ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ

Ακαδ. Έτος: 2019-2020

Μάθημα: Μέθοδοι Επίλυσης με Η/Υ

Δευτέρα, 28/10/2019
Παράδοση: Φεβ. 2020

Διδάσκοντες: Ν.Δ. Λαγαρός (Επικ. Καθηγητής), Αθ. Στάμος (ΕΔΙΠ), Χ. Φραγκουδάκης (ΕΔΙΠ) Αμβ. Σαββίδης (ΥΔ)

Προτεινόμενα Θέματα Εξαμήνου

Τα προγράμματα σε Matlab που θα συνταχθούν πρέπει να δέχονται οποιαδήποτε δεδομένα εισόδου, και μεταβλητό πλήθος δεδομένων (όχι μόνο τα δεδομένα που δίνονται ως παράδειγμα). Θα δοκιμάσετε το πρόγραμμά σας με όλα τα παραδείγματα που θα βρείτε στις διευκρινήσεις της παρούσας ιστοσελίδας.

Τυπικά η δομή κάθε προγράμματος θα είναι:

α. ανάγνωση δεδομένων από αρχείο κειμένου (τυπικά <πρόθεμα>.dat)

β. Υπολογισμοί

γ. Εγγραφή αποτελεσμάτων σε αρχείο κειμένου (τυπικά <πρόθεμα>.res)

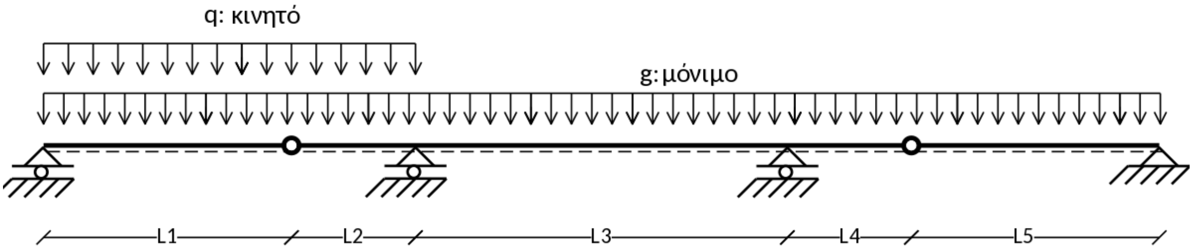
Το πρόθεμα δίνεται από το πληκτρολόγιο από το χρήστη ή καλύτερα με GUI.
Επίσης:

1. Το πρόγραμμα πρέπει να υλοποιηθεί με πολλές διαφορετικές συναρτήσεις για κάθε λογική ενότητα. Το κύριο πρόγραμμα (script) θα έχει επιτελικό χαρακτήρα, δηλαδή θα καλεί μία ή περισσότερες συναρτήσεις (όχι πολλές) που θα κάνουν τους υπολογισμούς.
2. Κατά την έναρξη του προγράμματος θα τυπώνεται μία σειρά που εξηγεί τι κάνει το πρόγραμμα και επίσης τα ονόματα της ομάδας που συνέταξε το πρόγραμμα.
3. Όπου είναι δυνατόν θα προτιμούνται διανύσματα ή μητρώα από βαθμωτές μεταβλητές και θα γίνονται υπολογισμοί με μητρωικές πράξεις αντί για βρόχους.
4. Θα γίνεται πλήρης έλεγχος των δεδομένων (πχ αν μία γωνία είναι μεγαλύτερη από 400 βαθμούς).
5. Κατά την ανάγνωση των αρχείων δεδομένων, αν κάτι δεν πάει καλά (πχ εκεί που αναμένεται ένας πραγματικός αριθμός υπάρχει κείμενο), το πρόγραμμα θα τυπώνει στην οθόνη τι λάθος έχει γίνει, σε ποιο αρχείο και σε ποια γραμμή του αρχείου.
6. Στα αρχεία δεδομένων θα υπάρχει επεξήγηση για το τι είναι ο κάθε αριθμός. Εναλλακτικά μπορεί να υπάρχει εγχειρίδιο οδηγιών για το τι γράφεται και σε ποια θέση.
7. Στα αρχεία αποτελεσμάτων θα πρέπει να υπάρχει επικεφαλίδα για κάθε ενότητα αποτελεσμάτων.

1. Στατικά 1ο: Συνεχής δοκός τριών ανοιγμάτων – αυτόματη επαλληλία φορτίσεων

Ζητείται:

Α. Να συνταχθεί συνάρτηση που να υπολογίζει για τη συνεχή δοκό των τριών ανοιγμάτων, του Σχήματος 1, τις ακρότατες τιμές όλων των εντατικών μεγεθών για μεταβλητή κατά άνοιγμα φόρτιση.



Σχήμα 1. Συνεχής δοκός τριών ανοιγμάτων.

Το κινητό φορτίο μπορεί να εφαρμόζεται ή να μην εφαρμόζεται στο κάθε άνοιγμα (ανεξάρτητα από τα άλλα ανοίγματα), δίνοντας 8 δυνατούς συνδυασμούς. Η συνάρτηση με δεδομένα τα μήκη ανοιγμάτων L_1, L_2, L_3, L_4, και L_5 και τα φορτία g και q να υπολογίζει και να επιστρέφει:

1. Τη μέγιστη θετική (ή μηδέν αν δεν υπάρχει) και τη μέγιστη αρνητική (ή μηδέν αν δεν υπάρχει) τιμή της κάθε αντίδρασης.
2. Τη μέγιστη θετική (ή μηδέν αν δεν υπάρχει) και τη μέγιστη αρνητική (ή μηδέν αν δεν υπάρχει) τιμή της καμπτικής ροπής στις στηρίξεις.
3. Την τιμή (θετική ή αρνητική) της ακρότατης καμπτικής ροπής σε κάθε άνοιγμα (η μηδέν αν η ροπή στο άνοιγμα δεν έχει ακρότατο). Ανοίγματα είναι τα L_1+L_2, L_3 και L_4+L_5.
4. Τη μέγιστη κατά απόλυτη τιμή της τέμνουσας δύναμης σε κάθε στήριξη.
5. Τις περιβάλλουσες της καμπτικής ροπής και τέμνουσας δύναμης σε όλο το μήκος της δοκού, υπολογίζοντας τις ροπές και τις τέμνουσες ανά ένα μικρό βήμα (π.χ. 0.05m ή L/100).

Β. Να συνταχθεί το πρόγραμμα το οποίο να:

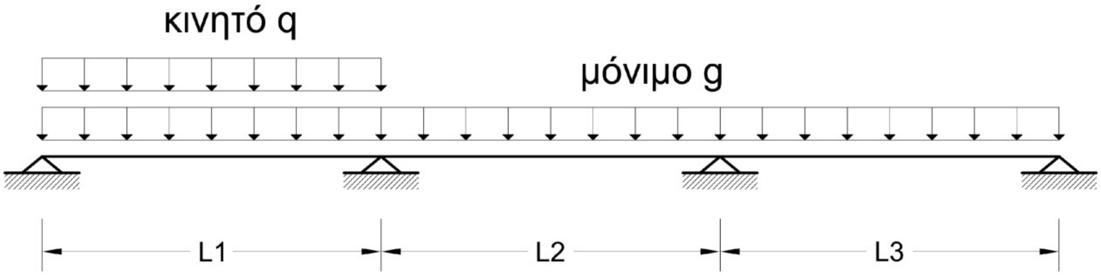
6. Διαβάζει τα Li, g, q από αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.dat
7. Γράφει σε αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.res τα ερωτήματα 1-5, στοιχισμένα με επεξηγήσεις.
8. Κάνει ένα γράφημα με τις περιβάλλουσες της καμπτικής ροπής και τέμνουσας δύναμης σε όλο το μήκος της δοκού, με τίτλο, ετικέτες και λεζάντες.
9. Να αποθηκεύει το γράφημα με τις περιβάλλουσες στο αρχείο με ονομασία <πρόθεμα>.jpg

Ο υπολογισμός αντιδράσεων θα γίνει με επίλυση συστήματος εξισώσεων (5x5). Η στατική ανάλυση θα γίνει με 3 διαφορετικά φορτία w_1, w_2, w_3 στα 3 ανοίγματα, ή εναλλακτικά θα γίνουν 3 στατικές αναλύσεις με φορτίο w στο αριστερό, μεσαίο η δεξί άνοιγμα. Ο υπολογισμός των διαγραμμάτων Q, M θα γίνει για ένα άνοιγμα και η σχετική συνάρτηση θα κληθεί για τα 3 ανοίγματα.

2. Στατικά 2ο: Υπερστατική δοκός

Ζητείται:

Α. Να συνταχθεί συνάρτηση που να υπολογίζει για την υπερστατική δοκό των τριών ανοιγμάτων του παρακάτω Σχήματος 2, τα εντατικά μεγέθη για μεταβλητή κατά άνοιγμα φόρτιση.

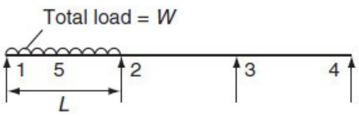
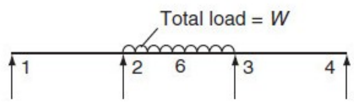


Σχήμα 2. Υπερστατική δοκός δοκός τριών ανοιγμάτων.

Η συνάρτηση με δεδομένα το μήκος ανοιγμάτων L1=L2=L3=L, τα φορτία g και q και τη δυσκαμψία EI να υπολογίζει και να επιστρέφει τις α) ροπές κάμψης (M), β) τις τέμνουσες δυνάμεις (Q), γ) την ελαστική γραμμή, ανά ένα μικρό βήμα (πχ 0.05m ή L/100) για τις παρακάτω περιπτώσεις:

1. Το g σε όλα τα ανοίγματα και το κινητό φορτίο q στο αριστερό άνοιγμα
2. Το g σε όλα τα ανοίγματα και το κινητό φορτίο q στο μεσαίο άνοιγμα
3. Το g σε όλα τα ανοίγματα και το κινητό φορτίο q στο δεξί άνοιγμα
4. Τα μέγιστα θετικά ή μηδέν και τα μέγιστα αρνητικά ή μηδέν (περιβάλλουσες) για τις 3 παραπάνω περιπτώσεις.

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι αντιδράσεις στις στηρίξεις, και ενδεικτικά μερικές καμπτικές ροπές.

Φόρτιση	Καμ.ροπή	Καμ.ροπή	R_1	R_2	R_3	R_4
	$0.094\ WL^2$ Σημείο 5	$-0.067\ WL^2$ Σημείο 2	0.433 WL	0.650 WL	-0.100 WL	0.017 WL
	$0.075\ WL^2$ Σημείο 6	$-0.050\ WL^2$ Σημεία 2, 3	-0.050 WL	0.550 WL	0.550 WL	-0.050 WL

Β. Να συνταχθεί το πρόγραμμα το οποίο να:

5. Διαβάζει τα L, g, q από αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.dat
6. Γράφει σε αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.res τα ερωτήματα 1-4, στοιχισμένα με επεξηγήσεις.
7. Κάνει γράφημα της καμπτικής ροπής, τέμνουσας δύναμης, ελαστικής γραμμής σε όλο το μήκος της δοκού, με τίτλο, ετικέτες και λεζάντες, για την κάθε περίπτωση.
8. Να αποθηκεύει γραφήματα στα αρχεία με ονομασία <πρόθεμα>_<i>.jpg όπου <i> είναι ο αριθμός της περίπτωσης.

Ο υπολογισμός αντιδράσεων θα γίνει με φορτίο w στο αριστερό, μεσαίο η δεξί άνοιγμα, και στη συνέχεια με επαλληλία αυτών όπου χρειάζεται. Ο υπολογισμός των διαγραμμάτων Q, M θα γίνει για ένα άνοιγμα και η σχετική συνάρτηση θα κληθεί για τα 3 ανοίγματα.

Η ελαστική γραμμή θα υπολογιστεί με (διπλή) αριθμητική ολοκλήρωση της καμπτικής ροπής:

$$EIy'(x)=\int_{u=0}^{u=x} M(u)du+c_1=g(x)+c_1 \quad , \quad g(x)=\int_{u=0}^{u=x} M(u)du$$

$$EIy(x)=\int_{u=0}^{u=x} g(u)du+c_1 x+c_2$$

όπου

$EIy(0)=0 \;\Rightarrow\; c_2=0$ και

$EIy(L)=0 \;\Rightarrow\; \int_{u=0}^{u=L} g(u)du + c_1 L = 0 \;\Rightarrow\; c_1 = -\frac{1}{L}\int_{u=0}^{u=L} g(u)du$

3. Στατικά 3ο: Πλαίσιο – Βελτιστοποίηση

Ζητείται να συνταχθεί πρόγραμμα το οποίο με δεδομένα τα μήκη ανοιγμάτων L_1, L_2, L_3, L_4, H_1, H_2, τα φορτία g_1, g_2, την επιτρεπόμενη τάση $σ_{επ}$, το μέτρο ελαστικότητας E και την επιτρεπόμενη μετατόπιση $δ_{επ}$ του υλικού, και υπό την προϋπόθεση ότι οι τάσεις που αναπτύσσονται δεν ξεπερνούν την επιτρεπόμενη τάση του υλικού $σ_{επ}$, να υπολογίζει για το πλαίσιο του Σχήματος 3:

1. Τις διαστάσεις των διατομών $b_Σ$, $b_Δ$, $h_Δ$ που δίνουν τον ελάχιστο όγκο (και συνεπώς ελάχιστο κόστος) του πλαισίου
2. Τις διαστάσεις των διατομών $b_Σ$, $b_Δ$, $h_Δ$ που δίνουν τον ελάχιστο όγκο (και συνεπώς ελάχιστο κόστος) του πλαισίου με τη δέσμευση ότι η κατακόρυφη μετατόπιση στον κόμβο 4 είναι μικρότερη από την επιτρεπόμενη $δ_{επ}$.
3. Τα διαγράμματα M, Q, N του υποστυλώματος 1-3, υποστυλώματος 7-5 και τη δοκού 2-6 για τα ερωτήματα 1 και 2.

