καταδεικνύοντας τη συμπυκνωμένη αναπαράσταση της πληροφορίας που προσφέρει ο μετασχηματισμός DCT.

3. Βελτίωση εικόνας - Φιλτράρισμα Θορύβου ([askisi3.ipynb](#))

1. Στην εικόνα `tiger.mat` προσθέστε λευκό Gaussian θόρυβο μηδενικής μέσης τιμής και τέτοιας διασποράς ώστε η τελική εικόνα να έχει λόγο σήματος προς θόρυβο ίσο με $15dB$. Χρησιμοποιείτε το φίλτρο "κινούμενου μέσου" (moving average filter) και το "φίλτρο διαμέσου" (median filter) για να αφαιρέσετε το θόρυβο από την εικόνα.
2. Στην εικόνα `tiger.mat` προσθέστε κρουστικό θόρυβο σε ποσοστό 20% και χρησιμοποιείτε τα ίδια φίλτρα για την αφαίρεση του θορύβου.
3. Τέλος στην εικόνα `tiger.mat` προσθέστε λευκό Gaussian θόρυβο μηδενικής μέσης τιμής και τέτοιας διασποράς ώστε η τελική εικόνα να έχει $15dB$, καθώς και κρουστικό θόρυβο σε ποσοστό 20%. Δοκιμάστε να ανακτήσετε την αρχική εικόνα χρησιμοποιώντας διαδοχική εφαρμογή του φίλτρου κινούμενου μέσου και του φίλτρου μεσαίου, με την κατάλληλη σειρά που εσείς θα επιλέξετε.
Σε κάθε περίπτωση σχολιάστε τα αποτελέσματα ως προς τη καταλληλότητα των φίλτρων για κάθε είδος θορύβου.

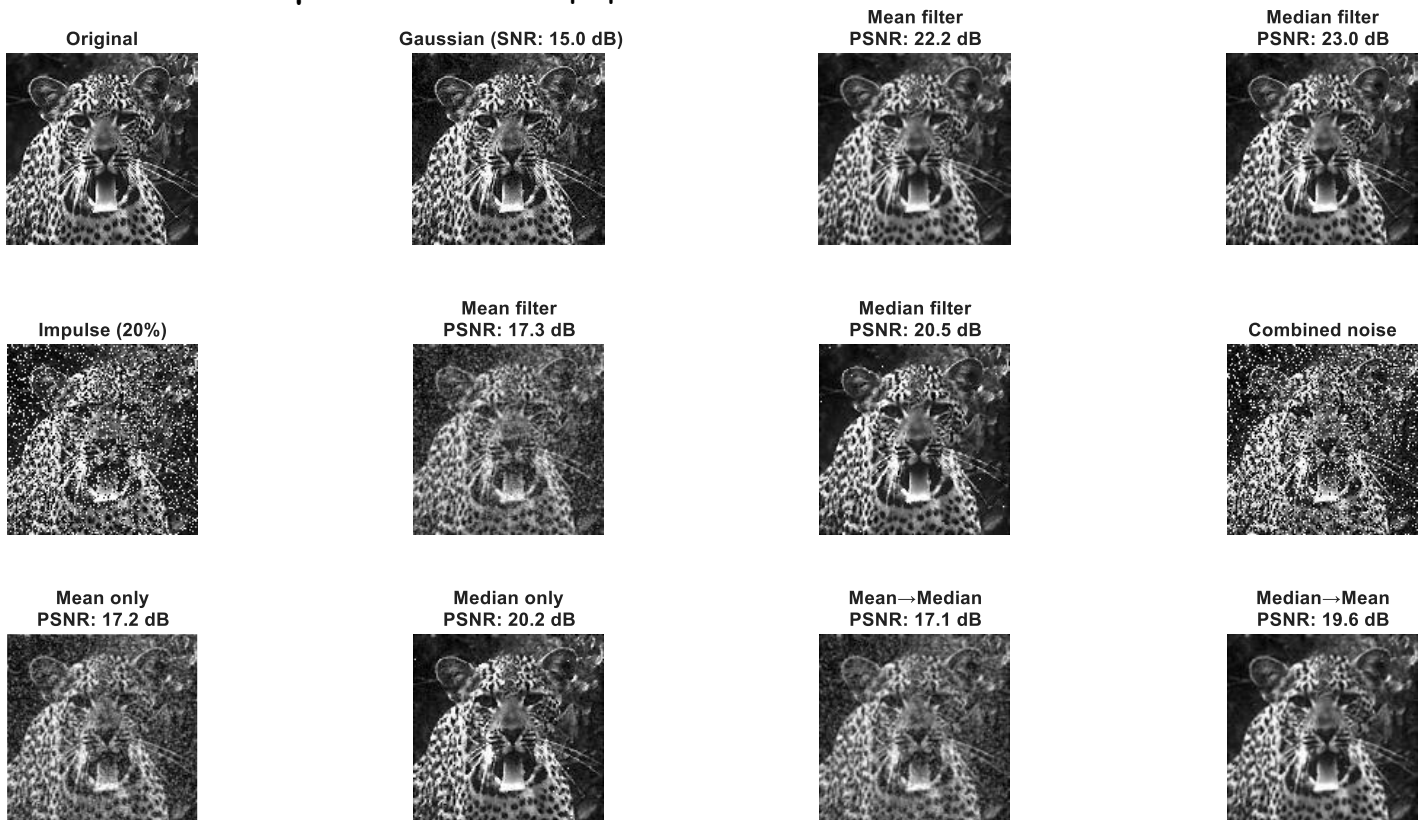
Εξετάζουμε δύο κύριους τύπους θορύβου:

1. **Γκαουσιανός Θόρυβος (Gaussian Noise)**: Χαρακτηρίζεται από κανονική κατανομή και προστίθεται σε όλα τα εικονοστοιχεία της εικόνας, αλλοιώνοντας ομοιόμορφα την πληροφορία. Η έντασή του ποσοτικοποιείται μέσω του λόγου σήματος προς θόρυβο (SNR), εκφρασμένου σε decibel (dB).
2. **Κρουστικός Θόρυβος (Impulse Noise)**: Γνωστός και ως θόρυβος "αλατιού και πιπεριού" (salt and pepper), επηρεάζει μεμονωμένα εικονοστοιχεία μετατρέποντάς τα σε ακραίες τιμές (0 ή 255), με συγκεκριμένη πιθανότητα εμφάνισης.

Για την αντιμετώπιση αυτών των τύπων θορύβου, εξετάζουμε δύο βασικές μεθόδους φιλτραρίσματος:

1. **Φίλτρο Κινούμενου Μέσου (Moving Average)**: Αντικαθιστά κάθε εικονοστοιχείο με τον μέσο όρο των γειτονικών του σε μια καθορισμένη περιοχή (στην περίπτωσή μας 3×3). Λειτουργεί ως χαμηλοπερατό φίλτρο, εξομαλύνοντας τις διακυμάνσεις.
2. **Φίλτρο Διαμέσου (Median)**: Αντικαθιστά κάθε εικονοστοιχείο με τη διάμεσο των γειτονικών του. Είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικό για κρουστικό θόρυβο, καθώς διατηρεί τις ακμές ενώ απορρίπτει ακραίες τιμές.

Μεθοδολογία και Υλοποίηση



Εικόνα 9

Η πειραματική διαδικασία που ακολουθήθηκε περιλαμβάνει τρεις διαφορετικές περιπτώσεις:

1. Προσθήκη Γκαουσιανού θορύβου με $SNR = 15$ dB
2. Προσθήκη κρουστικού θορύβου σε ποσοστό 20%
3. Συνδυασμός των δύο παραπάνω τύπων θορύβου

Για κάθε περίπτωση, εφαρμόστηκαν τα φίλτρα μέσου και διαμέσου, ενώ στην περίπτωση του συνδυασμένου θορύβου εξετάστηκαν επιπλέον δύο διαδοχικές εφαρμογές φίλτρων: (α) μέσου ακολουθούμενο από διαμέσου και (β) διαμέσου ακολουθούμενο από μέσου.

Για την αξιολόγηση της απόδοσης χρησιμοποιήθηκαν δύο βασικές μετρικές:

1. **Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα (MSE):** Μετρά την μέση τετραγωνική απόκλιση μεταξύ της αρχικής και της φιλτραρισμένης εικόνας.
2. **Λόγος Σήματος προς Θόρυβο (PSNR):** Εκφράζει σε dB τον λόγο της μέγιστης ισχύος του σήματος προς την ισχύ του θορύβου, με υψηλότερες τιμές να υποδηλώνουν καλύτερη ποιότητα.

Περίπτωση 1: Γκαουσιανός Θόρυβος (SNR = 15 dB)

Η προσθήκη Γκαουσιανού θορύβου με SNR = 15 dB οδήγησε σε υποβάθμιση της εικόνας με PSNR = 26.71 dB. Παρατηρώντας την πρώτη σειρά εικόνων στην Εικόνα 1, διαπιστώνουμε ότι ο θόρυβος είναι διακριτός αλλά δεν αλλοιώνει σημαντικά τη βασική πληροφορία της εικόνας.

Παραδόξως, και τα δύο φίλτρα οδηγούν σε χειροτέρευση του PSNR:

- Φίλτρο μέσου: PSNR = 22.16 dB (μείωση κατά 4.55 dB)
- Φίλτρο διαμέσου: PSNR = 23.04 dB (μείωση κατά 3.67 dB)

Αυτό το αποτέλεσμα είναι αξιοσημείωτο και οφείλεται στο γεγονός ότι τα φίλτρα, ενώ μειώνουν τον θόρυβο, ταυτόχρονα εξομαλύνουν σημαντικές λεπτομέρειες και ακμές της εικόνας. Από τις εικόνες σφάλματος στην Εικόνα 2, παρατηρούμε ότι το φίλτρο διαμέσου διατηρεί καλύτερα τις ακμές συγκριτικά με το φίλτρο μέσου, γεγονός που εξηγεί την καλύτερη επίδοσή του. Παρόλα αυτά, και τα δύο φίλτρα "θολώνουν" τα διακριτά χαρακτηριστικά της εικόνας, όπως τα μοτίβα στο τρίχωμα της τίγρης, οδηγώντας σε απώλεια πληροφορίας.

Συμπεραίνουμε ότι για χαμηλά επίπεδα Γκαουσιανού θορύβου (υψηλό SNR), η εφαρμογή χωρικών φίλτρων μπορεί να μην είναι επωφελής, ιδιαίτερα σε εικόνες με πλούσια υφή και λεπτομέρειες. Σε τέτοιες περιπτώσεις, πιο εξειδικευμένες τεχνικές όπως το φιλτράρισμα Wiener ή τεχνικές βασισμένες σε μετασχηματισμούς θα ήταν καταλληλότερες.

Περίπτωση 2: Κρουστικός Θόρυβος (20%)

Ο κρουστικός θόρυβος 20% προκαλεί σημαντική υποβάθμιση της εικόνας, με PSNR μόλις 11.58 dB. Όπως φαίνεται στη δεύτερη σειρά της Εικόνας 9, η εικόνα καλύπτεται από λευκές και μαύρες κουκκίδες που παραμορφώνουν σημαντικά την οπτική πληροφορία.

Και τα δύο φίλτρα επιφέρουν σημαντική βελτίωση:

- Φίλτρο μέσου: PSNR = 17.30 dB (αύξηση κατά 5.72 dB)
- Φίλτρο διαμέσου: PSNR = 20.47 dB (αύξηση κατά 8.90 dB)

Το φίλτρο διαμέσου υπερτερεί σημαντικά, επιτυγχάνοντας PSNR υψηλότερο κατά 3.18 dB συγκριτικά με το φίλτρο μέσου. Αυτό είναι απόλυτα αναμενόμενο, καθώς το φίλτρο διαμέσου σχεδιάστηκε ακριβώς για την αντιμετώπιση κρουστικού θορύβου. Η διάμεσος, ως στατιστική που δεν επηρεάζεται από ακραίες τιμές, αποδεικνύεται ιδανική για την απόρριψη των μεμονωμένων "αλάτων" και "πιπεριών", διατηρώντας παράλληλα καλύτερα τα χαρακτηριστικά της εικόνας.

Παρατηρώντας τις ανακατασκευασμένες εικόνες, βλέπουμε ότι το φίλτρο διαμέσου επαναφέρει με αξιοσημείωτη ακρίβεια τις λεπτομέρειες του προσώπου της τίγρης και τα μοτίβα του τριχώματος, ενώ το φίλτρο μέσου, ενώ απομακρύνει μέρος του θορύβου, αφήνει ορατά υπολείμματα και θολώνει τις ακμές.

Περίπτωση 3: Συνδυασμένος Θόρυβος

Η συνδυασμένη προσθήκη Γκαουσιανού και κρουστικού θορύβου οδηγεί στο χειρότερο σενάριο υποβάθμισης, με PSNR μόλις 11.46 dB. Η εικόνα είναι εξαιρετικά παραμορφωμένη, με το κρουστικό στοιχείο να κυριαρχεί οπτικά.

