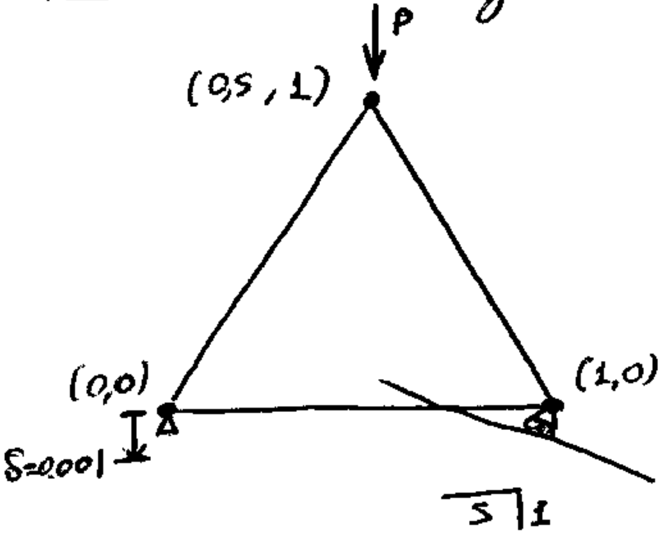
# Επίλυση Τριδιάστατου Πλαισίου

Γκέσος Παύλος
Χατζίκος Ευστράτιος
Κρικέλης Γεώργιος

*2100 γραμμές κώδικα!*

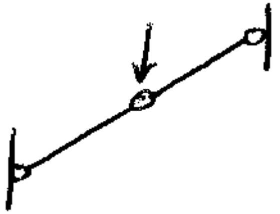
# Δείγματα

1_truss_triangle

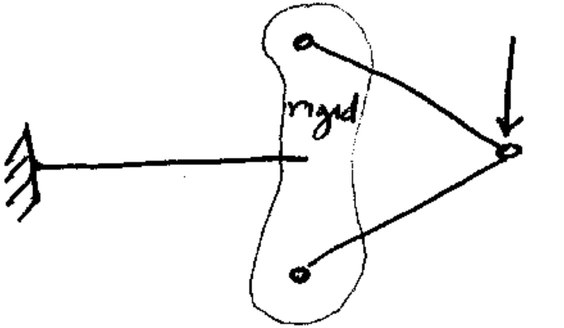



4_unstable

4_unstable2



3_constraint



# Φόρτωση και Προ-επεξεργασία

- Φόρτωση του φορέα από αρχείο XML για το οποίο έχει καθοριστεί πλήρως η διαμόρφωση. Τεκμηρίωση της διαμόρφωσης στο αρχείο input_file_explanation.xml. Το αρχείο, το επιλέγει ο χρήστης με διάλογο.
- Υπολογισμός των σταθερών των διατομών (A, $a_z$, $a_y$, $I_t$ (=$I_t^P$), $I_y$, $I_z$, $C_s$, $I_t^S$) από τα γεωμετρικά τους μήκη. Υποστηρίζονται 2 ειδών διατομές:
  - Τύπου O με εσωτερική και εξωτερική διάμετρο.
  - Γενικευμένη, η οποία περιγράφεται από τις προαναφερθείσες σταθερές.
- Υπολογισμός τοπικού και καθολικού μητρώου δυσκαμψίας και επικόμβιων δράσεων για κάθε μέλος.
- Από τους ενεργούς βαθμούς ελευθερίας των μελών, ενεργοποιούνται οι αντίστοιχοι των κόμβων. Οπότε ένας κόμβος ενδέχεται να μην έχει όλους τους βαθμούς ελευθερίας.

# Μέλη

- Υποστηρίζονται τα παρακάτω μέλη:
  - Ράβδος δικτυώματος
  - Δοκός (επόμενη διαφάνεια)
  - Ελατήριο στροφικό με ένα κόμβο (στήριξη) ή δύο κόμβους
  - Ελατήριο γραμμικό με ένα κόμβο (στήριξη) ή δύο κόμβους

# Μέλη: Δοκός

- Απεριόριστα τραπεζοειδώς κατανεμημένα φορτία δυνάμεων και ροπών. Όχι όμως σημειακά.
- Θεωρία κάμψης – διάτμησης Timoshenko
- Θεωρία κάμψης Euler – Bernoulli
- Θεωρία ομοιόμορφης στρέψης Saint Venant
- Θεωρία ανομοιόμορφης στρέψης – στρέβλωσης
- Θεωρία ανομοιόμορφης στρέψης – στρέβλωσης με δευτερογενείς στρεπτικές παραμορφώσεις
- Αυτόματα επιλέγεται η καλύτερη θεωρία
- Αν παραλείπονται στοιχεία επιλέγεται μέθοδος που δεν τα απαιτεί (π.χ. αν δε δοθεί $a_z$ επιλέγεται κάμψη Euler-Bernoulli). Εκδίδεται προειδοποίηση (warning).
- Αν παραλείπονται στοιχεία, η δυσκαμψία μηδενίζεται (π.χ. χωρίς $I_t$ δεν υπάρχει δυστρεψία). Εκδίδεται προειδοποίηση.
- Είναι δυνατή η συμπύκνωση της στρέβλωσης, οπότε οι βαθμοί ελευθερίας από 14 γίνονται 12.
- Οι διαφορικές εξισώσεις επιλύονται αναλυτικά και όχι με συναρτήσεις παρεμβολής, οπότε υπάρχει πλήρης αναλυτική ακρίβεια μόνο με 2 κόμβους.

