ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

Τεχνητή νοημοσύνη και μηχανική μάθηση

Εισηγητής
Αναστάσιος Κεσίδης

Ευριστική αναζήτηση

Ευριστική αναζήτηση

Γενικά

Χρήση **ειδικής γνώσης** του προβλήματος πέρα από τον ίδιο τον ορισμό του προβλήματος.

Η γενική προσέγγιση ονομάζεται **αναζήτηση πρώτα στον καλύτερο** (**best-first search**)

Ένας κόμβος επιλέγεται με βάση μια συνάρτηση αξιολόγησης $f(n)$

- Επιλέγεται ο κόμβος με την **μικρότερη** τιμή αξιολόγησης
- Μέθοδος παρόμοια με την αναζήτηση ομοιόμορφου κόστους, όμως η αξιολογική σειρά καθορίζεται από την συνάρτηση αξιολόγησης f αντί του κόστους μονοπατιού g.

Ευριστική αναζήτηση

Γενικά

Η επιλογή της συνάρτησης αξιολόγησης f καθορίζει την στρατηγική αναζήτησης.

Οι περισσότερες στρατηγικές αναζήτησης αναζήτηση πρώτα στον καλύτερο συμπεριλαμβάνουν μια **ευριστική συνάρτηση** (heuristic function).

Ευριστική συνάρτηση $\boldsymbol{h(n)}$
Βασίζεται **στη γνώση του συγκεκριμένου προβλήματος** και χρησιμοποιείται σαν βοήθεια για την γρήγορη επίλυσή του.

- Εκφράζει πόσο κοντά βρίσκεται μια κατάσταση στην κατάσταση – στόχο.
- **Δεν** είναι η πραγματική τιμή της απόστασης από την κατάσταση – στόχος αλλά μια **εκτίμηση** (estimate) (που ορισμένες φορές μπορεί να είναι και λανθασμένη).

Ευριστική αναζήτηση

Ευριστική συνάρτηση

Παράδειγμα 1

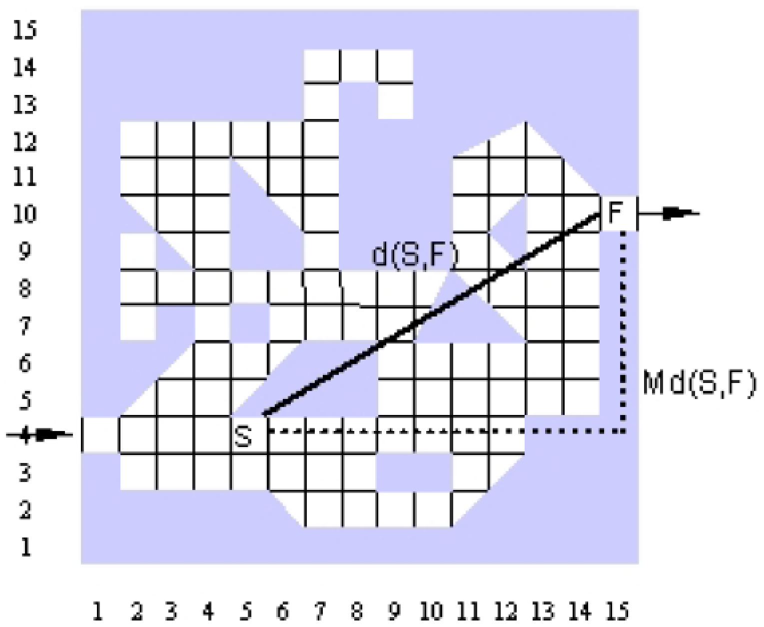
Ευριστικές συναρτήσεις εκτίμησης απόστασης σε πρόβλημα λαβύρινθου.

Ευκλείδεια απόσταση

$$d(S,F) = \sqrt{(x_S - x_F)^2 + (y_S - y_F)^2}$$

Manhattan απόσταση

$$Md(S,F) = |x_S - x_F| + |y_S - y_F|$$



Στο παράδειγμα:

$$d(S,F) = \sqrt{(x_S - x_F)^2 + (y_S - y_F)^2}$$
$$= \sqrt{(5-15)^2 + (4-10)^2} = \sqrt{136} = 11.6$$

$$Md(S,F) = |x_S - x_F| + |y_S - y_F|$$
$$= |5-15| + |4-10| = 16$$

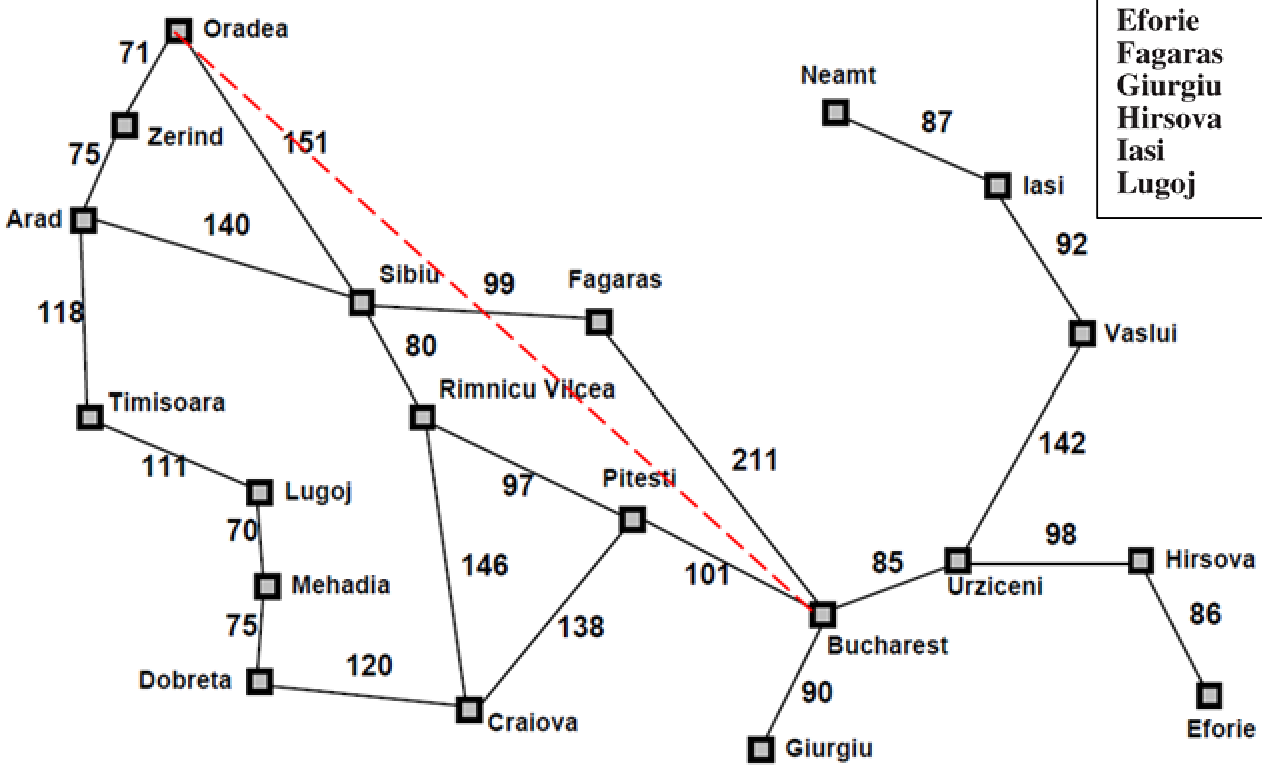
Ευριστική αναζήτηση

➢ Ευριστική συνάρτηση

Παράδειγμα 2

Ευκλείδεια απόσταση ως ευριστική συνάρτηση εκτίμησης απόστασης στο πρόβλημα εύρεση δρομολογίου στο χάρτη.

Arad	366	Mehadia	241
Bucharest	0	Neamt	234
Craiova	160	Oradea	380
Drobeta	242	Pitesti	100
Eforie	161	Rimnicu Vilcea	193
Fagaras	176	Sibiu	253
Giurgiu	77	Timisoara	329
Hirsova	151	Urziceni	80
Iasi	226	Vaslui	199
Lugoj	244	Zerind	374



Ευριστική αναζήτηση

Αναζήτηση πρώτα στον καλύτερο (best-first search)

Μεθοδολογία

Βασίζεται σε κάποια ευριστική συνάρτηση $h(n)$ για την εκτίμησης του κόστους της απόστασης από την κατάσταση-στόχος.

Βήματα

1. Βάλε τον **κόμβο αρχικής κατάστασης** στο μέτωπο αναζήτησης.

2. Αν το μέτωπο είναι **άδειο**, σταμάτα.

3. Βγάλε τον **πρώτο σε σειρά** κόμβο από το μέτωπο.

4. Αν ο κόμβος αντιστοιχεί σε **τελική κατάσταση,** τύπωσε τη **λύση** και σταμάτα.

5. **Επέκτεινε** τον κόμβο και πρόσθεσε τα παιδιά του στο μέτωπο αναζήτησης.

6. **Αναδιάταξε** το μέτωπο αναζήτησης σύμφωνα με την **ευριστική συνάρτηση**, ώστε οι κόμβοι των καλύτερων καταστάσεων να βρίσκονται στην αρχή.

7. Πήγαινε στο βήμα 2.