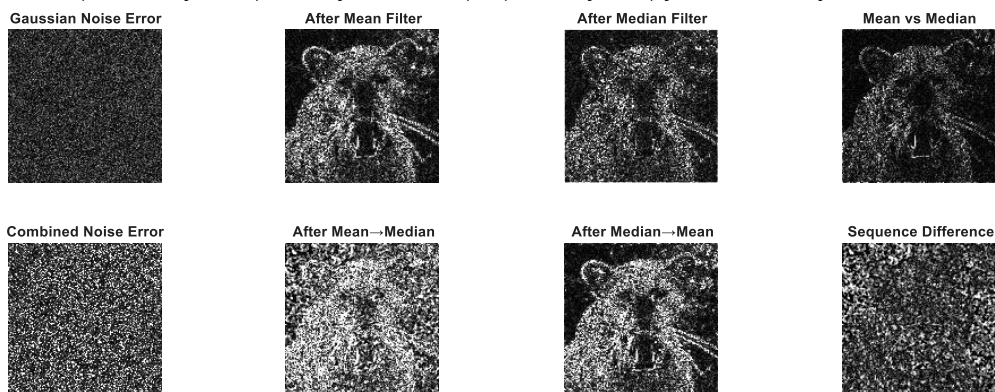
Δοκιμάστηκαν τέσσερις διαφορετικές προσεγγίσεις φιλτραρίσματος:

- Μόνο φίλτρο μέσου: PSNR = 17.20 dB
- Μόνο φίλτρο διαμέσου: PSNR = 20.22 dB
- Φίλτρο μέσου → φίλτρο διαμέσου: PSNR = 17.14 dB
- Φίλτρο διαμέσου → φίλτρο μέσου: PSNR = 19.57 dB

Η καλύτερη επίδοση επιτυγχάνεται με την εφαρμογή μόνο του φίλτρου διαμέσου, με PSNR = 20.22 dB. Αυτό είναι αντίθετο με τη διαισθητική προσδοκία ότι η διαδοχική εφαρμογή φίλτρων θα είχε συνεργιστικό αποτέλεσμα για την αντιμετώπιση διαφορετικών τύπων θορύβου. Η εξήγηση έγκειται στο γεγονός ότι το φίλτρο διαμέσου είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικό για τον κρουστικό θόρυβο, ο οποίος αποτελεί την κυρίαρχη πηγή παραμόρφωσης στην εικόνα.

Η διαδοχική εφαρμογή "διαμέσου → μέσου" (PSNR = 19.57 dB) εμφανίζει καλύτερα αποτελέσματα από την αντίστροφη σειρά "μέσου → διαμέσου" (PSNR = 17.14 dB). Αυτό συμβαίνει επειδή η πρώτη εφαρμογή του φίλτρου διαμέσου αφαιρεί αποτελεσματικά τον κρουστικό θόρυβο, επιτρέποντας στο επακόλουθο φίλτρο μέσου να λειτουργήσει καλύτερα στον εναπομείναντα Γκαουσιανό θόρυβο. Αντίθετα, το φίλτρο μέσου επηρεάζεται αρνητικά από τις ακραίες τιμές του κρουστικού θορύβου, "απλώνοντάς" τις σε γειτονικά εικονοστοιχεία και δυσχεραίνοντας το έργο του επακόλουθου φίλτρου διαμέσου.

Ωστόσο, παρατηρούμε ότι ακόμη και η καλύτερη ακολουθία δεν ξεπερνά την απόδοση του μεμονωμένου φίλτρου διαμέσου. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι κάθε πρόσθετο στάδιο φιλτραρίσματος, ενώ μειώνει περαιτέρω τον θόρυβο, συνεχίζει να θολώνει λεπτομέρειες, οδηγώντας σε μείωση του PSNR. Η Εικόνα 10 επιβεβαιώνει αυτή την παρατήρηση, με τις εικόνες σφάλματος να δείχνουν πώς τα διαδοχικά φίλτρα αλλοιώνουν περισσότερο τις δομικές λεπτομέρειες της εικόνας.



Εικόνα 10

Αξιολόγηση και Τελικά Συμπεράσματα

Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων προκύπτουν τα εξής βασικά συμπεράσματα:

1. Καταλληλότητα των φίλτρων ανά τύπο θορύβου:

- ο Για Γκαουσιανό θόρυβο: Κανένα από τα δύο φίλτρα δεν είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικό, με το φίλτρο διαμέσου να επιτυγχάνει ελαφρώς καλύτερα αποτελέσματα. Για τέτοιου είδους θόρυβο, φίλτρα στο πεδίο συχνοτήτων ή προσαρμοστικά φίλτρα (όπως το Wiener) θα ήταν καταλληλότερα.
- ο Για κρουστικό θόρυβο: Το φίλτρο διαμέσου υπερτερεί σημαντικά, επιβεβαιώνοντας τη θεωρητική του υπεροχή για αυτό το είδος θορύβου. Η ικανότητά του να απορρίπτει ακραίες τιμές διατηρώντας παράλληλα τις ακμές το καθιστά ιδανικό.
- ο Για συνδυασμένο θόρυβο: Το φίλτρο διαμέσου παραμένει η καλύτερη μεμονωμένη επιλογή. Η διαδοχική εφαρμογή "διαμέσου → μέσου" αποτελεί τη δεύτερη καλύτερη επιλογή, αλλά η βελτίωση που προσφέρει το δεύτερο στάδιο εξουδετερώνεται από την αλλοίωση των λεπτομερειών.

2. Ισορροπία μεταξύ μείωσης θορύβου και διατήρησης

λεπτομερειών: Παρατηρείται ο κλασικός συμβιβασμός μεταξύ της αφαίρεσης θορύβου και της διατήρησης λεπτομερειών. Το φίλτρο μέσου τείνει να θολώνει περισσότερο την εικόνα, ενώ το φίλτρο διαμέσου διατηρεί καλύτερα τα χαρακτηριστικά της. Η επιλογή του κατάλληλου φίλτρου εξαρτάται από τον τύπο της εικόνας και τον βαθμό θορύβου.

3. Επίδραση του μεγέθους του πυρήνα φιλτραρίσματος:

Στην παρούσα μελέτη χρησιμοποιήθηκε σταθερό μέγεθος πυρήνα 3×3. Μεγαλύτερο μέγεθος θα ενίσχυε την εξομάλυνση του θορύβου αλλά θα αύξανε την απώλεια λεπτομερειών. Μικρότερο μέγεθος θα διατηρούσε περισσότερες λεπτομέρειες αλλά θα ήταν λιγότερο αποτελεσματικό στην αφαίρεση του θορύβου.

4. Η σημασία της οπτικής αξιολόγησης:

Παρά την αξία των ποσοτικών μετρικών (MSE, PSNR), η οπτική αξιολόγηση παραμένει κρίσιμη. Για παράδειγμα, στην περίπτωση του Γκαουσιανού θορύβου, αν και τα φίλτρα μείωσαν το PSNR, η οπτική εμφάνιση των φιλτραρισμένων εικόνων μπορεί να είναι πιο ευχάριστη για συγκεκριμένες εφαρμογές λόγω της μειωμένης "κοκκώδους" υφής.

4. Βελτίωση Εικόνας – Εξίσωση Ιστογράμματος ([askisi4.ipynb](#))

Η ορατότητα των οδικών σημάνσεων, των λωρίδων κυκλοφορίας και των εμποδίων στους δρόμους είναι σημαντικά μειωμένη κατά την διάρκεια της νύχτας. Για να βοηθήσουμε τους οδηγούς σε σκοτεινές συνθήκες, μπορούμε να εφαρμόσουμε βελτίωση στις εικόνες που λαμβάνονται από την μπροστινή κάμερα των οχημάτων και να απεικονίσουμε την βελτιωμένη εικόνα στον οδηγό: Οι εικόνες `dark_road_1.jpg`, `dark_road_2.jpg`, `dark_road_3.jpg` απεικονίζουν διαφορετικές περιοχές σε διαφορετικές χρονικές στιγμές κάτω από σκοτεινές συνθήκες λήψης

1. Υπολογίστε και εμφανίστε το ιστόγραμμα των grayscale τιμών των αρχικών εικόνων. Σχολιάστε τα ιστογράμματα που λαμβάνετε σε σχέση με τα οπτικά χαρακτηριστικά των εικόνων.
2. Εφαρμόστε ολική εξίσωση ιστογράμματος στις αρχικές εικόνες και απεικονίστε τις τροποποιημένες εικόνες με το νέο ιστόγραμμά τους. Σχολιάστε τα αποτελέσματα καθώς και την απόδοση της τεχνικής που εφαρμόσατε.
3. Εφαρμόστε τοπική εξίσωση ιστογράμματος στις αρχικές εικόνες και απεικονίστε τις τροποποιημένες εικόνες με το νέο ιστόγραμμά τους. Επιλέξτε και αναφέρετε το μέγεθος του παραθύρου που δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα, επιτυγχάνοντας υψηλότερη αντίθεση και αποφεύγοντας ταυτόχρονα την δημιουργία θορυβωδών περιοχών

Η εξίσωση ιστογράμματος αποτελεί θεμελιώδη τεχνική βελτίωσης αντίθεσης στην επεξεργασία ψηφιακών εικόνων, ιδιαίτερα χρήσιμη για εικόνες με περιορισμένο δυναμικό εύρος, όπως οι νυχτερινές λήψεις. Η τεχνική αυτή επιδιώκει την αναδιανομή των επιπέδων φωτεινότητας ώστε να αξιοποιείται καλύτερα το διαθέσιμο δυναμικό εύρος, αυξάνοντας έτσι την οπτική διακριτική ικανότητα λεπτομερειών.

Στην παρούσα μελέτη εξετάζονται δύο κύριες προσεγγίσεις εξίσωσης ιστογράμματος:

1. Ολική Εξίσωση Ιστογράμματος (Global Histogram

Equalization): Εφαρμόζει ενιαίο μετασχηματισμό σε όλα τα εικονοστοιχεία της εικόνας, χρησιμοποιώντας την αθροιστική συνάρτηση κατανομής (CDF) του ιστογράμματος των επιπέδων φωτεινότητας. Ο μετασχηματισμός εκφράζεται ως:

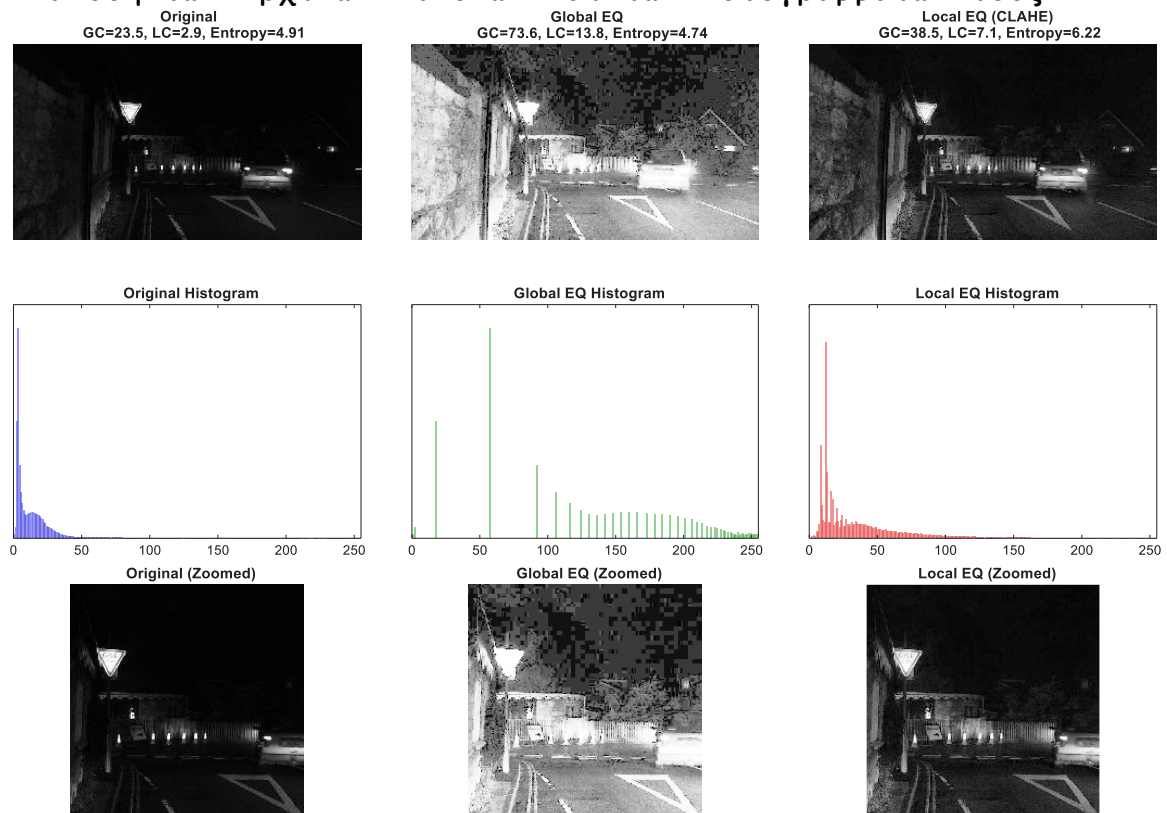
$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n} = \sum_{j=0}^k p_r(r_j)$$

όπου r_k είναι το αρχικό επίπεδο φωτεινότητας, s_k το νέο επίπεδο, n_j ο αριθμός εικονοστοιχείων με επίπεδο j , και n ο συνολικός αριθμός εικονοστοιχείων.