# Δεσμεύσεις

- Οι στηρίξεις μετατρέπονται στη γενικευμένη εκδοχή που είναι οι δεσμεύσεις (δημιουργούνται εξισώσεις).
- Δημιουργούνται οι δεσμεύσεις βαθμών ελευθερίας στερεού σώματος.
  - Αν υπάρχουν στροφικοί βαθμοί ελευθερίας μαζί με μετακινησιακούς, οι στροφές είναι ίσες αλλά μετατρέπονται και σε μετακινήσεις αν οι κόμβοι στροφής – μετακίνησης δεν συμπίπτουν.
  - Μια εσωτερική ελευθέρωση, είναι δέσμευση, μεταξύ n κόμβων που συμπίπτουν, όλων των βαθμών ελευθερίας που δεν είναι ελευθερωμένοι.

# Δεσμεύσεις

- Αν έχουμε δέσμευση μεταξύ n βαθμών ελευθερίας με m εξισώσεις:
  - Έχουμε 2n αγνώστους που είναι οι βαθμοί ελευθερίας και οι αντιδράσεις λόγω της δέσμευσης.
  - Αν n=m τότε έχουμε παγίωση των βαθμών ελευθερίας, οπότε λύνουμε το σύστημα και οι άγνωστοι είναι μόνο οι n αντιδράσεις που προκύπτουν από το μητρώο στιβαρότητας του φορέα.
    - Στην περίπτωση αυτή, οι βαθμοί ελευθερίας σημαίνονται ως «δεσμευμένοι» στους αντίστοιχους κόμβους.
  - Αν m=0 τότε έχουμε n μηδενικές αντιδράσεις και n άγνωστους ελεύθερους βαθμούς ελευθερίας, που προκύπτουν από το μητρώο στιβαρότητας του φορέα (αυτό δεν είναι δέσμευση, απλά σχολιάζεται).
  - Αν n>m (επόμενη διαφάνεια)

# Δεσμεύσεις

- Αν έχουμε δέσμευση μεταξύ n βαθμών ελευθερίας με m εξισώσεις:
  - Αν n>m τότε:
    - Οι σχέσεις που συνδέουν τους βαθμούς ελευθερίας είναι ένας διανυσματικός υποχώρος Α του διανυσματικού χώρου $R^n$.
    - Υπολογίζουμε έναν οποιοδήποτε συμπληρωματικό διανυσματικό υποχώρο Β του υποχώρου Α.
    - Οι εξισώσεις του υποχώρου Β, συνδέουν τις αντιδράσεις εξαιτίας της δέσμευσης.
- Μετά την αναδιάταξη, ΘΑ τοποθετήσουμε τους όρους των εξισώσεων…
  - μετατοπίσεων και
  - αντιδράσεων επί τις αντίστοιχες γραμμές του μητρώου στιβαρότητας του φορέα...

...στο μητρώο στιβαρότητας του φορέα (σαν επιπλέον γραμμοστήλες).

# Αναδιάταξη

- Τα μέλη ήδη έχουν ενημερώσει τους κόμβους για το ποιοι βαθμοί ελευθερίας υπάρχουν.
- Οι δεσμεύσεις ήδη έχουν ενημερώσει τους κόμβους για το ποιοι βαθμοί ελευθερίας είναι δεσμευμένοι, καθώς και ότι υπάρχουν Λ εξισώσεις Lagrange.
- Απαριθμώντας ΟΛΟΥΣ τους βαθμούς ελευθερίας ΟΛΩΝ των κόμβων, δίνουμε έναν αύξοντα αριθμό 1, 2, 3, …, n για κάθε ελεύθερο και -1, -2, -3, …, m για κάθε δεσμευμένο κόμβο.
- Οι Α/Α i=1, 2, 3, … είναι δείκτες i στο μητρώο στιβαρότητας του φορέα.
- Οι Α/Α j=-1, -2, -3, … είναι δείκτες n+Λ-j στο μητρώο στιβαρότητας του φορέα.
- Κατόπιν μεταφέρουμε από κόμβους (επικόμβια φορτία, παγιωμένους βαθμούς ελευθερίας), μέλη (στοιχεία δυσκαμψίας) και δεσμεύσεις (σχέσεις πολλαπλασιαστών Lagrange) δεδομένα στη μητρωική εξίσωση, με βάση τους δείκτες που αναφέρθηκαν.