Ευριστική αναζήτηση

➢ Αναζήτηση πρώτα στον καλύτερο (best-first search)

Παράδειγμα 1

Διαδρομή από Arad προς Bucharest.

Αρχική κατάσταση

Τιμή ευριστικής συνάρτησης $h(n)$

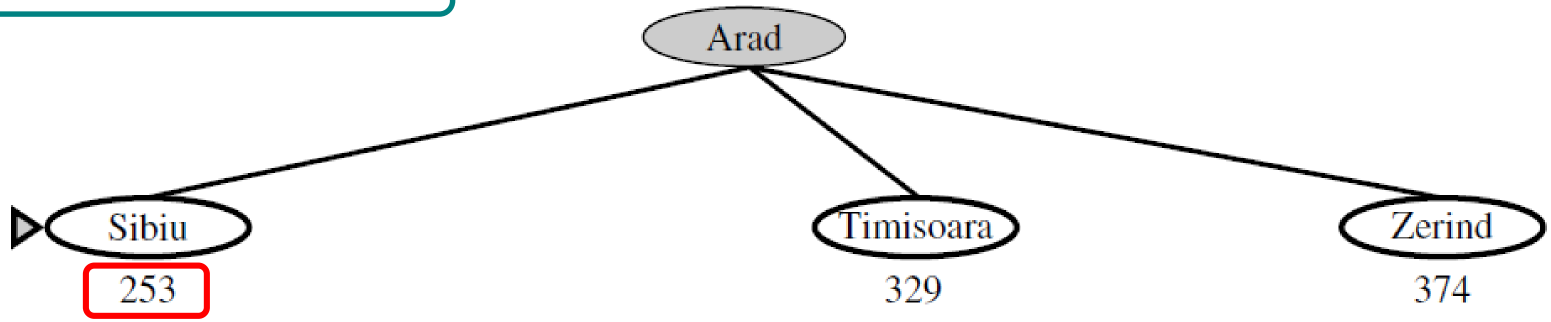
Ευριστική αναζήτηση

- Αναζήτηση πρώτα στον καλύτερο (best-first search)

Παράδειγμα 1

Διαδρομή από Arad προς Bucharest.

Μετά την επέκταση της Arad



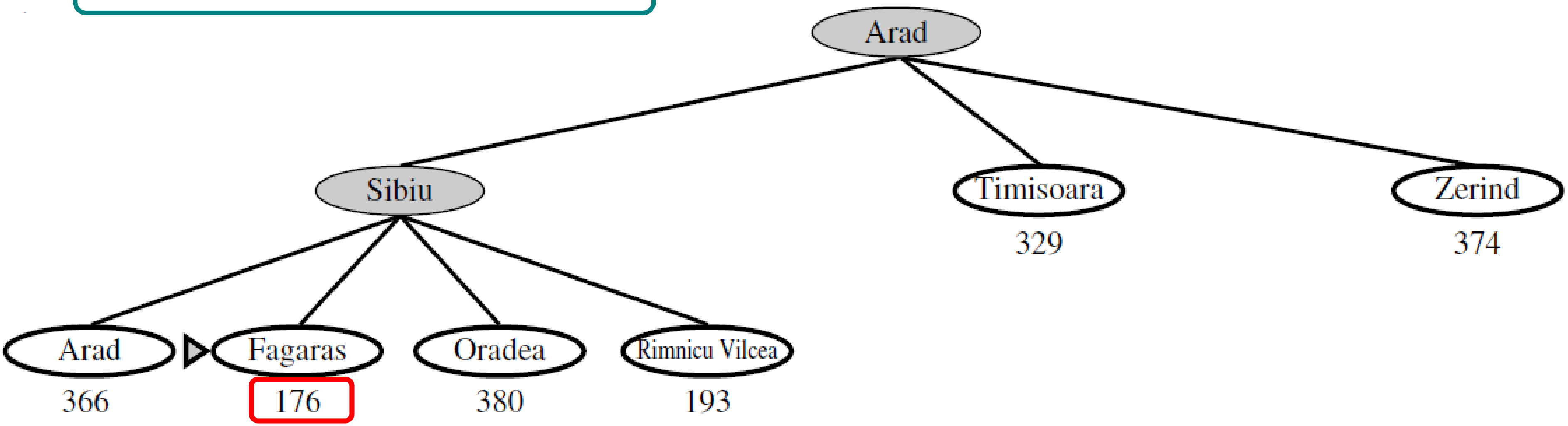
Ευριστική αναζήτηση

- Αναζήτηση πρώτα στον καλύτερο (best-first search)

Παράδειγμα 1

Διαδρομή από Arad προς Bucharest.

Μετά την επέκταση της Sibiu



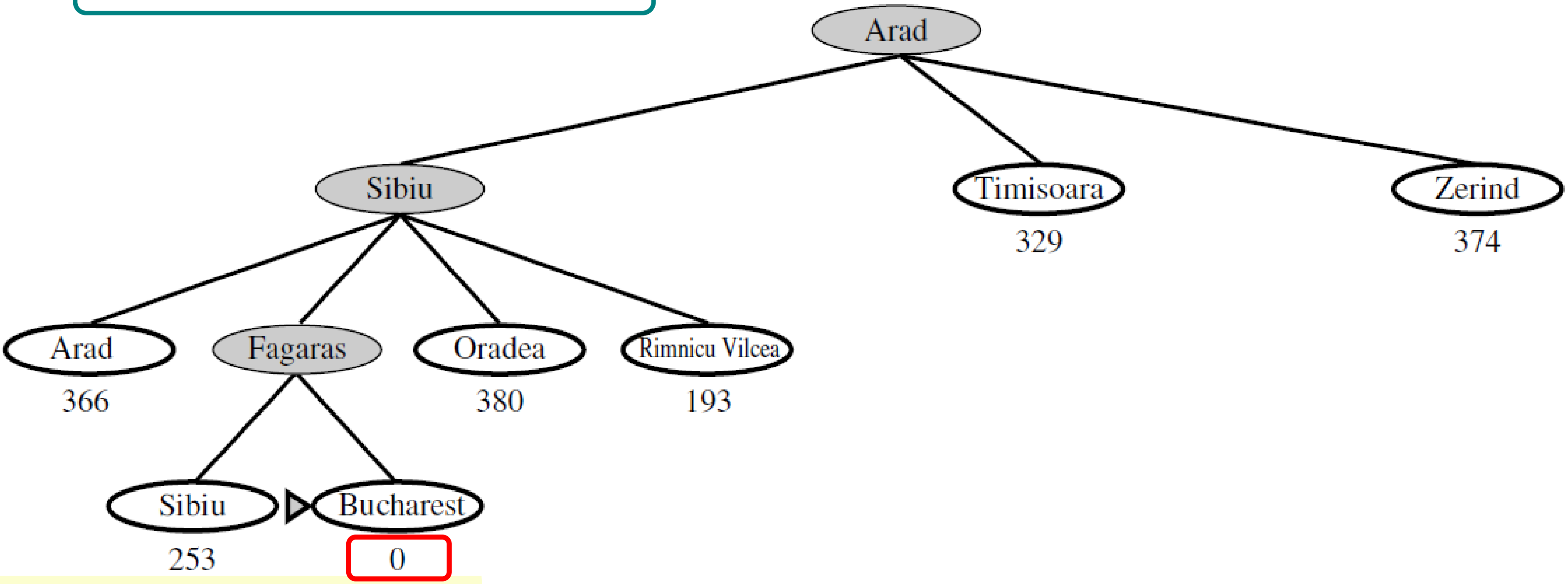
Ευριστική αναζήτηση

- Αναζήτηση πρώτα στον καλύτερο (best-first search)

Παράδειγμα 1

Διαδρομή από Arad προς Bucharest.