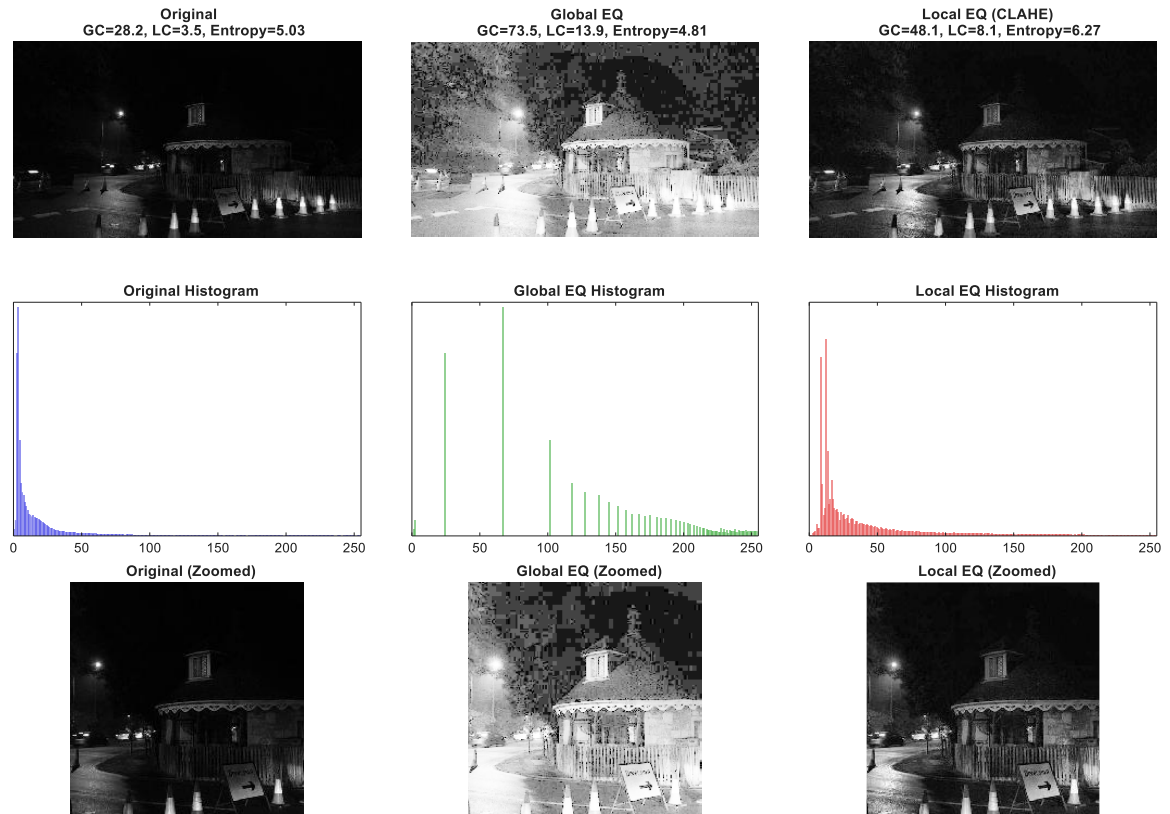
2. Τοπική Προσαρμοστική Εξίσωση Ιστογράμματος (Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization - CLAHE):

Εφαρμόζει εξίσωση ιστογράμματος σε διακριτές περιοχές της εικόνας (παράθυρα), επιτρέποντας καλύτερη προσαρμογή στα τοπικά χαρακτηριστικά. Επιπλέον, περιορίζει την ενίσχυση της αντίθεσης (contrast limiting) για την αποφυγή υπερβολικής ενίσχυσης θορύβου.

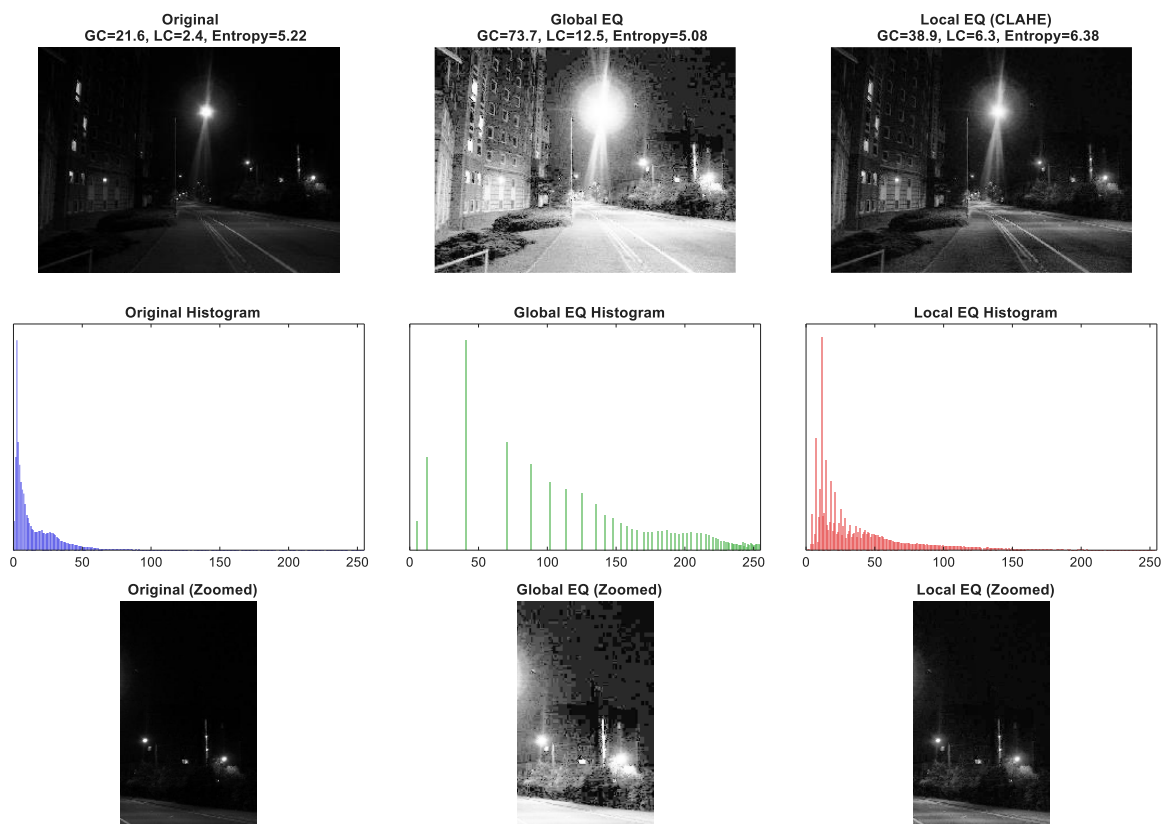
Ανάλυση των Αρχικών Εικόνων και των Ιστογραμμάτων τους



Εικόνα 11



Εικόνα 12



Εικόνα 13

Εξετάζοντας τις αρχικές εικόνες (dark_road_1.jpg, dark_road_2.jpg, dark_road_3.jpg) και τα αντίστοιχα ιστογράμμά τους, παρατηρούμε τα εξής χαρακτηριστικά:

1. **Συγκέντρωση τιμών φωτεινότητας στην περιοχή των χαμηλών τιμών:** Όπως φαίνεται στα ιστογράμματα της πρώτης στήλης των Εικόνων 1, 2 και 3, υπάρχει έντονη συγκέντρωση των τιμών φωτεινότητας στην περιοχή 0-50 (σε κλίμακα 0-255), με την πλειονότητα των εικονοστοιχείων να βρίσκεται κάτω από το 20. Αυτό αντανακλά τις σκοτεινές συνθήκες λήψης, με ελάχιστα φωτεινά σημεία (π.χ. φώτα δρόμου, προβολείς οχημάτων) να δημιουργούν μικρές κορυφές σε υψηλότερες τιμές.
2. **Χαμηλή αντίθεση:** Οι αρχικές εικόνες παρουσιάζουν χαμηλή τοπική αντίθεση (LC) που κυμαίνεται από 2.4 έως 3.5, όπως μετριέται από την τοπική τυπική απόκλιση. Αυτό καθιστά δύσκολη τη διάκριση λεπτομερειών στις σκοτεινές περιοχές, όπως διαγραμμίσεις δρόμων, σήματα κυκλοφορίας, και πιθανά εμπόδια.
3. **Περιορισμένη χρήση δυναμικού εύρους:** Η ολική αντίθεση (Global Contrast – GC) κυμαίνεται από 21.6 έως 28.2, αντικατοπτρίζοντας τη συμπιεσμένη φύση της πληροφορίας στο κάτω άκρο του δυναμικού εύρους. Η εντροπία των εικόνων (4.91-5.22) υποδηλώνει μέτρια πληροφοριακή περιεκτικότητα, παρά τη φαινομενικά περιορισμένη χρήση του δυναμικού εύρους.
4. **Διαφορετικά σκηνικά και φωτισμός:** Η κάθε εικόνα παρουσιάζει διαφορετικές προκλήσεις:
 - ο Η dark_road_1.jpg εμφανίζει έντονο τοπικό φωτισμό σε συγκεκριμένα σημεία, με το υπόλοιπο της σκηνής να βρίσκεται σε σκοτάδι.
 - ο Η dark_road_2.jpg περιλαμβάνει στοιχεία δομημένου περιβάλλοντος (κιόσκι, κώνους) με ελάχιστο φωτισμό.
 - ο Η dark_road_3.jpg παρουσιάζει έντονη φωτεινή πηγή (φανοστάτης) που δημιουργεί μεγάλες αντιθέσεις με το σκοτεινό περιβάλλον.

Αποτελέσματα Ολικής Εξίσωσης Ιστογράμματος

Η εφαρμογή ολικής εξίσωσης ιστογράμματος παρήγαγε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

1. **Δραματική αύξηση της γενικής φωτεινότητας και αντίθεσης:** Η ολική αντίθεση (GC) αυξήθηκε κατά 161-241% σε σχέση με τις αρχικές εικόνες, φτάνοντας σε τιμές 73.5-73.7. Επίσης, η τοπική αντίθεση (LC) αυξήθηκε κατά 294-417%, φτάνοντας τιμές 12.5-13.9.
2. **Βελτιωμένη ορατότητα αλλά με παραμορφώσεις:** Όπως φαίνεται στη δεύτερη στήλη των Εικόνων 1, 2 και 3, η τεχνική αποκαλύπτει σημαντικά περισσότερες λεπτομέρειες στη σκηνή, ωστόσο δημιουργεί μη φυσικό αποτέλεσμα με υπερβολική ενίσχυση και θόρυβο σε ορισμένες περιοχές.

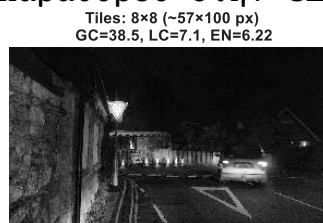
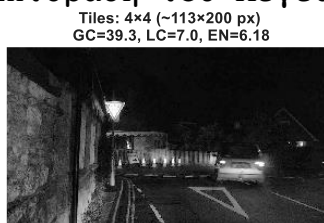
3. **Ανακατανομή του ιστογράμματος:** Τα νέα ιστογράμματα εμφανίζουν διακριτές κορυφές σε όλο το εύρος των τιμών φωτεινότητας, αντί της συμπυκνωμένης συγκέντρωσης στις χαμηλές τιμές. Ωστόσο, η κατανομή είναι ανομοιόμορφη, με συγκεντρώσεις σε συγκεκριμένα επίπεδα φωτεινότητας.
4. **Ελαφρά μείωση εντροπίας:** Παρατηρείται μείωση της εντροπίας κατά 3-4%, γεγονός που φαίνεται αντιφατικό με τη βελτίωση της ορατότητας. Αυτό πιθανώς οφείλεται στην τάση της μεθόδου να συγκεντρώνει εικονοστοιχεία σε συγκεκριμένα επίπεδα φωτεινότητας, μειώνοντας την πληροφοριακή ποικιλομορφία.

Αποτελέσματα Τοπικής Εξίσωσης Ιστογράμματος (CLAHE)

Η εφαρμογή της τοπικής προσαρμοστικής εξίσωσης ιστογράμματος με περιορισμό αντίθεσης (CLAHE) οδήγησε στα ακόλουθα αποτελέσματα:

1. **Πιο ισορροπημένη βελτίωση αντίθεσης:** Η ολική αντίθεση (GC) αυξήθηκε κατά 64-80% και η τοπική αντίθεση (LC) κατά 129-162% σε σχέση με τις αρχικές εικόνες. Αν και η αύξηση είναι μικρότερη συγκριτικά με την ολική εξίσωση, το οπτικό αποτέλεσμα είναι πιο φυσικό και ισορροπημένο.
2. **Σημαντική αύξηση εντροπίας:** Σε αντίθεση με την ολική μέθοδο, η CLAHE αύξησε την εντροπία κατά 22-27%, υποδηλώνοντας ουσιαστική βελτίωση της πληροφοριακής περιεκτικότητας των εικόνων.
3. **Διατήρηση φυσικότητας:** Οι εικόνες που προκύπτουν (τρίτη στήλη των Εικόνων 1, 2 και 3) διατηρούν τη φυσική εμφάνιση της νυχτερινής σκηνής, αποκαλύπτοντας ταυτόχρονα περισσότερες λεπτομέρειες στις σκοτεινές περιοχές χωρίς υπερβολική ενίσχυση του θορύβου.
4. **Πιο ομαλό ιστόγραμμα:** Το ιστόγραμμα των επεξεργασμένων εικόνων με CLAHE εμφανίζει πιο ομαλή κατανομή, με σταδιακή μείωση από τις χαμηλές προς τις υψηλές τιμές φωτεινότητας, διατηρώντας ωστόσο την αναγκαία έμφαση στις χαμηλές τιμές που χαρακτηρίζουν τις νυχτερινές σκηνές.