Ο υπολογισμός να γίνει με όλες τις δυνατές περιπτώσεις διατομών που προκύπτουν θεωρώντας ότι οι διαστάσεις $b_Σ$, $b_Δ$, $h_Δ$ κυμαίνονται από 1cm έως 50cm ανά 1cm, με τη δέσμευση ότι $h_Δ/4 \le b_Δ \le 4h_Δ$

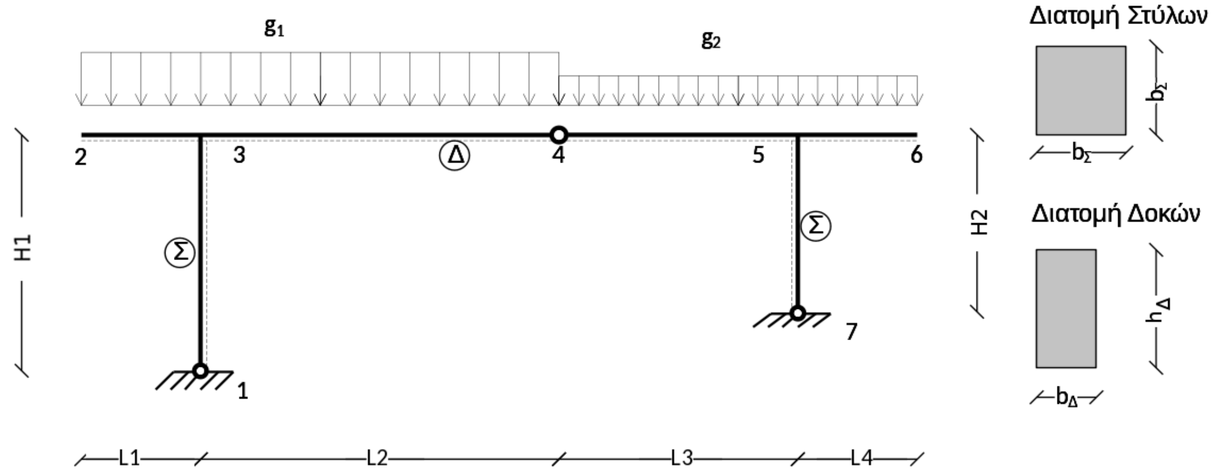
Στα φορτία g_1 και g_2 πρέπει να προστίθενται τα εκάστοτε ίδια βάρη των δοκών δηλαδή η ποσότητα $b_Δ \cdot h_Δ \cdot γ$ όπου γ είναι το ειδικό βάρος του υλικού. Λόγω της υψηλής αντοχής των υποστυλωμάτων σε θλίψη, τα ίδια βάρη των υποστυλωμάτων μπορούν να αγνοηθούν. Για διευκόλυνση του υπολογισμού μετατόπισης η δοκός 2-6 μπορεί να θεωρηθεί ως συνεχής δοκός με αρθρώσεις στα σημεία 3 και 5.

Το πρόγραμμα να:

4. Διαβάζει τα δεδομένα από αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.dat

5. Γράφει σε αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.res τα ερωτήματα 1-2, στοιχισμένα με επεξηγήσεις.

6. Αποθηκεύει τα γραφήματα των 2 υποστυλωμάτων και της δοκού στα αρχεία με ονομασία <πρόθεμα>1.jpg, <πρόθεμα>2.jpg, <πρόθεμα>3.jpg αντίστοιχα για το ερώτημα 1, και στα αρχεία <πρόθεμα>4.jpg, <πρόθεμα>5.jpg, <πρόθεμα>6.jpg αντίστοιχα για το ερώτημα 2.



Σχήμα 3. Πλαίσιο

Ο υπολογισμός των αντιδράσεων θα γίνει με επίλυση συστήματος εξισώσεων 4x4. Ο υπολογισμός των διαγραμμάτων Q, M θα γίνει για ένα άνοιγμα και η σχετική συνάρτηση θα κληθεί για τα 3 ανοίγματα. Η ελαστική γραμμή μπορεί να υπολογιστεί με (διπλή) αριθμητική ολοκλήρωση της καμπτικής ροπής:

$$EIy'(x)=\int_{u=0}^{u=x} M(u)du+c_1=g(x)+c_1 \quad , \quad g(x)=\int_{u=0}^{u=x} M(u)du$$

$$EIy(x)=\int_{u=0}^{u=x} g(u)du+c_1x+c_2$$

όπου

$$EIy(L_1)=0 \;\Rightarrow\; \int_{u=0}^{u=L_1} g(u)du+c_1L_1+c_2=0 \quad \text{και}$$

$$EIy(L_1+L_2+L_3)=0 \;\Rightarrow\; \int_{u=0}^{u=L_1+L_2+L_3} g(u)\,du + c_1(L_1+L_2+L_3)+c_2=0$$

Τα c_1 , c_2 προσδιορίζονται με επίλυση συστήματος 2x2 και η μετατόπιση στο σημείο 4:

$$\delta_4 = EIy(L_1+L_2)=0 \;\Rightarrow\; \int_{u=0}^{u=L_1+L_2} g(u)\,du + c_1(L_1+L_2)+c_2=0$$

Δοκιμάστε το πρόγραμμά σας με L_1=2m, L_2=6m, L_3=4m, L_4=2m, H_1=4m, H_2=3m, τα φορτία g_1=20kN/m, g_2=10kN/m, $\sigma_{\varepsilon\pi}$=420MPa, E=210GPa, γ=78.6 kN/m^3, $\delta_{\varepsilon\pi}$=5mm.

4. Στατικά 4ο: Δικτύωμα – Βελτιστοποίηση

Ζητείται να συνταχθεί πρόγραμμα το οποίο, υπό την προϋπόθεση ότι οι τάσεις που αναπτύσσονται δεν ξεπερνούν την επιτρεπόμενη τάση του υλικού $\sigma_{επ}$, να υπολογίζει για το μικτό φορέα του Σχήματος 4:

1. Τις διαστάσεις των διατομών R_i, $b_Δ$, $h_Δ$ που δίνουν το ελάχιστο κόστος του φορέα.
2. Τις διαστάσεις των διατομών R_i, $b_Δ$, $h_Δ$ που δίνουν το ελάχιστο κόστος του φορέα με τη δέσμευση ότι η κατακόρυφη μετατόπιση στον κόμβο Γ είναι μικρότερη από την επιτρεπόμενη $\delta_{επ}$=50mm.
3. Τα διαγράμματα M, Q, N της δοκού για τα ερωτήματα 1 και 2.
4. Το σχήμα του φορέα όπου η κάθε ράβδος i θα έχει χρώμα ανάλογα με τη διάμετρο της διατομής της (χρωματικός κώδικας) για τα ερωτήματα 1 και 2.

Στα ομοιόμορφα φορτία (g_1 και g_2) πρέπει να προστίθενται τα εκάστοτε ίδια βάρη των δοκών δηλαδή η ποσότητα $b_Δ \cdot h_Δ \cdot \gamma_{co}$ όπου γ_{co} είναι το ειδικό βάρος του σκυροδέματος. Επίσης το εκάστοτε βάρος κάθε κατακόρυφης ράβδου $(\pi \cdot R_j^2/4) \cdot L_j \cdot \gamma_{st}$ (όπου γ_{st} το ειδικό βάρος του χάλυβα), θεωρείται ότι εφαρμόζεται στον κάτω κόμβο της ράβδου, ενώ το εκάστοτε βάρος της κάθε κεκλιμένης ράβδου θεωρείται ότι ισομοιράζεται στους δύο κόμβους της ράβδου.

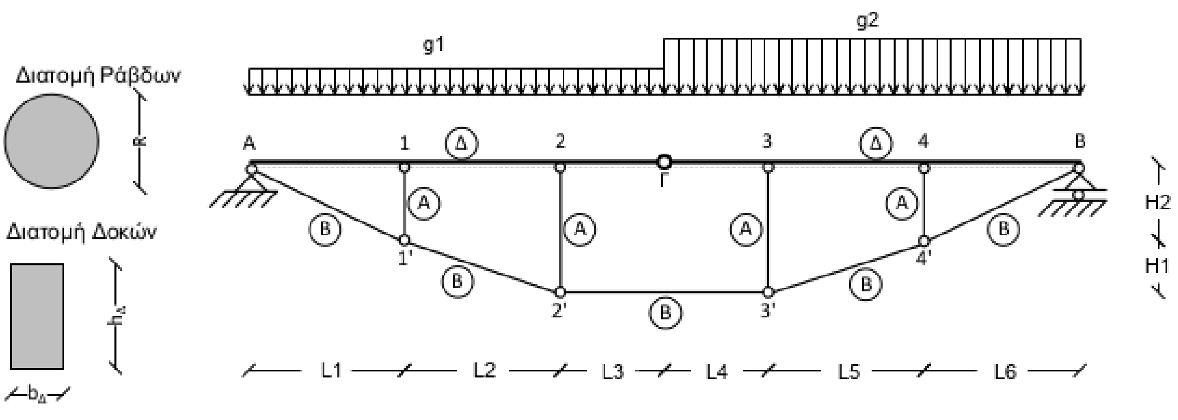
Οι διαστάσεις $b_Δ$, $h_Δ$ κυμαίνονται από 30cm έως 300cm (ανά 5cm), με τη δέσμευση ότι $h_Δ/4 \le b_Δ \le 4h_Δ$. Κάθε ράβδος i έχει διαφορετική διάμετρο διατομής R_i που κυμαίνεται από 1cm έως 50cm (ανά 1cm). Να γίνουν 100000 επιλύσεις όπου σε κάθε επίλυση οι διαστάσεις των διατομών θα παίρνουν τυχαίες τιμές (πολλαπλάσια του 5 και του 1 αντίστοιχα) μεταξύ των ανωτέρω ορίων (μέθοδος Monte Carlo).

Το πρόγραμμα να:

5. Διαβάζει τα δεδομένα από αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.dat

6. Γράφει σε αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.res τα ερωτήματα 1-2, στοιχισμένα με επεξηγήσεις.

7. Αποθηκεύει το γράφημα της δοκού στα αρχεία με ονομασία <πρόθεμα>1.jpg, <πρόθεμα>2.jpg, αντίστοιχα για το ερώτημα 3, και στο αρχείο με ονομασία <πρόθεμα>3.jpg για το ερώτημα 4.



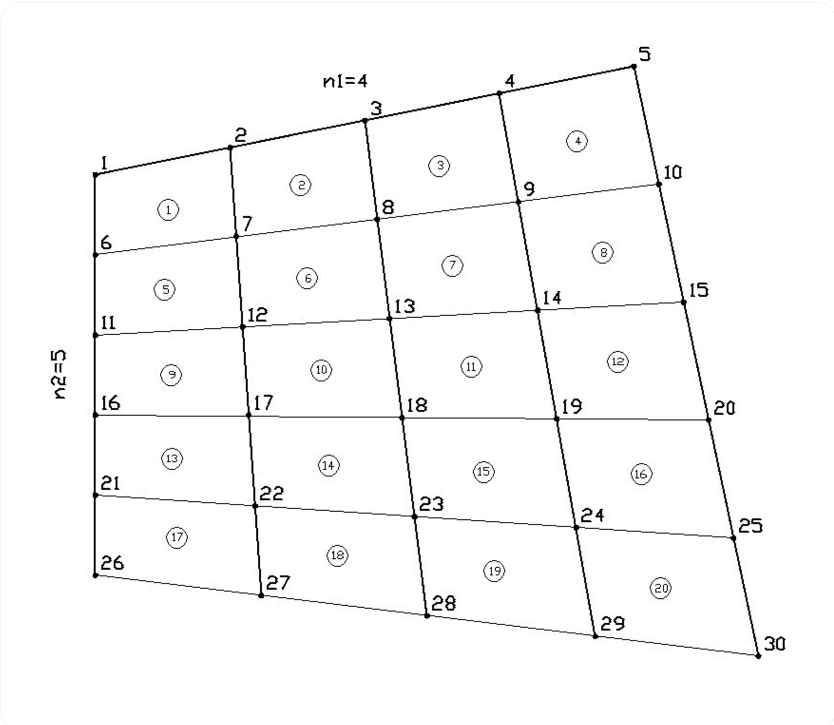
Σχήμα 4. Μικτός φορέας

Ο υπολογισμός των αντιδράσεων θα γίνει με επίλυση συστήματος εξισώσεων 2x2. Ο υπολογισμός των διαγραμμάτων Q, M θα γίνει για ένα άνοιγμα και η σχετική συνάρτηση θα κληθεί για τα 6 ανοίγματα. Η ελαστική γραμμή μπορεί να υπολογιστεί με (διπλή) αριθμητική ολοκλήρωση της καμπτικής ροπής, όπως περιγράφεται στο θέμα 3.