Μετά την επέκταση της Fagaras



Ευριστική αναζήτηση

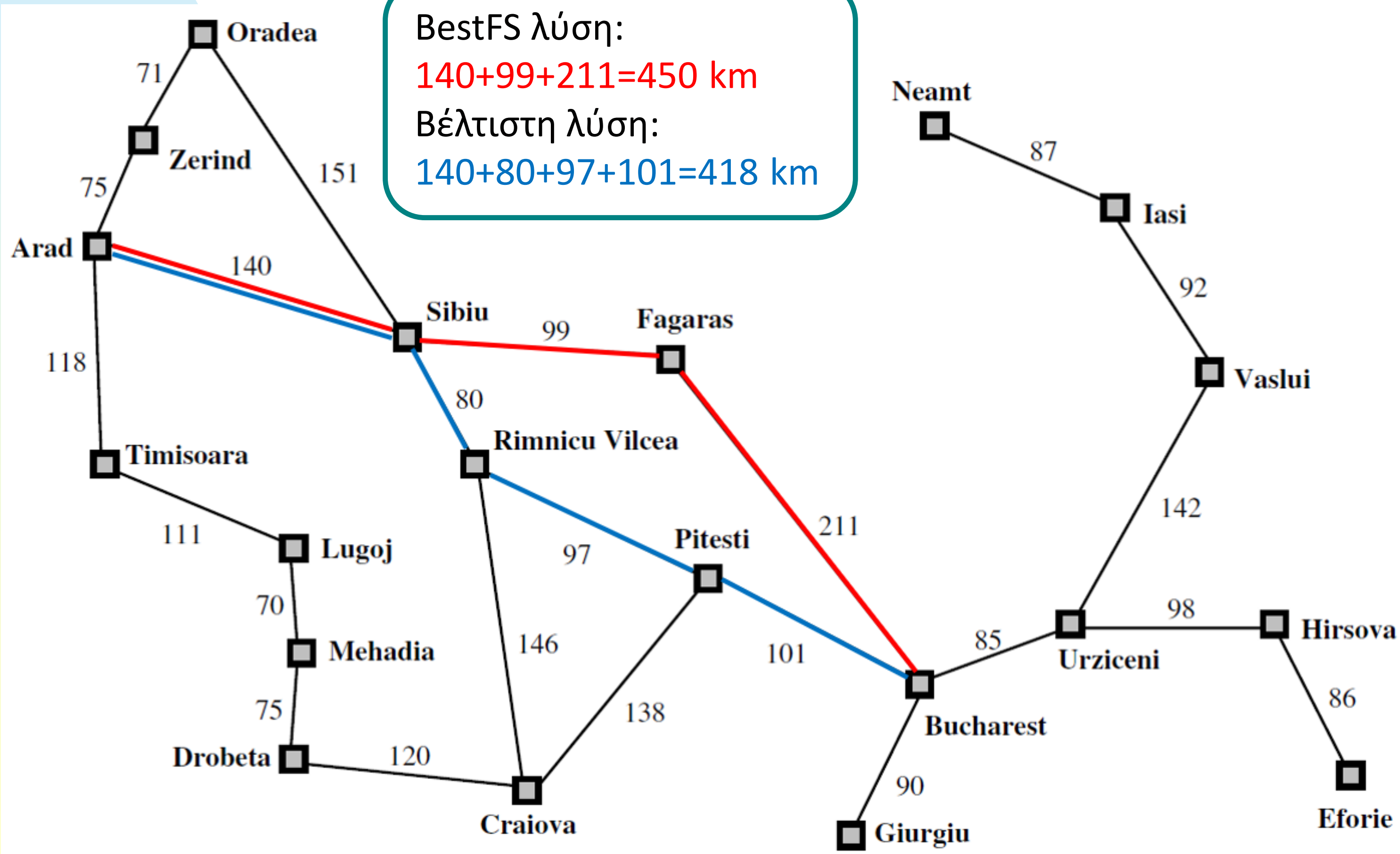
➢ Αναζήτηση πρώτα στον καλύτερο (best-first search)

Παράδειγμα 1

Διαδρομή από Arad προς Bucharest.

Δεν είναι βέλτιστη

BestFS λύση:
140+99+211=450 km
Βέλτιστη λύση:
140+80+97+101=418 km



Ευριστική αναζήτηση

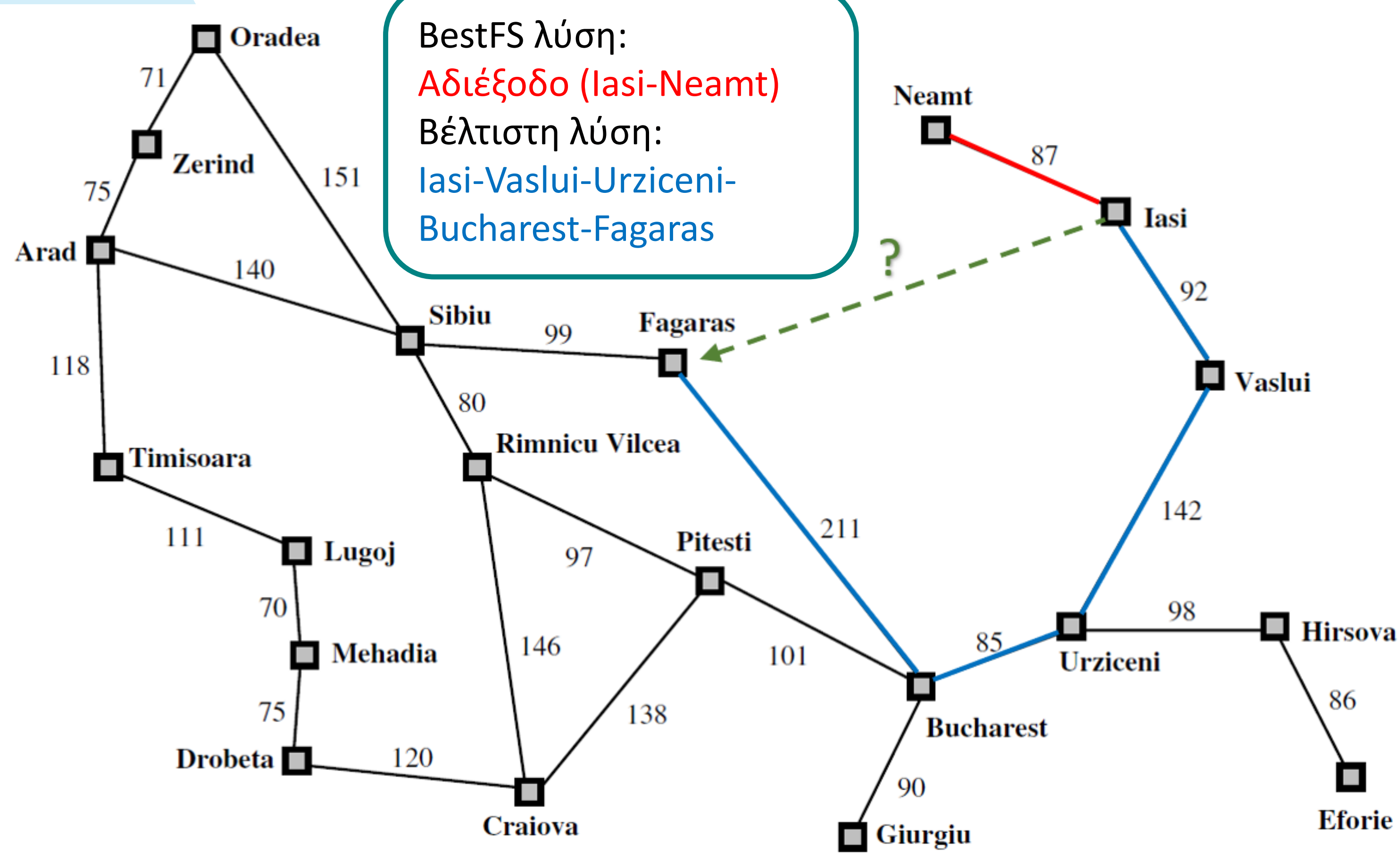
- Αναζήτηση πρώτα στον καλύτερο (best-first search)

Παράδειγμα 2

Διαδρομή από Iasi προς Fagaras.

Δεν είναι πλήρης

BestFS λύση:
Αδιέξοδο (Iasi-Neamt)
Βέλτιστη λύση:
Iasi-Vaslui-Urziceni-Bucharest-Fagaras



Ευριστική αναζήτηση

➢ Αναζήτηση πρώτα στον καλύτερο (best-first search)

Χαρακτηριστικά

- Είναι **πλήρης** μόνο σε πεπερασμένους χώρους καταστάσεων όπου γίνεται **έλεγχος** για ατέρμονους βρόχους.

  Π.χ. διαδρομή Iasi -> Fagaras

- **Δεν** είναι **βέλτιστη.**

- Η **χρονική πολυπλοκότητα** είναι $O(b^m)$.

  Μπορεί να χρειαστεί να επεκταθούν όλοι οι κόμβοι.

- Η **χωρική πολυπλοκότητα** είναι $O(b^m)$.

  Το μέτωπο αναζήτησης αυξάνει με υψηλό ρυθμό όπως και ο απαιτούμενος χώρος για την αποθήκευσή του και ο χρόνος για την επεξεργασία των στοιχείων του.

Μια **καλά επιλεγμένη ευριστική συνάρτηση** μπορεί να μειώσει σημαντικά τις χωρικές/χρονικές απαιτήσεις.