Επίδραση του Μεγέθους Παραθύρου στην CLAHE



Εικόνα 14



Εικόνα 15



Εικόνα 16

Διερευνήθηκε επίσης η επίδραση του μεγέθους παραθύρου (αριθμός tiles) στην απόδοση της CLAHE, όπως φαίνεται στις Εικόνες 4, 5 και 6:

1. **Μικρό μέγεθος παραθύρου (Tiles 4x4):** Παρατηρείται υψηλότερη τοπική αντίθεση και λεπτομέρεια, με GC κυμαινόμενο από 39.3 έως 48.2 και LC από 6.1 έως 7.6. Ωστόσο, σε ορισμένες περιπτώσεις, η υπερβολική τοπική ενίσχυση μπορεί να οδηγήσει σε μη φυσικό αποτέλεσμα και ενίσχυση θορύβου.
2. **Μεσαίο μέγεθος παραθύρου (Tiles 8x8):** Παρέχει ισορροπημένη βελτίωση με GC 38.5–48.1 και LC 6.3–8.1. Αυτό το μέγεθος φαίνεται να προσφέρει τον καλύτερο συμβιβασμό μεταξύ ενίσχυσης τοπικών λεπτομερειών και διατήρησης της φυσικότητας της εικόνας.
3. **Μεγάλο μέγεθος παραθύρου (Tiles 16x16):** Τείνει προς την ολική εξίσωση, με GC 36.4–46.9 και LC 6.6–8.6. Διατηρεί περισσότερο την ολική δομή της εικόνας αλλά προσφέρει λιγότερη βελτίωση στις τοπικές λεπτομέρειες.
4. **Εντροπία και μέγεθος παραθύρου:** Παρατηρείται γενικά αύξηση της εντροπίας με την αύξηση του μεγέθους του παραθύρου, από 6.18–6.54 για 4x4 tiles έως 6.32–6.36 για 16x16 tiles, υποδεικνύοντας ότι τα μεγαλύτερα παράθυρα μπορεί να διατηρούν καλύτερα τη γενικότερη πληροφοριακή δομή της εικόνας.

Συγκριτική Αξιολόγηση των Μεθόδων

Συγκρίνοντας τις δύο μεθόδους εξίσωσης ιστογράμματος, προκύπτουν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

1. **Βελτίωση ορατότητας:** Και οι δύο μέθοδοι επιτυγχάνουν σημαντική βελτίωση της ορατότητας σε σχέση με τις αρχικές εικόνες. Ωστόσο, η ολική εξίσωση τείνει να

- υπερβάλλει, οδηγώντας σε μη ρεαλιστικά φωτεινές εικόνες και υπερβολική ενίσχυση λεπτομερειών και θορύβου.
2. **Φυσικότητα αποτελέσματος:** Η CLAHE υπερτερεί σημαντικά στη διατήρηση της φυσικής εμφάνισης της νυχτερινής σκηνής, παρέχοντας ταυτόχρονα επαρκή ενίσχυση των λεπτομερειών στις σκοτεινές περιοχές. Αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό για εφαρμογές υποβοήθησης οδήγησης, όπου η ρεαλιστική απεικόνιση του περιβάλλοντος είναι κρίσιμη.
 3. **Πληροφοριακή περιεκτικότητα:** Η CLAHE αυξάνει την εντροπία των εικόνων (22-27%), ενώ η ολική εξίσωση την μειώνει ελαφρά (3-4%). Αυτό υποδηλώνει ότι η CLAHE επιτυγχάνει καλύτερη διατήρηση και ενίσχυση της πληροφορίας στην εικόνα.
 4. **Υπολογιστική πολυπλοκότητα:** Η ολική εξίσωση είναι υπολογιστικά απλούστερη και ταχύτερη, καθώς εφαρμόζει έναν ενιαίο μετασχηματισμό σε όλη την εικόνα. Αντίθετα, η CLAHE απαιτεί υπολογισμό πολλαπλών τοπικών ιστογραμμάτων και παρεμβολή για την εξάλειψη των ορίων μεταξύ των παραθύρων.
 5. **Καταλληλότητα για οδική ασφάλεια:** Για εφαρμογές υποβοήθησης οδήγησης, η CLAHE με μεσαίο μέγεθος παραθύρου (8×8 tiles) φαίνεται να προσφέρει την καλύτερη ισορροπία. Αποκαλύπτει κρίσιμα στοιχεία όπως διαγραμμίσεις, σήματα και εμπόδια, χωρίς να δημιουργεί παραπλανητικά φωτεινές περιοχές ή να ενισχύει υπερβολικά το θόρυβο.

Επίλογος και Προτάσεις

Η βελτίωση εικόνων νυχτερινής οδήγησης μέσω τεχνικών εξίσωσης ιστογράμματος παρουσιάζει σημαντικό δυναμικό για την ενίσχυση της οδικής ασφάλειας. Από την ανάλυση προκύπτουν οι ακόλουθες προτάσεις:

1. **Προτιμώμενη μέθοδος:** Η τοπική προσαρμοστική εξίσωση ιστογράμματος με περιορισμό αντίθεσης (CLAHE) με μεσαίο μέγεθος παραθύρου (8×8 tiles, που αντιστοιχεί σε περίπου 57×100 εικονοστοιχεία για τις συγκεκριμένες εικόνες) προσφέρει την καλύτερη ισορροπία μεταξύ βελτίωσης λεπτομερειών και διατήρησης της φυσικότητας.
2. **Ρύθμιση παραμέτρων:** Το όριο περιορισμού αντίθεσης (clip limit) της CLAHE είναι επίσης κρίσιμη παράμετρος. Η τιμή 0.01 που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα μελέτη φαίνεται να παρέχει καλά αποτελέσματα, αλλά μπορεί να χρειαστεί περαιτέρω προσαρμογή για διαφορετικές συνθήκες φωτισμού.
3. **Πιθανές βελτιώσεις:** Συνδυασμός της CLAHE με άλλες τεχνικές, όπως μείωση θορύβου ή εξίσωση χρώματος για έγχρωμες εικόνες, θα μπορούσε να βελτιώσει περαιτέρω τα αποτελέσματα.

4. **Εφαρμογή σε πραγματικό χρόνο:** Για εφαρμογή σε συστήματα υποβοήθησης οδήγησης, η CLAHE μπορεί να εφαρμοστεί σε πραγματικό χρόνο με σύγχρονους επεξεργαστές γραφικών (GPUs), παρέχοντας άμεση βελτίωση της εικόνας στον οδηγό.

Εν κατακλείδι, η τοπική προσαρμοστική εξίσωση ιστογράμματος αποδεικνύεται ιδιαίτερα αποτελεσματική για τη βελτίωση νυχτερινών εικόνων οδήγησης, προσφέροντας σημαντική ενίσχυση της ορατότητας κρίσιμων στοιχείων, διατηρώντας παράλληλα τη φυσικότητα και αποφεύγοντας την υπερβολική ενίσχυση θορύβου που παρατηρείται με την ολική εξίσωση ιστογράμματος.

```
Processing 3 images with histogram equalization techniques...

Processing dark_road_1.jpg...
Applying global histogram equalization...
Applying local histogram equalization (CLAHE)...
Window size: ~57 x 100 pixels (NumTiles: 8 x 8)
ClipLimit: 0.010
Saved results to dark_road_1_*.png

Processing dark_road_2.jpg...
Applying global histogram equalization...
Applying local histogram equalization (CLAHE)...
Window size: ~57 x 100 pixels (NumTiles: 8 x 8)
ClipLimit: 0.010
Saved results to dark_road_2_*.png

Processing dark_road_3.jpg...
Applying global histogram equalization...
Applying local histogram equalization (CLAHE)...
Window size: ~60 x 80 pixels (NumTiles: 8 x 8)
ClipLimit: 0.010
Saved results to dark_road_3_*.png

=== Contrast Enhancement Metrics ===
+-----+-----+-----+-----+
| Image           | Original          | Global EQ         | Local EQ          |
+-----+-----+-----+-----+
| dark_road_1.jpg | GC: 73.6 (+213%) | GC: 38.5 ( +64%) |                   |
|                 | LC: 13.8 (+372%) | LC: 7.1 (+144%)  |                   |
|                 | EN: 4.74 ( -3%)  | EN: 6.22 ( +27%) |                   |
+-----+-----+-----+-----+
| dark_road_2.jpg | GC: 73.5 (+161%) | GC: 48.1 ( +71%) |                   |
|                 | LC: 13.9 (+294%) | LC: 8.1 (+129%)  |                   |
|                 | EN: 4.81 ( -4%)  | EN: 6.27 ( +25%) |                   |
+-----+-----+-----+-----+
| dark_road_3.jpg | GC: 73.7 (+241%) | GC: 38.9 ( +80%) |                   |
|                 | LC: 12.5 (+417%) | LC: 6.3 (+162%)  |                   |
|                 | EN: 5.08 ( -3%)  | EN: 6.38 ( +22%) |                   |
+-----+-----+-----+-----+
```

5. Αποκατάσταση Εικόνας – Αποσυνέλιξη ([askisi5.ipynb](#))

Θεωρήστε την `new_york.png` και πραγματοποιήστε τα παρακάτω:
Μέρος Α

Αρχικά υποβαθμίστε τη δοθείσα εικόνα με λευκό θόρυβο Gauss ώστε να έχει λόγο σήματος προς θόρυβο (SNR) ίσο με 10dB. Χρησιμοποιώντας το φίλτρο Wiener απομακρύνετε το θόρυβο με τους δύο παρακάτω διαφορετικούς τρόπους :

1. Αξιοποιώντας τη γνώση που έχετε σχετικά με την ισχύ του θορύβου.
2. Υποθέτοντας ότι δεν γνωρίζετε την ισχύ του θορύβου.

Σε κάθε περίπτωση σχολιάστε και συγκρίνετε τα αποτελέσματα.

Μέρος Β

Εφαρμόστε το μετασχηματισμό που υλοποιείται στο αρχείο `psf.p`, το οποίο υλοποιεί την `point spread function` (PSF) ενός άγνωστου συστήματος καταγραφής εικόνων. Ο μετασχηματισμός εφαρμόζεται με την εντολή $Y = psf(X)$, όπου X η εικόνα εισόδου και Y η εικόνα εξόδου. Στη συνέχεια πραγματοποιήστε την ακόλουθη επεξεργασία:

- Χρησιμοποιώντας κατάλληλη τεχνική υπολογίστε την κρουστική απόκριση του αγνώστου συστήματος και απεικονίστε την απόκριση συχνότητας αυτής.
- Εφαρμόστε την τεχνική του αντίστροφου φίλτρου στο πεδίο της συχνότητας με χρήση κατωφλιού, ώστε να αντιμετωπίσετε το θόλωμα που προκύπτει. Απεικονίστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (Mean Squared Error, MSE) μεταξύ της αρχικής εικόνας (χωρίς θόρυβο) και του αποτελέσματος για διάφορες τιμές κατωφλιού.
- Σχολιάστε τι συμβαίνει όταν δεν γίνεται χρήση κατωφλιού.

Το γενικό μοντέλο υποβάθμισης εικόνας μπορεί να εκφραστεί ως:

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) + n(x,y)$$

όπου:

- $g(x,y)$ είναι η παρατηρούμενη (υποβαθμισμένη) εικόνα
- $f(x,y)$ είναι η αρχική εικόνα
- $h(x,y)$ είναι η συνάρτηση διασποράς σημείου (PSF) του συστήματος που προκαλεί θόλωμα
- $n(x,y)$ είναι ο προσθετικός θόρυβος
- $*$ συμβολίζει την πράξη της συνέλιξης

Στο πεδίο συχνοτήτων, αυτό μετατρέπεται σε:

$$G(u,v) = H(u,v) \cdot F(u,v) + N(u,v)$$

Φίλτρο Wiener

Το φίλτρο Wiener είναι ένα βέλτιστο γραμμικό φίλτρο αποκατάστασης που ελαχιστοποιεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE) μεταξύ της αρχικής και της αποκατεστημένης εικόνας. Για την απλή περίπτωση αφαίρεσης θορύβου (χωρίς θόλωμα), το φίλτρο Wiener στο χωρικό πεδίο εκφράζεται ως:

$$\hat{F}(u, v) = \frac{S_f(u, v)}{S_f(u, v) + S_n(u, v)} \cdot G(u, v)$$

όπου S_f και S_n είναι τα φάσματα ισχύος του σήματος και του θορύβου αντίστοιχα. Ο λόγος $\frac{S_n(u, v)}{S_f(u, v)}$ αποτελεί τον λόγο θορύβου προς σήμα (NSR).