Δοκιμάστε το πρόγραμμά σας με φορτία g_1=20kN/m, g_2=40kN/m, μέτρα ελαστικότητας E_{co}=28GPa, E_{st}=210GPa, ειδικά βάρη γ_{co}=25 kN/m^3, γ_{st}=78.6 kN/m^3, επιτρεπόμενες τάσεις $\sigma_{co,επ}$=20MPa, $\sigma_{st,επ}$=355MPa, κόστη $Δ_{co}$=100€/m^3, $Δ_{st}$=8000€/m^3, επιτρεπόμενη μετατόπιση $\delta_{επ}$=50mm, μήκη ανοιγμάτων L_1=4m, L_2=4m, L_3=2m, L_4=2m, L_5=4m, L_6=4m, και ύψη H_1=1m, H_2=3m.

5. Πεπερασμένα 1ο: Διαχωρισμός τυχαίου τετραπλεύρου σε πεπερασμένα στοιχεία στο επίπεδο

Ζητείται να συνταχθεί πρόγραμμα το οποίο με δεδομένες τις κορυφές ενός τετραπλεύρου και τον αριθμό των διαστημάτων διαχωρισμού ανά δύο πλευρές, να χωρίζει το χωρίο σε αντίστοιχα τετραπλευρικά ή τριγωνικά πεπερασμένα στοιχεία.



Σχήμα 5. Κάναβος τετραπλευρικών πεπερασμένων στοιχείων: Οι κόμβοι 1, 5, 30, 26 αποτελούν τις 4 κορυφές του αρχικού τετραπλεύρου. Η αρίθμηση του σχήματος αναφέρεται σε κόμβους και πεπερασμένα στοιχεία.

Παραμετρικά Δεδομένα: (a) Οι συντεταγμένες x, y των 4 κορυφών του τετραπλεύρου, οι οποίες θα δίνονται με ωρολογιακή φορά, (b) Οι αριθμοί n_1 και n_2 διαστημάτων διαχωρισμού (ανά δύο πλευρές). Το n_1 αναφέρεται στα διαστήματα των πλευρών 1-2 και 3-4, ενώ το n_2 αναφέρεται στα διαστήματα των πλευρών 2-3 και 4-1 του αρχικού τετραπλεύρου, (c) Το είδος των πεπερασμένων στοιχείων: Τετραπλευρικά ή τριγωνικά.

Ζητούμενα: Να βρεθούν η αρίθμηση και οι συντεταγμένες των κορυφών όλων των κόμβων του κανάβου. Να βρεθεί η αρίθμηση και η συνδεσμολογία των στοιχείων (ποιοι είναι οι κόμβοι που απαρτίζουν κάθε τετραπλευρικό ή τριγωνικό στοιχείο). Να βρεθούν οι συντεταγμένες του κεντροειδούς του κάθε στοιχείου και το εμβαδόν του. Να αποθηκευτούν τα αποτελέσματα αυτά σε αρχείο. Να σχεδιαστεί ο κάναβος των τετραπλευρικών ή τριγωνικών πεπερασμένων στοιχείων στο επίπεδο.

Το πρόγραμμα να:

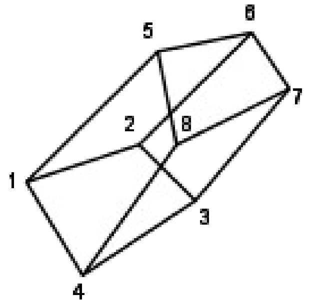
1. Διαβάζει τα δεδομένα από αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.dat
2. Γράφει σε αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.res τα ζητούμενα, στοιχισμένα με επεξηγήσεις.
3. Αποθηκεύει το γράφημα με τον κάναβο στο αρχείο με ονομασία <πρόθεμα>1.jpg.

6. Πεπερασμένα 2°: Διαχωρισμός εξαέδρου με 8 κορυφές στον χώρο, σε πεπερασμένα στοιχεία

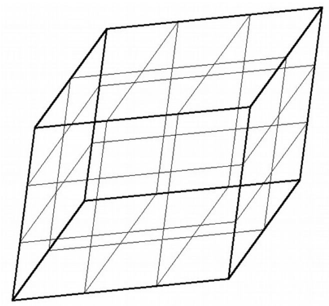
Ζητείται να συνταχθεί πρόγραμμα το οποίο με δεδομένες τις κορυφές ενός εξαέδρου στον χώρο και τον αριθμό των διαστημάτων διαχωρισμού ανά δύο απέναντι πλευρές, να χωρίζει το χωρίο σε αντίστοιχα εξαεδρικά οκτακομβικά πεπερασμένα στοιχεία.

Παραμετρικά Δεδομένα: (a) Οι συντεταγμένες x, y των 8 κορυφών του τετραπλεύρου, οι οποίες θα δίνονται όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.1, (b) Οι αριθμοί n_1, n_2 και n_3 των διαστημάτων διαχωρισμού. Το n_1 αναφέρεται στα διαστήματα των πλευρών 1-2, 5-6, 3-4 και 7-8, το n_2 αναφέρεται στα διαστήματα των πλευρών 2-3, 6-7, 1-4, 5-8 και το n_3 στα διαστήματα των πλευρών 1-5, 2-6, 3-7, 4-8 του αρχικού εξαέδρου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.2.

Ζητούμενα: Να βρεθούν η αρίθμηση και οι συντεταγμένες των κορυφών όλων των κόμβων του χωρικού κανάβου. Να βρεθεί η αρίθμηση και η συνδεσμολογία των στοιχείων (ποιοι είναι οι κόμβοι που απαρτίζουν κάθε εξαεδρικό στοιχείο). Να βρεθούν οι συντεταγμένες του κεντροειδούς του κάθε στοιχείου. Να αποθηκευτούν τα αποτελέσματα αυτά σε αρχείο. Να σχεδιαστεί ο κάναβος των εξαεδρικών πεπερασμένων στοιχείων στο χώρο.



Σχήμα 6.1. Τυχαίο εξάεδρο στον χώρο.



Σχήμα 6.2. Διαχωρισμός εξαέδρου σε πεπερασμένα στοιχεία, με $n_1=3$, $n_2=3$, $n_3=2$.

Το πρόγραμμα να:

1. Διαβάζει τα δεδομένα από αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.dat
2. Γράφει σε αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.res τα ζητούμενα, στοιχισμένα με επεξηγήσεις.
3. Αποθηκεύει το γράφημα με τον κάναβο στο αρχείο με ονομασία <πρόθεμα>1.jpg.

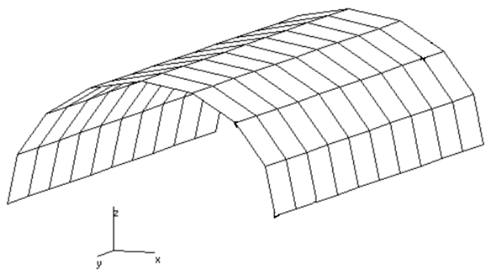
7. Πεπερασμένα 3ο: Διαχωρισμός κλειστού κυλίνδρου σε επίπεδα πεπερασμένα στοιχεία στον χώρο

Ζητείται να συνταχθεί πρόγραμμα το οποίο με δεδομένα το ύψος κόλουρου κυλίνδρου (ή κόλουρου κώνου) L, τις ακτίνες r_1 και r_2 των δύο κύκλων στα άκρα του, τον αριθμό διαστημάτων στις δύο περιμέτρους n_1 και τον αριθμό διαστημάτων n_2 κατά το μήκος L, να χωρίζει το χωρίο σε αντίστοιχα τετραπλευρικά ή τριγωνικά πεπερασμένα στοιχεία.

Παραμετρικά Δεδομένα: (a) Τα γεωμετρικά μεγέθη L, r_1, r_2, (b) Το πλήθος των διαστημάτων n_1 (στην περιφέρεια του κύκλου) και n_2 (στον άξονα y), (c) Το είδος των πεπερασμένων στοιχείων: Τετραπλευρικά ή τριγωνικά.

Ζητούμενα: Να βρεθούν η αρίθμηση και οι συντεταγμένες των κορυφών όλων των κόμβων του κανάβου στο χώρο. Να βρεθεί η αρίθμηση και η συνδεσμολογία των στοιχείων (ποιοι είναι οι κόμβοι που απαρτίζουν κάθε τετραπλευρικό ή τριγωνικό στοιχείο). Να βρεθούν οι συντεταγμένες του κεντροειδούς του κάθε στοιχείου και το εμβαδόν του. Να αποθηκευτούν τα αποτελέσματα αυτά σε αρχείο. Να σχεδιαστεί ο κάναβος των τετραπλευρικών ή τριγωνικών πεπερασμένων στοιχείων στο χώρο.

Οι βάσεις του κυλίνδρου είναι παράλληλες στο επίπεδο xz. Η αρχή των αξόνων είναι το κέντρο της πρώτης βάσης του κυλίνδρου (αυτή με ακτίνα r_1).



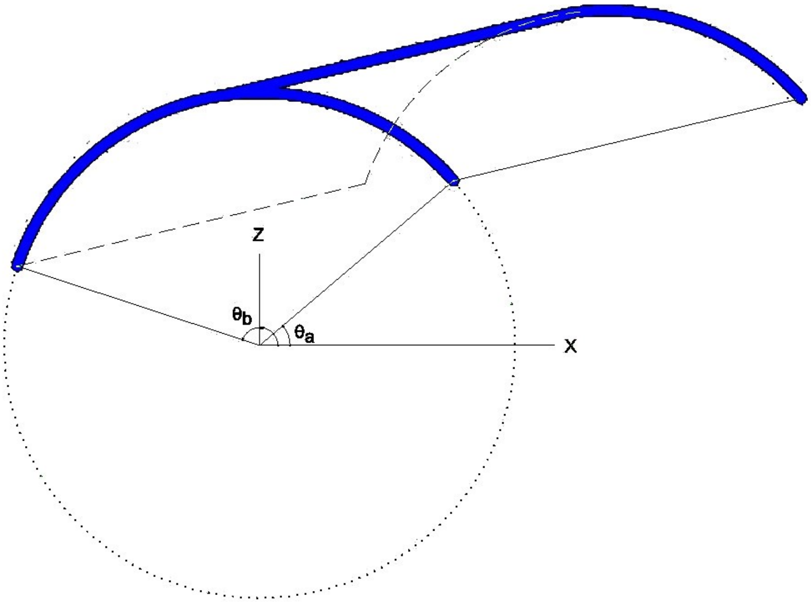
Σχήμα 7. Κύλινδρος (στο σχήμα φαίνεται ο μισός) με r_1=r_2, n_1=16, n_2=10.

Το πρόγραμμα να:

1. Διαβάζει τα δεδομένα από αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.dat
2. Γράφει σε αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.res τα ζητούμενα, στοιχισμένα με επεξηγήσεις.
3. Αποθηκεύει το γράφημα με τον κάναβο στο αρχείο με ονομασία <πρόθεμα>1.jpg.

8. Πεπερασμένα 4ο: Διαχωρισμός ανοιχτού κυλίνδρου σε επίπεδα πεπερασμένα στοιχεία στον χώρο

Ζητείται να συνταχθεί πρόγραμμα το οποίο με δεδομένα το ύψος κόλουρου κυλίνδρου (ή κόλουρου κώνου) L, τις ακτίνες r_1 και r_2 των δύο κύκλων στα άκρα του, τον αριθμό διαστημάτων στις δύο περιμέτρους n_1 και τον αριθμό διαστημάτων n_2 κατά το μήκος L, να χωρίζει το χωρίο σε αντίστοιχα τετραπλευρικά ή τριγωνικά πεπερασμένα στοιχεία. Σε αντίθεση με το προηγούμενο θέμα, δεν εξετάζεται όλος ο κύλινδρος, αλλά ένα ανοιχτό μέρος του όπως στο παρακάτω σχήμα (στέγαστρο).



Οι 2 βάσεις του ανοιχτού κυλίνδρου δεν είναι κύκλοι αλλά κυκλικά τόξα μεταξύ των γωνιών θ_a και θ_b όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι τέσσερις γωνίες θ_{1a}, θ_{1b} και θ_{2a}, θ_{2b} (δύο στο μπροστά και δύο στο πίσω μέρος) είναι παράμετροι του στεγάστρου. Το στέγαστρο δεν είναι απαραίτητα ημικυκλικό όπως άλλωστε φαίνεται στο σχήμα, καθώς το στέγαστρο εξαρτάται από τις ακτίνες r_1 και r_2 και τις τέσσερις γωνίες που ορίζουν τα τέσσερα ακραία σημεία.

Παραμετρικά Δεδομένα: (a) Τα γεωμετρικά μεγέθη L, r_1, r_2, θ_{1a}, θ_{1b} και θ_{2a}, θ_{2b} (b) Το πλήθος των διαστημάτων n_1 (στην περιφέρεια του τόξου) και n_2 (στον άξονα y), (c) Το είδος των πεπερασμένων στοιχείων: Τετραπλευρικά ή τριγωνικά.

Ζητούμενα: Να βρεθούν η αρίθμηση και οι συντεταγμένες των κορυφών όλων των κόμβων του κανάβου στο χώρο. Να βρεθεί η αρίθμηση και η συνδεσμολογία των στοιχείων (ποιοι είναι οι κόμβοι που απαρτίζουν κάθε τετραπλευρικό ή τριγωνικό στοιχείο). Να βρεθούν οι συντεταγμένες του κεντροειδούς του κάθε στοιχείου και το εμβαδόν του. Να αποθηκευτούν τα αποτελέσματα αυτά σε αρχείο. Να σχεδιαστεί ο κάναβος των τετραπλευρικών ή τριγωνικών πεπερασμένων στοιχείων στο χώρο.