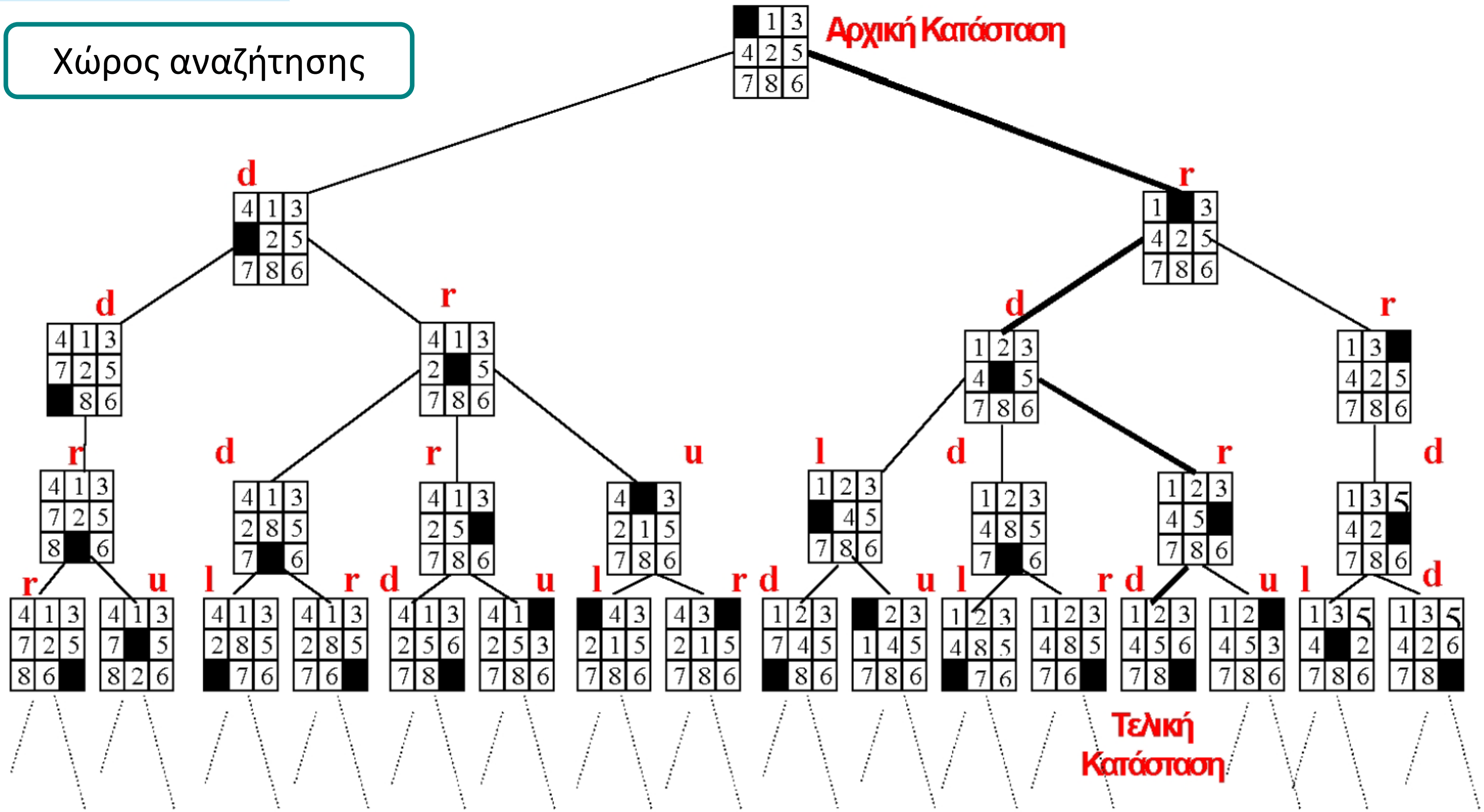
Ευριστική αναζήτηση

➢ Αναζήτηση πρώτα στον καλύτερο (best-first search)

Παράδειγμα 3

Πρόβλημα 8 πλακιδίων.

Χώρος αναζήτησης



Ευριστική αναζήτηση

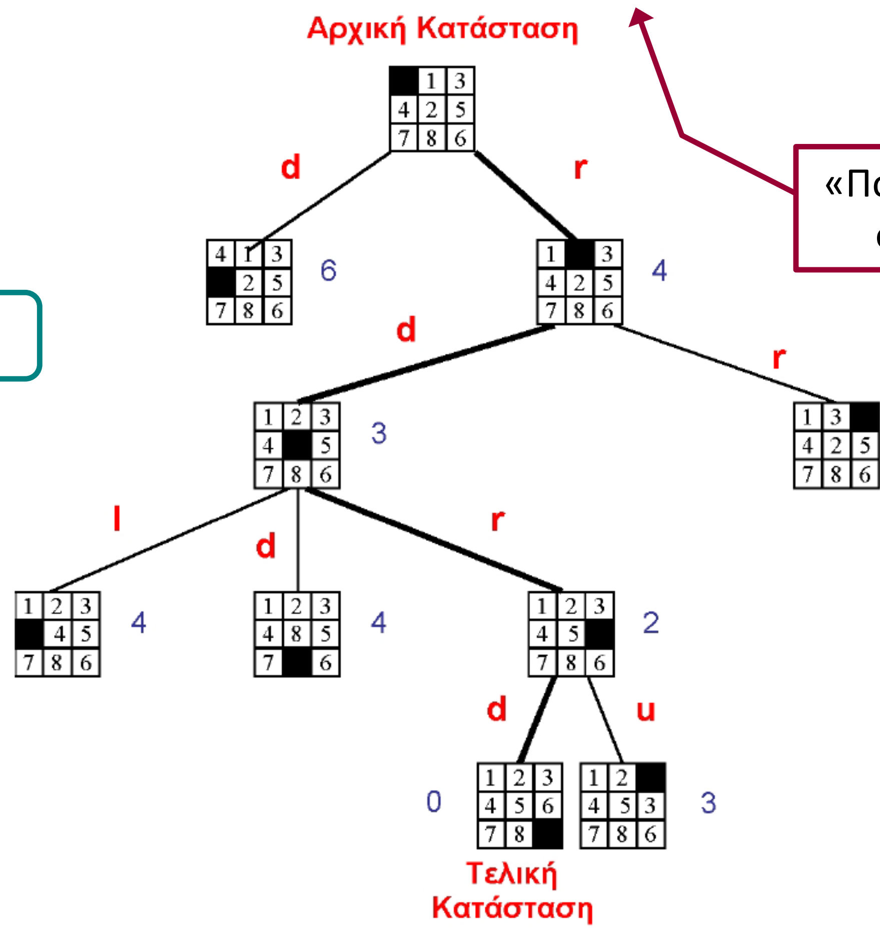
- Αναζήτηση πρώτα στον καλύτερο (best-first search)

Παράδειγμα 3

Πρόβλημα 8 πλακιδίων. Ευριστική συνάρτηση: **Manhattan** απόσταση.

«Πόσα πλακίδια είναι σε λάθος θέση»

Best FS



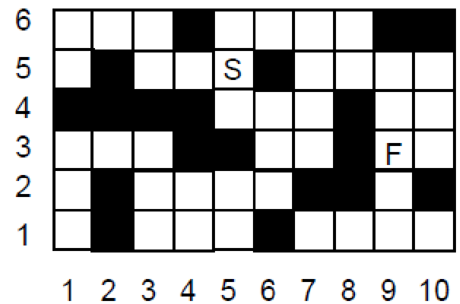
Ευριστική αναζήτηση

- Αναζήτηση πρώτα στον καλύτερο (best-first search)

Παράδειγμα 4

Το πρόβλημα του λαβύρινθου.

Ευριστική συνάρτηση: **Manhattan** απόσταση.



Μέτωπο Αναζήτησης	Κλειστό Σύνολο	Κατάσταση	Παιδιά
<5-5>	<>	5-5	5-4^{5},5-6^{7},4-5^{7}
<5-4^{5},5-6^{7},4-5^{7}>	<5-5>	5-4	5-5^{6},6-4^{4}
<6-4^{4},5-5^{6},5-6^{7},4-5^{7}>	<5-5,5-4>	6-4	5-4^{7},6-3^{3},7-4^{3}
<6-3^{3},7-4^{3},5-5^{6},5-6^{7},...>	<5-5,5-4,6-4>	6-3	6-4^{4},6-2^{3},7-3^{2}
<7-3^{2},6-2^{3},7-4^{3},6-4^{4},5-5^{6},...>	<5-5,5-4,...>	7-3	6-3^{3},6-4^{4}
<6-3^{3},6-2^{3},7-4^{3},6-4^{4},5-5^{6},...>	<...,6-3,...>	6-3	Βρόχος
<6-2^{3},7-4^{3},6-4^{4},5-5^{6},5-6^{7},...>	<...>	6-2	5-2^{5},6-3^{3}
<7-4^{3},6-4^{4},5-2^{5},...>	<...>	7-4	7-5^{4},6-4^{4},7-3^{2}
<7-3^{2},7-5^{4},6-4^{4},5-2^{5},...>	<..,7-3,..>	7-3	Βρόχος
<4-5^{4},6-4^{4},5-2^{5},...>	<...>	7-5	7-4^{3},8-5^{3},7-6^{5}
<8-5^{3},7-4^{3},6-4^{4},...>	<...>	8-5	8-6^{4},7-5^{4},9-5^{2}
<9-5^{2},7-4^{3},6-4^{4},8-6^{4},...>	<...>	9-5	8-5^{3},9-4^{1}
<9-4^{1},8-5^{3},7-4^{3},...>	<...>	9-4	9-3^{0},9-5^{2},10-4^{2}
<9-3^{0},9-5^{2},10-4^{2},...>	<...>	9-3	ΤΕΛΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ
		ΤΕΛΟΣ	

Ευριστική αναζήτηση

Αναζήτηση A*

Γενικά

Συνδυασμός πλεονεκτημάτων **ομοιόμορφης** αναζήτησης και αναζήτησης **πρώτα στον καλύτερο**.

- Ομοιόμορφη αναζήτηση

  - Ελαχιστοποίηση του κόστους $g(n)$ από την ρίζα προς τον τρέχοντα κόμβο.

  - Στις περισσότερες περιπτώσεις είναι **βέλτιστη** και **πλήρης** αλλά **τυφλή**.