Για περιπτώσεις όπου η ισχύς του θορύβου είναι άγνωστη, το προσαρμοστικό φίλτρο Wiener (υλοποιημένο ως `wiener2` στο MATLAB) εκτιμά τοπικά τις στατιστικές παραμέτρους του σήματος και του θορύβου από την ίδια την εικόνα.

Αντίστροφο φίλτρο

Το αντίστροφο φίλτρο αποτελεί μια απλή προσέγγιση για την αποσυνέλιξη, βασιζόμενο στην αντιστροφή της συνάρτησης μεταφοράς του συστήματος:

$$\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)}$$

Ωστόσο, αυτή η απλή προσέγγιση είναι εξαιρετικά ευαίσθητη στον θόρυβο, ιδιαίτερα σε συχνότητες όπου το $H(u, v)$ έχει χαμηλές τιμές. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος, εφαρμόζεται συχνά ένα κατώφλι T :

$$\hat{F}(u, v) = \begin{cases} \frac{G(u, v)}{H(u, v)}, & \text{εάν } |H(u, v)| \geq T \\ 0, & \text{εάν } |H(u, v)| < T \end{cases}$$

Μέρος Α: Αφαίρεση Θορύβου με φίλτρο Wiener



Εικόνα 17

Υποβάθμιση με Γκαουσιανό Θόρυβο

Η αρχική εικόνα "new_york.png" υποβαθμίστηκε με προσθετικό Γκαουσιανό θόρυβο, με στόχο έναν λόγο σήματος προς θόρυβο (SNR) 10 dB. Η διαδικασία περιελάμβανε:

1. Υπολογισμό της διακύμανσης του σήματος (εικόνας): $\sigma_f^2 = 0.079997$

2. Καθορισμό της διακύμανσης του θορύβου: $\sigma_n^2 = \sigma_f^2 / 10^{SNR/10} = 0.008000$

3. Προσθήκη Γκαουσιανού θορύβου με $\mu = 0$ και $\sigma^2 = \sigma_n^2$
Το αποτέλεσμα ήταν μια εικόνα με επαληθευμένο SNR = 10.00 dB, MSE = 0.007280 και SSIM = 0.5245 σε σχέση με την αρχική.

Εφαρμογή Φίλτρου Wiener με Γνωστή Ισχύ Θορύβου

Η πρώτη προσέγγιση αφαίρεσης θορύβου βασίστηκε στο φίλτρο Wiener με γνωστό NSR = 0.100000. Λαμβάνοντας υπόψη ότι στην περίπτωση του απλού προσθετικού θορύβου (χωρίς θόλωμα) η συνάρτηση μεταφοράς είναι $H(u, v) = 1$, το φίλτρο Wiener απλοποιείται σε:

$$\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{1 + NSR}$$

ή στο χωρικό πεδίο:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{g(x, y)}{1 + K}, \text{ όπου } K = NSR$$

Τα αποτελέσματα αυτής της προσέγγισης ήταν:

- MSE = 0.008987
- PSNR = 20.46 dB
- SSIM = 0.5398

Παραδόξως, παρατηρείται χειρότερο MSE και PSNR σε σχέση με την εικόνα με θόρυβο, ενώ το SSIM παρουσιάζει μικρή βελτίωση. Αυτό υποδεικνύει ότι το απλό καθολικό φίλτρο Wiener με σταθερό NSR δεν είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικό για την αφαίρεση θορύβου σε αυτή την εικόνα.

Εφαρμογή Προσαρμοστικού Φίλτρου Wiener (wiener2)

Η δεύτερη προσέγγιση χρησιμοποίησε το προσαρμοστικό φίλτρο Wiener (wiener2) με μέγεθος παραθύρου 3×3, το οποίο εκτιμά τοπικά τη διακύμανση του σήματος και του θορύβου. Τα αποτελέσματα ήταν σημαντικά καλύτερα:

- MSE = 0.002746
- PSNR = 25.61 dB
- SSIM = 0.7456

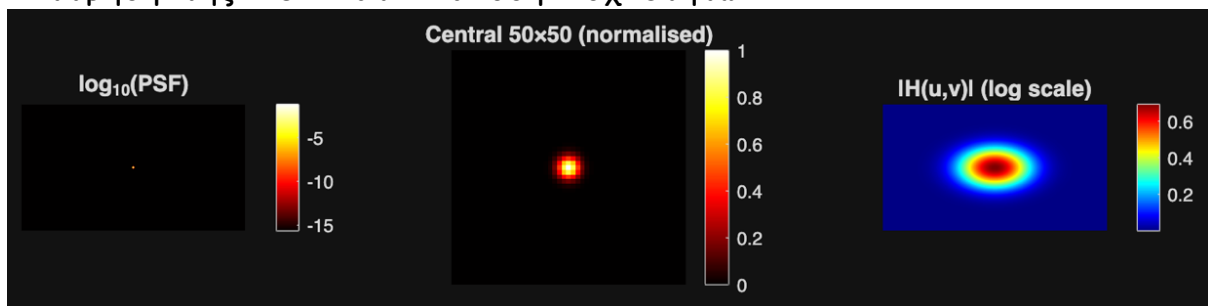
Η σημαντική βελτίωση σε σχέση με την προηγούμενη μέθοδο οφείλεται στο γεγονός ότι το προσαρμοστικό φίλτρο προσαρμόζεται στα τοπικά χαρακτηριστικά κάθε περιοχής της εικόνας, επιτρέποντας διαφορετικό βαθμό εξομάλυνσης ανάλογα με την τοπική στατιστική του σήματος και του θορύβου.

Σύγκριση των Δύο Μεθόδων Αφαίρεσης Θορύβου

Από τη σύγκριση των δύο μεθόδων προκύπτουν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

1. **Προσαρμοστικό Φίλτρο vs. Καθολικό Φίλτρο:** Το προσαρμοστικό φίλτρο Wiener (wiener2) υπερτερεί σημαντικά του απλού καθολικού φίλτρου με σταθερό NSR σε όλες τις μετρικές (MSE, PSNR, SSIM). Αυτό υποδεικνύει ότι η τοπική προσαρμογή στις στατιστικές του σήματος και του θορύβου είναι κρίσιμη για την αποτελεσματική αφαίρεση θορύβου.
2. **Παράδοση Συμπεριφορά του Καθολικού Φίλτρου Wiener:** Το καθολικό φίλτρο Wiener με γνωστό NSR παρουσίασε χειρότερο MSE και PSNR από την εικόνα με θόρυβο. Αυτό μπορεί να οφείλεται στην μη ομοιόμορφη κατανομή του θορύβου στην εικόνα ή στο γεγονός ότι το απλό μοντέλο καθολικού φίλτρου υπεραπλουστεύει το πρόβλημα, αγνοώντας την χωρική συσχέτιση των εικονοστοιχείων.
3. **Επιλογή Μεγέθους Παραθύρου:** Το μέγεθος παραθύρου 3×3 που χρησιμοποιήθηκε στο wiener2 αποτελεί έναν καλό συμβιβασμό μεταξύ ικανότητας αφαίρεσης θορύβου και διατήρησης λεπτομερειών. Μεγαλύτερα παράθυρα θα οδηγούσαν σε μεγαλύτερη εξομάλυνση αλλά πιθανώς σε απώλεια λεπτομερειών.
4. **Οπτική Αξιολόγηση:** Από την Εικόνα 17, παρατηρούμε ότι το προσαρμοστικό φίλτρο διατηρεί καλύτερα τις λεπτομέρειες και τις ακμές της εικόνας, ενώ ταυτόχρονα αφαιρεί αποτελεσματικά το θόρυβο. Αντίθετα, το καθολικό φίλτρο παρουσιάζει μια πιο ομοιόμορφη εξομάλυνση που μπορεί να οδηγήσει σε αλλοίωση σημαντικών χαρακτηριστικών της εικόνας.

Μέρος Β: Αποσυνέλιξη με Αντίστροφο Φίλτρο Εκτίμηση της PSF και Ανάλυση Συχνοτήτων

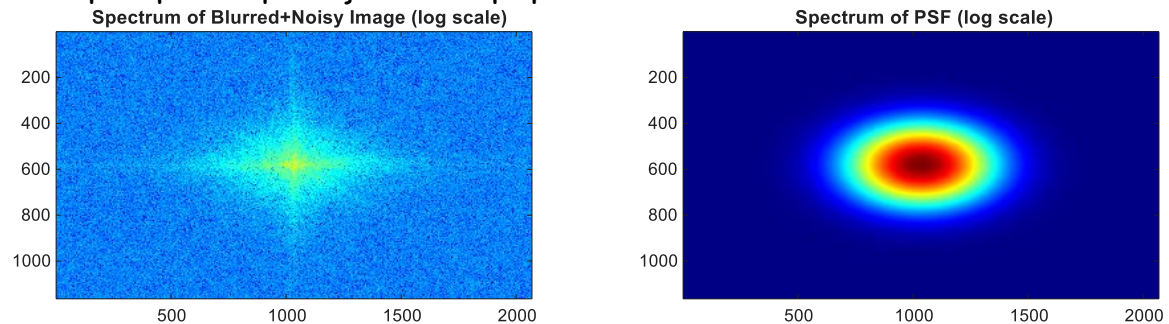


Εικόνα 18

Για την αντιμετώπιση του προβλήματος της αποσυνέλιξης, το πρώτο βήμα ήταν ο προσδιορισμός της συνάρτησης διασποράς σημείου (PSF) του συστήματος που προκαλεί το θόλωμα. Αυτό επιτεύχθηκε με την εφαρμογή του παρεχόμενου μετασχηματισμού `psf.p` σε μια κρουστική συνάρτηση (delta function).

Όπως φαίνεται στην Εικόνα 19, η εκτιμώμενη PSF έχει τη μορφή μιας Γκαουσιανής κατανομής, υποδεικνύοντας ότι το σύστημα εισάγει ένα είδος θολώματος Γκαουσιανού τύπου. Η απόκριση συχνότητας $|H(u,v)|$ (Εικόνα 18, δεξιά) επιβεβαιώνει αυτή την παρατήρηση, εμφανίζοντας χαρακτηριστική συμπεριφορά χαμηλοπερατού φίλτρου, με μέγιστη τιμή στις χαμηλές συχνότητες και σταδιακή εξασθένηση στις υψηλότερες συχνότητες.

Επίδραση Θολώματος και Θορύβου



Εικόνα 19

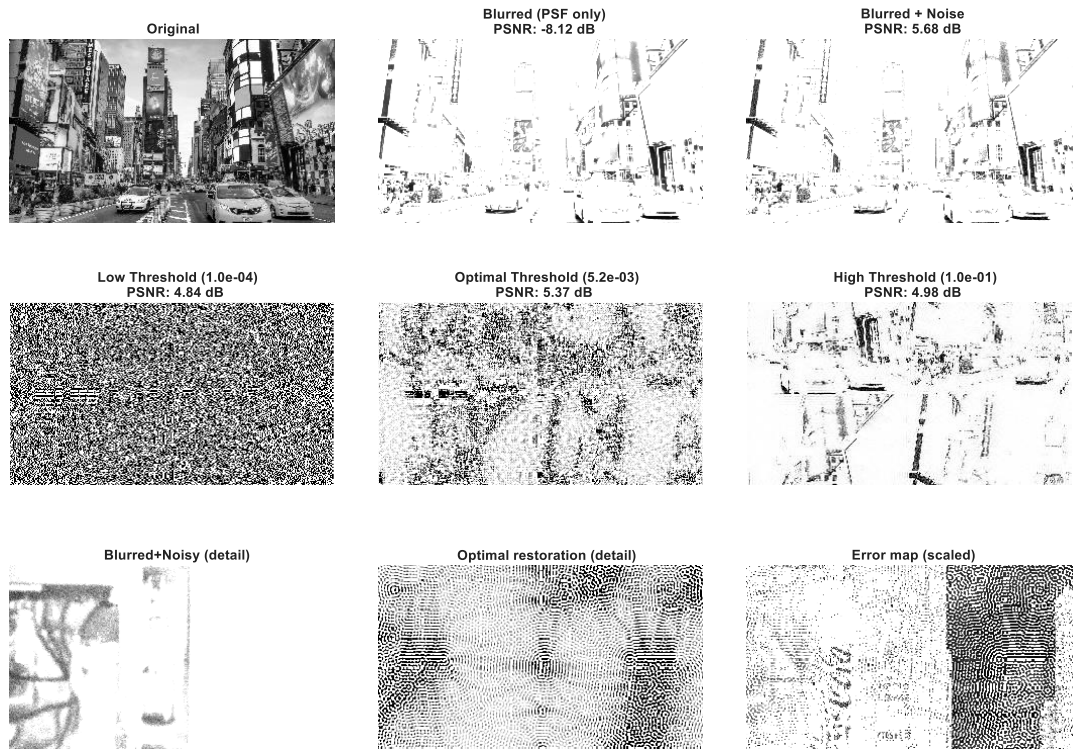
Η εφαρμογή του θολώματος στην αρχική εικόνα είχε δραματική επίδραση στην ποιότητά της:

- MSE = 6.484269
- PSNR = -8.12 dB
- SSIM = 0.1815

Η προσθήκη επιπλέον Γκαουσιανού θορύβου στην ήδη θολωμένη εικόνα οδήγησε σε:

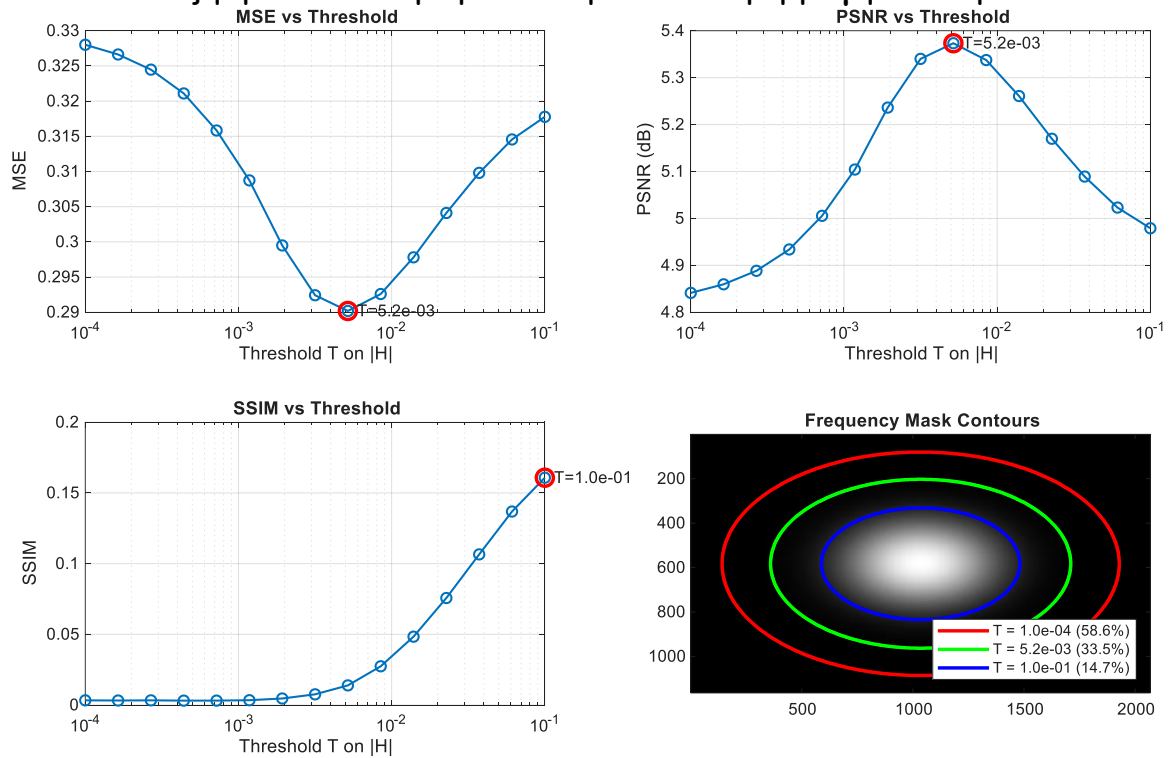
- MSE = 0.270149
- PSNR = 5.68 dB
- SSIM = 0.2871

Παρατηρείται ότι το MSE και το PSNR βελτιώθηκαν μετά την προσθήκη θορύβου. Αυτό οφείλεται στον τρόπο υπολογισμού αυτών των μετρικών και το γεγονός ότι το θόλωμα μετατοπίζει συστηματικά τις τιμές φωτεινότητας, ενώ ο θόρυβος προσθέτει τυχαίες διακυμάνσεις που μπορεί να αντισταθμίσουν τις συστηματικές αποκλίσεις. Το SSIM, ως πιο ολοκληρωμένη μετρική, δείχνει μικρή βελτίωση, υποδεικνύοντας ότι ο θόρυβος προσθέτει πληροφορία που μιμείται κάποιες δομές της αρχικής εικόνας.



Εικόνα 20

Αποσυνέλιξη με Αντίστροφο Φίλτρο και Εφαρμογή Κατωφλίου



Εικόνα 21

Η αποσυνέλιξη πραγματοποιήθηκε με εφαρμογή αντίστροφου φίλτρου στο πεδίο συχνοτήτων, διερευνώντας 15 διαφορετικές τιμές κατωφλίου στο εύρος $[10^{-4}, 10^{-1}]$. Τα αποτελέσματα

απεικονίζονται στην Εικόνα 21, όπου φαίνεται η συσχέτιση μεταξύ της τιμής του κατωφλίου και των μετρικών MSE, PSNR και SSIM.

1. Επίδραση της Τιμής Κατωφλίου

Οι καμπύλες MSE και PSNR παρουσιάζουν σαφές ελάχιστο και μέγιστο αντίστοιχα για τιμή κατωφλίου $T_{opt} = 5.18e-03$:

- MSE = 0.290177
- PSNR = 5.37 dB
- SSIM = 0.0139

Αντίθετα, η καμπύλη SSIM αυξάνεται μονοτονικά με την αύξηση του κατωφλίου, με μέγιστη τιμή SSIM = 0.1608 για $T = 1.00e-01$. Αυτή η διαφορά υποδεικνύει ότι οι μετρικές MSE/PSNR και SSIM αξιολογούν διαφορετικές πτυχές της ποιότητας εικόνας. Η επίδραση των διαφορετικών κατωφλίων μπορεί να κατανοηθεί μέσω των περιγραμμάτων μάσκας συχνοτήτων (Εικόνα 21, κάτω δεξιά):

- Χαμηλό κατώφλι ($T = 1.0e-04$): Διατηρεί το 58.6% των συχνοτήτων, συμπεριλαμβανομένων και πολλών υψηλών συχνοτήτων με χαμηλές τιμές $|H(u,v)|$, οδηγώντας σε σημαντική ενίσχυση του θορύβου.
- Βέλτιστο κατώφλι ($T = 5.2e-03$): Διατηρεί το 33.5% των συχνοτήτων, παρέχοντας ισορροπία μεταξύ ανάκτησης λεπτομερειών και καταστολής θορύβου.
- Υψηλό κατώφλι ($T = 1.0e-01$): Διατηρεί μόνο το 14.7% των συχνοτήτων, κυρίως χαμηλές συχνότητες, οδηγώντας σε υπερβολική εξομάλυνση και απώλεια λεπτομερειών, αλλά καλύτερη καταστολή θορύβου.

2. Οπτική Αξιολόγηση των Αποτελεσμάτων Αποσυνέλιξης

Η οπτική αξιολόγηση των αποτελεσμάτων αποσυνέλιξης (Εικόνα 21) επιβεβαιώνει τα συμπεράσματα από τις ποσοτικές μετρικές:

1. **Χαμηλό Κατώφλι ($1.0e-04$):** Η εικόνα κυριαρχείται από θορυβώδη τεχνουργήματα (artifacts) που προκύπτουν από την υπερβολική ενίσχυση των υψηλών συχνοτήτων. Η αρχική δομή της εικόνας είναι δύσκολα αναγνωρίσιμη, και το αποτέλεσμα είναι πρακτικά άχρηστο (PSNR = 4.84 dB).
2. **Βέλτιστο Κατώφλι ($5.2e-03$):** Παρατηρείται μια προσπάθεια ανάκτησης της δομής της εικόνας, με εμφανή όμως τεχνουργήματα που οφείλονται στην ενίσχυση του θορύβου. Το αποτέλεσμα είναι καλύτερο από το χαμηλό κατώφλι, αλλά εξακολουθεί να υπολείπεται σημαντικά της αρχικής ποιότητας (PSNR = 5.37 dB).
3. **Υψηλό Κατώφλι ($1.0e-01$):** Παρατηρείται καλύτερη καταστολή θορύβου αλλά σημαντική απώλεια λεπτομερειών. Η εικόνα εμφανίζει ακόμα έντονο θόλωμα, αλλά η βασική δομή είναι πιο αναγνωρίσιμη. Το PSNR (4.98 dB) είναι χαμηλότερο από το βέλτιστο κατώφλι, αλλά το SSIM είναι σημαντικά

υψηλότερο (0.1608), υποδεικνύοντας καλύτερη διατήρηση της δομικής πληροφορίας.

Συνθετική Ανάλυση και Συμπεράσματα

Αποτελεσματικότητα των Μεθόδων Αφαίρεσης Θορύβου

1. **Υπεροχή του Προσαρμοστικού Φίλτρου Wiener:** Το προσαρμοστικό φίλτρο Wiener (wiener2) αποδείχθηκε σημαντικά αποτελεσματικότερο από το καθολικό φίλτρο με γνωστό NSR. Αυτό υποδεικνύει ότι η τοπική προσαρμογή στις στατιστικές του σήματος και του θορύβου είναι κρίσιμη για την αποτελεσματική αφαίρεση θορύβου σε πραγματικές εικόνες, όπου ο θόρυβος μπορεί να μην είναι ομοιόμορφα κατανεμημένος και τα τοπικά χαρακτηριστικά της εικόνας διαφέρουν σημαντικά.
2. **Περιορισμοί του Καθολικού Φίλτρου Wiener:** Παρά την απλότητα εφαρμογής του, το καθολικό φίλτρο Wiener με σταθερό NSR αποδείχθηκε ανεπαρκές, οδηγώντας ακόμα και σε χειροτέρευση της ποιότητας της εικόνας σύμφωνα με τις μετρικές MSE και PSNR. Αυτό υπογραμμίζει τους περιορισμούς των απλουστευμένων μοντέλων αφαίρεσης θορύβου που βασίζονται σε καθολικές παραμέτρους.

Προκλήσεις στην Αποσυνέλιξη με Αντίστροφο Φίλτρο

1. **Η Σημασία της Επιλογής Κατωφλίου:** Η τιμή του κατωφλίου στο αντίστροφο φίλτρο αποτελεί κρίσιμη παράμετρο που καθορίζει την ισορροπία μεταξύ ανάκτησης λεπτομερειών και καταστολής θορύβου. Η βέλτιστη τιμή εξαρτάται από τις συγκεκριμένες συνθήκες του προβλήματος, συμπεριλαμβανομένης της φύσης της PSF και του επιπέδου θορύβου.
2. **Ασυμφωνία Μεταξύ Μετρικών:** Η διαφορά στις βέλτιστες τιμές κατωφλίου μεταξύ των μετρικών MSE/PSNR και SSIM υπογραμμίζει ότι οι διαφορετικές μετρικές αξιολογούν διαφορετικές πτυχές της ποιότητας εικόνας. Το MSE και το PSNR επικεντρώνονται στην ακρίβεια σε επίπεδο εικονοστοιχείου, ενώ το SSIM αξιολογεί τη δομική ομοιότητα, η οποία μπορεί να είναι πιο σχετική με την αντιληπτή ποιότητα από ανθρώπινους παρατηρητές.
3. **Περιορισμοί του Αντίστροφου Φίλτρου:** Παρά την απλότητά του, το αντίστροφο φίλτρο αποδείχθηκε περιορισμένης αποτελεσματικότητας για την αποσυνέλιξη, ιδιαίτερα παρουσία θορύβου. Αυτό επιβεβαιώνει τη θεωρητική του ευαισθησία σε συχνότητες όπου το $|H(u,v)|$ έχει χαμηλές τιμές.
4. **Περιορισμένη Βελτίωση PSNR:** Το βέλτιστο PSNR που επιτεύχθηκε με το αντίστροφο φίλτρο ήταν μόλις 5.37 dB, μια οριακή μείωση σε σχέση με την θολωμένη και θορυβώδη εικόνα (5.68 dB). Αυτό υποδεικνύει ότι πιο προηγμένες τεχνικές αποσυνέλιξης, όπως το φίλτρο Wiener για

αποσυνέλιξη ή τεχνικές αποκατάστασης τυφλής αποσυνέλιξης (blind deconvolution), μπορεί να είναι απαραίτητες για ικανοποιητικά αποτελέσματα σε πραγματικές εφαρμογές.

Θεωρητικές και Πρακτικές Επιπτώσεις

- 1. Διαφορετικά Είδη Υποβάθμισης Απαιτούν Διαφορετικές Προσεγγίσεις:** Η μελέτη αναδεικνύει ότι διαφορετικά είδη υποβάθμισης (θόρυβος vs. θόλωμα) απαιτούν διαφορετικές προσεγγίσεις για αποτελεσματική αποκατάσταση. Το προσαρμοστικό φίλτρο Wiener αποδείχθηκε αποτελεσματικό για την αφαίρεση θορύβου, ενώ το αντίστροφο φίλτρο με κατώφλι έδειξε περιορισμένη αποτελεσματικότητα για την αποσυνέλιξη.
- 2. Εγγενείς Περιορισμοί της Αποκατάστασης Εικόνας:** Η μελέτη επιβεβαιώνει τους θεωρητικούς περιορισμούς στην αποκατάσταση εικόνας, όπου η παρουσία θορύβου περιορίζει σημαντικά την ικανότητα ανάκτησης της αρχικής εικόνας. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τόσο ο θόρυβος όσο και οι υψηλές συχνότητες (λεπτομέρειες) της εικόνας μοιράζονται παρόμοιες περιοχές στο χώρο συχνοτήτων.
- 3. Ισορροπία Μεταξύ Αφαίρεσης Θορύβου και Διατήρησης Λεπτομερειών:** Η σημαντική πρόκληση στην αποκατάσταση εικόνας παραμένει η εύρεση της βέλτιστης ισορροπίας μεταξύ αφαίρεσης θορύβου/θολώματος και διατήρησης σημαντικών λεπτομερειών. Αυτή η ισορροπία είναι εγγενώς υποκειμενική και εξαρτάται από τη συγκεκριμένη εφαρμογή.
- 4. Σημασία της Συνάρτησης Διασποράς Σημείου (PSF):** Η γνώση της PSF του συστήματος που προκαλεί το θόλωμα είναι κρίσιμη για την αποτελεσματική αποσυνέλιξη. Η εκτιμώμενη PSF (Εικόνα 19) αποκαλύπτει σημαντικές πληροφορίες για τη φύση του θολώματος και τις επηρεαζόμενες συχνότητες στην εικόνα.

