ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

Τεχνητή νοημοσύνη και μηχανική μάθηση

Εισηγητής
Αναστάσιος Κεσίδης

Προβλήματα ικανοποίησης περιορισμών

Γενικά

➢ Προβλήματα ικανοποίησης περιορισμών

Σε πολλές τεχνικές επίλυσης προβλημάτων δεν είναι γνωστό το **σύνολο** των καταστάσεων του προβλήματος.

- Για κάθε πρόβλημα έπρεπε να σχεδιαστεί εκ νέου μια αναπαράσταση των καταστάσεων μαζί με τις τεχνικές αναζήτησης σε αυτές.

Μια άλλη προσέγγιση είναι η **γενικευμένη αναπαράσταση καταστάσεων** που μπορεί να εφαρμοστεί σε διαφορετικά προβλήματα.

Η κατηγορία των προβλημάτων που μπορούν να επιλυθούν με την συγκεκριμένη αναπαράσταση ονομάζονται προβλήματα ικανοποίησης περιορισμών.

Έχουν **πληθώρα εφαρμογών** σε προβλήματα του πραγματικού κόσμου (χρονοδρομολόγηση προσωπικού, ωρολόγια προγράμματα, προγραμματισμός παραγωγής, διανομή αγαθών, σχεδιασμός κυκλωμάτων, διάγνωση σφαλμάτων κ.α.).

Γενικά

Προβλήματα ικανοποίησης περιορισμών (συν.)

Constrained Satisfaction Problems (CSP)

Κατηγορία προβλημάτων που επιλύονται μέσω μεθόδων αναζήτησης.

Τα προβλήματα είναι σαφώς ορισμένα με την μορφή $< V, D, C >$

- V ένα σύνολο **μεταβλητών**

$$\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$$

  π.χ. το χρώμα μιας περιοχής χάρτη, η θέση μιας βασίλισσας, κ.α.

- D ένα σύνολο **πεδίων ορισμού**, για κάθε μεταβλητή

$$X_i \in D_i = \{d_{i1}, d_{i2}, \dots\}$$

  π.χ. $D_i = \{0,1, \dots, 9\}$ ή $D_i = \{red, green, blue\}$ κλπ

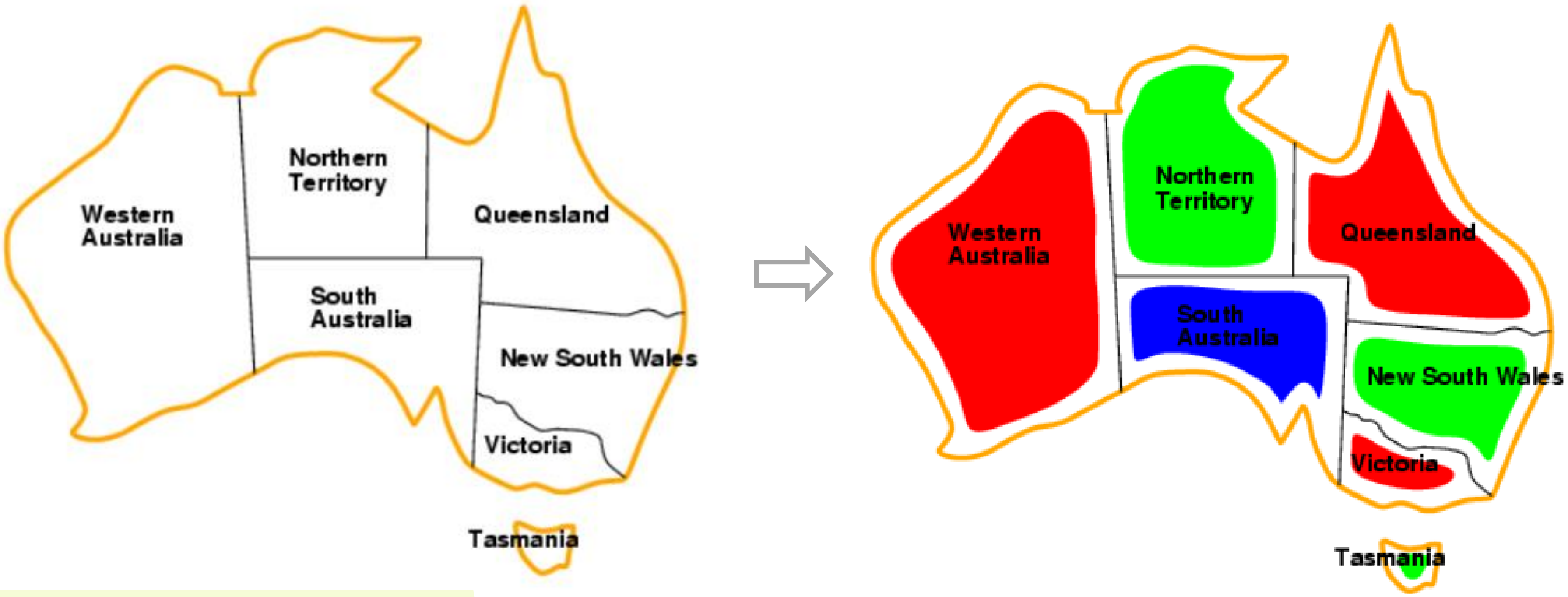
- C ένα σύνολο **περιορισμών**, σχετικά με τις τιμές των μεταβλητών

$$\{C_1, C_2, \dots, C_m\}$$

  π.χ. $X_i \neq X_j$ ή $X_i < 5$, κλπ

Παραδείγματα

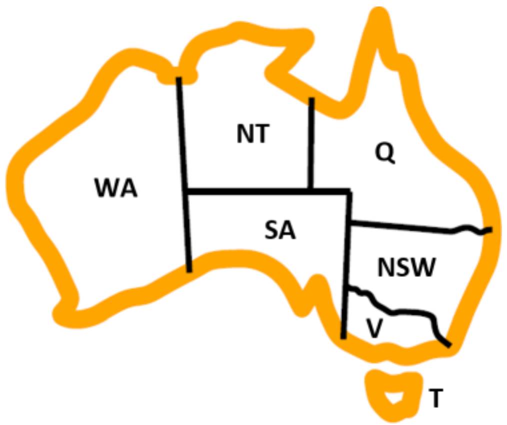
➢ Χρωματισμός χάρτη



Σε έναν χάρτη να χρωματισθούν οι περιοχές (π.χ. νομοί) με k χρώματα έτσι ώστε γειτονικές περιοχές να μην έχουν ίδιο χρώμα

Παραδείγματα

➢ Χρωματισμός χάρτη



Μεταβλητές:

Οι περιοχές του χάρτη WA, NT, Q, NSW, V, SA, T

Πεδία ορισμού:

Οι τιμές χρώματος που μπορεί να πάρει κάθε περιοχή

$$D = \{red, green, blue\}$$

Περιορισμοί:

Γειτονικές περιοχές πρέπει να έχουν διαφορετικό χρώμα

- Έμμεση δήλωση, π.χ. $WA \neq NT$

- Άμεση δήλωση, π.χ. $(WA, NT) \in \{(red, green), (red, blue)\}$

Λύση

Οι τιμές των μεταβλητών που ικανοποιούν όλους τους περιορισμούς

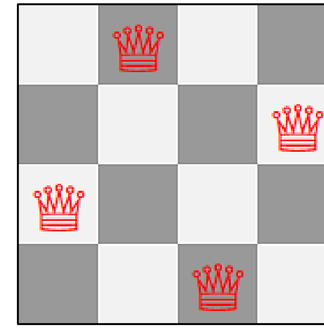
π.χ. $\{WA = red, NT = green, Q = red, NSW = green,$

$$V = red, SA = blue, T = green)$$

Παραδείγματα

N-Βασίλισσες

- **1η προσέγγιση**



Μεταβλητές:

Όλα τα κελιά της σκακιέρας $X_{i,j}$ με $1 \leq i, j \leq N$

Πεδία ορισμού:

Αν το κελί περιέχει ή όχι κάποια βασίλισσα

$$D = \{0,1\}$$

Περιορισμοί:

Οι βασίλισσες να μην απειλούνται ανά δύο μεταξύ τους

$$\boxed{1 \leq i, j, k \leq N}$$

$\left(X_{i,j}, X_{i,k}\right) \in \{(0,0), (0,1), (1,0)\}$ ίδια γραμμή

$\left(X_{i,j}, X_{k,j}\right) \in \{(0,0), (0,1), (1,0)\}$ ίδια στήλη

$\left(X_{i,j}, X_{i+k,j+k}\right) \in \{(0,0), (0,1), (1,0)\}$ διαγώνια προς τα κάτω

$\left(X_{i,j}, X_{i+k,j-k}\right) \in \{(0,0), (0,1), (1,0)\}$ διαγώνια προς τα άνω

$$\boxed{\sum_{i,j} X_{i,j} = N}$$

Παραδείγματα

N-Βασίλισσες

- **2η προσέγγιση**

Μεταβλητές:

Οι στήλης της σκακιέρας Q_k με $1 \leq k \leq N$

Πεδία ορισμού:

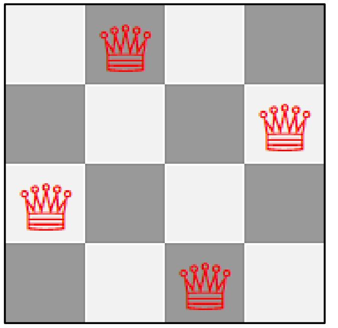
Η θέση της κάθε βασίλισσας στην αντίστοιχη στήλη

$$D = \{1,2, \dots, N\}$$

Περιορισμοί:

Οι βασίλισσες να μην απειλούνται μεταξύ τους

π.χ. $(Q_1, Q_2) \in \{(1,3), (1,4), \dots (1, N)\}$



Q_1 Q_2 Q_3 Q_4

Η δεύτερη προσέγγιση κωδικοποιεί με καλύτερο τρόπο την περιγραφή του προβλήματος

Παραδείγματα

➢ Κρυπταριθμητική

Μεταβλητές:

Τα γράμματα και τα κρατούμενα

$$F, T, U, W, R, O, X_1, X_2, X_3$$

Πεδία ορισμού:

Κάθε μεταβλητή αντιστοιχεί σε κάποιο αριθμητικό ψηφίο

$$D = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

```
    T  W  O
 +  T  W  O
 ----------
 F  O  U  R
```

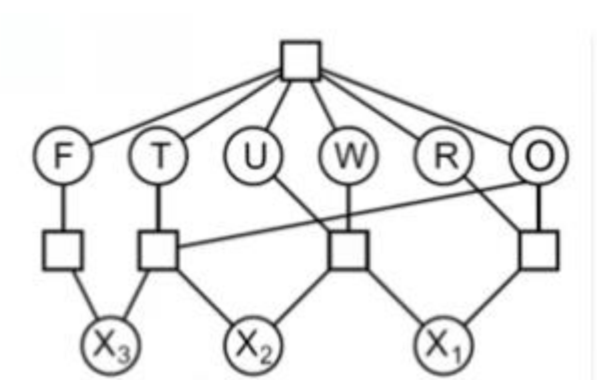
Περιορισμοί:

- Όλα τα γράμματα πρέπει να είναι διαφορετικά ψηφία

alldiff$\{F, T, U, W, R, O\}$

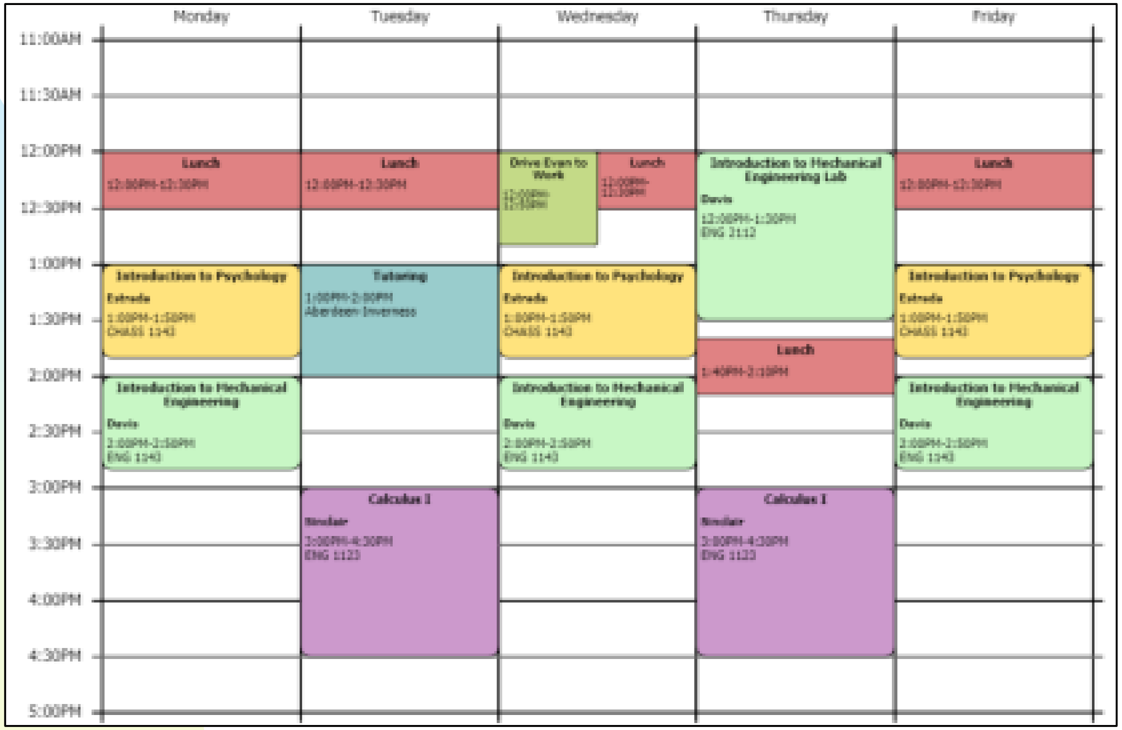
- Οι πράξεις που απεικονίζονται

$O + O = R + 10 \cdot X_1$
$W + W + X_1 = U + 10 \cdot X_2$
$T + T + X_2 = O + 10 \cdot X_3$
$F = X_3$



Παραδείγματα

- Χρονο-προγραμματισμός



Να προγραμματισθούν τα μαθήματα κατά τη διάρκεια των ημερών της εβδομάδας με βάση την διαθεσιμότητα αιθουσών και καθηγητών

Παραδείγματα

➢ Χρονο-προγραμματισμός

Μεταβλητές:

Τα προσφερόμενα μαθήματα $\{C_1, C_2, \dots, C_i\}$

Οι διαθέσιμες αίθουσες $\{R_1, R_2, \dots, R_j\}$

Ώρες διδασκαλίας $\{T_1, T_2, \dots, T_k\}$

Πεδία ορισμού:

$DC_i = \{$καθηγητές που διδάσκουν το μάθημα $C_i\}$

$DR_j = \{$αριθμός αίθουσας $R_j\}$

$DT_k = \{$χρονικές ζώνες$\}$

Περιορισμοί:

- Ένα μάθημα ανά τάξη ανά χρονική ζώνη

- Ένας καθηγητής δεν μπορεί να διδάσκει ταυτόχρονα δύο μαθήματα

- Ένας καθηγητής διδάσκει έως 3 μαθήματα

CSP

➢ Αυξητική περιγραφή αναζήτησης

Καταστάσεις

- Οι μεταβλητές και οι τιμές που τους έχουν αποδοθεί ανά πάσα στιγμή

Αρχική κατάσταση

- Καμία μεταβλητή δεν έχει τιμή

Ενέργειες

- Επέλεξε μια μεταβλητή χωρίς τιμή και δώσε της μια από τις επιτρεπόμενες τιμές
- Έλεγχος εάν παραβιάζεται κάποιος **περιορισμός**
  - Εάν υπάρχει παραβίαση τότε **δεν επεκτείνεται** η κατάσταση και αναζητείται άλλη εναλλακτική κατάσταση
  - Εάν δεν υπάρχει παραβίαση τότε η κατάσταση αυτή **επεκτείνεται** περαιτέρω

Λύση

Όλες οι μεταβλητές έχουν τιμές που δεν παραβιάζουν τους περιορισμούς

CSP

Περιορισμοί

Μοναδιαίοι

- Αφορούν τις τιμές μιας μεταβλητής

  π.χ. $SA \neq green$

Δυαδικοί

- Περιορισμοί που βασίζονται σε ζεύγη μεταβλητών

  π.χ. $SA \neq WA$

Μεγαλύτερη τάξης

- Τρεις ή περισσότερες μεταβλητές εμπλέκονται στον καθορισμό του περιορισμού

Υπολογιστικοί

- Υπολογισμός κάποιου κόστους για κάθε αποδιδόμενη τιμή

CSP

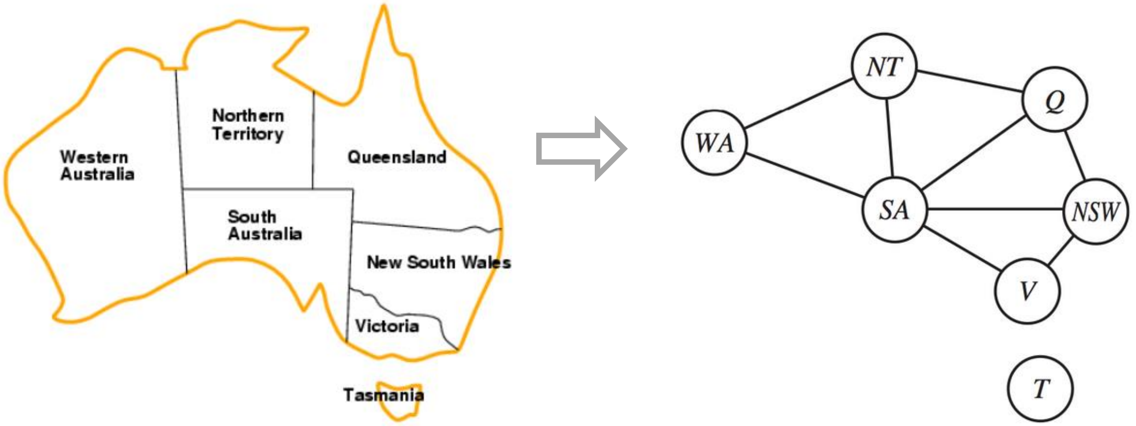
➢ Αναπαράσταση περιορισμών

Δυαδικό CSP

Κάθε περιορισμός αφορά το πολύ **δύο** μεταβλητές

Γράφος περιορισμών

Οι κόμβοι αντιστοιχούν σε μεταβλητές και οι ακμές σε περιορισμούς



CSP

➢ Αναπαράσταση περιορισμών (συν.)