- Αναζήτηση πρώτα στον καλύτερο

  - Ελαχιστοποίηση εκτιμώμενου κόστους $h(n)$ από τον τρέχοντα κόμβο προς τον κόμβο-στόχο.

  - Ευριστική αναζήτηση αλλά συνήθως είναι **μη βέλτιστη** και **μη πλήρης**.

Ευριστική αναζήτηση

➢ Αναζήτηση Α*

Μεθοδολογία

Υπολογισμός του κόστους σε κάποιον κόμβο ως συνδυασμός του κόστους μετάβασης στον κόμβο $g(n)$ και του εκτιμώμενου κόστους μετάβασης από τον κόμβο στον στόχο $h(n)$.

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

Το $f(n)$ δίνει το εκτιμώμενο κόστος της φθηνότερης λύσης μέσω του κόμβου n

Υπό συγκεκριμένες συνθήκες η αναζήτηση είναι **πλήρης** και **βέλτιστη**.

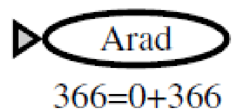
Ευριστική αναζήτηση

➢ Αναζήτηση Α*

Παράδειγμα 1

Διαδρομή από Arad προς Bucharest

Αρχική κατάσταση



$f(n)$
Συνολικό κόστος

$g(n)$
Κόστος μετάβασης

$h(n)$
Ευριστική συνάρτηση

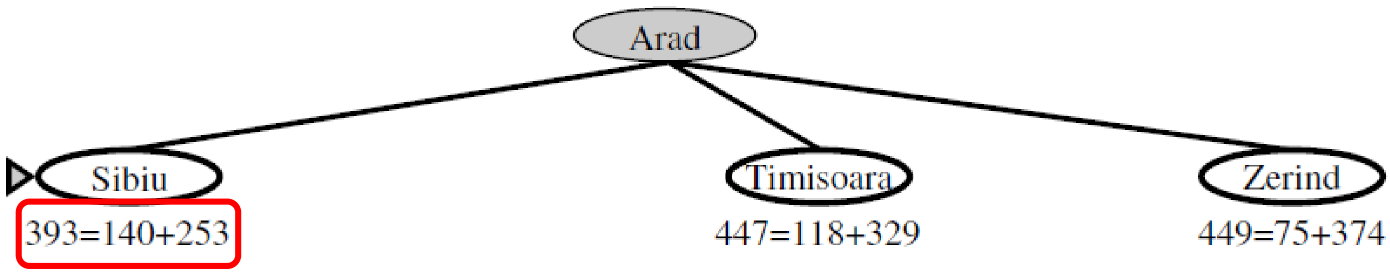
Ευριστική αναζήτηση

Αναζήτηση A*

Παράδειγμα 1

Διαδρομή από Arad προς Bucharest

Μετά την επέκταση της Arad



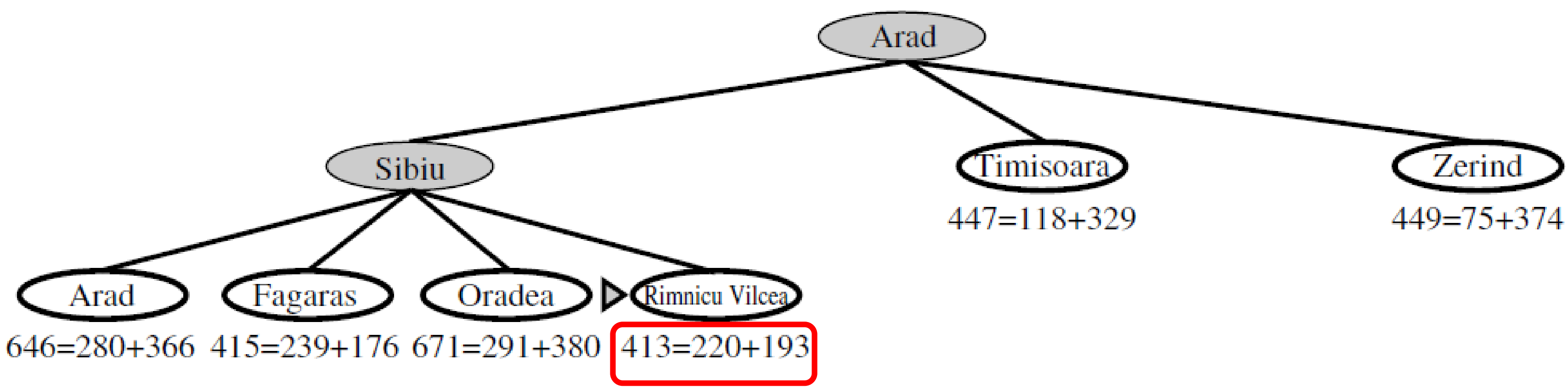
Ευριστική αναζήτηση

➢ Αναζήτηση A*

Παράδειγμα 1

Διαδρομή από Arad προς Bucharest

Μετά την επέκταση της Sibiu



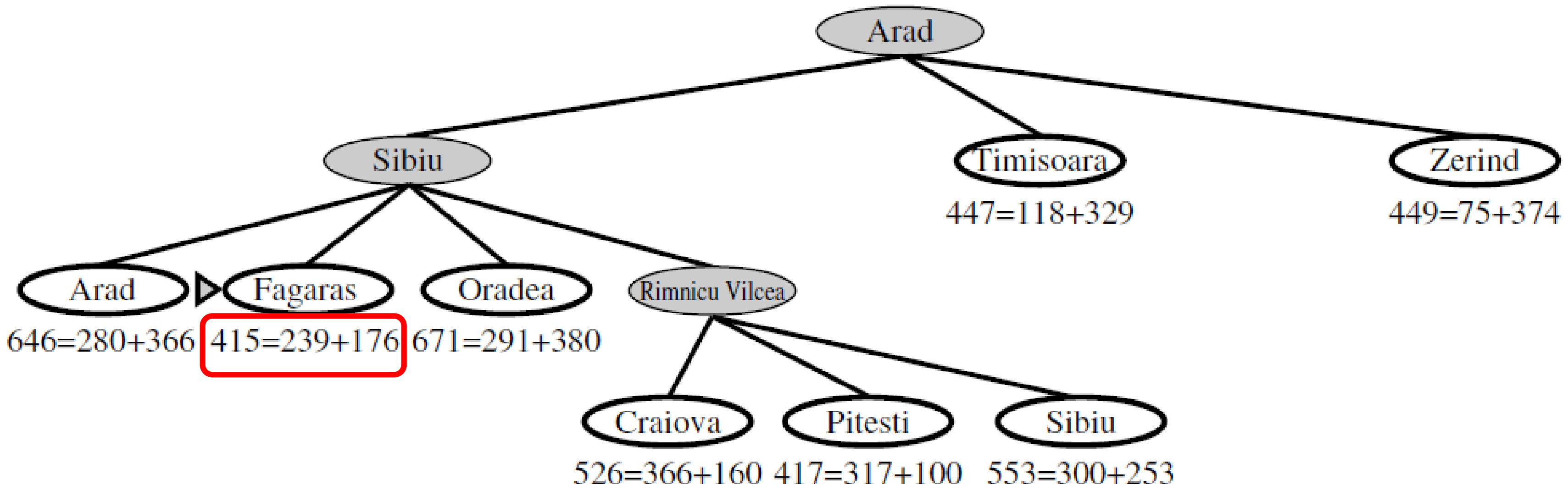
Ευριστική αναζήτηση

➢ Αναζήτηση A*

Παράδειγμα 1

Διαδρομή από Arad προς Bucharest

Μετά την επέκταση της Rimnicu Vilcea



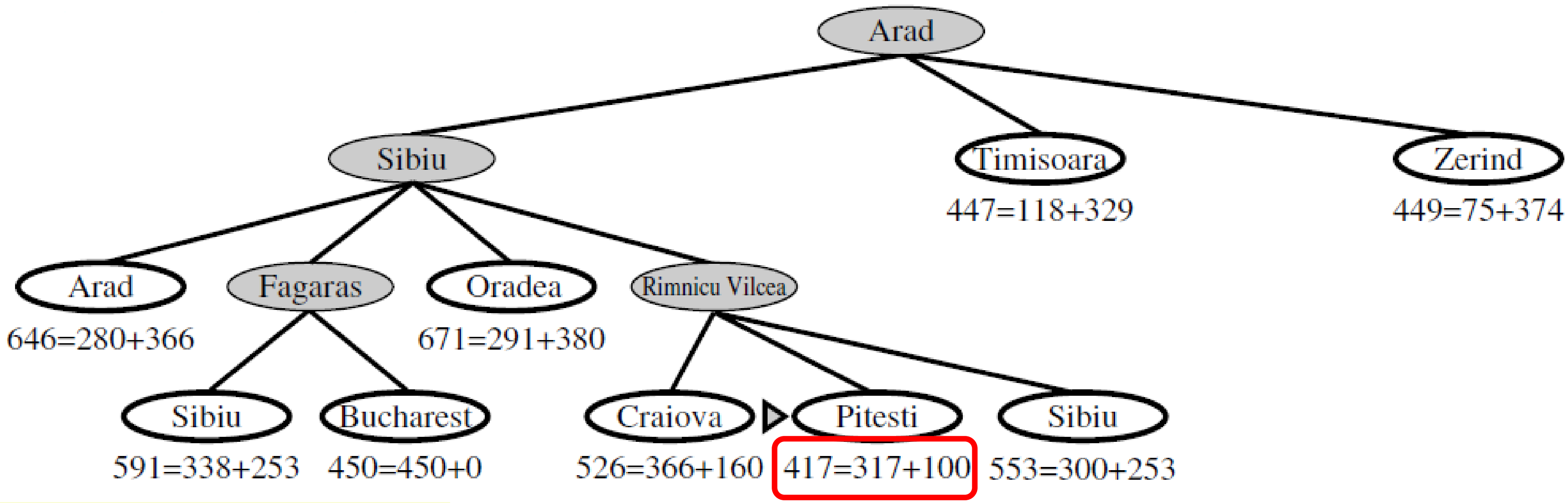
Ευριστική αναζήτηση

➢ Αναζήτηση Α*

Παράδειγμα 1

Διαδρομή από Arad προς Bucharest

Μετά την επέκταση της Fagaras



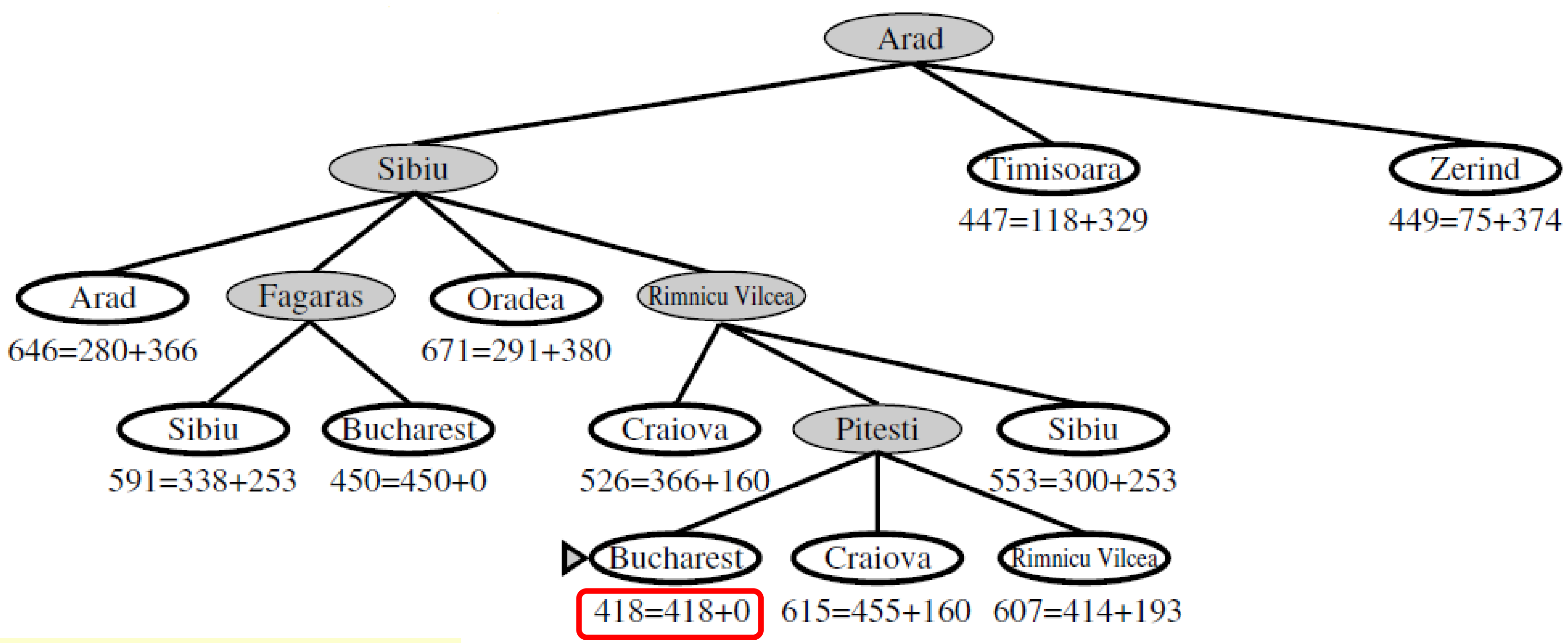
Ευριστική αναζήτηση

➢ Αναζήτηση Α*

Παράδειγμα 1

Διαδρομή από Arad προς Bucharest

Μετά την επέκταση της Pitesti



Ευριστική αναζήτηση

Αναζήτηση Α*

1η συνθήκη βελτιστότητας (optimality conditions) για την $\boldsymbol{h(n)}$

- Πρέπει να είναι **παραδεκτή** (admissible) δηλαδή να **μην υπερεκτιμά** το κόστος επίτευξης του στόχου $h(n)$.

  Π.χ. Η Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ των πόλεων

  (συντομότερη απόσταση ανάμεσά τους $\Rightarrow$ όχι υπερεκτίμηση)