# Μητρώο Στιβαρότητας

$$\begin{vmatrix} P_1 \\ 0 \\ P_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_{11} & L_1^T & K_{12} \\ L_1 & 0 & L_2 \\ K_{12}^T & L_2^T & K_{22} \end{vmatrix} \text{x} \begin{vmatrix} \delta_1 \\ \lambda \\ \delta_2 \end{vmatrix}$$

$P_1$, $\delta_2$: γνωστά
$P_2$, $\delta_1$: άγνωστα
($L_1$ 0 $L_2$): Σχέσεις πολλαπλασιαστών Lagrange
λ: Πολλαπλασιαστές Lagrange

# Επίλυση

- Αν οι άγνωστοι βαθμοί ελευθερίας είναι μέχρι 50, επιλύεται με πυκνούς πίνακες, με τη μέθοδο K / P.
- Αν δεν υπάρχουν εξισώσεις Lagrange τότε K=grad(grad(E)) και επειδή έχουμε ελαχιστοποίηση ενέργειας εκεί που ισορροπεί ο φορέας, ο K είναι θετικά ορισμένος. Επιπλέον είναι συμμετρικός λόγω δράσης αντίδρασης, οπότε χρησιμοποιούμε την επαναλυπτική μέθοδο Conjugate Gradient.
- Αν υπάρχουν εξισώσεις Lagrange τότε ο πίνακας K είναι απλά συμμετρικός, οπότε δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος Conjugate Gradient και χρησιμοποιείται η Conjugate Residual.

# Μετά-επεξεργασία

- Με τους αναφερθέντες δείκτες λαμβάνουμε τις επικόμβιες μετατοπίσεις και τις αντιδράσεις των δεσμεύσεων (και στηρίξεων).
- Από τις επικόμβιες μετακινήσεις και τα κατανεμημένα φορτία υπολογίζουμε τις συναρτήσεις των μελών. Υπολογίζονται αναλυτικά προκειμένου να έχουμε ακρίβεια. Με πεπερασμένα στοιχεία δε θα είχαμε ακρίβεια, ειδικά με δοκούς 2 κόμβων (και τραπεζοειδώς κατανεμημένα φορτία).
- Για ράβδους υπολογίζονται Δx, N, $\sigma_x$, $\sigma_{VonMises}$
- Για στροφικά ελατήρια υπολογίζονται M, Δθ
- Για γραμμικά ελατήρια υπολογίζονται N, Δx
- Για δοκούς:
  - Υπολογίζονται: N, $V_y$, $V_z$, $M_t$, $M_y$, $M_z$
  - Δεν υπολογίζονται, επειδή δεν προλάβαμε και επειδή οι αναλυτικοί τύποι ήταν 2 με 4 σελίδες, ο καθένας: $u_x$, $u_y$, $u_z$, $\theta_x$, $\theta_y$, $\theta_z$, $M_w$, $\sigma_{xx,max}$, $\sigma_{xy,max}$, $\sigma_{xz,max}$, $\sigma_{yy,max}$, $\sigma_{yz,max}$, $\sigma_{zz,max}$, $\sigma_{VonMises}$

# Εξαγωγή

- Η εξαγωγή των αποτελεσμάτων πραγματοποιείται σε διαμορφωμένο αρχείο HTML. Το όνομα αρχείου το επιλέγει ο χρήστης με διάλογο.
- Εξάγονται:
  - Οι επικόμβιες μετακινήσεις, φορτία και αντιδράσεις
  - Οι συναρτήσεις των μελών που αναφέρθηκαν στην μετα-επεξεργασία.
    - Για δοκούς, αυθαίρετα επιλέχθηκε να διακριτοποιούνται σε 50 τμήματα (51 δειγματοληψίες)
    - Για τα υπόλοιπα στοιχεία, δε χρειάζεται διακριτοποίηση (μια δειγματοληψία)

# Σφάλματα

- Το πρόγραμμα κάνει όλους τους  απαιτούμενους ελέγχους ορθότητας των δεδομένων (ποτέ κανείς δεν είναι σίγουρος για το όλους).
- Συνολικά εκτοξεύει 89 διαφορετικούς τύπους σφαλμάτων και 12 διαφορετικούς τύπους προειδοποιήσεων (ενδεχόμενα σφάλματα – π.χ. απουσία δυστρεψίας σε μια δοκό δεν είναι σφάλμα όταν έχουμε μορφώσει δι-διάστατο φορέα).
- Τα σφάλματα εμφανίζονται με διάλογο και η εκτέλεση τερματίζει ενώ οι προειδοποιήσεις απλά καταγράφονται στο τερματικό.