Κρυπταριθμητική

	T	W	O
+	T	W	O
F	O	U	R

Εφαρμογή περιορισμών **μεγαλύτερη τάξης**

- Όλα τα γράμματα πρέπει να είναι διαφορετικά ψηφία

$\boldsymbol{C_1}$ alldiff$\{F, T, U, W, R, O\}$

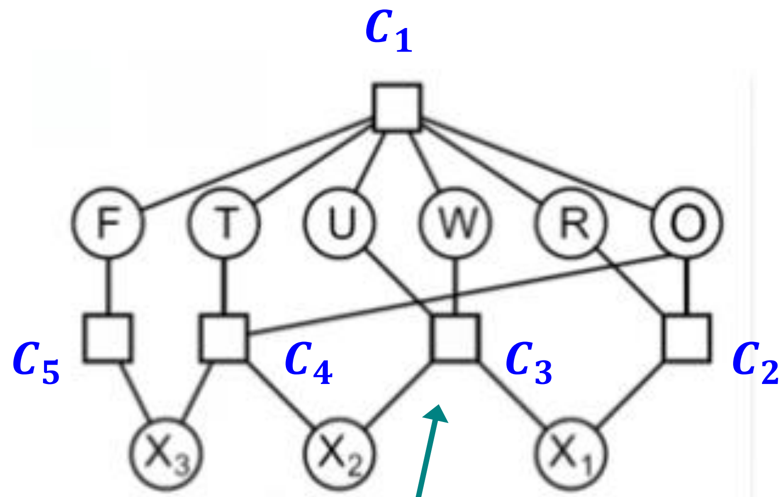
- Οι πράξεις που απεικονίζονται

$\boldsymbol{C_2}$ $O + O = R + 10 \cdot X_1$

$\boldsymbol{C_3}$ $W + W + X_1 = U + 10 \cdot X_2$

$\boldsymbol{C_4}$ $T + T + X_2 = O + 10 \cdot X_3$

$\boldsymbol{C_5}$ $F = X_3$



Περιορισμός $C3$: βασίζεται σε 4 μεταβλητές U, W, X_1 και X_2

Κλασσικοί αλγόριθμοι αναζήτησης

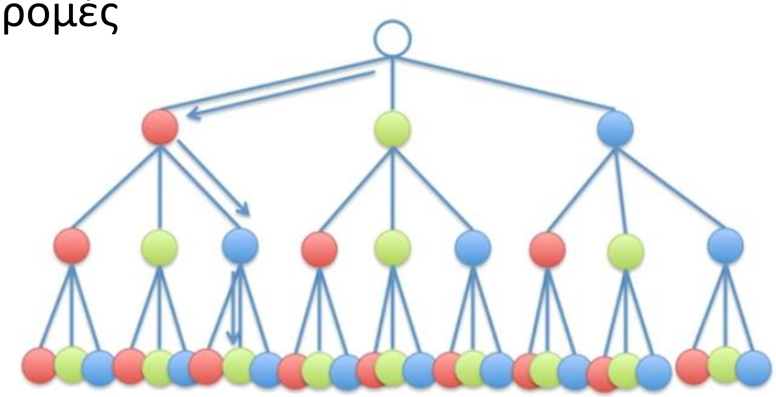
Αναζήτηση DFS

Για πλήθος των διαφορετικών τιμών $\boldsymbol{d}$ και πλήθος των μεταβλητών $\boldsymbol{n}$

- Σε κάθε επέκταση ανατίθεται μια τιμή σε μια κενή μεταβλητή από το σύνολο τιμών της
- Σε βάθος n όλες οι μεταβλητές έχουν κάποια τιμή οπότε ελέγχεται εάν η κάθε διαδρομή μήκους n αποτελεί λύση του CSP

Στην χειρότερη περίπτωση πρέπει να ελεγχθούν συνολικά $\boldsymbol{d^n}$ διαδρομές στο δέντρο αναζήτησης.

π.χ. για $d = 3$ διαφορετικά χρώματα και $n = 3$ μεταβλητές υπάρχουν συνολικά $3^3 = 27$ διαφορετικές διαδρομές



1η μεταβλητή: τιμή κόκκινο
2η μεταβλητή: τιμή μπλε
3η μεταβλητή: τιμή πράσινο

Κλασσικοί αλγόριθμοι αναζήτησης

Αναζήτηση DFS

Παράδειγμα χρωματισμού χάρτη

$\boldsymbol{d = 3}$ το πλήθος των διαφορετικών χρωμάτων

$\boldsymbol{n = 7}$ το πλήθος των περιοχών

Στην χειρότερη περίπτωση θα αναζητηθούν $\boldsymbol{3^7 = 2187}$ διαδρομές

_ _ _ _ _ _ _

R _ _ _ _ _ _

R G _ _ _ _ _

R G R _ _ _ _

⋮

R G R R R R R

Οπισθοδρόμηση

Γενικά

Η μέθοδος της οπισθοδρόμησης (**backtracking**) αποτελεί αναζήτηση πρώτα σε βάθος προσαρμοσμένη σε CSP.

Μεθοδολογία

- Δίνονται διαδοχικά τιμές σε μεταβλητές και ταυτόχρονα ελέγχονται οι περιορισμοί.
- Αν σε κάποιον κόμβο (μεταβλητή) δεν ικανοποιείται κάποιος περιορισμός τότε η αναζήτηση υποχωρεί και αναζητείται άλλη διαδρομή (διαφορετική τιμή) για τον συγκεκριμένο κόμβο.
- Εάν εξαντληθούν (ή δεν υπάρχουν) οι διαθέσιμες τιμές τότε ο αλγόριθμος υποχωρεί σε προηγούμενο επίπεδο επιλέγοντας άλλον διαθέσιμο κόμβο.
- Εάν βρεθεί διαδρομή βάθους n που ικανοποιεί τους περιορισμούς τότε κάθε μεταβλητή έχει μια αποδεκτή τιμή οπότε έχει βρεθεί λύση στο CSP.

Καλύτερη μέθοδος από την κλασσική αναζήτηση διότι δεν επεκτείνονται οι ασυνεπείς κόμβοι.

Οπισθοδρόμηση

Παράδειγμα

Πρόβλημα με περιορισμούς

- **Μεταβλητές**

$$\{A, B, C\}$$

- **Πεδίο ορισμού**, για κάθε μεταβλητή

$$D_A = \{1, 2, 3\}$$
$$D_B = \{1, 2, 3\}$$
$$D_C = \{1, 2, 3\}$$

- **Περιορισμοί**

$$A > B$$
$$B \neq C$$
$$A \neq C$$

Να βρεθούν οι τιμές των μεταβλητών που ικανοποιούν τους περιορισμούς.

Οπισθοδρόμηση

Παράδειγμα

Πρόβλημα με περιορισμούς

- Μεταβλητές $\{A, B, C\}$, κοινό πεδίο ορισμού $D = \{1, 2, 3\}$
- Περιορισμοί $A > B, B \neq C$ και $A \neq C$

A	B	C	Έλεγχος περιορισμών
1	-	-	$A > B, B \neq C, A \neq C$
1	1	-	$A > B, B \neq C, A \neq C$
1	2	-	$A > B, B \neq C, A \neq C$
1	3	-	$A > B, B \neq C, A \neq C$
2	-	-	$A > B, B \neq C, A \neq C$
2	1	-	$A > B, B \neq C, A \neq C$
2	1	1	$A > B, B \neq C, A \neq C$
2	1	2	$A > B, B \neq C, A \neq C$
2	1	3	$A > B, B \neq C, A \neq C$

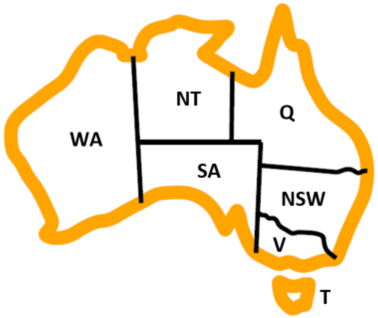
Λύση

Οπισθοδρόμηση

- Παράδειγμα

Χρωματισμός χάρτη με Backtracking

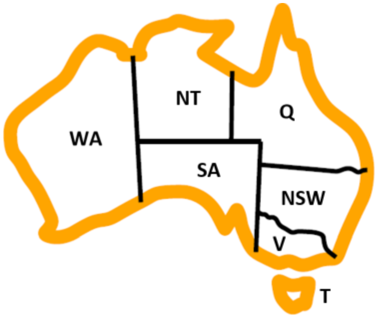
Εκκίνηση



Οπισθοδρόμηση

- Παράδειγμα

Χρωματισμός χάρτη με Backtracking

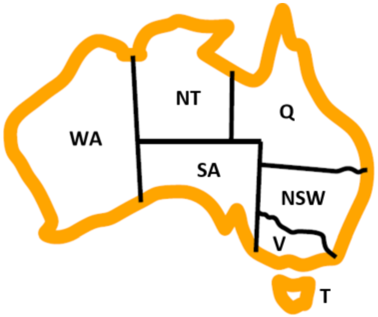


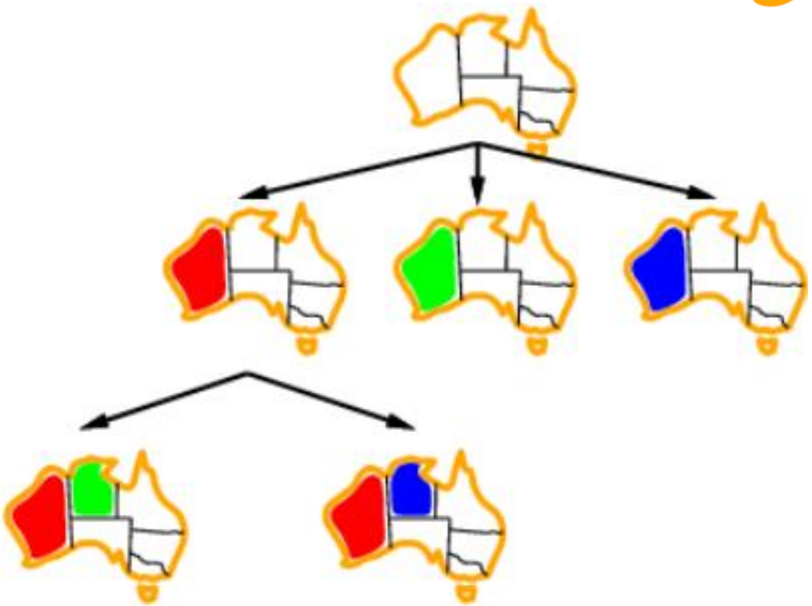
Βάθος 1
Μεταβλητή $\boldsymbol{WA}$
Διαθέσιμες τιμές: **3**