Οι παραδεκτοί ευριστικοί αλγόριθμοι είναι από την φύση τους «αισιόδοξοι» δηλαδή θεωρούν το κόστος της επίλυσης του προβλήματος **μικρότερο** από ότι είναι πραγματικά.

Ευριστική αναζήτηση

Αναζήτηση A*

Η αναζήτηση A* που χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο TREE-SEARCH είναι **βέλτιστη** εάν η $h(n)$ είναι **παραδεκτή**.

Απόδειξη

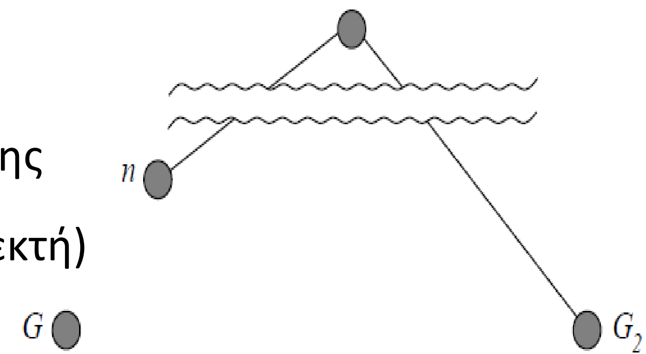
Έστω μη βέλτιστος κόμβος G_2 στο μέτωπο αναζήτησης

Έστω C^* το κόστος της βέλτιστης λύσης

Επειδή ο κόμβος G_2 είναι μη βέλτιστος και $h(G_2) = 0$ (κόμβος-στόχος)

είναι

$$f(G_2) = g(G_2) + h(G_2) = g(G_2) > C^*$$



Έστω κόμβος n πάνω σε βέλτιστη διαδρομή λύσης

Αφού η $h(n)$ δεν υπερεκτιμά το κόστος (παραδεκτή)

$$f(n) = g(n) + h(n) \leq C^*$$

Άρα $f(n) \leq C^* < g(C_2) = f(G_2)$

συνεπώς ο κόμβος G_2 δεν επιλέγεται για επέκταση

Ευριστική αναζήτηση

Αναζήτηση A*

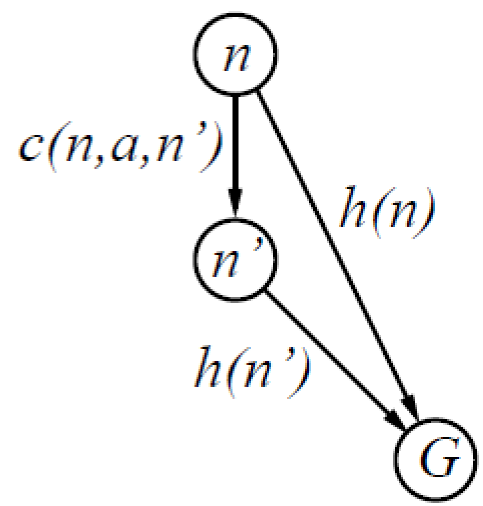
2η συνθήκη βελτιστότητας (optimality conditions) για την $h(n)$

- **Συνέπεια** (consistency) ή **μονοτονικότητα** (monotonicity)

Για κάθε κόμβο n και για κάθε διάδοχο του κόμβο n' που παράγεται από κάποια ενέργεια a το εκτιμώμενο κόστος επίτευξης του στόχου $h(n)$ **δεν είναι μεγαλύτερο** από το κόστος μετάβασης από το n στο n' συν το εκτιμώμενο κόστος επίτευξης του στόχου $h(n')$

$$h(n) \leq c(n, a, n') + h(n')$$

Τριγωνική ανισότητα



Ευριστική αναζήτηση

➢ Αναζήτηση Α*

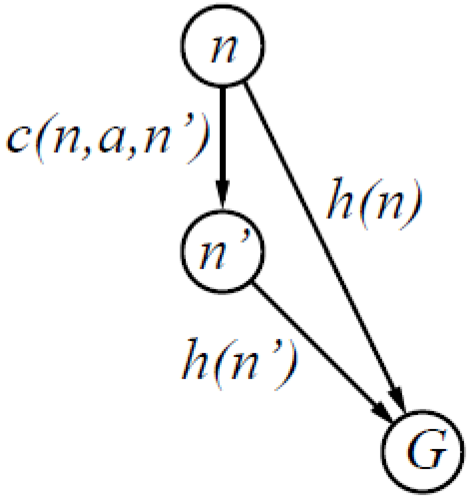
2η συνθήκη βελτιστότητας (optimality conditions) για την $\boldsymbol{h(n)}$

- **Συνέπεια** (consistency) ή **μονοτονικότητα** (monotonicity)

Εάν η $h(n)$ είναι συνεπής τότε

$$
\begin{aligned}
f(n') &= g(n') + h(n') \\
&= g(n) + c(n, a, n') + h(n') \\
&\geq g(n) + h(n) \\
&= f(n)
\end{aligned}
$$

Οι τιμές της $f(n)$ σε οποιαδήποτε διαδρομή είναι **μη-φθίνουσες**



Ευριστική αναζήτηση

Αναζήτηση Α*

Ιδιότητες

- Η ακολουθία των κόμβων που επεκτείνονται από την αναζήτηση Α* είναι σε **μη-φθίνουσα σειρά** της $f(n)$.
- Κάθε φορά που επιλέγεται ένας κόμβος n για επέκταση η **διαδρομή** προς αυτό τον κόμβο είναι **βέλτιστη**.