Loading image from Images\Ασκηση 5\new_york.png...

--- PART A: Noise Removal with Wiener Filter ---

Target SNR: 10 dB

Signal variance: 0.079997, Noise variance: 0.008000

Actual SNR: 10.00 dB

Selected detail region: rows 495:669, cols 879:1189

Applying Wiener filter with known noise-to-signal ratio...

NSR (K): 0.100000

Applying adaptive Wiener filter (wiener2) with window size 3x3...

=== PART A - Results ===

+-----+-----+-----+-----+

Method	MSE	PSNR (dB)	SSIM
Noisy image	0.007280	21.38	0.5245
Wiener (known NSR)	0.008987	20.46	0.5398
Wiener (unknown)	0.002746	25.61	0.7456

Saving Part A results...

--- PART B: Deblurring with Inverse Filter ---

Estimating Point Spread Function (PSF)...

Applying blur and adding noise...

Blur only: MSE = 6.484269, PSNR = -8.12 dB, SSIM = 0.1815

Blur + Noise: MSE = 0.270149, PSNR = 5.68 dB, SSIM = 0.2871

Applying inverse filter with different thresholds...

Processing threshold 1.0e-04 (1/15)...

Processing threshold 1.6e-04 (2/15)...

Processing threshold 2.7e-04 (3/15)...

Processing threshold 4.4e-04 (4/15)...

Processing threshold 7.2e-04 (5/15)...

Processing threshold 1.2e-03 (6/15)...

Processing threshold 1.9e-03 (7/15)...

Processing threshold 3.2e-03 (8/15)...

Processing threshold 5.2e-03 (9/15)...

Processing threshold 8.5e-03 (10/15)...

Processing threshold 1.4e-02 (11/15)...

Processing threshold 2.3e-02 (12/15)...

Processing threshold 3.7e-02 (13/15)...

Processing threshold 6.1e-02 (14/15)...

Processing threshold 1.0e-01 (15/15)...

=== PART B - Optimal Thresholds ===

Based on MSE: T_{opt} = 5.18e-03, MSE = 0.290177, PSNR = 5.37 dB, SSIM = 0.0139

Based on PSNR: T_{opt} = 5.18e-03, MSE = 0.290177, PSNR = 5.37 dB, SSIM = 0.0139

Based on SSIM: T_{opt} = 1.00e-01, MSE = 0.317764, PSNR = 4.98 dB, SSIM = 0.1608

Saving Part B results...

6. Ανίχνευση Ακμών ([askisi6.ipynb](#))

Θεωρήστε την `hallway.png` και πραγματοποιήστε τα παρακάτω ζητούμενα:

1. Χρησιμοποιήστε τις μάσκες ανίχνευσης ακμών Sobel και παρουσιάστε το αποτέλεσμα της ανίχνευσης..
 2. Πραγματοποιήστε ολική κατωφλίωση στα παραπάνω αποτελέσματα δικαιολογώντας την τιμή του κατωφλίου που επιλέξατε σε κάθε περίπτωση.
- Bonus** (Να εφαρμοστεί ο μετασχηματισμός Hough για την ανίχνευση των ευθύγραμμων τμημάτων στην εικόνα. Αποτυπώστε τα ευθύγραμμα τμήματα που ανιχνεύσατε στην αρχική εικόνα (χρησιμοποιώντας κάποιο χρώμα της επιλογής σας)).

Οι τελεστές Sobel αποτελούν μια από τις πιο διαδεδομένες τεχνικές ανίχνευσης ακμών, βασιζόμενοι στον υπολογισμό της παραγώγου της εικόνας. Συγκεκριμένα, η μέθοδος χρησιμοποιεί δύο πυρήνες συνέλιξης 3×3 για την προσέγγιση των παραγώγων κατά τις διευθύνσεις x και y :

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & +1 \\ -2 & 0 & +2 \\ -1 & 0 & +1 \end{bmatrix} * I \quad \text{και} \quad G_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ +1 & +2 & +1 \end{bmatrix} * I$$

όπου I είναι η εικόνα εισόδου και $*$ η πράξη της συνέλιξης. Το μέτρο της κλίσης G_{mag} και η διεύθυνσή της G_{dir} υπολογίζονται ως:

$$G_{mag} = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \quad \text{και} \quad G_{dir} = \arctan\left(\frac{G_y}{G_x}\right)$$

Ολική Κατωφλίωση

Η μετατροπή της εικόνας μεγέθους κλίσης σε δυαδική εικόνα ακμών πραγματοποιείται με εφαρμογή ενός κατωφλίου T :

$$BW(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{εάν } G_{mag}(x, y) \geq T \\ 0, & \text{εάν } G_{mag}(x, y) < T \end{cases}$$

Η μέθοδος Otsu παρέχει έναν αυτόματο τρόπο επιλογής του κατωφλίου, βασισμένο στην ελαχιστοποίηση της διακύμανσης (intra-class variance) μέσα στις τάξεις του ιστογράμματος.

Μετασχηματισμός Hough για Ανίχνευση Ευθειών

Ο μετασχηματισμός Hough αποτελεί μια τεχνική για την ανίχνευση γεωμετρικών σχημάτων σε εικόνες, με ιδιαίτερη εφαρμογή στην ανίχνευση ευθειών. Χρησιμοποιώντας την παραμετρική αναπαράσταση μιας ευθείας:

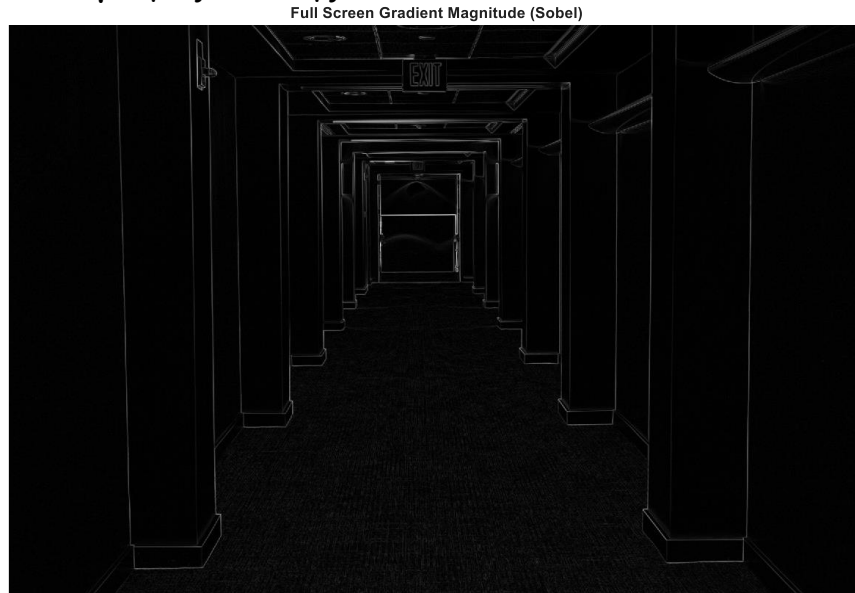
$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$$

όπου ρ είναι η απόσταση της ευθείας από την αρχή των αξόνων και θ η γωνία μεταξύ της καθέτου στην ευθεία και του άξονα x . Ο μετασχηματισμός Hough μετατρέπει κάθε σημείο (x, y) της εικόνας ακμών σε μια ημιτονοειδή καμπύλη στο χώρο παραμέτρων

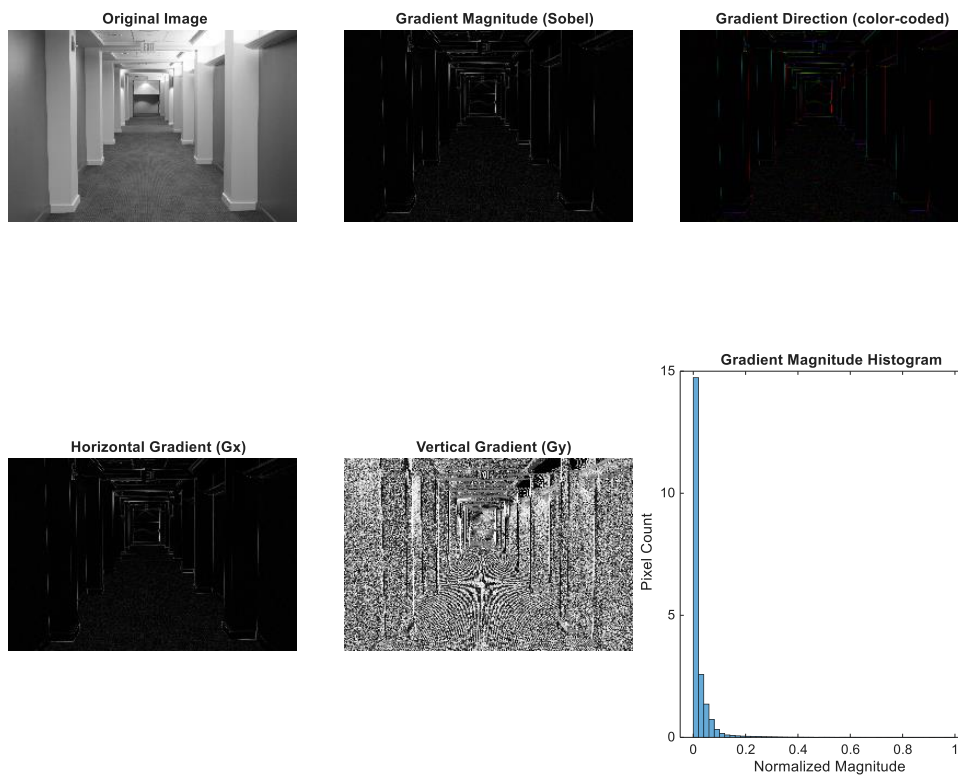
(θ, ρ) . Η συσσώρευση αυτών των καμπυλών στον χώρο Hough αποκαλύπτει τις κυρίαρχες ευθείες στην εικόνα ως κορυφές (peaks).

Ανάλυση Αποτελεσμάτων

Βήμα 1: Υπολογισμός Κλίσης Sobel



Εικόνα 22



Εικόνα 23

Από την εικόνα και τα δεδομένα εξόδου του κώδικα, παρατηρούμε τα ακόλουθα χαρακτηριστικά για την κλίση της εικόνας:

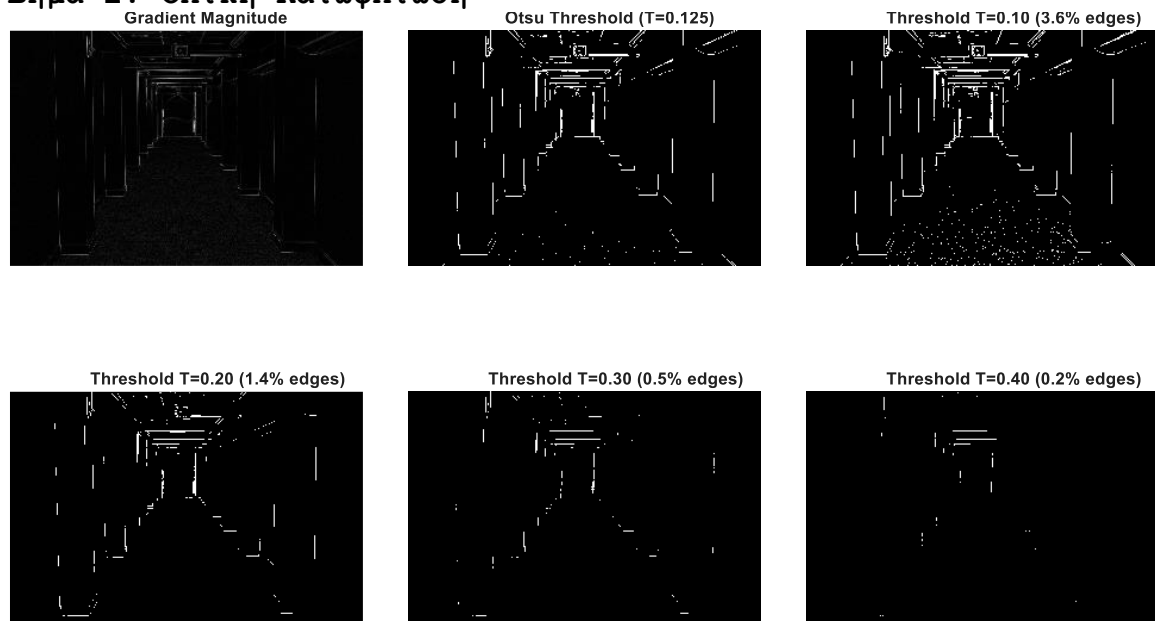
- Μέγιστο μέγεθος κλίσης: 2.8628
- Μέση τιμή μεγέθους κλίσης: 0.0696
- Διάμεση τιμή μεγέθους κλίσης: 0.0314

Το ιστόγραμμα του μεγέθους κλίσης (Εικόνα 23, κάτω δεξιά) δείχνει ότι η πλειονότητα των εικονοστοιχείων έχει χαμηλή τιμή κλίσης, με μια απότομη συγκέντρωση κοντά στο μηδέν. Αυτό υποδεικνύει ότι η εικόνα περιέχει κυρίως ομαλές περιοχές με σχετικά λίγες ισχυρές ακμές.