Οπισθοδρόμηση

➢ Παράδειγμα

Χρωματισμός χάρτη με Backtracking



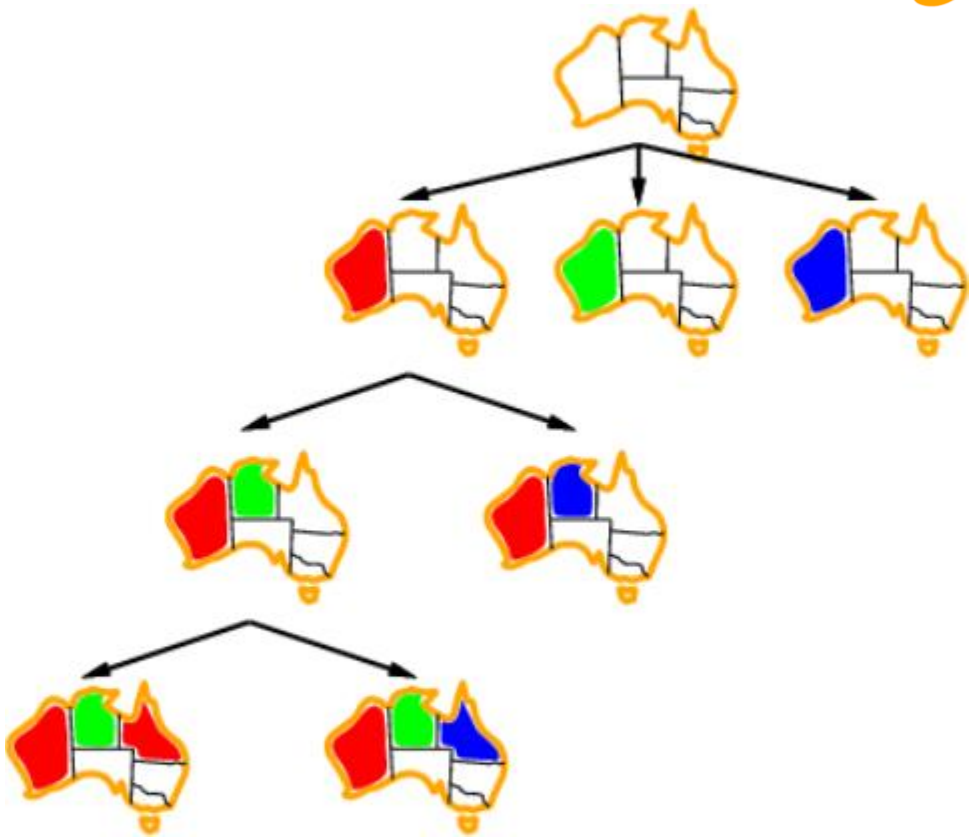


Βάθος 2
Μεταβλητή $\boldsymbol{NT}$
Διαθέσιμες τιμές: **2**

Οπισθοδρόμηση

➢ Παράδειγμα

Χρωματισμός χάρτη με Backtracking



Βάθος 3
Μεταβλητή Q
Διαθέσιμες τιμές: **2**

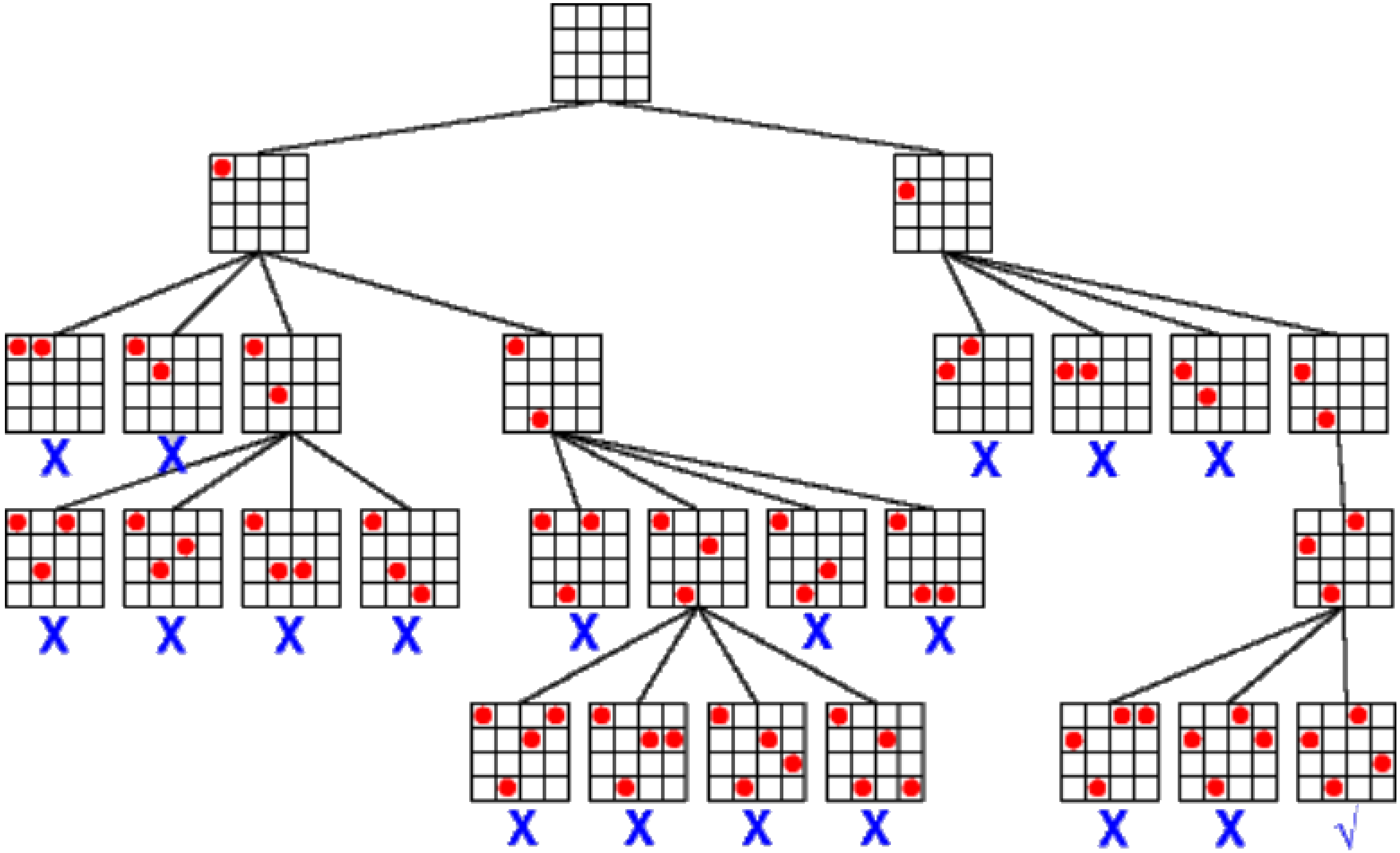
Δεν επεκτείνεται περαιτέρω

Οπισθοδρόμηση

➢ Παράδειγμα

4 βασίλισσες

Προσθήκη βασιλισσών ανά στήλη και έλεγχος περιορισμών



Διάδοση περιορισμών

➢ Εμπρόσθιος έλεγχος (forward checking)

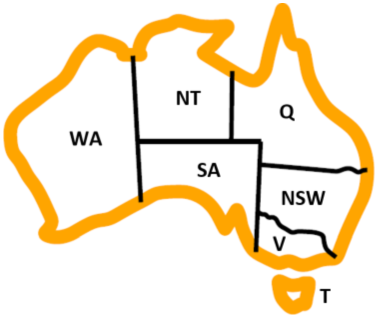
Κατά την απόδοση τιμής σε κάποια μεταβλητή, η τιμή αυτή καθώς και οι περιορισμοί χρησιμοποιούνται για τον καθορισμό πιθανών μελλοντικών τιμών για τις άλλες μεταβλητές.

Μεθοδολογία

- Για κάθε κενή μεταβλητή, διατηρούμε ένα σύνολο **επιτρεπτών** τιμών (βάσει των περιορισμών και των αναθέσεων που έχουν ήδη γίνει σε άλλες μεταβλητές).
- Κάθε φορά που γίνεται **ανάθεση τιμής** σε μια κενή μεταβλητή ενημερώνεται (και πιθανόν περιορίζεται) το σύνολο των επιτρεπτών τιμών των υπόλοιπων κενών μεταβλητών.
- Σε περίπτωση που κάποια από τις άλλες μεταβλητές βρεθεί με κενό σύνολο τιμών τότε **απορρίπτεται** η ανάθεση τιμής.

Διάδοση περιορισμών

- Εμπρόσθιος έλεγχος (forward checking)



Παράδειγμα - Χρωματισμός χάρτη

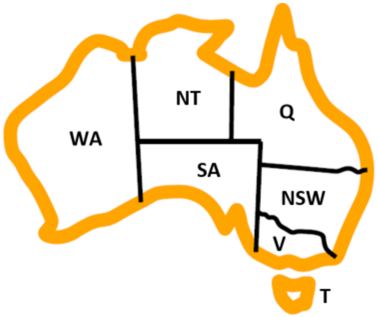
Χρήση εμπρόσθιου ελέγχου κάθε φορά που αποδίδεται τιμή σε μια μεταβλητή

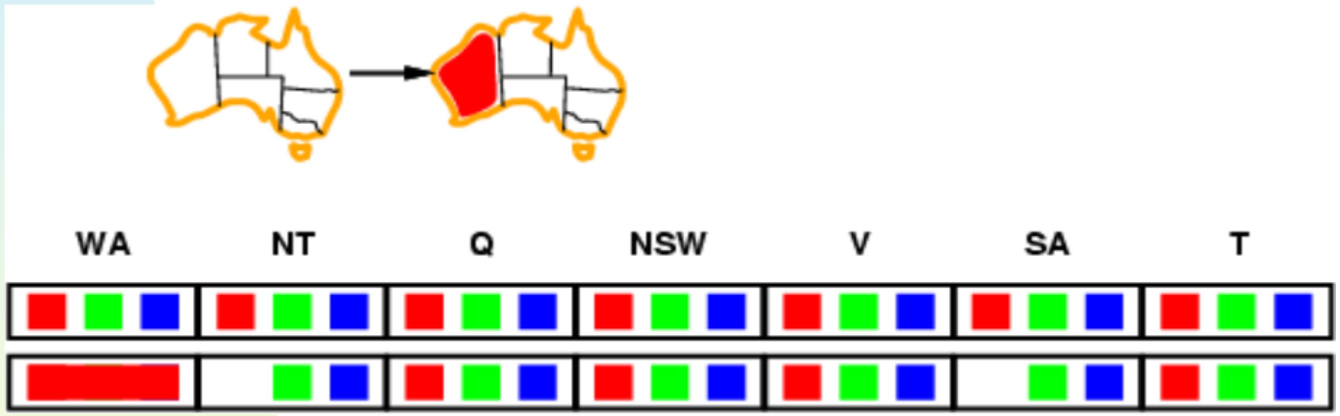
Διάδοση περιορισμών

➢ Εμπρόσθιος έλεγχος (forward checking)

