



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

Τεχνητή Νοημοσύνη και Μηχανική Μάθηση

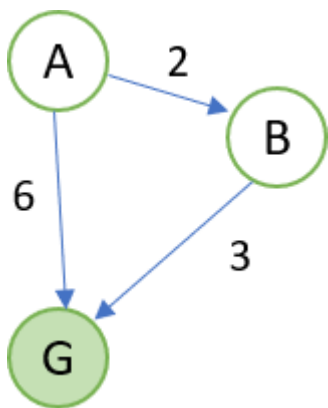
Επίλυση προβλημάτων

Παραδείγματα

Ευριστική αναζήτηση

Παράδειγμα 1

Έστω το γράφημα μεταβάσεων που φαίνεται στο σχήμα (G είναι η τελική κατάσταση). Σε κάθε ακμή αναγράφεται το κόστος μετάβασης. Ορίζουμε τέσσερις περιπτώσεις ευριστικών συναρτήσεων h_1 , h_2 , h_3 και h_4 , καθεμιά από τις οποίες αντιστοιχεί σε μια γραμμή του πίνακα.



Περίπτωση	$h_i(A)$	$h_i(B)$	$h_i(G)$
h_1	4	1	0
h_2	5	4	0
h_3	6	3	0
h_4	5	2	0

- i) Είναι οι συναρτήσεις αποδεκτές;
- ii) Υπάρχει κάποια αποδεκτή συνάρτηση που είναι καλύτερη από τις υπόλοιπες;

Λύση

i) Συμβολίζουμε με $a(n)$ το ελάχιστο κόστος μονοπατιού από μια κατάσταση n έως την τελική κατάσταση G . Είναι

$$a(A) = 2 + 3 = 5, a(B) = 3 \text{ και } a(G) = 0.$$

Για να είναι η $h(n)$ αποδεκτή θα πρέπει $h(n) \leq a(n)$ για κάθε κατάσταση n .

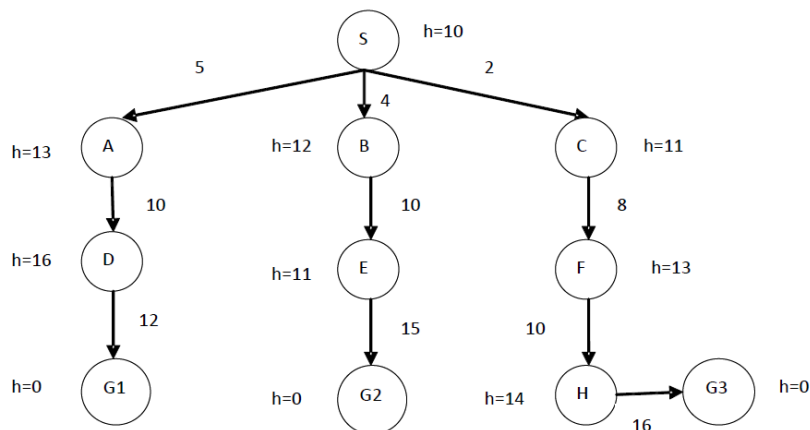
Συνεπώς:

- η $h_1(n)$ είναι αποδεκτή
- η $h_2(n)$ δεν είναι αποδεκτή (διότι $h_2(B) > a(B)$)
- η $h_3(n)$ δεν είναι αποδεκτή (διότι $h_3(A) > a(A)$)
- η $h_4(n)$ είναι αποδεκτή.

ii) Από τις παραπάνω δύο αποδεκτές ευριστικές συναρτήσεις $h_1(n)$ και $h_4(n)$, καλύτερη είναι η $h_4(n)$ διότι δίνει καλύτερη εκτίμηση του $a(n)$ (μεγαλύτερες τιμές) και για τις δύο καταστάσεις A και B .

Παράδειγμα 2

Θεωρήστε το γράφο μεταβάσεων του παρακάτω σχήματος όπου S είναι η αρχική κατάσταση και G1, G2, G3 οι τρεις τελικές καταστάσεις. Πάνω στις ακμές αναγράφεται το κόστος μετάβασης μεταξύ δύο καταστάσεων και δίπλα σε κάθε κόμβο περιγράφεται το κόστος που αντιστοιχεί σε μια ευριστική συνάρτηση $h(n)$.



- Εφαρμόστε αναζήτηση A*. Γράψτε στο τέλος το μονοπάτι (λύση) που βρήκατε.
- Εφαρμόστε αναζήτηση ομοιόμορφου κόστους. Γράψτε στο τέλος το μονοπάτι (λύση) που βρήκατε.
- Η αναζήτηση A* οδηγεί στην βέλτιστη λύση; Εάν όχι, για ποιον λόγο συμβαίνει αυτό;

Σημειώσεις:

1) Σε κάθε περίπτωση, γράψτε αναλυτικά τα βήματα αναζήτησης στον παρακάτω πίνακα. Το μέτωπο αναζήτησης γράφεται με την μορφή: όνομα_κόμβου(συνολικό κόστος, όνομα_γονέα). Παρακάτω έχουν συμπληρωθεί τα πρώτα βήματα για την αναζήτηση A*.