Οι βάσεις του κυλίνδρου είναι παράλληλες στο επίπεδο xz. Η αρχή των αξόνων είναι το κέντρο της πρώτης βάσης του κυλίνδρου (αυτή με ακτίνα r_1).

Το πρόγραμμα να:

1. Διαβάζει τα δεδομένα από αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.dat
2. Γράφει σε αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.res τα ζητούμενα, στοιχισμένα με επεξηγήσεις.
3. Αποθηκεύει το γράφημα με τον κάναβο στο αρχείο με ονομασία <πρόθεμα>1.jpg.

9. Οδοποιία 1ο: Οριζοντιογραφική χάραξη οδού

Ζητείται να συνταχθεί πρόγραμμα το οποίο με δεδομένα τα σημεία της πολυγωνικής και την ακτίνα R και την παράμετρο κλωθοειδούς A, να υπολογίζει τη χάραξη μίας οδού. Το πρόγραμμα θα εκτελεί όλους τους απαραίτητους υπολογισμούς, σύμφωνα με όσα έχετε διδαχτεί στο μάθημα της οδοποιίας και δίνονται παρακάτω για ευκολία, και θα σχεδιάζει σε 2D γράφημα την πολυγωνική και την τελική οδό, με διαφορετικά χρώματα. Το πρόγραμμα θα πρέπει να είναι πλήρως παραμετροποιημένο και να έχει σαφή δεδομένα και αποτελέσματα.

Γεωμετρικά στοιχεία οριζόντιας καμπύλης με κλωθοειδή

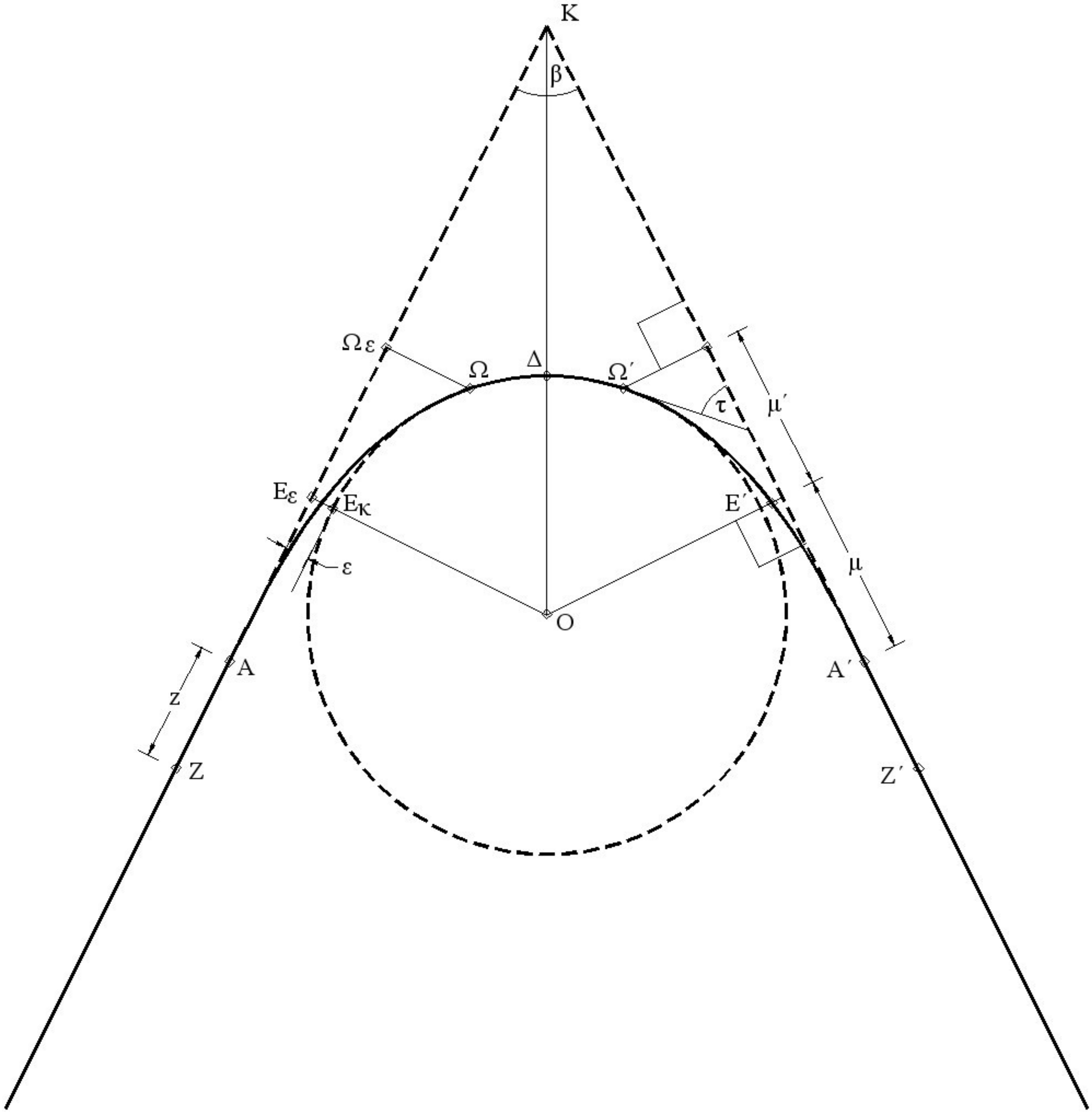
Δεδομένα: γωνία β, ακτίνα R, παράμετρος κλωθοειδούς A.

Όλες οι γωνίες πρέπει να είναι σε ακτίνια.

Μήκος κλωθοειδούς	$\vec{\delta}=\vec{t}_{21}+\vec{t}_{23}=-\vec{t}_{12}-\vec{t}_{32}$
Γωνία κλωθοειδούς	$\tau=\frac{L}{2R}\leq 0.5 \quad rad$
Προβολή Ω	$\mu'=(E_\varepsilon \Omega_\varepsilon)=R\sin\tau$
Προβολή κλωθοειδούς	$\vec{\delta}\cdot\vec{n}_{12}<0$
Κάθετη κλωθοειδούς	$\vec{\delta}\cdot\vec{n}_{32}<0$
Προβολή Ε	$\mu=(AE_\varepsilon)=X_\Omega-\mu'\simeq L-\mu'$
Εκτροπή	$\varepsilon=(E_\varepsilon E_\kappa)=Y_\Omega-R(1-cos\tau)\simeq\frac{L^2}{24R}$
Εφαπτομένη κύκλου	$\vec{n}_{12}=-\vec{n}_{12}$
Εφαπτομένη	$T=(KA)=(KE_\varepsilon)+\mu$
Διχοτόμος	$\delta=(K\Delta)=(KO)-R$
Απόσταση κέντρου κύκλου	$(KO)=\frac{R+\epsilon}{\sin\frac{\beta}{2}}$

Μήκος κυκλικού τόξου: $S=(\Omega\Omega')=(\pi-\beta)R-L$

Μήκος καμπύλης (ΑΕΩΔΩ΄Ε΄Α΄): $M=(AA')=(\pi-\beta)R+L$



Συντεταγμένες σημείου Ω:

$$\bar{X}_{\Omega}=(A\Omega_{\varepsilon})=L-\frac{L^5}{40A^4}+\frac{L^9}{3456A^8}-\dots$$

$$\bar{Y}_{\Omega}=(\Omega\Omega_{\varepsilon})=\frac{L^3}{6A^2}-\frac{L^7}{336A^6}+\frac{L^{11}}{42240A^{10}}-\dots$$

Η κλωθοειδής περνάει από τα σημεία Α, Ε, Ω και εφάπτεται στην ευθεία στο σημείο Α και στον κύκλο στο σημείο Ω. Το σημείο Ε είναι το περίπου το μέσο του ευθ. τμήματος $E_{\varepsilon}E_{\kappa}$.

Οι συντεταγμένες τυχαίου σημείου μεταξύ Α και Ω, σε απόσταση s (s≤L) από το Α δίνονται από:

$$\bar{X}=s-\frac{s^5}{40A^4}+\frac{s^9}{3456A^8}-\dots=s-\frac{s^5}{2^2\cdot 5\cdot 2!\cdot A^4}+\frac{s^9}{2^4\cdot 9\cdot 4!\cdot A^8}-\frac{s^{13}}{2^6\cdot 13\cdot 6!\cdot A^{12}}+\dots=$$

$$=s+\sum_{k=2,4,6,8,\dots}\left[\frac{(-1)^{\frac{k}{2}}\cdot s^{(2k+1)}}{2^k\cdot(2k+1)\cdot k!\cdot A^{2k}}\right]=$$

$$=s+\sum_{k=4,8,12,16,\dots}\left[\frac{(-1)^{\frac{k}{4}}\cdot s^{(k+1)}}{2^{k/2}\cdot(k+1)\cdot(k/2)!\cdot A^k}\right]$$

$$\bar{Y}=\frac{s^3}{6A^2}-\frac{s^7}{336A^6}+\frac{s^{11}}{42240A^{10}}-\dots=\frac{s^3}{2^1\cdot 3\cdot 1!\cdot A^2}+\frac{s^7}{2^3\cdot 7\cdot 3!\cdot A^6}+\frac{s^{11}}{2^5\cdot 11\cdot 5!\cdot A^{10}}-\dots=$$

$$=\sum_{k=1,3,5,7,\dots}\left[\frac{(-1)^{\frac{k-1}{2}}\cdot s^{(2k+1)}}{2^k\cdot(2k+1)\cdot k!\cdot A^{2k}}\right]=$$

$$=\sum_{k=2,6,10,14,\dots}\left[\frac{(-1)^{\frac{k-2}{4}}\cdot s^{(k+1)}}{2^{k/2}\cdot(k+1)\cdot(k/2)!\cdot A^k}\right]$$

Στην ειδική περίπτωση που s=L, οι συντεταγμένες ταυτίζονται με τις συντεταγμένες του σημείου Ω. Οι συντεταγμένες τυχαίου σημείου μεταξύ Ω και Δ, σε απόσταση s (L≤s≤M/2) από το A δίνονται από:

$$\bar{X}=\mu+R\sin\left(\tau+\frac{s-L}{R}\right)$$

$$\bar{Y}=\varepsilon+R-R\cos\left(\tau+\frac{s-L}{R}\right)$$

Όλες οι συντεταγμένες αναφέρονται σε τοπικό σύστημα με άξονα $\bar{X}$ τον αριστερό κλάδο ΑΚ (ή δεξί κλάδο Α'Κ), αρχή αξόνων το σημείο Α (ή Α') και άξονα $\bar{Y}$ κάθετο στον άξονα και με φορά προς το εσωτερικό της καμπύλης (της γωνίας ΑΚΑ').

Μετατροπή συντεταγμένων από τοπικό σύστημα σε γενικό

Η μετατροπή των συντεταγμένων από το τοπικό σύστημα στο σύστημα των συντεταγμένων των κορυφών γίνεται καλύτερα με διανυσματική γεωμετρία. Θεωρώντας τρεις διαδοχικές κορυφές της πολυγωνικής Κ1, Κ2, Κ3 όπου Κ2 είναι το σημείο Κ στο παραπάνω σχήμα, τα μοναδιαία διανύσματα στις πλευρές Κ1Κ2 και Κ3Κ2 είναι:

$$\vec{t}_{12}=\left[\frac{X_{K2}-X_{K1}}{\sqrt{(X_{K2}-X_{K1})^2+(Y_{K2}-Y_{K1})^2}},\frac{Y_{K2}-Y_{K1}}{\sqrt{(X_{K2}-X_{K1})^2+(Y_{K2}-Y_{K1})^2}}\right]$$

$$\vec{t}_{32}=\left[\frac{X_{K2}-X_{K3}}{\sqrt{(X_{K2}-X_{K3})^2+(Y_{K2}-Y_{K3})^2}},\frac{Y_{K2}-Y_{K3}}{\sqrt{(X_{K2}-X_{K3})^2+(Y_{K2}-Y_{K3})^2}}\right]$$

Τα αντίστοιχα μοναδιαία κάθετα διανύσματα στις πλευρές είναι:

$\vec{n}_{12}=[-t_{12}(2),t_{12}(1)]$, $\vec{n}_{32}=[-t_{32}(2),t_{32}(1)]$

Η φορά των κάθετων διανυσμάτων μπορεί να είναι προς το εσωτερικό της καμπύλης ή προς το εξωτερικό. Για να έχουν τη σωστή φορά (προς το εσωτερικό), υπολογίζεται διάνυσμα παράλληλο με τη διχοτόμο το οποίο έχει πάντα φορά προς το εσωτερικό της καμπύλης:

$$\vec{\delta}=\vec{t}_{21}+\vec{t}_{23}=-\vec{t}_{12}-\vec{t}_{32}$$

Έτσι αν το εσωτερικό γινόμενο ενός από τα κάθετα διανύσματα επί το διάνυσμα διχοτόμου είναι θετικό, τότε η φορά του είναι σωστή, αλλιώς πρέπει να γίνει αντίθετη:

Αν $\vec{\delta}\cdot\vec{n}_{12}<0$ τότε τίθεται $\vec{n}_{12}=-\vec{n}_{12}$

Αν $\vec{\delta}\cdot\vec{n}_{32}<0$ τότε τίθεται $\vec{n}_{32}=-\vec{n}_{32}$

Έχοντας τα μοναδιαία διανύσματα η μετατροπή τυχαίου σημείου με συντεταγμένες $\simeq L$ στο τοπικό σύστημα του αριστερού κλάδου της καμπύλης μετατρέπονται στο γενικό σύστημα ως εξής:

$$\vec{P}=\bar{X}\,\vec{t}_{12}+\bar{Y}\,\vec{n}_{12} \quad , \quad X=X_A+P(1) \quad , \quad Y=Y_A+P(2)$$

Για το δεξιό κλάδο:

$$\vec{P}=\bar{X}\,\vec{t}_{32}+\bar{Y}\,\vec{n}_{32} \quad , \quad X=X_{A'}+P(1) \quad , \quad Y=Y_{A'}+P(2)$$

Το πρόγραμμα να:
1. Διαβάζει τα δεδομένα από αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.kor
2. Γράφει σε αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.sad τις ονομασίες και συντεταγμένες των σημείων του άξονα δρόμους, ήτοι όλα τα σημεία Α, Ω, Δ, Ω΄, Α΄, το αρχικό και τελικό σημείο, και ενδιάμεσα σημεία ανά 20 m ή λιγότερο.
3. Αποθηκεύει το γράφημα με τον άξονα της οδού στο αρχείο με ονομασία <πρόθεμα>.jpg.