Παράδειγμα - Χρωματισμός χάρτη

Χρήση εμπρόσθιου ελέγχου κάθε φορά που αποδίδεται τιμή σε μια μεταβλητή



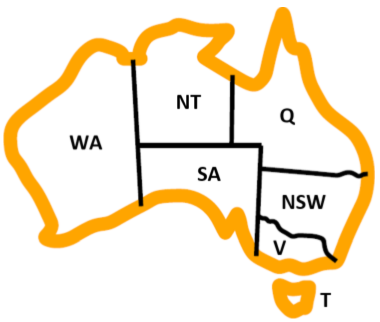


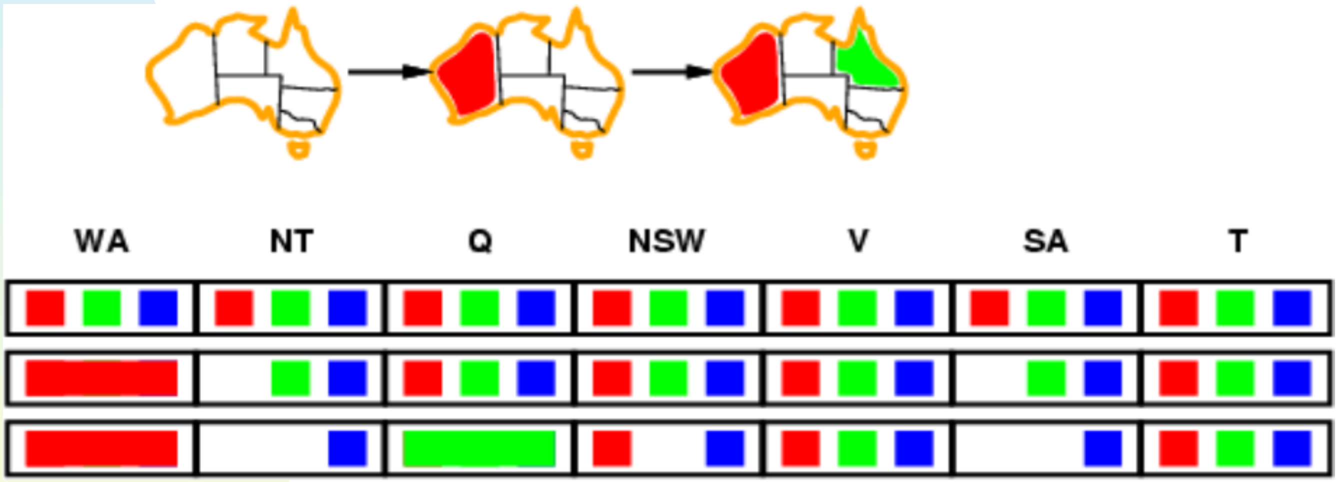
Διάδοση περιορισμών

- Εμπρόσθιος έλεγχος (forward checking)

Παράδειγμα - Χρωματισμός χάρτη

Χρήση εμπρόσθιου ελέγχου κάθε φορά που αποδίδεται τιμή σε μια μεταβλητή

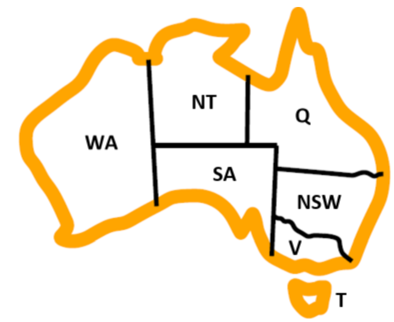




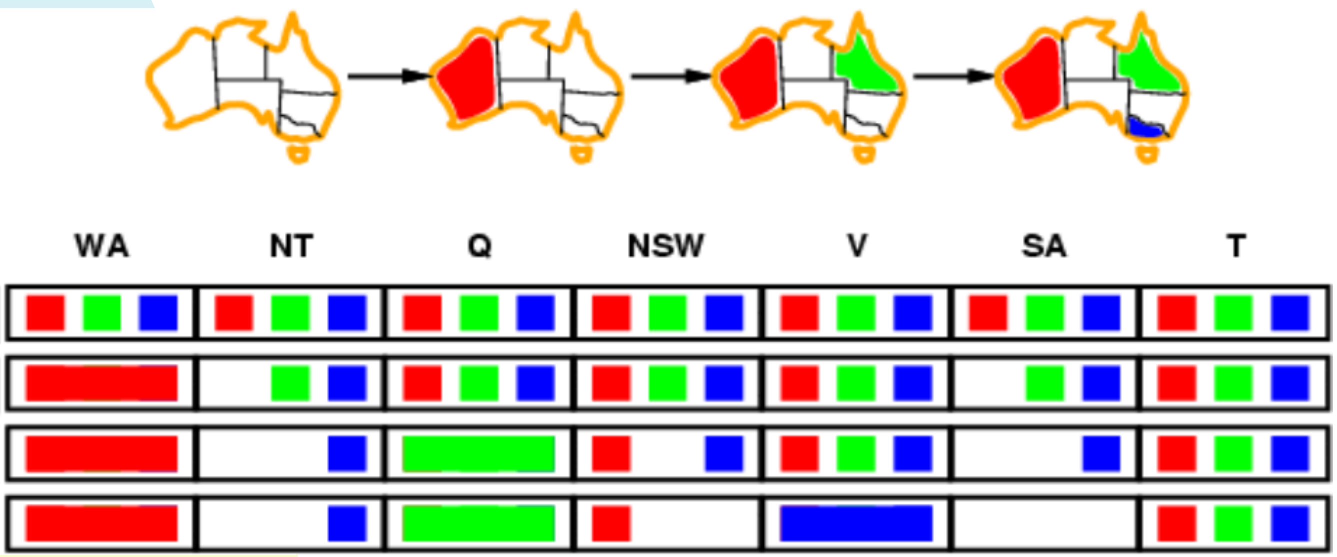
Διάδοση περιορισμών

- Εμπρόσθιος έλεγχος (forward checking)

Παράδειγμα - Χρωματισμός χάρτη



Χρήση εμπρόσθιου ελέγχου κάθε φορά που αποδίδεται τιμή σε μια μεταβλητή



Η μεταβλητή SA δεν έχει πλέον διαθέσιμες τιμές

Αποκόπτεται το υπόλοιπο δέντρο κάτω από το $WA = red, Q = green, V = blue$

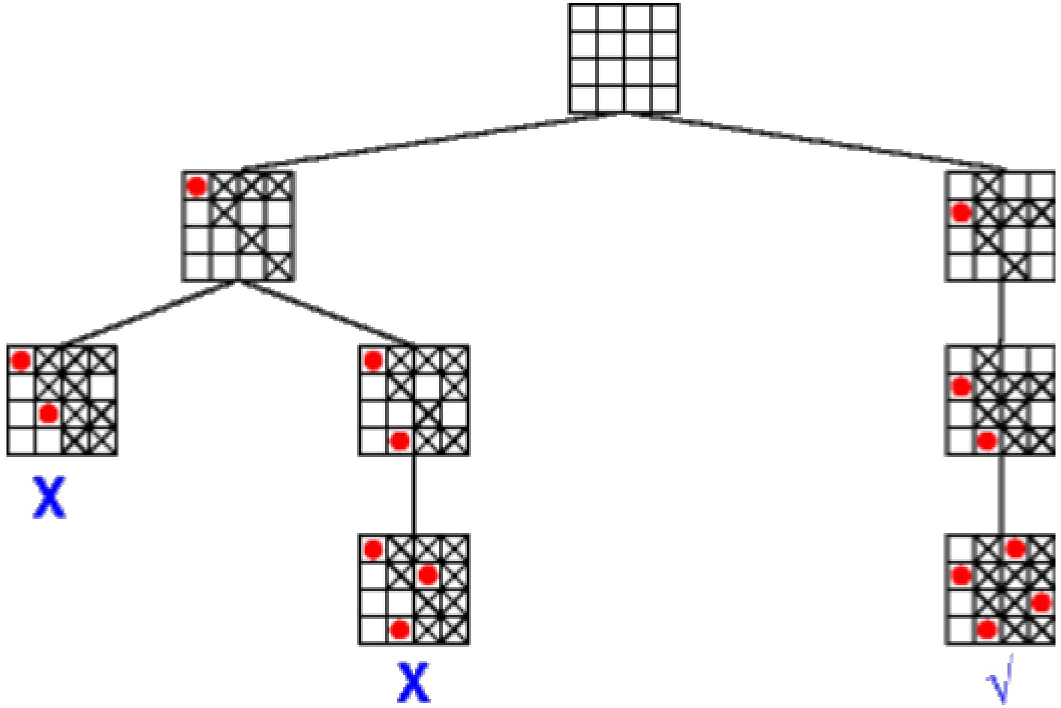
Διάδοση περιορισμών

- Εμπρόσθιος έλεγχος (forward checking)