2) Σε περίπτωση καταστάσεων με ίδιο κόστος χρησιμοποιήστε αλφαβητική προτεραιότητα.

Λύση

- Στην αναζήτηση A* επεκτείνεται ο κόμβος του μετώπου αναζήτησης με το μικρότερο κόστος $f(n) = g(n) + h(n)$. Η εφαρμογή του A* δίνει

Μέτωπο αναζήτησης	Επιλογή
S(10,-)	S
A(18,S), B(16,S), C(13,S)	C
A(18,S), B(16,S), F(23,C)	B
A(18,S), E(25,B), F(23,C)	A
D(31,A), E(25,B), F(23,C)	F
D(31,A), E(25,B), H(34,F)	E
D(31,A), G2(29,E), H(34,F)	G2 Λύση

Συνεπώς το μονοπάτι που προκύπτει είναι το S -> B -> E -> G2 με κόστος 29.

- Στην αναζήτηση ομοιόμορφου κόστους επεκτείνεται ο κόμβος του μετώπου αναζήτησης με το μικρότερο $g(n)$ που αντιστοιχεί στο κόστος μονοπατιού από την αρχική κατάσταση έως τον κόμβο n . Η εφαρμογή αναζήτησης ομοιόμορφου κόστους δίνει

Μέτωπο αναζήτησης	Επιλογή
S(0,-)	S
A(5,S), B(4,S), C(2,S)	C
A(5,S), B(4,S), F(10,C)	B
A(5,S), F(10,B), E(14,B)	A
F(10,A), E(14,B), D(15,A)	F
E(14,B), D(15,A), H(20,F)	E
D(15,A), H(20,F), G2(29,E)	D
H(20,F), G2(29,E), G1(27,D)	H
G2(29,E), G1(27,D), G3(36,H)	G1 Λύση

Συνεπώς το μονοπάτι που προκύπτει είναι το $S \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow G1$ με κόστος 27.

iii) Όχι, η αναζήτηση A^* δεν οδήγησε στη βέλτιστη λύση (η λύση από την μέθοδο ομοιόμορφου κόστους δίνει χαμηλότερο κόστος 27 έναντι 29). Αυτό οφείλεται στο ότι η ευριστική συνάρτηση που χρησιμοποιήθηκε στην A^* δεν είναι αποδεκτή διότι υπερεκτιμά το κόστος $h(n)$. Για παράδειγμα $h(D) = 16$, ενώ το κόστος του D από την τελική κατάσταση $G1$ είναι 12.

Παράδειγμα 3

Ο υπολογισμός του κόστους σε ένα αλγόριθμο ευριστικής αναζήτησης δίνεται από την σχέση

$$f(n) = (2 - w)g(n) + wh(n)$$

Θεωρήστε ότι η $g(n)$ δίνει το κόστος μονοπατιού από την αρχική κατάσταση έως τον κόμβο n και ότι η ευριστική συνάρτηση $h(n)$ είναι αποδεκτή.

i) Δώστε την μορφή της $f(n)$ και ονοματίστε το είδους της αναζήτησης που πραγματοποιείται όταν

- $w = 0$
- $w = 1$
- $w = 2$

ii) Για ποιες τιμές του w ο αλγόριθμος είναι εγγυημένα βέλτιστος;

Λύση

i) Για $w = 0$ είναι $f(n) = 2g(n)$ οπότε πραγματοποιείται αναζήτηση ομοιόμορφου κόστους. Ο παράγοντας 2 δεν επηρεάζει τη διάταξη των κόμβων.

Για $w = 1$ είναι $f(n) = g(n) + h(n)$ οπότε πραγματοποιείται αναζήτηση A^* .

Για $w = 2$ είναι $f(n) = 2h(n)$ οπότε πραγματοποιείται αναζήτηση πρώτα στο καλύτερο. Ο παράγοντας 2 δεν επηρεάζει τη διάταξη των κόμβων.

ii) Η συνάρτηση μπορεί να γραφεί ως:

$$f(n) = (2 - w) \left(g(n) + \left(\frac{w}{2 - w} \right) h(n) \right)$$

η οποία συμπεριφέρεται σαν την A^* με ευριστική συνάρτηση $\left(\frac{w}{2 - w} \right) h(n)$. Για $0 \leq w \leq 1$, η συνάρτηση $\left(\frac{w}{2 - w} \right) h(n)$ είναι πάντα θετική και επίσης μικρότερη από την $h(n)$. Συνεπώς, εάν η $h(n)$ είναι παραδεκτή τότε και η συνάρτηση $\left(\frac{w}{2 - w} \right) h(n)$ είναι παραδεκτή. Οπότε γι' αυτές τις τιμές του w ο αλγόριθμος είναι εγγυημένα βέλτιστος.