10. Γεωτεχνικά: Υπολογισμός ρύπων σε υδροφορέα

Σημαντικό μέρος των οργανικών ρύπων μπορεί να αποτελέσει το υπόστρωμα (ή με άλλα λόγια την τροφή) για την ανάπτυξη μικροοργανισμών στο υπέδαφος. Η πιο διαδεδομένη σχέση που περιγράφει το ρυθμό κατανάλωσης ενός ρύπου, r_s (M_sT^{-1}), από ένα είδος μικροοργανισμών είναι η εξίσωση Monod, η οποία είναι μια συνήθης διαφορική εξίσωση με τη μορφή:

$$r_S = \frac{dS}{dt} = \frac{-\mu_{max}}{Y} \frac{S}{K_S + S} X_a$$

όπου S (M_sL^{-3}) είναι η συγκέντρωση του ρύπου (ή υποστρώματος), X_a (M_xL^{-3}) είναι η συγκέντρωση των μικροοργανισμών, μ_{max} (T^{-1}) είναι ο μέγιστος ειδικός ρυθμός ανάπτυξης των μικροοργανισμών, K_s (M_sL^{-3}) είναι η σταθερά ημικορεσμού που είναι συνάρτηση του είδους του ρύπου και του μικροοργανισμού και Y ($M_xM_s^{-1}$) είναι ο συντελεστής μετατροπής του υποστρώματος σε βιομάζα. Επίσης $\mu_{max} X_a$ είναι η αύξηση του πληθυσμού των μικροοργανισμών, $\frac{\mu_{max}}{Y} X_a$ είναι η κατανάλωση του ρύπου από τους μικροοργανισμούς, και $\frac{S}{K_S + S}$ είναι αδιάστατος διορθωτικός συντελεστής που εκφράζει ότι η ταχύτητα κατανάλωσης (παράγωγος) μικραίνει όσο μικραίνει και η συγκέντρωση του ρύπου. Τέλος το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι ο ρύπος καταναλώνεται και συνεπώς μειώνεται.

Από την εξίσωση Monod προκύπτει πως ο ρυθμός κατανάλωσης ενός ρύπου από μια ομάδα μικροοργανισμών εξαρτάται από (α) τις συγκεντρώσεις του ρύπου S και των μικροοργανισμών X_a, και (β) τις παραμέτρους ανάπτυξης των μικροοργανισμών, δηλαδή τις παραμέτρους μ_{max}, K_s και Y. Η εξίσωση Monod αποτελεί ένα εργαλείο ποσοτικής περιγραφής της μείωσης της μάζας ενός ρύπου υπό την επίδραση βιολογικών διεργασιών. Συνεπώς, μια προοπτική χρήσης της εξίσωσης Monod σχετίζεται με τις βιολογικές μεθόδους αποκατάστασης του υπόγειου νερού.

Βιολογική αποκατάσταση ρυπασμένου υδροφορέα

Ας θεωρήσουμε ένα ρυπασμένο από βενζόλιο υδροφορέα με συγκέντρωση βενζολίου S_o. Επιθυμούμε την εξυγίανση του υδροφορέα και θέτουμε ως στόχο της αποκατάστασής του τη μέγιστη επιτρεπτή συγκέντρωση στο πόσιμο νερό, S_{MCL}. Στον υπό εξυγίανση χώρο διαπιστώνεται πως έχει αναπτυχθεί μια μικροβιακή κοινότητα ικανή να καταναλώσει το βενζόλιο. Η συγκέντρωση των μικροοργανισμών που καταναλώνουν το βενζόλιο εκτιμήθηκε ίση με X_a. Προϋπόθεση για περαιτέρω σημαντική ανάπτυξη της κοινότητας είναι η προσθήκη ανόργανων θρεπτικών ουσιών (π.χ. φώσφορος). Έτσι, ανακύπτουν δύο επιλογές αναφορικά με τη στρατηγική αποκατάστασης του υδροφορέα: (α) να μην επέμβουμε στο ρυπασμένο χώρο, παρακολουθώντας τη φυσική εξασθένηση του βενζολίου, και (β) να προσθέσουμε τα απαραίτητα ανόργανα θρεπτικά συστατικά στο υπέδαφος ενισχύοντας τη μικροβιακή κοινότητα και συνεπώς τη βιολογική απομάκρυνση του βενζολίου. Επιλύοντας την εξίσωση Monod θα μπορούσαν να απαντηθούν πρακτικά ερωτήματα:

1. Γνωρίζοντας τις παραμέτρους ανάπτυξης των μικροοργανισμών μ_{max}, K_s, Y (χωρίς έξωθεν προσθήκη θρεπτικών), την αρχική συγκέντρωση S_o του ρύπου και την αρχική συγκέντρωση των μικροοργανισμών X_a, σε πόσο χρόνο T_{na} θα μειωθεί η συγκέντρωση του ρύπου στην επιθυμητή συγκέντρωση S_{MCL} με τη μέθοδο της φυσικής εξασθένησης;

2. Γνωρίζοντας τις παραμέτρους ανάπτυξης των μικροοργανισμών μ_{max}, K_s, Y, την αρχική συγκέντρωση S_o του ρύπου και το χρόνο $T_b < T_{na}$ στον οποίο θέλουμε να πετύχουμε τη μείωση του ρύπου σε S_{MCL}, πόση πρέπει να είναι η αρχική συγκέντρωση των μικροοργανισμών $X_{a,n} > X_a$ (η αρχική συγκέντρωση των μικροοργανισμών μπορεί να αυξηθεί με έξωθεν προσθήκη θρεπτικών);

Πρόγραμμα matlab

Να συντάξετε πρόγραμμα σε Matlab το οποίο να επιλύει τα ερωτήματα 1 και 2 χρησιμοποιώντας:

α) την αναλυτική λύση της διαφορικής εξίσωσης (συμβολική επίλυση διαφορικών εξισώσεων)

β) την αριθμητική επίλυση διαφορικών εξισώσεων του Matlab

γ) την αριθμητική μέθοδο επίλυσης διαφορικών εξισώσεων Runge-Kutta την οποία θα υλοποιήσετε σε Matlab (http://en.wikipedia.org/wiki/Runge-Kutta_methods).

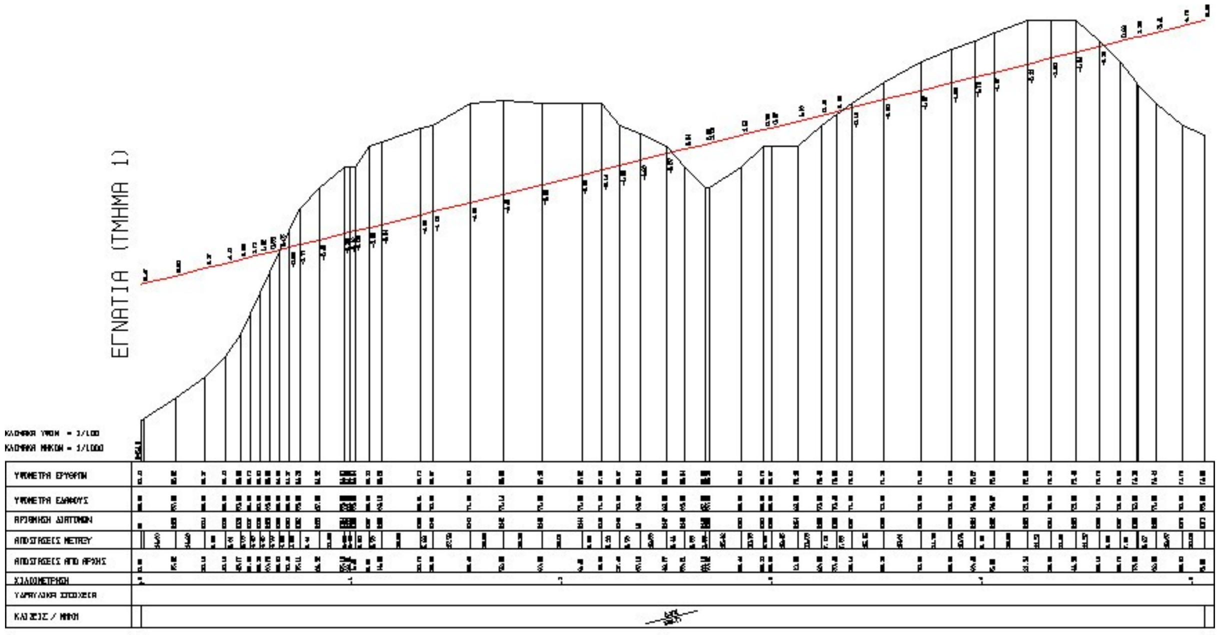
Και οι τρεις μέθοδοι πρέπει να δίνουν τα ίδια αποτελέσματα.

Το πρόγραμμα να:
1. Διαβάζει τα δεδομένα από αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.dat
2. Γράφει σε αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.res τα ερωτήματα 1 και 2 και για τους 3 τρόπους επίλυσης.

Δοκιμάστε το πρόγραμμά σας με μ_{max}=0.40 day^{-1}, K_s=0.70 mg/l, Y=1.07 $\cdot 10^8$ κύτταρα/mg ρύπου, S_o=250 mg/l, S_{MCL}=5 $\cdot 10^{-3}$ mg/l, X_α=5 $\cdot 10^7$ κύτταρα/l, T_b=182.5 days (μισό έτος). Στο πρώτο ερώτημα ο χρόνος T_{na} μπορεί να θεωρηθεί μικρότερος από 10000 days.

11. Οδοποιία 2°: Υψομετρική χάραξη οδού

Η κατά μήκος τομής μίας ευθείας οδού (μηκοτομή) είναι η τομή του φυσικού εδάφους με κατακόρυφο επίπεδο που περνάει από τον άξονα της μελλοντικής οδού. Η μηκοτομή μπορεί να γενικευτεί και για οδούς που περιέχουν και καμπύλες (στροφές). Παράδειγμα μηκοτομής φαίνεται στο σχήμα.



Η γραμμή της μηκοτομής ορίζεται από σημεία. Κάθε σημείο i ορίζεται από την απόσταση xi του σημείου αυτού από την αρχή της οδού η οποία λέγεται χιλιομετρική θέση (Χ.Θ.) και από το υψόμετρο y_i του φυσικού εδάφους σε αυτό το σημείο. Εάν η μηκοτομή ορίζεται από N σημεία τότε κατά κανόνα x_1=0 και x_N=συνολικό μήκος της οδού (αλλιώς το συνολικό μήκος της οδού είναι x_N-x_1). Επειδή τα οχήματα δεν μπορούν να κινούνται σε οδό με ανωμαλίες, η οδός εξομαλύνεται φέρνοντας μία ευθεία γραμμή με κόκκινο χρώμα που λέγεται ερυθρά γραμμή, όπως φαίνεται στο σχήμα. Όπου το έδαφος είναι πάνω από την ερυθρά χρειάζεται εκσκαφή του φυσικού εδάφους (παράγεται χώμα) και όπου το έδαφος είναι πάνω από την ερυθρά χρειάζεται επίχωση (χρειάζεται χώμα) προκειμένου ο άξονας της οδού να συμπέσει με την ερυθρά γραμμή. Με δεδομένο ότι οι εκσκαφές/επιχώσεις (χωματουργικά) αποτελούν περίπου το 50% του κόστους της οδού, είναι αναγκαίο να ελαχιστοποιηθούν. Μία μη κατακόρυφη γραμμή αναπαρίσταται από την εξίσωση

$$y=ax+b$$

η οποία ιδανικά ισχύει για όλα τα σημεία της μηκοτομής:

$$y_1=ax_1+b$$

$$y_2=ax_2+b$$

...

$$y_{N-1}=ax_{N-1}+b$$

$$y_N=ax_N+b$$

Οι παραπάνω εξισώσεις σε μητρωική μορφή γράφονται:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_N & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

ή $[B]=[A]\cdot[X]$

Η παραπάνω μητρωική εξίσωση δεν έχει λύση αφού έχει N εξισώσεις και 2 αγνώστους. Αποδεικνύεται ότι η βέλτιστη γραμμή, δηλαδή που ελαχιστοποιεί τις διαφορές των y της γραμμής από το y των σημείων, δηλαδή που ελαχιστοποιεί τα χωματουργικά υπολογίζεται πολλαπλασιάζοντας την μητρωική εξίσωση επί τον ανάστροφο του πίνακα [A]:

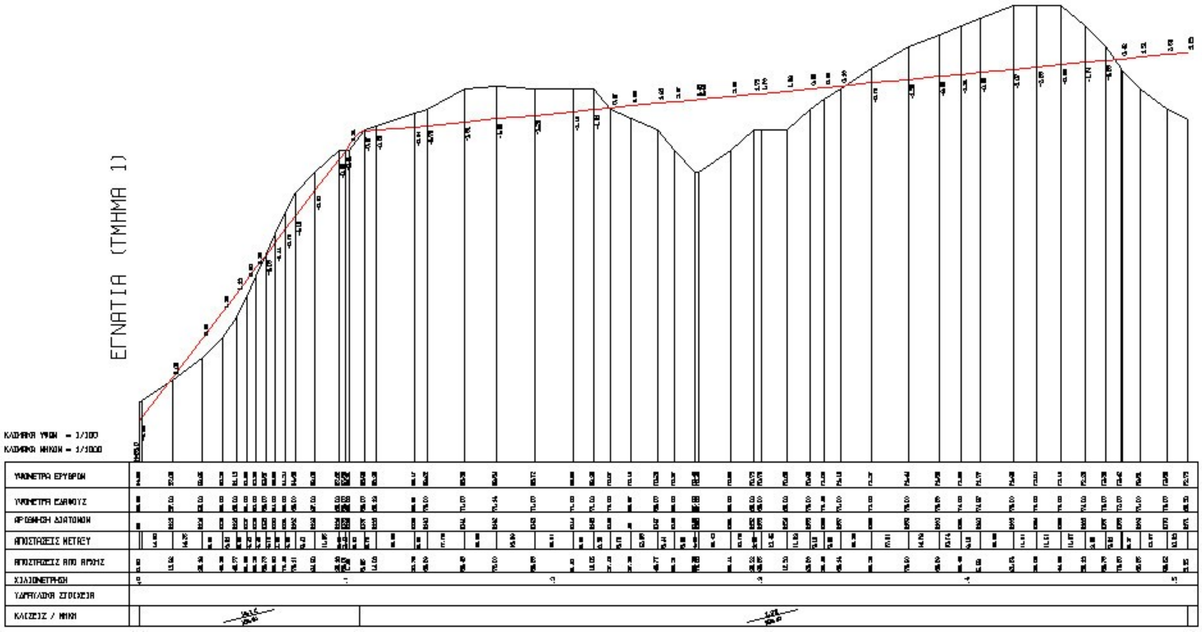
$$[A^T]\cdot[B]=[A^T]\cdot[A]\cdot[X]$$

Η παραπάνω μητρωική εξίσωση έχει 2 εξισώσεις και 2 αγνώστους και μπορεί να επιλυθεί. Στο παραπάνω παράδειγμα δίνει την παρακάτω ερυθρά γραμμή. Θεωρώντας κατακόρυφα πρανή, όγκος των χωματουργικών σε οδό πλάτους $b_{οδ}$ δίνεται προσεγγιστικά:

$$V=(x_N-x_1)\cdot b_{οδ}\cdot\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}|y_i-(ax_i+b)|$$

Τεθλασμένη ερυθρά γραμμή ελαχιστοποίησης χωματουργικών με δύο κλάδους

Αρκετές φορές η ερυθρά γραμμή δίνει μεγάλο όγκο χωματουργικών και έτσι χρησιμοποιείται τεθλασμένη ερυθρά γραμμή για να μειώσει αυτό τον όγκο:



Στην ουσία είναι δύο ερυθρές γραμμές, μία για $x<=u_1$, και μία για $x>=u_1$, όπου u_1 είναι το σημείο τομής των 2 ερυθρών γραμμών. Οι δύο ερυθρές γραμμές συμβολίζονται:

$$y=a_1x+b_1,\quad x\le u_1$$

$$y=a_2x+b_2,\quad x\ge u_1$$

Ειδικά για $x=u_1$ και λόγω της συνέχειας της ερυθράς γραμμής ισχύει:

$$y=a_1u_1+b_1=a_2u_1+b_2\Rightarrow b_2=a_1u_1+b_1-a_2u_1$$

Θέτοντας k τον αριθμό για τον οποίο ισχύει:

$$x_i\le u_1\ ,\ 1\le i\le k$$

$$x_i>u_1\ ,\ k<i\le N$$

Μπορούμε να ακολουθήσουμε την μεθοδολογία της προηγούμενης παραγράφου:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_k \\ y_{k+1} \\ y_{k+2} \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & 1 & 0 \\ x_2 & 1 & 0 \\ \vdots & & \\ x_k & 1 & 0 \\ u_1 & 1 & x_{k+1}-u_1 \\ u_1 & 1 & x_{k+2}-u_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ u_1 & 1 & x_N-u_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad \text{ή} \quad [B]=[A]\cdot[X]$$

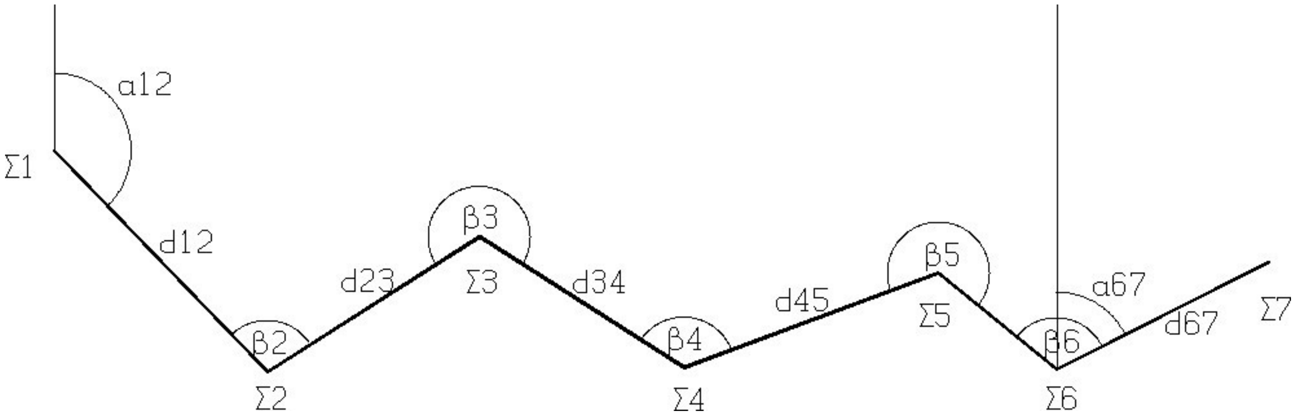
Η παραπάνω μητρωική εξίσωση λύνεται όπως στην προηγούμενη παράγραφο. Όμως η μεθοδολογία αυτή προϋποθέτει την γνώση της απόστασης u_1. Αυτή δεν είναι γνωστή αλλά μπορεί να προσδιοριστεί με εξαντλητική αναζήτηση, δηλαδή δοκιμάζοντας όλες τις δυνατές τιμές της u_1 από x_1 έως x_N ανά κάποιο Δx (για παράδειγμα 1 m). Η τιμή που δίνει τον ελάχιστο όγκο V χωματουργικών είναι η καλύτερη.

Ζητούμενα: Να συντάξετε πρόγραμμα σε Matlab το οποίο να διαβάζει από αρχείο τις Χ.Θ. και τα υψόμετρα εδάφους και να βρίσκει την ερυθρά γραμμή με ένα και με δύο κλάδους. Να τυπώνει τις Χ.Θ. τα υψόμετρα των ερυθρών στις θέσεις x_1, x_n και u_1 και να τυπώνει τον όγκο V για τις δύο λύσεις. Να γίνει το ανάλογο σχήμα και για τις δύο λύσεις.

Το πρόγραμμα να:
1. Διαβάζει τα δεδομένα από αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.mhk
2. Γράφει σε αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.res τα ζητούμενα, στοιχισμένα με επεξηγήσεις.
3. Αποθηκεύει τα γραφήματα στα αρχεία με ονομασία <πρόθεμα>1.jpg και <πρόθεμα>2.jpg για τις δύο λύσεις αντίστοιχα.

12. Τοπογραφικά: Υπολογισμός πλήρως εξηρτημένης ανοικτής όδευσης

Η πλήρως εξηρτημένη ανοικτή όδευση είναι τεθλασμένη γραμμή της οποίας οι ενδιάμεσες κορυφές είναι τοπογραφικές στάσεις με άγνωστες συντεταγμένες και οι 2 πρώτες και οι 2 τελευταίες κορυφές είναι τριγωνομετρικά σημεία με γνωστές συντεταγμένες. Ζητούνται οι συντεταγμένες των όλων των στάσεων.



Το γεωδαιτικό όργανο στέκεται σε όλες τις στάσεις και μετράει (“κτυπάει”) την προηγούμενη στάση και την επόμενη στάση σε 4 περιόδους. Σε κάθε περίοδο μετρούνται η απόσταση (σε m) και η οριζόντια γωνία (σε βαθμούς) της προηγούμενης και επόμενης στάσης και στην συνέχεια γίνεται αναστροφή και περιστροφή οργάνου και μετρούνται πάλι η απόσταση (σε m) και η οριζόντια γωνία (σε βαθμούς) της προηγούμενης και επόμενης στάσης.

Δεδομένα

Οι συντεταγμένες των τριγωνομετρικών βρίσκονται στο αρχείο <πρόθεμα>.tri και έχουν γραφεί με format “%10s%15.3f%15.3f”, όπως φαίνεται παρακάτω:

```
Σ1            599948.938    4200070.051
Σ2            600007.140    4200009.589
Σ6            600253.462    4199985.503
Σ7            600280.766    4200039.698
```

Οι μετρήσεις (απόσταση d και οριζόντια γωνία γ) βρίσκονται στο αρχείο <πρόθεμα>.ana και έχουν γραφεί με format “%10s%15.3f%15.5f”, όπως φαίνεται παρακάτω για τις 4 περιόδους της στάσης Σ3:

```
Σ2
Σ1                83.905        2.77945
Σ3                68.774      228.04833
Σ3                68.775       28.04775
Σ1                83.929      202.77937
Σ2
Σ1                83.939       99.54290
Σ3                68.755      324.81135
Σ3                68.747      124.81021
Σ1                83.922      299.54238
Σ2
Σ1                83.944      202.60395
Σ3                68.739       27.87184
Σ3                68.736      227.87125
Σ1                83.939        2.60307
Σ2
Σ1                83.915      304.88833
Σ3                68.781      130.15539
Σ3                68.737      330.15426
Σ1                83.948      104.88675
```

Υπολογισμός απόστασης

Η απόσταση μεταξύ 2 στάσεων πχ Σ2 και Σ3 (d23) βρίσκεται ως ο μέσος όρος 8 μετρημένων αποστάσεων (4 από τις 4 περιόδους της στάσης Σ2 και 4 από τις 4 περιόδους της στάσης Σ3).

Υπολογισμός γωνίας θλάσης

Η γωνία θλάσης β_2 = Σ1-Σ2-Σ3 της στάσης Σ2 υπολογίζεται από μία περίοδο της στάσης:

$\beta_2 = \gamma_3 - \gamma_1 + k*400$

όπου k κατάλληλος ακέραιος έτσι ώστε το τελικό αποτέλεσμα να είναι μεταξύ 0 και 400 (συμπεριλαμβανομένου του 0 αλλά όχι του 400).

Μετά την αναστροφή/περιστροφή του οργάνου υπολογίζεται με τον ίδιο τρόπο:

$\beta_2 = \gamma_3 - \gamma_1 + k*400$

Το ίδιο γίνεται για τις 4 περιόδους και στην συνέχεια βγαίνει ο μέσος όρος των 8 γωνιών θλάσης που υπολογίστηκαν.

Υπολογισμός αρχικής και τελικής γωνίας διεύθυνσης

Η γωνία διεύθυνσης του ευθ. τμήματος 1-2 είναι η δεξιόστροφη γωνία που σχηματίζει ο βορράς (άξονας y) και το ευθ. τμήμα. Υπολογίζεται από το προσανατολισμένο τόξο εφαπτομένης:

$\alpha_{12} = \text{atan2}(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$

Ανάλογα υπολογίζεται η γωνία διεύθυνσης του τελευταίου ευθ. τμήματος 6-7:

$\alpha_{67} = \text{atan2}(x_7 - x_6, y_7 - y_6)$

Υπολογισμός σφάλματος οριζόντιας γωνίας

Πρέπει να ισχύει:

$$\sum_{i=2}^{n-1} \beta_i + k_1 \cdot 400 = a_{67} - a_{12} + 200 + k_2 \cdot 400$$

Λόγω σφαλμάτων στα όργανα η ισότητα δεν ισχύει και έτσι το λάθος είναι:

$$\Delta\beta = a_{67} - a_{12} + 200 - \sum_{i=2}^{n-1} \beta_i + k \cdot 400$$

Το λάθος αυτό πρέπει να μοιραστεί σε όλες τις γωνίες:

$\beta i = \beta i - \Delta\beta/(n-2)$, $i=2 \ldots n-1$

όπου n είναι το πλήθος των στάσεων.