Παράδειγμα - 4 βασίλισσες

Προσθήκη βασιλισσών ανά στήλη

Με κάθε προσθήκη, αφαιρούνται μη επιτρεπτές θέσεις από επόμενες βασίλισσες



Διάδοση περιορισμών

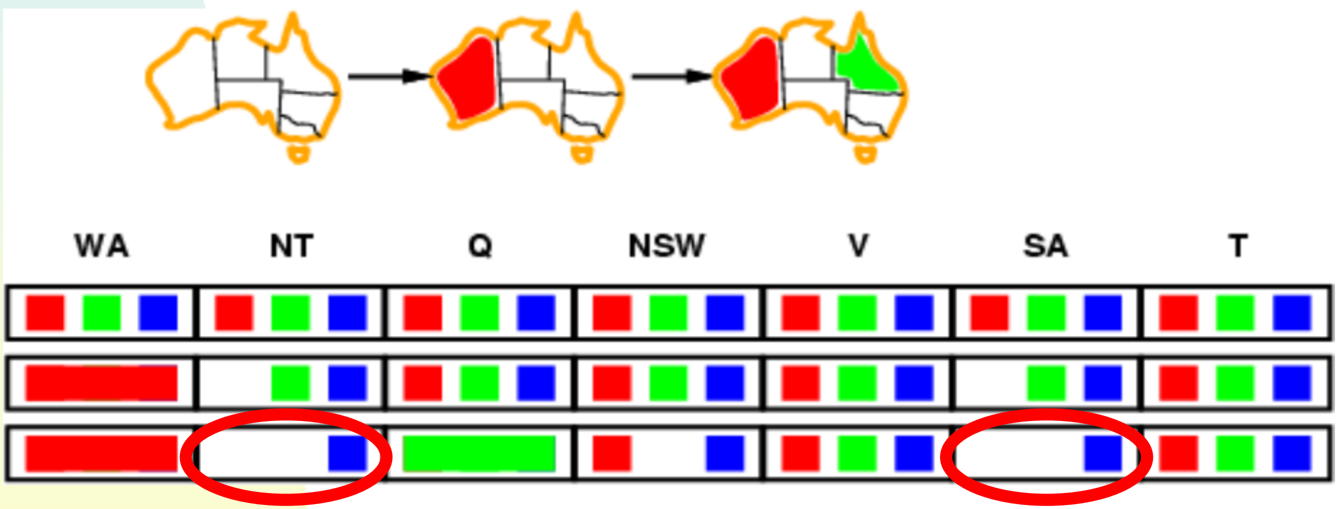
➢ Εμπρόσθιος έλεγχος

Χαρακτηριστικά

Ο εμπρόσθιος έλεγχος μεταφέρει πληροφορία από **μεταβλητές που έχουν τιμή** προς **κενές μεταβλητές**

Μειονέκτημα

Δεν ελέγχει την αλληλεπίδραση **μεταξύ κενών μεταβλητών**



Δεν μπορεί να λάβουν την ίδια τιμή

Διάδοση περιορισμών

➢ Συνέπεια κόμβου (node consistency)

Μια μεμονωμένη μεταβλητή είναι συνεπής κόμβος εάν όλες οι τιμές στο πεδίο ορισμού της μεταβλητής ικανοποιούν τους **μοναδιαίους περιορισμούς** της μεταβλητής.

π.χ. $SA \neq green$

Ένα δίκτυο κόμβων ενός προβλήματος είναι συνεπές εάν όλοι οι κόμβοι είναι συνεπείς.

➢ Συνέπεια κατευθυνόμενης ακμής (arc consistency)

Ένα CSP είναι συνεπές ως προς τις κατευθυνόμενες ακμές όταν κάθε κατευθυνόμενη ακμή

$$X \rightarrow Y$$

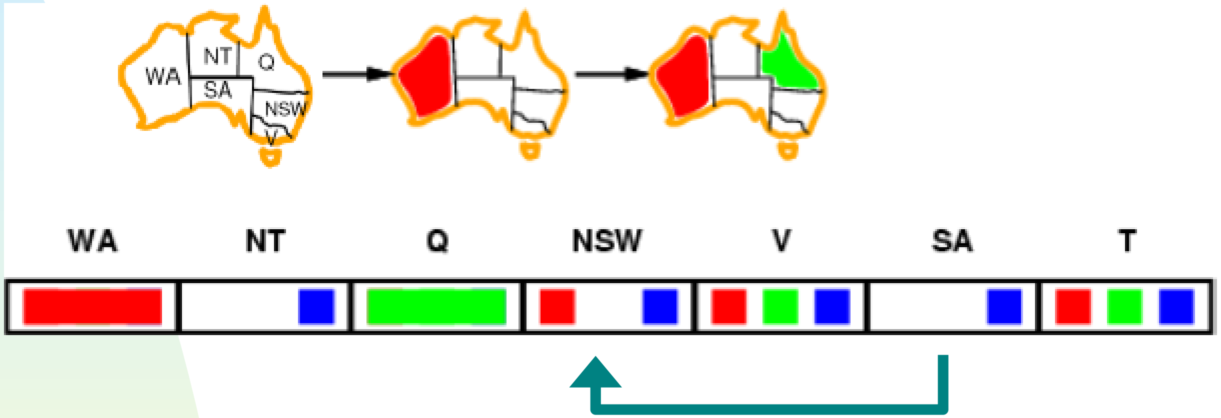
στον γράφο των περιορισμών του CSP είναι συνεπής, δηλαδή όταν

για **κάθε** τιμή του X υπάρχει **επιτρεπτή** τιμή για το Y.

Διάδοση περιορισμών

- Arc consistency

Ελέγχονται κόμβοι X, Y που συνδέονται μεταξύ τους

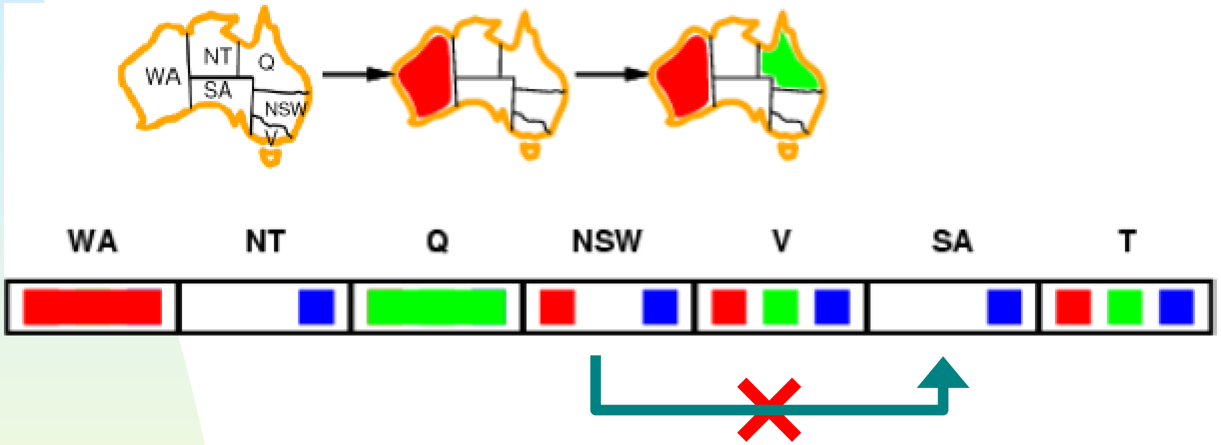


Η ακμή $X = \boldsymbol{SA} \rightarrow\ Y = \boldsymbol{NSW}$ είναι συνεπής
(για $SA = blue$ υπάρχει επιτρεπτό $NSW = red$)

Διάδοση περιορισμών

Arc consistency

Ελέγχονται κόμβοι X, Y που συνδέονται μεταξύ τους

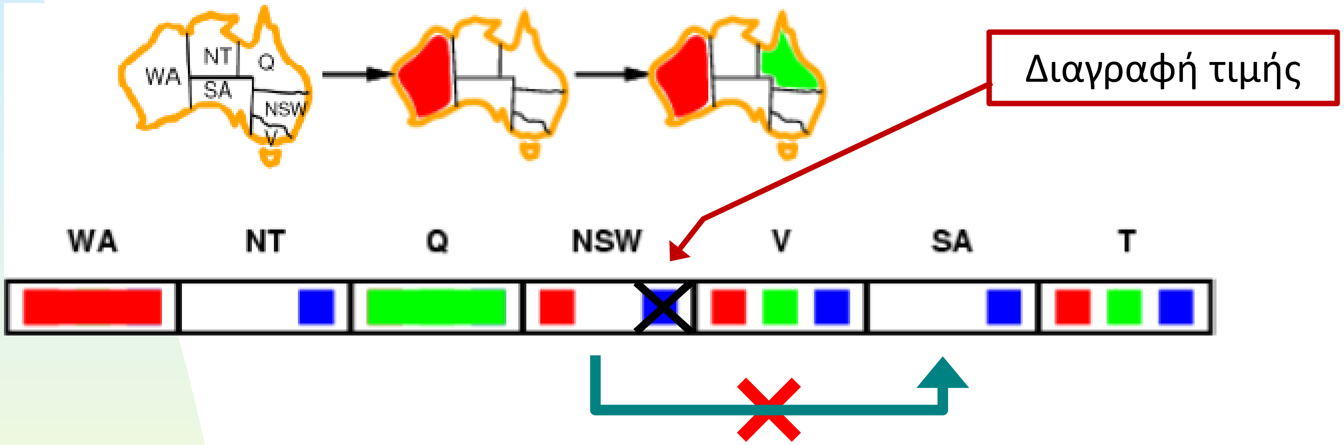


Η ακμή $X = \boldsymbol{NSW} \rightarrow\ Y = \boldsymbol{SA}$ **δεν** είναι συνεπής
(για $NSW = red$ υπάρχει επιτρεπτό $SA = blue$)
(για $NSW = blue$ **δεν** υπάρχει επιτρεπτό SA)