  - Δηλαδή, εάν υπήρχε άλλος κόμβος n' με μικρότερο κόστος τότε θα είχε επιλεγεί **πριν τον $\boldsymbol{n}$**, αφού η $f(n)$ είναι μη-φθίνουσα.
- Συνεπώς, ο πρώτος κόμβος-στόχος που θα επιλεγεί θα είναι μια **βέλτιστη λύση**.
- Όλοι οι επόμενοι κόμβοι-στόχοι θα έχουν τουλάχιστον το **ίδιο ή μεγαλύτερο** κόστος

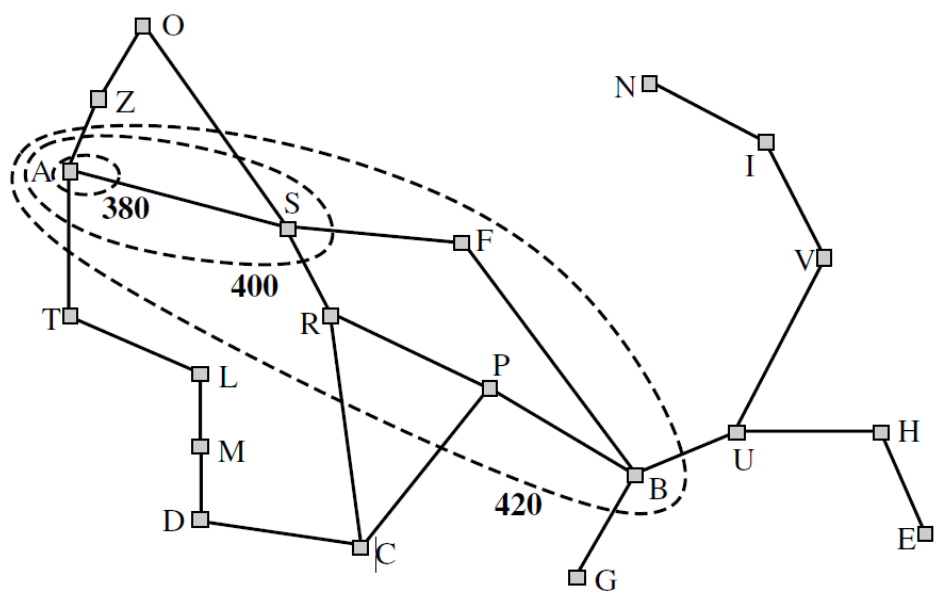
Ευριστική αναζήτηση

Αναζήτηση A*

Ιδιότητες

- Επειδή τα κόστη είναι σε **μη-φθίνουσα σειρά** μπορούν να σχεδιαστούν ισοϋψείς στον χώρο καταστάσεων
- Εντός κάθε ισοϋψούς οι κόμβοι έχουν τιμή μικρότερη ή ίση από την τιμή της

Χωρίς ευριστική συνάρτηση $h(n) = 0$ (uniform cost search) οι ισοϋψείς είναι κυκλικές



Ευριστική αναζήτηση

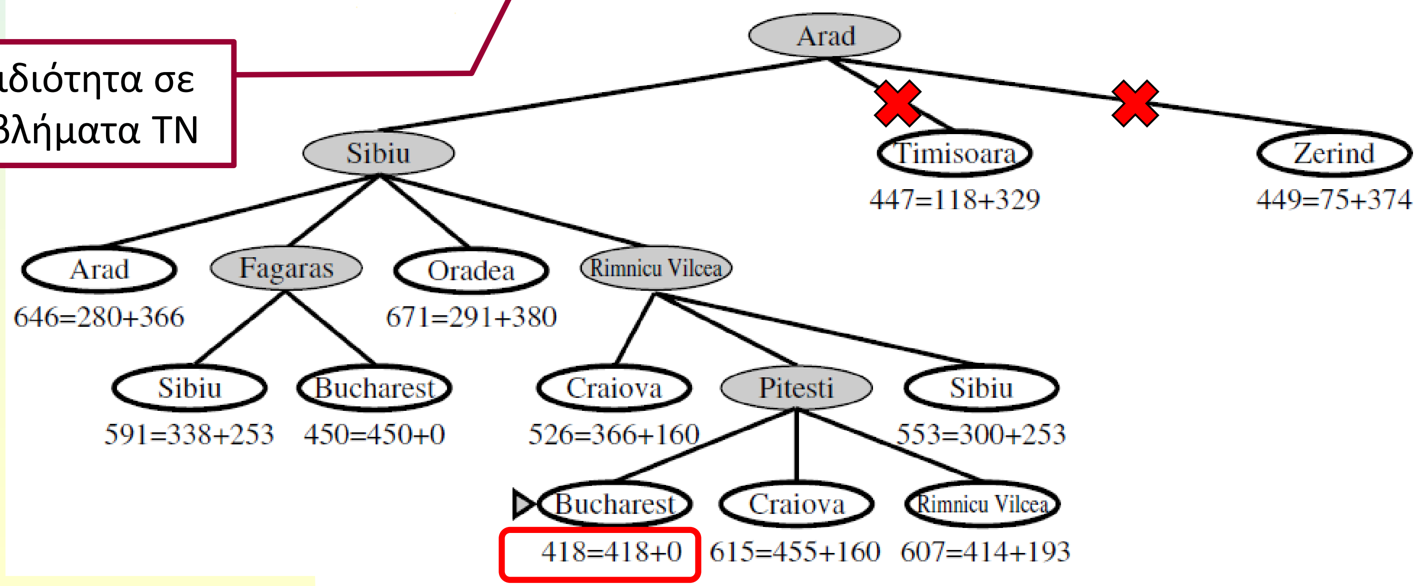
➢ Αναζήτηση Α*

Ιδιότητες

- Ο αλγόριθμος επεκτείνει όλους τους κόμβους με $f(n) < C^*$
- Μπορεί να επεκταθούν ορισμένοι κόμβοι με $f(n) = C^*$ πριν επιλεγεί ένας κόμβος- στόχος (από αυτούς)

Δεν επεκτείνονται κόμβοι με $f(n) > C^*$

Σημαντική ιδιότητα σε πολλά προβλήματα ΤΝ



Ευριστική αναζήτηση

➢ Αναζήτηση Α*

Χαρακτηριστικά

- Είναι **πλήρης** μέθοδος σε πεπερασμένους χώρους καταστάσεων
- Είναι **βέλτιστη** καθώς λόγω της συνέπειας της οι τιμές της $f(n)$ σε οποιαδήποτε διαδρομή είναι **μη-φθίνουσες**
- Το πλήθος των κόμβων ακόμη και μέσα στον χώρο αναζήτησης της εκάστοτε ισοϋψούς αυξάνεται εκθετικά με το μήκος της λύσης
- Η χρήση μιας **καλή ευριστικής συνάρτηση** είναι σημαντική
- Οι **χωρικές** απαιτήσεις είναι και πάλι πολύ μεγάλες (τάξης $O(b^m)$)
- Δεν είναι χρήσιμη για προβλήματα μεγάλης κλίμακας
- Υπάρχουν **παραλλαγές** που αντιμετωπίζουν τα παραπάνω εμπόδια

  - Recursive Best-First search (RBFS)
  - Iterative Deepening A* (IDA*)
  - Memory-bounded A* (MA*)
  - Simple Memory-bounded A* (SMA*)

Ευριστική αναζήτηση

Ευριστικές συναρτήσεις

Πρόβλημα 8 πλακιδίων

7	2	4
5		6
8	3	1

	1	2
3	4	5
6	7	8

Παράγοντας διακλάδωσης: ~ 3

(4 για το κεντρική θέση, 2 για γωνιακές θέσεις, 3 για τις υπόλοιπες)

Μέσο κόστος λύσης: 22 βήματα

Εξαντλητική TREE-SEARCH σε βάθος 22: $3^{22} \approx \mathbf{3.1 \times 10^{10}}$ καταστάσεις

Στην πραγματικότητα προκύπτουν μόνο $9!/2 = \mathbf{181440}$ διαφορετικές καταστάσεις

Για πρόβλημα 15 πλακιδίων: $\mathbf{10^{13}}$ διαφορετικές καταστάσεις

Ευριστική αναζήτηση

➢ Ευριστικές συναρτήσεις

Πρόβλημα 8 πλακιδίων

7	2	4
5		6
8	3	1

	1	2
3	4	5
6	7	8

1η Ευριστική συνάρτηση

$\boldsymbol{h_1}$= το πλήθος των πλακιδίων σε λάθος θέση

Στο παράδειγμα είναι $h_1 = 8$

Παραδεκτή: κάθε λάθος τοποθετημένο πλακίδιο πρέπει να μετακινηθεί τουλάχιστον μια φορά. Δηλαδή, θα χρειαστούμε **τουλάχιστον** τόσες κινήσεις όσα είναι τα εκτός θέσεως πλακίδια (η h_1 **υποεκτιμά** τον αριθμό των απαιτούμενων κινήσεων).