Υπολογισμός γραμμικού σφάλματος

Οι σχετικές συντεταγμένες των στάσεων υπολογίζονται ως εξής:

$\alpha_{23} = \alpha_{12} + \beta_2 + 200 + k \cdot 400$

$\Delta x_{23} = d_{23} \cdot \sin(\alpha_{23})$, $\Delta y_{23} = d_{23} \cdot \cos(\alpha_{23})$

$\alpha_{34} = \alpha_{23} + \beta_3 + 200 + k \cdot 400$

$\Delta x_{34} = d_{34} \cdot \sin(\alpha_{34})$, $\Delta y_{34} = d_{34} \cdot \cos(\alpha_{34})$

…

$\alpha_{56} = \alpha_{45} + \beta_4 + 200 + k \cdot 400$

$\Delta x_{56} = d_{56} \cdot \sin(\alpha_{56})$, $\Delta y_{56} = d_{56} \cdot \cos(\alpha_{56})$

Θα έπρεπε να ισχύει:

$$x_6 - x_2 = \sum_{i=2}^{n-2} \Delta x_{i(i+1)} \quad , \quad y_6 - y_2 = \sum_{i=2}^{n-2} \Delta y_{i(i+1)}$$

Λόγω σφαλμάτων στα όργανα η ισότητα δεν ισχύει και έτσι το λάθος είναι:

$$\Delta\Delta x = x_6 - x_2 - \sum_{i=2}^{n-2} \Delta x_{i(i+1)} \quad , \quad \Delta\Delta y = y_6 - y_2 - \sum_{i=2}^{n-2} \Delta y_{i(i+1)}$$

Το λάθος αυτό πρέπει να μοιραστεί αναλογικά με την απόσταση σε όλα τα Δx, Δy:

$\Delta x_{i(i+1)} = \Delta x_{i(i+1)} + \Delta\Delta x \cdot d_{i(i+1)} / d_{ολ}$, i=2 … n-2

$\Delta y_{i(i+1)} = \Delta y_{i(i+1)} + \Delta\Delta y \cdot d_{i(i+1)} / d_{ολ}$, i=2 … n-2

$d_{ολ} = \Sigma d_{i(i+1)}$, i=2 … n-2

Υπολογισμός συντεταγμένων στάσεων

Μετά τη διόρθωση των σφαλμάτων οι συντεταγμένες των στάσεων δίνονται:

$x_{i+1} = x_i + \Delta x_{i(i+1)}$, $y_{i+1} = y_i + \Delta y_{i,i+1}$, i=2 … n-3

Πρόγραμμα matlab

Να συντάξετε πρόγραμμα σε Matlab το οποίο να διαβάζει από το πληκτρολόγιο το <πρόθεμα> των αρχείων, να διαβάζει τα αρχεία:

α) <πρόθεμα>.tri το οποίο περιέχει τις συντεταγμένες των γνωστών σημείων (τριγωνομετρικά). Το πλήθος των τριγωνομετρικών μπορεί να είναι μεγαλύτερο από 4 και τα τριγωνομετρικά μπορεί να έχουν γραφεί με οποιαδήποτε σειρά στο αρχείο .tri

β) <πρόθεμα>.ana το οποίο περιέχει τις αναγνώσεις (αποστάσεις και γωνίες). Το πλήθος των στάσεων στην όδευση είναι αυθαίρετο. Το πλήθος των περιόδων μπορεί να είναι 1, 2, 3 ή 4 και μπορεί να είναι διαφορετικό για κάθε στάση. Το πλήθος των “σημείων” που μετρούνται ανά περίοδο είναι ακριβώς 4.

Το πρόγραμμα θα γράφει τις συντεταγμένες των στάσεων στο αρχείο <πρόθεμα>.syn με το ίδιο format του αρχείου <πρόθεμα>.tri

13. Τεχνικό Σχέδιο: Αυτόματη σχεδίαση μηκοτομής εδάφους σε πρόγραμμα CAD

Πολλά προγράμματα σχεδίασης (CAD) μπορούν να διαβάσουν σχέδια αποθηκευμένα σε ένα ειδικό αρχείο κειμένου που ονομάζεται DXF (Drawing interchange Format – μορφή ανταλλαγής σχεδίων), το οποίο έχει γίνει ουσιαστικά πρότυπο (standard). Η έννοια είναι ότι πολλά προγράμματα ειδικού σκοπού, όπως για παράδειγμα ένα πρόγραμμα οδοποιίας, έχουν τη δυνατότητα να παράγουν ένα σχέδιο (για παράδειγμα μία μηκοτομή), αλλά δεν έχουν τη δυνατότητα να επιτρέπουν στο χρήστη να κάνει προσθήκες, διορθώσεις, αλλαγές στη γραμμογραφία κλπ. Αυτά είναι αντικείμενο ενός προγράμματος CAD. Έτσι τα προγράμματα αυτά αποθηκεύουν το σχέδιο σε μορφή DXF, και στη συνέχεια ο χρήστης μπορεί να κάνει τις απαραίτητες αλλαγές χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα CAD της επιλογής του. Η μορφή του αρχείου DXF είναι αρκετά απλή έτσι ώστε να ενσωματωθεί σε οποιοδήποτε πρόγραμμα.

Μορφή DXF

Το αρχείο DXF έχει κατάληξη .dxf. Το αρχείο DXF έχει την παρακάτω δομή:

1. Αρχή

Στην αρχή του πρέπει να γραφούν τα παρακάτω:

```
0
SECTION
2
HEADER
9
$ACADVER
1
AC1009
0
ENDSEC
0
SECTION
2
ENTITIES
```

2. Μέση

Στη συνέχεια γράφονται οι συντεταγμένες και οι διαστάσεις των αντικειμένων που αποτελούν το σχέδιο, όπως ευθύγραμμα τμήματα, κύκλοι, κείμενο, τόξα κύκλου, σημεία κλπ. Στην παρούσα εργασία θα χρησιμοποιηθούν γραμμές, κύκλοι και κείμενο. Επίσης οι συντεταγμένες, τα μήκη (ακτίνα, μέγεθος γραμμάτων) δίνονται σε μέτρα, οι γωνίες σε δεκαδικές μοίρες, και το κείμενο σε UNICODE.

2.1 Ευθύγραμμα τμήματα

Ένα ευθύγραμμα τμήμα ορίζεται από τις συντεταγμένες X1, Y1 του αρχικού του σημείου και τις συντεταγμένες X2, Y2 του τελικ3ού του σημείου. Για κάθε ευθ. τμήμα του σχεδίου στο αρχείο DXF πρέπει να γραφεί:

```
0
LINE
8
layername
10
```

X1
20
Y1
11
X2
21
Y2

Για παράδειγμα για ένα ευθ. τμήμα με συντεταγμένες αρχικού σημείου X1=3.14, Y1=2.718, συντεταγμένες τελικού σημείου X2=100.0, Y2=200.0 και layername='ODOS' πρέπει να γραφεί:

```
0
LINE
8
ODOS
10
3.14
20
2.718
11
100.0
21
200.0
```

2.2 Κύκλοι

Ένας κύκλος ορίζεται από τις συντεταγμένες X1, Y1 του κέντρου του και την ακτίνα R. Για κάθε κύκλο του σχεδίου στο αρχείο DXF πρέπει να γραφεί:

```
0
CIRCLE
8
layername
10
X1
20
Y1
40
R
```

Για παράδειγμα για ένα κύκλο με συντεταγμένες κέντρου X1=33.3, Y1=12.7, ακτίνα R=50.5 και layername='ODOS' πρέπει να γραφεί:

```
0
CIRCLE
8
ODOS
10
33.3
20
12.7
```

```
40
50.5
```

2.3 Κείμενο

Το κείμενο μπορεί να γραφεί πλάγια υπό γωνία θ σε σχέση με τον άξονα Χ. Επίσης μπορεί να γραφεί με γράμματα μεγάλου μεγέθους, μικρού μεγέθους, μεσαίου κλπ. Ένας κείμενο ορίζεται από τις συντεταγμένες X1, Y1 όπου θα σχεδιαστεί το πρώτο γράμμα του κειμένου, το μέγεθος H του κάθε χαρακτήρα του κειμένου, τη γωνία THETA που σχηματίζει το κείμενο με τον άξονα X, και το ίδιο το κείμενο T. Για κάθε κείμενο του σχεδίου στο αρχείο DXF πρέπει να γραφεί:

```
0
TEXT
8
layername
10
X1
20
Y1
40
H
1
T
50
THETA
```

Για παράδειγμα για το κείμενο "Ε.Μ.Π.", με συντεταγμένες X1=12.43, Y1=99.88, μέγεθος γραμμάτων κειμένου H=0.20 (m), γωνία THETA=45.0 (μοίρες) και layername='ODOS' πρέπει να γραφεί:

```
0
TEXT
8
ODOS
10
12.43
20
99.88
40
0.20
1
Ε.Μ.Π.
50
45.0
```

3. Τέλος

Στο τέλος του αρχείο DXF, αφού έχουν γραφεί όλα τα αντικείμενα (γραμμές, κύκλοι, κείμενα) πρέπει να γραφούν τα παρακάτω:

```
0
ENDSEC
0
```

```
EOF
```

Πρόγραμμα Matlab

Να συντάξετε τα παρακάτω υποπρογράμματα (functions):

α) dxf=plotstart(pro): Ανοίγει το αρχείο με ονομασία <πρόθεμα>.dxf, και γράφει στο αρχείο αυτά που περιγράφονται στο εδάφιο 1 της μορφής DXF. Το <πρόθεμα> δίνεται στο όρισμα εισόδου pro. Επιστρέφει μια δομή dxf που περιέχει:

dxf.fdxf: το ανοιγμένο αρχείο (fid)

dxf.layer: το τρέχον layer (αρχικά ίσο με ‘0’)

β) dxf=plotsetlayer(dxf, lay): Θέτει ως τρέχον layer το layer με την ονομασία που βρίσκεται στη μεταβλητή lay (dxf.layer = lay).

γ) plotline(dxf, X1, Y1, X2, Y2): γράφει στο αρχείο DXF (δηλαδή στο ανοιγμένο αρχείο dxf.fdxf) αυτά που περιγράφονται στο εδάφιο 2.1 της μορφής DXF.

δ) plotcircle(dxf, X1, Y1, R): γράφει στο αρχείο DXF αυτά που περιγράφονται στο εδάφιο 2.2 της μορφής DXF.

ε) plotsymbol(dxf, X1, Y1, H, TEXT, THETA): γράφει στο αρχείο DXF αυτά που περιγράφονται στο εδάφιο 2.3 της μορφής DXF.

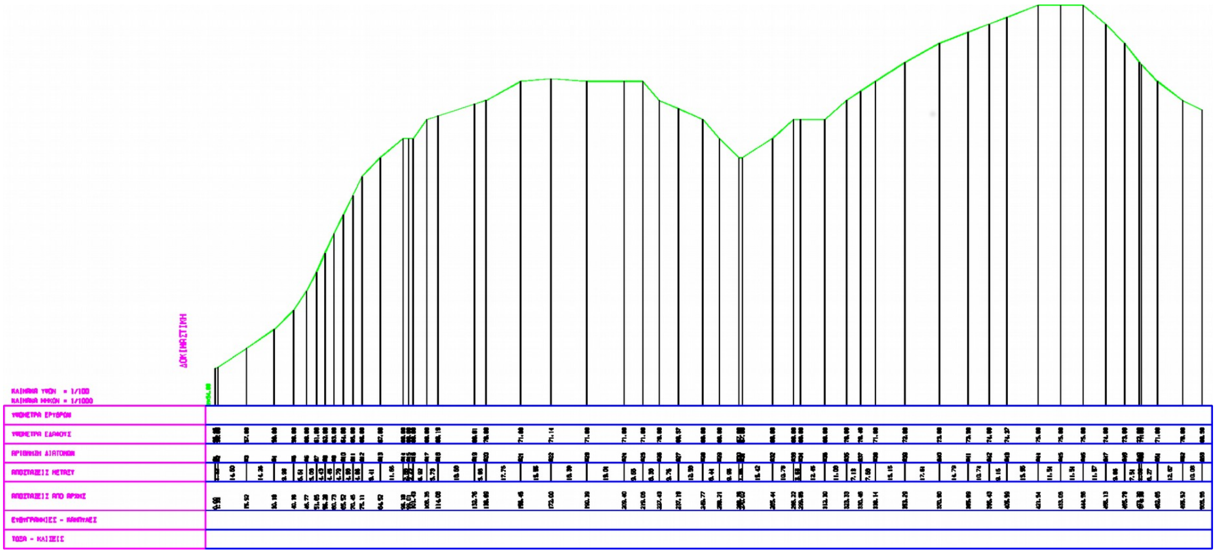
στ) plotend(dxf): γράφει στο αρχείο DXF αυτά που περιγράφονται στο εδάφιο 3 της μορφής DXF και κλείνει το αρχείο DXF.