Διάδοση περιορισμών

- Arc consistency

  Ελέγχονται κόμβοι X, Y που συνδέονται μεταξύ τους



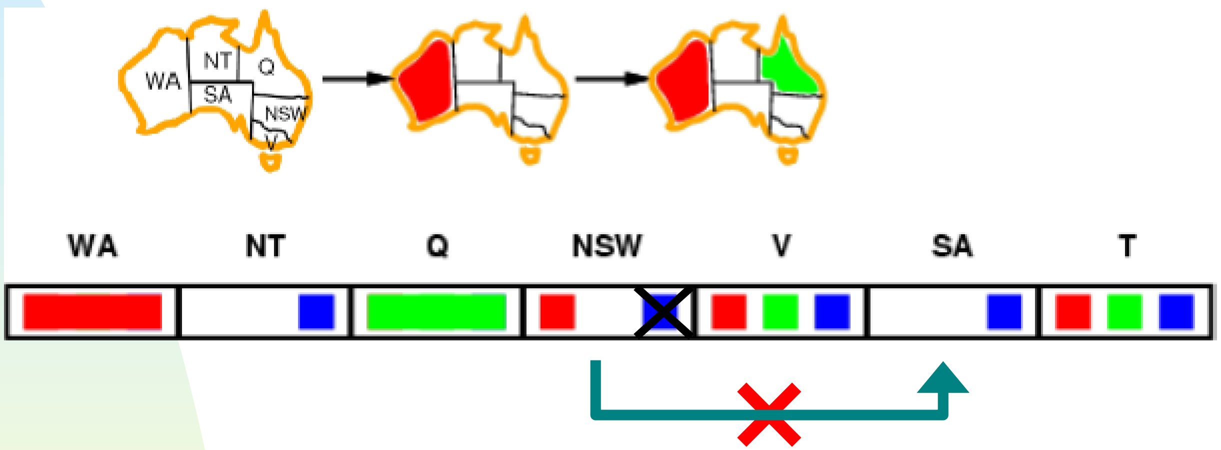
Η ακμή $X = \boldsymbol{NSW} \rightarrow Y = \boldsymbol{SA}$ **δεν** είναι συνεπής
(για $NSW = red$ υπάρχει επιτρεπτό $SA = blue$)
(για $NSW = blue$ **δεν** υπάρχει επιτρεπτό SA)

Οι τιμές που δεν είναι συνεπείς **διαγράφονται** από το X

Διάδοση περιορισμών

- Arc consistency

Ελέγχονται κόμβοι X, Y που συνδέονται μεταξύ τους



Η ακμή $X = \boldsymbol{NSW} \rightarrow \ Y = \boldsymbol{SA}$ **δεν** είναι συνεπής
(για $NSW = \textcolor{red}{red}$ υπάρχει επιτρεπτό $SA = \textcolor{blue}{blue}$)
(για $NSW = \textcolor{blue}{blue}$ **δεν** υπάρχει επιτρεπτό SA)

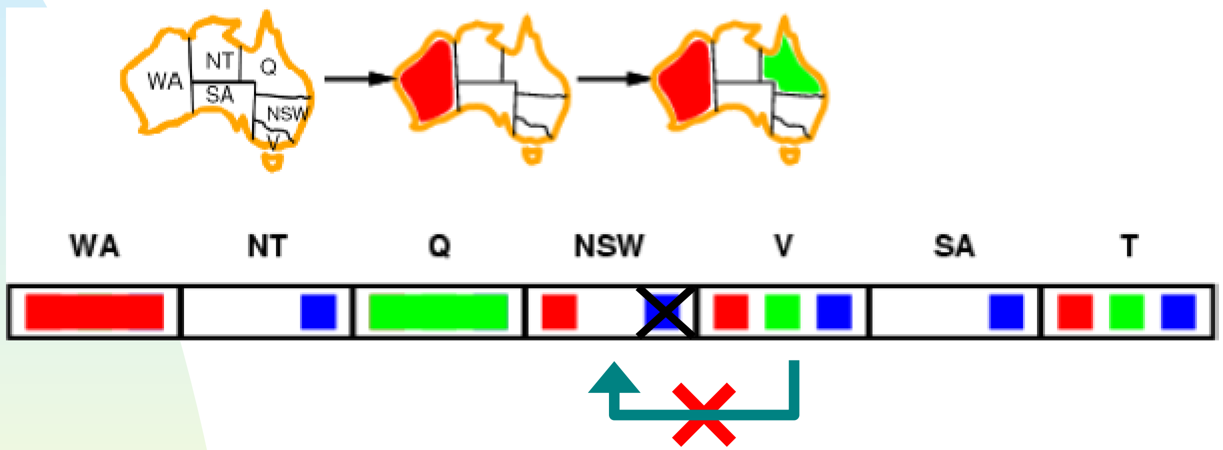
Όταν διαγραφεί κάποια τιμή από το X θα πρέπει να **ελεγχθούν ξανά** όλες οι σχέσεις $Z \rightarrow X$

Οι τιμές που δεν είναι συνεπείς **διαγράφονται** από το X

Διάδοση περιορισμών

- Arc consistency

Ελέγχονται κόμβοι X, Y που συνδέονται μεταξύ τους

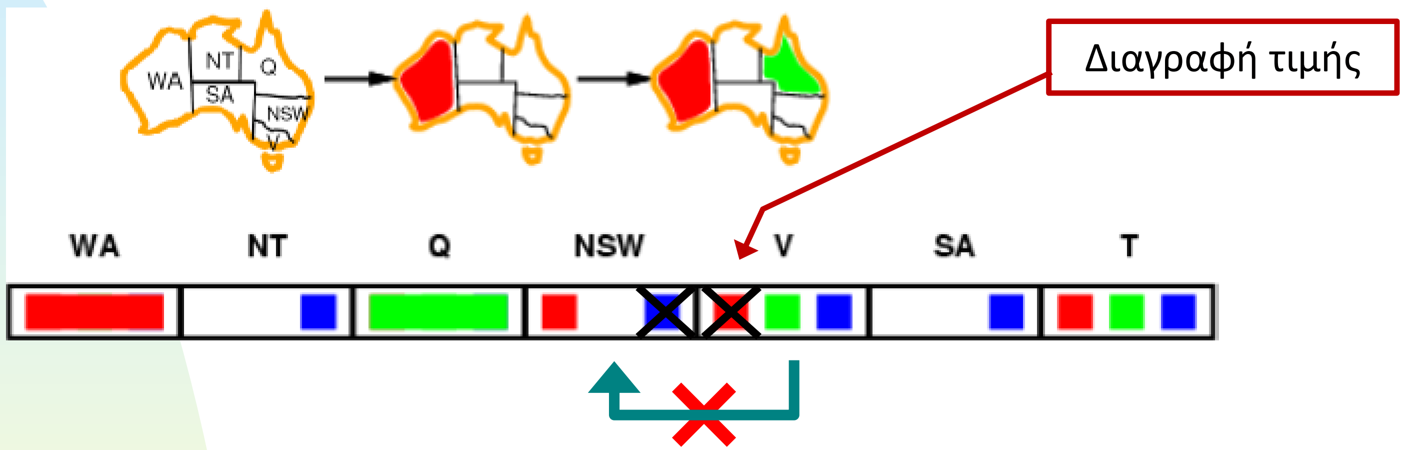


Η ακμή $X = \boldsymbol{V} \rightarrow Y = \boldsymbol{NSW}$ **δεν** είναι συνεπής
(για $V = red$ **δεν** υπάρχει επιτρεπτό NSW)
(για $V = green$ υπάρχει επιτρεπτό $NSW = red$)
(για $V = blue$ υπάρχει επιτρεπτό $NSW = red$)

Διάδοση περιορισμών

- Arc consistency

  Ελέγχονται κόμβοι X, Y που συνδέονται μεταξύ τους

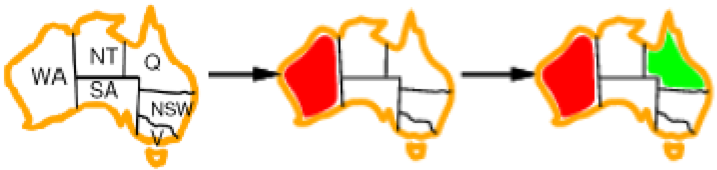


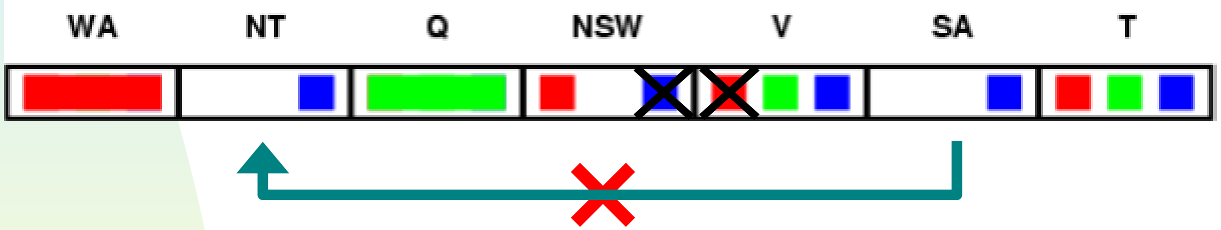
Η ακμή $X = \boldsymbol{V} \rightarrow\ Y = \boldsymbol{NSW}$ **δεν** είναι συνεπής
(για $V = red$ **δεν** υπάρχει επιτρεπτό NSW)
(για $V = green$ υπάρχει επιτρεπτό $NSW = red$)
(για $V = blue$ υπάρχει επιτρεπτό $NSW = red$)