Η απεικόνιση της κλίσης (Εικόνες 2 και 3) αποκαλύπτει σαφώς τις κύριες δομικές γραμμές του διαδρόμου, όπως τα περιγράμματα των στύλων, οι ενώσεις τοίχου-οροφής, οι πόρτες, και άλλα αρχιτεκτονικά στοιχεία. Αξιοσημείωτη είναι η διαφοροποίηση μεταξύ οριζόντιας και κατακόρυφης κλίσης:

1. **Οριζόντια Κλίση (Gx):** Αναδεικνύει κυρίως τις κατακόρυφες ακμές όπως τις πλευρές των στύλων και τα πλαίσια πορτών.
2. **Κατακόρυφη Κλίση (Gy):** Τονίζει τις οριζόντιες ακμές όπως τις ενώσεις τοίχου-οροφής και τη βάση των στύλων.
3. **Έγχρωμη Απεικόνιση Διεύθυνσης:** Η χρωματική κωδικοποίηση της διεύθυνσης κλίσης (Εικόνα 23, πάνω δεξιά) παρέχει συμπληρωματική πληροφορία για τον προσανατολισμό των ακμών, με διαφορετικά χρώματα να αντιστοιχούν σε διαφορετικούς προσανατολισμούς.

Βήμα 2: Ολική Κατωφλίωση



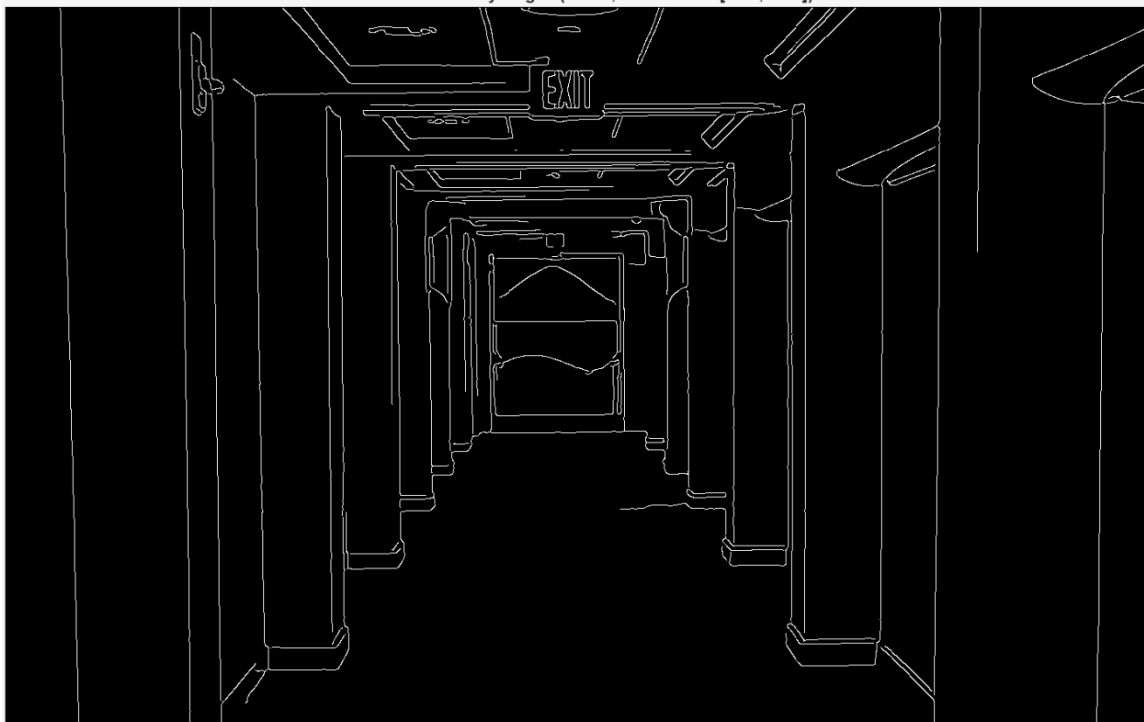
Εικόνα 24

Full Screen Sobel Edges - Otsu Threshold ($T=0.125$)



Εικόνα 25

Full Screen Canny Edges ($\sigma=2.0$, thresholds=[0.05, 0.20])

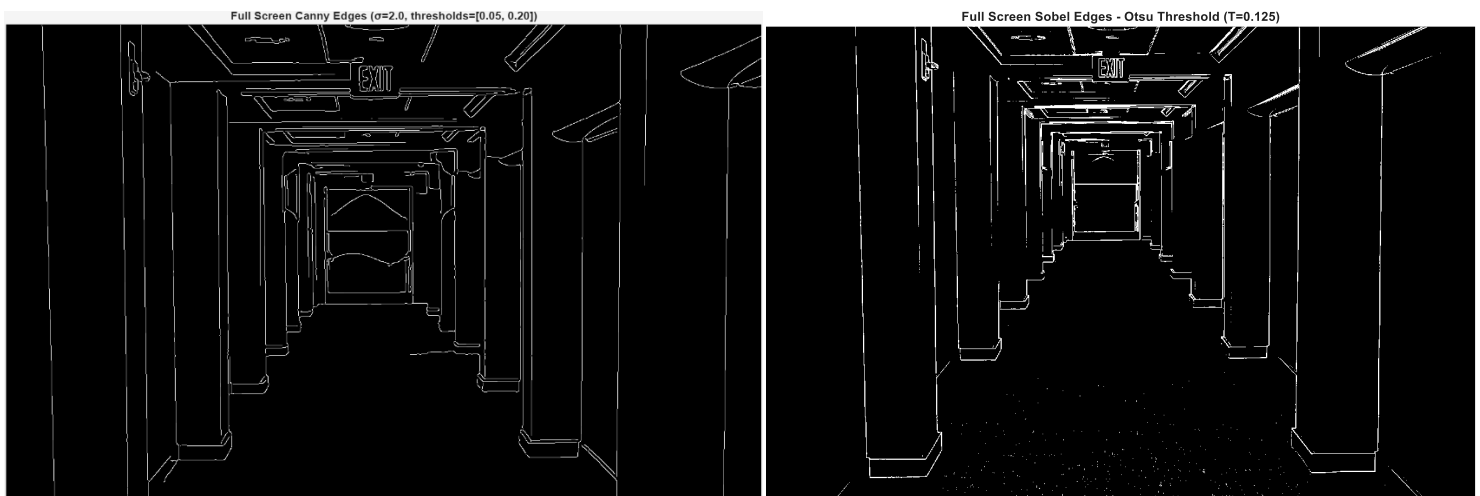


Εικόνα 26

Η εφαρμογή της μεθόδου Otsu προσδιόρισε ένα βέλτιστο κατώφλι $T = 0.125$ (12.5% της μέγιστης τιμής κλίσης). Η επιλογή αυτού του κατωφλίου είναι εύλογη για τους εξής λόγους:

1. **Στατιστικά Κατανομή:** Δεδομένης της έντονης ασυμμετρίας του ιστογράμματος με τη μεγάλη συγκέντρωση χαμηλών τιμών (μέση τιμή 0.0696, διάμεση 0.0314), το κατώφλι 0.125 βρίσκεται αρκετά πάνω από αυτές τις τιμές, διασφαλίζοντας ότι μόνο οι πιο σημαντικές ακμές θα διατηρηθούν.
2. **Οπτικό Αποτέλεσμα:** Από την Εικόνα 25, παρατηρούμε ότι το κατώφλι Otsu οδηγεί σε μια καθαρή δυαδική εικόνα που διατηρεί τις σημαντικές δομικές ακμές του διαδρόμου, απορρίπτοντας ταυτόχρονα ασήμαντες λεπτομέρειες και θόρυβο.

Βήμα 3: Σύγκριση Ανιχνευτών Ακμών (Sobel vs Canny)



Εικόνα 27

Η Εικόνα 27 (καλύτερα φαίνεται στο plot της Matlab) παρουσιάζει μια συγκριτική αξιολόγηση μεταξύ των ακμών που ανιχνεύτηκαν με τον τελεστή Sobel (με κατώφλι Otsu) και του ανιχνευτή Canny. Οι βασικές διαφορές είναι:

1. **Ποιότητα Ακμών:** Ο ανιχνευτής Canny παράγει λεπτότερες και πιο συνεχείς ακμές συγκριτικά με τον Sobel.
2. **Ευαισθησία σε Λεπτομέρειες:** Ο Canny ανιχνεύει περισσότερες λεπτομέρειες και ασθενέστερες ακμές, όπως φαίνεται από τις επιπλέον γραμμές που εμφανίζονται στην Εικόνα 27.
3. **Καταλληλότητα για Μετασχηματισμό Hough:** Ο ανιχνευτής Sobel παρέχει καλύτερη είσοδο για τον μετασχηματισμό Hough, καθώς οι λεπτές και συνεχείς ακμές που παράγει διευκολύνουν την ακριβή ανίχνευση ευθειών.

Βήμα 4: Μετασχηματισμός Hough και Ανίχνευση Ευθειών

Probabilistic Hough lines detected: 200



Εικόνα 28

Ο μετασχηματισμός Hough εφαρμόστηκε στην εικόνα ακμών Canny, με τα ακόλουθα αποτελέσματα:

1. **Χώρος Hough:** Η Εικόνα 28 απεικονίζει τον χώρο παραμέτρων Hough, όπου οι φωτεινές περιοχές αντιστοιχούν σε υψηλότερες συσσωρεύσεις. Παρατηρούμε ισχυρές κορυφές σε συγκεκριμένες γωνίες θ , ιδιαίτερα κοντά στις 0° (οριζόντιες γραμμές) και 90° (κατακόρυφες γραμμές), που αντιστοιχούν στις κυρίαρχες δομικές γραμμές του διαδρόμου.
2. **Ανίχνευση Γραμμών:** Εντοπίστηκαν συνολικά 200 ευθύγραμμα τμήματα, τα οποία κατηγοριοποιήθηκαν ως:
 - ο Κατακόρυφες γραμμές ($|\theta| > 80^\circ$)
 - ο Οριζόντιες γραμμές ($|\theta| < 10^\circ$)
 - ο Άλλες γραμμές

Συζήτηση και Συμπεράσματα

Αποτελεσματικότητα των Μεθόδων Ανίχνευσης Ακμών

Τόσο ο τελεστής Sobel όσο και ο ανιχνευτής Canny αποδείχθηκαν αποτελεσματικοί στην ανίχνευση των βασικών δομικών στοιχείων του διαδρόμου. Ωστόσο, ο Canny προσφέρει καλύτερη ποιότητα ακμών για περαιτέρω επεξεργασία, όπως ο μετασχηματισμός Hough, λόγω των λεπτών και συνεχών ακμών που παράγει.

Η επιλογή του κατάλληλου κατωφλίου είναι κρίσιμη για την ποιότητα των ανιχνευόμενων ακμών. Το κατώφλι Otsu (0.125)

παρέχει έναν καλό συμβιβασμό μεταξύ της διατήρησης σημαντικών ακμών και της απόρριψης θορύβου και ασήμαντων λεπτομερειών.

```
Loading image from Images\Ασκηση 6\hallway.png...
Image dimensions: 1168 x 1752

--- STEP 1: Calculating Sobel gradients ---
Gradient statistics:
  Maximum gradient magnitude: 2.8628
  Mean gradient magnitude: 0.0696
  Median gradient magnitude: 0.0314

--- STEP 2: Edge Detection with Thresholding ---
Otsu threshold = 0.125 (12.5% of max)

--- STEP 3: Hough Transform for Line Detection ---
Generating Canny edges...
Computing Hough transform...
Finding Hough peaks (threshold: 30.0% of max)...
Extracting line segments...
Found 19 line segments.
Line categorization:
  Vertical lines ( $|\theta| > 80^\circ$ ): 2
  Horizontal lines ( $|\theta| < 10^\circ$ ): 10
  Other lines: 7

--- STEP 4: Vanishing Point Analysis ---
Estimating vanishing point from vertical lines...
Warning: Matrix is singular to working precision.
> In askisi6 (line 350)

Estimated vanishing point: (Inf, 262.0)

--- STEP 5: Full-screen display of final result ---

Edge detection and Hough analysis complete!
```