Ευριστική αναζήτηση

➢ Ευριστικές συναρτήσεις

Πρόβλημα 8 πλακιδίων

7	2	4
5		6
8	3	1

	1	2
3	4	5
6	7	8

2η Ευριστική συνάρτηση

$\boldsymbol{h_2}$= το άθροισμα των αποστάσεων των πλακιδίων από την σωστή τους θέση

Στο παράδειγμα, για Manhattan απόσταση, είναι

$$h_2 = 3 + 1 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 2 = 18$$

Παραδεκτή: κάθε λάθος τοποθετημένο πλακίδιο πρέπει να μετακινηθεί τουλάχιστον τόσα πλακίδια, ένα σε κάθε βήμα (η h_2 **υποεκτιμά** τον αριθμό των απαιτούμενων κινήσεων).

Πραγματικό κόστος 26

Ευριστική αναζήτηση

➢ Ευριστικές συναρτήσεις

Κυριαρχία

Μια ευριστική συνάρτηση h_2 **κυριαρχεί** έναντι κάποιας h_1 εάν

$$h_2(n) \geq h_1(n) \text{ για όλους τους κόμβους } n$$

Π.χ. στο πρόβλημα των 8 πλακιδίων η

h_2: συνολική Manhattan απόσταση

κυριαρχεί πάνω στην

h_1: πλήθος λάθος τοποθετημένων πλακιδίων

Εάν η h_2 είναι παραδεκτή και κυριαρχεί στην h_1 τότε είναι πάντοτε **προτιμότερη επιλογή**

Ευριστική αναζήτηση

Ευριστικές συναρτήσεις

Κυριαρχία

Η κυριαρχία συνεπάγεται αποτελεσματικότητα

Η αναζήτηση A* με την h_2 δεν θα επεκτείνει ποτέ περισσότερους κόμβους απ' ότι με την h_1

Πράγματι, στην αναζήτηση A* θα επεκταθεί κάθε κόμβος με $f(n) < C^*$. Δηλαδή,

$$f(n) < C^* \Rightarrow$$
$$g(n) + h(n) < C^* \Rightarrow$$
$$h(n) < C^* - g(n)$$

Οπότε, επειδή $h_2(n) > h_1(n)$, κάθε κόμβος που θα επεκταθεί χρησιμοποιώντας την h_2 θα επεκταθεί **σίγουρα** και χρησιμοποιώντας την h_1 (όπου πιθανόν να επεκταθούν και κάποιοι ακόμη).

Είναι γενικά προτιμότερη η χρήση ευριστικών συναρτήσεων με μεγαλύτερη τιμή αρκεί να είναι συνεπείς και με ικανοποιητικό υπολογιστικό κόστος

➢ Ευριστικές συναρτήσεις

Απόδοση

Ένας τρόπος προσδιορισμού της ποιότητας μιας ευριστικής συνάρτησης είναι ο **δραστικός παράγοντας διακλάδωσης $\boldsymbol{b}^*$.**

Για

h: επιλεγμένη ευριστική συνάρτηση του Α*

N: πλήθος κόμβων που παράγονται

d: μέγιστο βάθος αναζήτησης

το $x = b^*$ είναι η λύση της εξίσωσης

$$x^d + x^{d-1} + \cdots + x^2 + x - N = 0$$

- Μια ευριστική συνάρτηση h είναι **αποδοτική** για **τιμές $\boldsymbol{b}^*$ κοντά στο 1**
- Εάν η h_2 κυριαρχεί πάνω στην h_1 τότε

$$b^*(h_2) \leq b^*(h_1)$$

Ευριστική αναζήτηση

➢ Ευριστικές συναρτήσεις

Απόδοση – Παράδειγμα προβλήματος 8 πλακιδίων

	Κόστος αναζήτησης (κόμβοι)			Δραστικός παράγοντας διακλάδωσης b^*		
d	IDS	$A^*(h_1)$	$A^*(h_2)$	IDS	$A^*(h_1)$	$A^*(h_2)$
2	10	6	6	2.45	1.79	1.79
4	112	13	12	2.87	1.48	1.45
6	680	20	18	2.73	1.34	1.30
8	6384	39	25	2.80	1.33	1.24
10	47127	93	39	2.79	1.38	1.22
12	364404	227	73	2.78	1.42	1.24
14	3473941	539	113	2.83	1.44	1.23
16	–	1301	211	–	1.45	1.25
18	–	3056	363	–	1.46	1.26
20	–	7276	676	–	1.47	1.27
22	–	18094	1219	–	1.48	1.28
24	–	39135	1641	–	1.48	1.26

d: βάθος λύσης

IDS: Επαναληπτική αναζήτηση εμβάθυνσης (iterative deepening search)

h_1: πλήθος λάθος τοποθετημένων πλακιδίων

h_2: συνολική Manhattan απόσταση

Ευριστική αναζήτηση

Ευριστικές συναρτήσεις

Εξαγωγή μέσω τεχνικών χαλάρωσης

Χαλαρό πρόβλημα: η περιγραφή του προβλήματος με λιγότερους περιορισμούς

Παράδειγμα 8 πλακιδίων

- **Αρχικό πρόβλημα**: «ένα πλακίδιο μπορεί να μετακινηθεί από την θέση p στην θέση q εάν το p βρίσκεται δίπλα στο q και η θέση q είναι κενή»
- **Χαλαρό πρόβλημα-1**: «ένα πλακίδιο μπορεί να μετακινηθεί από την θέση p στην θέση q εάν το p βρίσκεται δίπλα στο q» — Αντιστοιχεί στην h_2
- **Χαλαρό πρόβλημα-2**: «ένα πλακίδιο μπορεί να μετακινηθεί από την θέση p στην θέση q εάν η θέση q είναι κενή»
- **Χαλαρό πρόβλημα-3**: «ένα πλακίδιο μπορεί να μετακινηθεί από την θέση p στην θέση q» — Αντιστοιχεί στην h_1

Ευριστική αναζήτηση

Ευριστικές συναρτήσεις

Χαρακτηριστικά τεχνικών χαλάρωσης

- Η **επακριβής συνάρτηση κόστους** του χαλαρού προβλήματος είναι συχνά μια **καλή (παραδεκτή) ευριστική συνάρτηση** του αρχικού προβλήματος
- Το βέλτιστο κόστος λύσης του χαλαρού προβλήματος **δεν είναι μεγαλύτερο** από το βέλτιστο κόστος λύσης του αρχικού προβλήματος

Η λύση στο χαλαρό πρόβλημα να μπορεί να υπολογιστεί απευθείας (χωρίς αναζήτηση)

⇓

Αποτελεσματική ευριστική συνάρτηση

Ευριστική αναζήτηση

➢ Ευριστικές συναρτήσεις

Σύνθετη (composite) ευριστική συνάρτηση

Έστω ότι υπάρχουν πολλαπλές **παραδεκτές** ευριστικές συναρτήσεις

$$h_1, h_2, \ldots h_m$$

που καμία δεν κυριαρχεί πάνω σε όλες τις άλλες

Τότε η **σύνθετη** ευριστική συνάρτηση

$$h(n) = \max\big(h_1(n), h_2(n), \ldots, h_m(n)\big)$$

είναι

- **Παραδεκτή**
- **Κυριαρχεί πάνω** στις συναρτήσεις $h_1, h_2, \ldots h_m$

Ευριστική αναζήτηση

Σύνοψη

Οι ευριστικές συναρτήσεις εκτιμούν το κόστος των συντομότερων διαδρομών

Μια κατάλληλη ευριστική συνάρτηση μπορεί να μειώσει σημαντικά το κόστος αναζήτησης

Χρησιμοποιούνται το κόστος $g(n)$ από την ρίζα προς τον τρέχοντα κόμβο και το κόστος $h(n)$ από τον τρέχοντα κόμβο προς τον κόμβο-στόχο

Η **αναζήτηση πρώτα στον καλύτερο** επεκτείνει τον κόμβο με το χαμηλότερο κόστος $h(n)$

- Δεν είναι πλήρης ούτε πάντα βέλτιστη

Η **αναζήτηση A*** επεκτείνει τον κόμβο με το χαμηλότερο άθροισμα $g(n) + h(n)$

- πλήρης και βέλτιστη εάν το h είναι παραδεκτό (δηλαδή $h \leq h^*$)
- η πολυπλοκότητα του χώρου εξακολουθεί να αποτελεί πρόβλημα

Αποδεκτές ευριστικές συναρτήσεις μπορούν να προκύψουν από ακριβείς λύσεις **χαλαρών προβλημάτων**