Διάδοση περιορισμών

- Arc consistency

  Ελέγχονται κόμβοι X, Y που συνδέονται μεταξύ τους



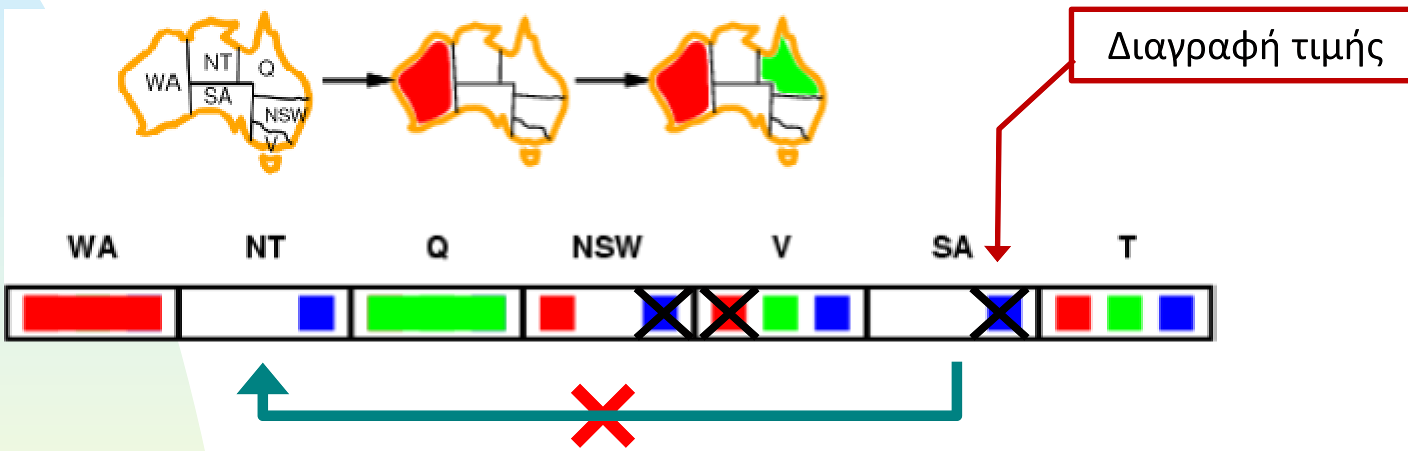


Η ακμή $X = \boldsymbol{SA} \rightarrow Y = \boldsymbol{NT}$ **δεν** είναι συνεπής
(για $SA = blue$ **δεν** υπάρχει επιτρεπτό NT)

Διάδοση περιορισμών

- Arc consistency

Ελέγχονται κόμβοι X, Y που συνδέονται μεταξύ τους



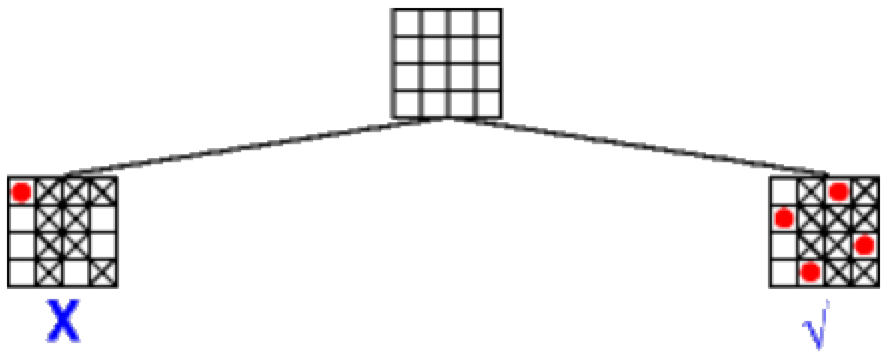
Η ακμή $X = \boldsymbol{SA} \rightarrow\ Y = \boldsymbol{NT}$ **δεν** είναι συνεπής
(για $SA = \color{blue}{blue}$ **δεν** υπάρχει επιτρεπτό NT)

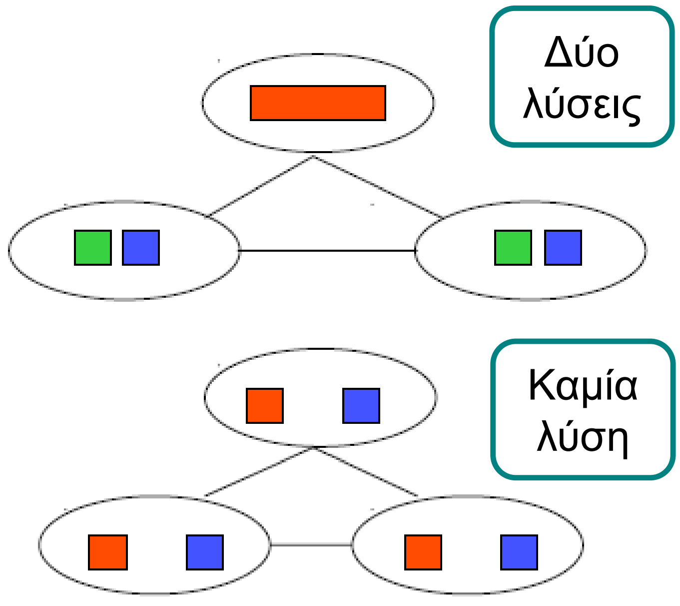
Πιθανά σφάλματα συνέπειας εντοπίζονται **νωρίτερα** απ' ότι με τον εμπρόσθιο έλεγχο

Διάδοση περιορισμών

- Arc consistency

Παράδειγμα - 4 βασίλισσες





Προβλήματα

- Καταστάσεις με περισσότερες από μια λύσεις
- Καταστάσεις με καμία λύση

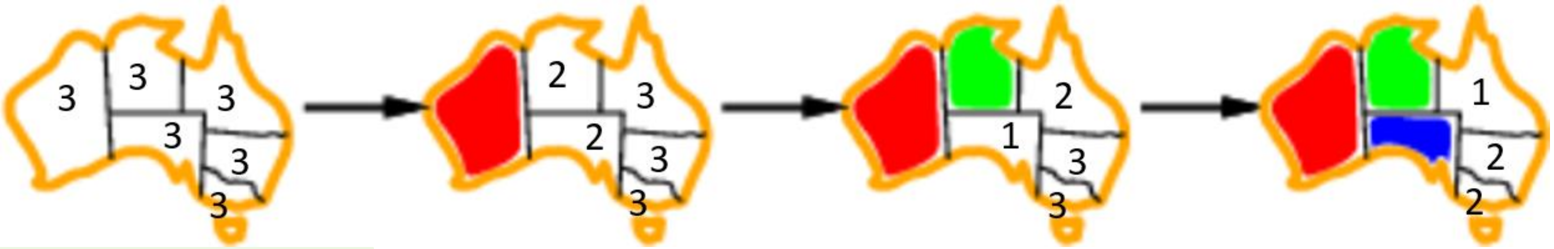
Βελτίωση αποτελεσματικότητας

➢ Βελτίωση αποτελεσματικότητας

Σειρά επιλογής μεταβλητών

Προτεινόμενες **ευριστικές** τεχνικές

- Πρώτα οι μεταβλητές με τις λιγότερες διαθέσιμες τιμές (**Minimum remaining values - MRV**)



Εάν η τρέχουσα διαδρομή οδηγεί σε αδιέξοδο **όσο νωρίτερα** γίνει αντιληπτό τόσο το **καλύτερο** (αποκόπτεται μεγαλύτερο τμήμα του δέντρου)

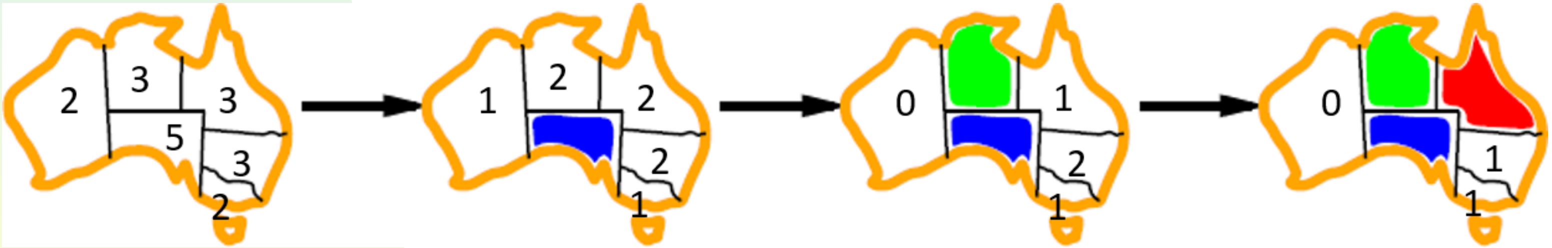
Βελτίωση αποτελεσματικότητας

➢ Βελτίωση αποτελεσματικότητας

Σειρά επιλογής μεταβλητών (συν.)

Προτεινόμενες **ευριστικές** τεχνικές

- Πρώτα οι μεταβλητές με τις λιγότερες διαθέσιμες τιμές (**Minimum remaining values - MRV**)
- Για ίδιο MRV, πρώτα οι μεταβλητές με τους περισσότερους περιορισμούς (**degree heuristic**)



Επιλέγονται οι πιο **δύσκολες** περιπτώσεις πρώτα
(ώστε να αποκόπτεται μεγαλύτερο τμήμα του δέντρου)

Βελτίωση αποτελεσματικότητας

➢ Βελτίωση αποτελεσματικότητας

Σειρά επιλογής τιμών

Προτεινόμενη **ευριστική** τεχνική

- Με δεδομένη μια επιλεγμένη μεταβλητή, επέλεξε πρώτα την τιμή που επηρεάζει (αποκλείει) τις λιγότερες τιμές γειτονικών μεταβλητών (**Least-Constraining-Value - LCV**)

Μια τιμή διαθέσιμη για το SA

Καμία τιμή διαθέσιμη για το SA

CSP

Σύνοψη

Τα προβλήματα ικανοποίησης περιορισμών είναι προβλήματα με τα εξής χαρακτηριστικά:

- οι καταστάσεις ορίζονται από τιμές ενός προκαθορισμένου συνόλου **μεταβλητών**
- ο στόχος καθορίζεται από περιορισμούς στις **τιμές** των μεταβλητών

Ο αλγόριθμος **οπισθοδρόμησης** αντιστοιχεί σε αναζήτηση πρώτα σε βάθος όπου σε κάθε κόμβο καθορίζεται η τιμή μιας μεταβλητής

Ο **εμπρόσθιος έλεγχος** αποτρέπει την εξέταση τιμών για τις μεταβλητές για τις οποίες αργότερα θα παρουσιαστεί αδιέξοδο

Η διάδοση περιορισμών μέσω του ελέγχου της **συνέπειας κατευθυνόμενης ακμής** επιτρέπει τον ακόμη πιο έγκαιρο και αποτελεσματικό εντοπισμό μελλοντικών αδιεξόδων

Ευριστικές τεχνικές που καθορίζουν την σειρά επιλογής των μεταβλητών και των τιμών τους βελτιώνουν σημαντικά την αποτελεσματικότητα των αλγορίθμων