Παράδειγμα 4

Ο υπολογισμός του κόστους σε ένα αλγόριθμο ευριστικής αναζήτησης δίνεται από την σχέση

$$f(n) = wg(n) + (1 - w)h(n), \text{ με } 0 \leq w \leq 1$$

Θεωρήστε ότι η $g(n)$ δίνει το κόστος μονοπατιού από την αρχική κατάσταση έως τον κόμβο n και ότι η ευριστική συνάρτηση $h(n)$ είναι αποδεκτή.

Βρείτε εάν η $f(n)$ είναι βέλτιστη για

- $w = 0$
- $w = 0.5$
- $w = 1$

Λύση

i) Για $w = 0$ είναι $f(n) = h(n)$ οπότε πραγματοποιείται άπληστη αναζήτηση πρώτα ο καλύτερος, συνεπώς δεν είναι βέλτιστη. Για $w = 0.5$ είναι $f(n) = 0.5g(n) + 0.5h(n)$ οπότε πραγματοποιείται αναζήτηση A^* που είναι βέλτιστη (ο παράγοντας 0.5 δεν επηρεάζει τη διάταξη των κόμβων). Για $w = 1$ είναι $f(n) = g(n)$ οπότε πραγματοποιείται αναζήτηση ομοιόμορφου κόστους που είναι βέλτιστη.

Παράδειγμα 5

Έστω δύο αποδεκτές ευριστικές συναρτήσεις $h_1(n)$ και $h_2(n)$ για κάποιο πρόβλημα αναζήτησης. Να δείξετε ότι η συνάρτηση $h_3(n) = \frac{h_1(n) + h_2(n)}{2}$ είναι αποδεκτή ευριστική συνάρτηση.

Λύση

Έστω ότι με $\alpha(n)$ συμβολίζουμε το ελάχιστο κόστος μονοπατιού από μια κατάσταση n έως την τελική κατάσταση. Αφού οι $h_1(n)$ και $h_2(n)$ είναι αποδεκτές τότε για κάθε n ισχύει:

$$h_1(n) \leq \alpha(n) \Rightarrow 0.5 h_1(n) \leq 0.5 \alpha(n)$$

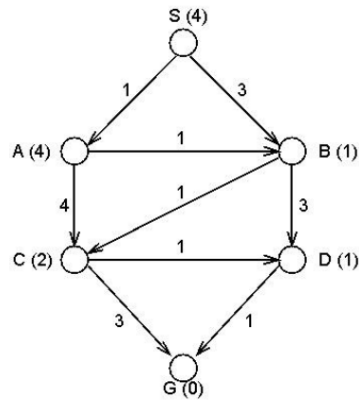
και

$$h_2(n) \leq \alpha(n) \Rightarrow 0.5 h_2(n) \leq 0.5 \alpha(n)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη προκύπτει ότι $h_3(n) = 0.5(h_1(n) + h_2(n)) \leq \alpha(n)$. Συνεπώς, η $h_3(n)$ είναι αποδεκτή.

Παράδειγμα 6

Θεωρήστε τον γράφο μεταβάσεων του παρακάτω σχήματος. Το ζητούμενο είναι να μεταβούμε από τον αρχικό κόμβο S στον κόμβο-στόχο G . Οι αριθμοί δίπλα στις ακμές, είναι τα κόστη μετάβασης μεταξύ των κόμβων. Ο αριθμός δίπλα σε ένα κόμβο είναι η τιμή μίας ευριστικής συνάρτησης που επιστρέφει μία εκτίμηση της απόστασης του κόμβου από τον κόμβο-στόχο.



i) Είναι η ευριστική συνάρτηση αποδεκτή; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

ii) Χρησιμοποιώντας την παραπάνω $h(n)$ η αναζήτηση A^* και η αναζήτηση ομοιόμορφου κόστους δίνουν ίδιο κόστος λύσης; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

Λύση

i) Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται για κάθε κόμβο το μήκος της ελάχιστης απόστασης $a(n)$ προς τον κόμβο-στόχο G και η αντίστοιχη τιμή της ευριστικής συνάρτησης $h(n)$.

κόμβος	$h(n)$	$a(n)$
S	4	5
A	4	4
B	1	3
C	2	2
D	1	1
G	0	0

Συνεπώς, για όλους τους κόμβους n η ευριστική συνάρτηση $h(n)$ δεν υπερεκτιμά το πραγματικό κόστος $a(n)$. Συνεπώς, η ευριστική συνάρτηση $h(n)$ είναι αποδεκτή.

ii) Αφού η ευριστική συνάρτηση $h(n)$ είναι αποδεκτή τότε η αναζήτηση A^* είναι βέλτιστη όπως και η αναζήτηση ομοιόμορφου κόστους. Άρα και οι δύο μέθοδοι θα δώσουν λύση με το ίδιο ελάχιστο κόστος.

Για τυχόν απορίες/διορθώσεις/παραλήψεις
μπορείτε να επικοινωνείτε μαζί μου στο akesidis@uniwa.gr

Αναστάσιος Κεσίδης