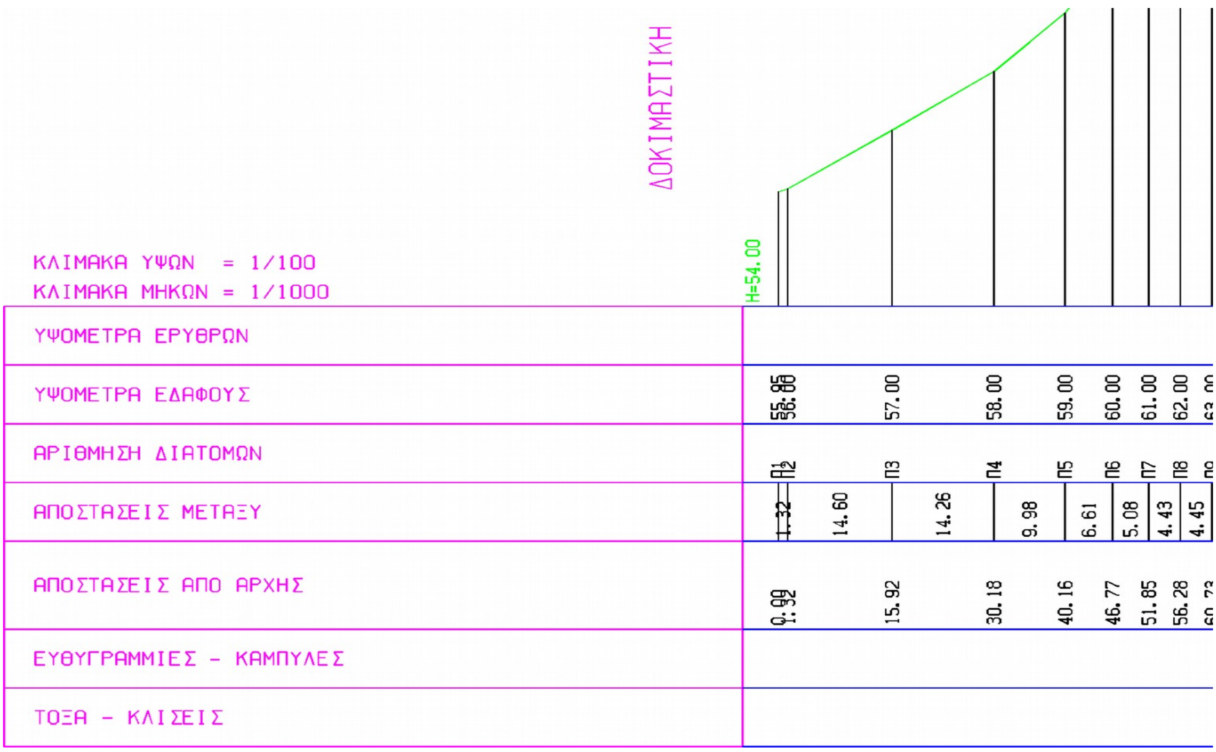
Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω υποπρογράμματα να συντάξετε υποπρόγραμμα:

ζ) plotlines(dxf, x, y): γράφει n-1 ευθύγραμμα τμήματα στο αρχείο dxf, όπου n είναι η διάσταση του διανύσματος x (και y). Συγκεκριμένα τα ευθύγραμμα τμήματα με σημείο αρχής x(i), y(i) και σημείο τέλους x(i+1), y(i+1) για i=1, 2, 3, …, n-1.

η) profile(pro, aprof, xth, yed, aa, kx, ky): σχεδιάζει τη μηκοτομή εδάφους οδού όπως φαίνεται στα 2 παρακάτω σχήματα. APROF είναι η ονομασία της οδού, xth διάνυσμα με Χ.Θ., yed διάνυσμα με υψόμετρα εδάφους, aa διάνυσμα δομών με τις ονομασίες των πασσάλων, kx κλίμακα μηκών (1:kx) και ky κλίμακα υψών (1:ky). Κάθε δομή του διανύσματος aa περιέχει μόνο μία μεταβλητή t, η οποία έχει την ονομασία του κάθε πασσάλου (για παράδειγμα η ονομασία του δέκατου πασσάλου θα μπορούσε να είναι: aa(10).t = ’Π190’). Οι μονάδες στο CAD πρέπει να είναι cm (όπως θα τυπωθεί σε χαρτί). Η αρχή των άξονα Y (υψόμετρο ορίζοντα) θα είναι η τεταγμένη min(yed) με περιθώριο 2cm ήτοι Hop=min(yed)-(2/100)*ky, με στρογγύλευση σε ακέραιο. Τα διάφορα αντικείμενα της μηκοτομής θα σχεδιαστούν σε διαφορετικά layers:
1. Γραμμή εδάφους στο layer EDAFOS.
2. Κατακόρυφες γραμμές στο layer KATAKO.
3. Χ.Θ., υψόμετρα εδάφους, αποστάσεις μεταξύ, ονομασίες πασσάλων, υψόμετρο ορίζοντα στο layer TEXT.
4. Πίνακας με στοιχεία (κλίμακα κλπ) στο layer TITLOS.
5. Οριζόντιες διαχωριστικές γραμμές στο layer ORIZ.

Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω υποπρογράμματα να συντάξετε πρόγραμμα το οποίο να:
θ. Διαβάζει τα kx, ky και aprof από αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.mhk . Από το ίδιο αρχείο να διαβάζει τα xth, yed και aa που έπονται. Το xth βρίσκεται στις στήλες 1-10 κάθε γραμμής, το yed στις στήλες 11-20, το aa στις στήλες 22-end.
ι. Γράφει σε αρχείο dxf το σχέδιο της μηκοτομής. Λεπτομέρειες του σχεδίου δίνονται στα παρακάτω 2 σχήματα.




ΔΟΚΙΜΑΣΤΙΚΗ
ΚΛΙΜΑΚΑ ΥΨΩΝ = 1/100
ΚΛΙΜΑΚΑ ΜΗΚΩΝ = 1/1000
H=54.00
ΥΨΟΜΕΤΡΑ ΕΡΥΘΡΩΝ
ΥΨΟΜΕΤΡΑ ΕΔΑΦΟΥΣ
57.00
58.00
59.00
60.00
61.00
62.00
ΑΡΙΘΜΗΣΗ ΔΙΑΤΟΜΩΝ
Π3
Π4
Π5
Π6
Π7
Π8
ΑΠΟΣΤΑΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ
14.60
14.26
9.98
6.61
5.08
4.43
4.45
ΑΠΟΣΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟ ΑΡΧΗΣ
1.32
15.92
30.18
40.16
46.77
51.85
56.28
ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΙΕΣ - ΚΑΜΠΥΛΕΣ
ΤΟΞΑ - ΚΛΙΣΕΙΣ

14. Στατικά 5ο: Υπολογισμός ισοστατικού δικτύου με την μέθοδο των κόμβων

Θεωρία

Θεωρώντας ότι έχουν έχουν ήδη υπολογιστεί οι αντιδράσεις, το δικτύωμα περιγράφεται πλήρως από:

1. Την αρίθμηση j και τις συντεταγμένες των κόμβων x_j, y_j.
2. Την αρίθμηση i, τον αρχικό και τελικό κόμβο κάθε ράβδου ja(i), jt(i).
3. Τις εξωτερικές δυνάμεις σε κάθε κόμβο j, F_{xj}, F_{yj}.

Ο υπολογισμός των αξονικών δυνάμεων ("τάσεων") των ράβδων γίνεται με τον παρακάτω αλγόριθμο:

1. Έστω K διάνυσμα που περιέχει την αρίθμηση όλων των κόμβων K=1:N, όπου N το πλήθος των κόμβων.
2. Έστω διάνυσμα S που περιέχει τις αξονικές όλων των ράβδων. Αρχικά για κάθε ράβδο έχει μία πολύ μεγάλη τιμή (9.99E99) που υποδηλώνει ότι η αξονική κάθε ράβδου είναι άγνωστη.
3. Αναζήτηση στο διάνυσμα K ενός κόμβου j=K(jj) στον οποίο συγκλίνουν το πολύ 2 ράβδοι με άγνωστες αξονικές (ελέγχοντας το μητρώο S).
4. Αν δεν υπάρχει τέτοιος κόμβος, το δικτύωμα δεν επιλύεται με την μέθοδο των κόμβων.
5. Λαμβάνοντας ισορροπία στον κόμβου j, μπορούν να υπολογιστούν οι άγνωστες αξονικές.
6. Οι αξονικές δυνάμεις που υπολογίστηκαν τοποθετούνται στο διάνυσμα S.
7. Το στοιχείο jj του διανύσματος K αφαιρείται από το διάνυσμα K.
8. Αν το K έχει 1 ή παραπάνω στοιχεία συνεχίζουμε το βήμα 3.

Οι αξονικές θεωρούνται θετικές αν είναι εφελκυστικές και αρνητικές αν είναι θλιπτικές. Έτσι στην ισορροπία ενός κόμβου j όλες οι αξονικές δυνάμεις των ράβδων i που συγκλίνουν σε αυτόν τον κόμβου θεωρούνται ότι απομακρύνονται από των κόμβο (αν όχι αυτό λαμβάνεται αυτόματα υπόψη από την αρνητική τιμή της αξονικής). Κάθε ράβδος i που συγκλίνει στον κόμβο j σχηματίζει γωνία με τον άξονα x:

$$\theta_i = atan2\left(\frac{y_{jt(i)} - y_{ja(i)}}{x_{jt(i)} - x_{ja(i)}}\right)$$

και έτσι οι συνιστώσες της στους άξονες x και y είναι:

$$S_x = S_i \cos\theta_i \quad , \quad S_y = S_i \sin\theta_i$$

Στον κόμβο j υπολογίζουμε την συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων και των γνωστών αξονικών ράβδων

$$FF_x = F_{xj} + \sum S_i \cos\theta_i \quad , \quad FF_y = F_{yj} + \sum S_i \sin\theta_i$$

Για κάθε κόμβο διακρίνονται 3 περιπτώσεις:

α) Δύο άγνωστες αξονικές, έστω στις ράβδους p, q. Τότε ισορροπία του κόμβου δίνει:

$$FF_x + S_p \cos(\theta_p) + S_q \cos(\theta_q) = 0$$
$$FF_y + S_p \sin(\theta_p) + S_q \sin(\theta_q) = 0$$

Το οποίο μπορεί ως προς τις άγνωστες αξονικές των ράβδων p, q. Αν το σύστημα δεν επιλύεται ή υπολογίζεται μία δύναμη > 10^{10}kN τότε ο φορέας είναι χαλαρός.

β) Μία άγνωστη αξονική, έστω στη ράβδο p. Τότε ισορροπία του κόμβου δίνει:

$$FF_x + S_p \cos(\theta_p) = 0$$
$$FF_y + S_p \sin(\theta_p) = 0$$

Από μία από αυτές τις εξισώσεις υπολογίζεται η άγνωστη αξονική. Επιλέγεται η πρώτη εξίσωση αν $|\cos\theta| > |\sin\theta|$, αλλιώς η δεύτερη. Η εξίσωση που δεν χρησιμοποιήθηκε πρέπει να επαληθεύεται. Λόγω αριθμητικών λαθών αρκεί το άθροισμα να είναι μικρότερο από 0.001kN κατ'απόλυτη τιμή. Αν δεν επαληθεύεται υπάρχει λάθος στο πρόγραμμα.

γ) Καμία άγνωστη αξονική, έστω στη ράβδο p. Τότε ισορροπία του κόμβου δίνει:

$$FF_x = 0$$
$$FF_y = 0$$

Οι εξισώσεις πρέπει να επαληθεύονται. Λόγω αριθμητικών λαθών αρκεί το άθροισμα να είναι μικρότερο από 0.001kN κατ'απόλυτη τιμή. Αν δεν επαληθεύονται υπάρχει λάθος στο πρόγραμμα.

Δεδομένα

Τα δεδομένα του προγράμματος είναι ένα αρχείο με όνομα <*πρόθεμα*>.dik και τα αποτελέσματα αρχείο με όνομα <*πρόθεμα*>.axo όπου το <*πρόθεμα*> το δίνει ο χρήστης. Το αρχείο δεδομένων έχει τη μορφή:

```
JOINT COORDINATES
1 0 0
2 10.5 0
3 5.25 3.1
MEMBER INCIDENCES
1 1 2
2 2 3
3 3 1
JOINT LOADS
1 1.2 10.0
3 -1.2 -10.0
```

Σε όσους κόμβους δεν έχει δοθεί φορτίο, το φορτίο πρέπει να θεωρείται μηδέν.

Έλεγχοι

Το πρόγραμμα πρέπει να ελέγχει:

α) Ότι έχουν δοθεί οι συντεταγμένες όλων των κόμβων 1 έως Ν.

β) ότι δεν υπάρχουν κόμβοι με ίδιες συντεταγμένες (με ακρίβεια 0.001 m).

γ) Ότι έχουν οριστεί όλες οι ράβδοι 1 έως Μ.

δ) Ότι ο αρχικός και τελικός κόμβος κάθε ράβδου είναι μεταξύ 1 και Ν.

ε) Ότι δεν μπορούν να υπάρχουν 2 ράβδοι με τον ίδιο αρχικό και τελικό κόμβο (ή ανάποδα).

στ) Ότι δεν μπορεί να υπάρχει ράβδος με τον ίδιο αρχικό και τελικό κόμβο.

ζ) Ότι ο κόμβος κάθε φορτίου είναι μεταξύ 1 και Ν.

η) Ότι κάθε κόμβος συνδέεται με τουλάχιστον 2 ράβδους. Επιτρέπεται να συνδέεται με μία ράβδο αλλά τότε το πρόγραμμα θα τυπώνει προειδοποίηση στην οθόνη.

θ) Το άθροισμα των φορτίων πρέπει να είναι μηδέν με ακρίβεια 0.001 kN. Η ροπή των φορτίων ως προς τον πρώτο κόμβο πρέπει να είναι μηδέν με ακρίβεια 0.01kNm.

Ζητούμενα

Να συνταχθεί το πρόγραμμα το οποίο να:

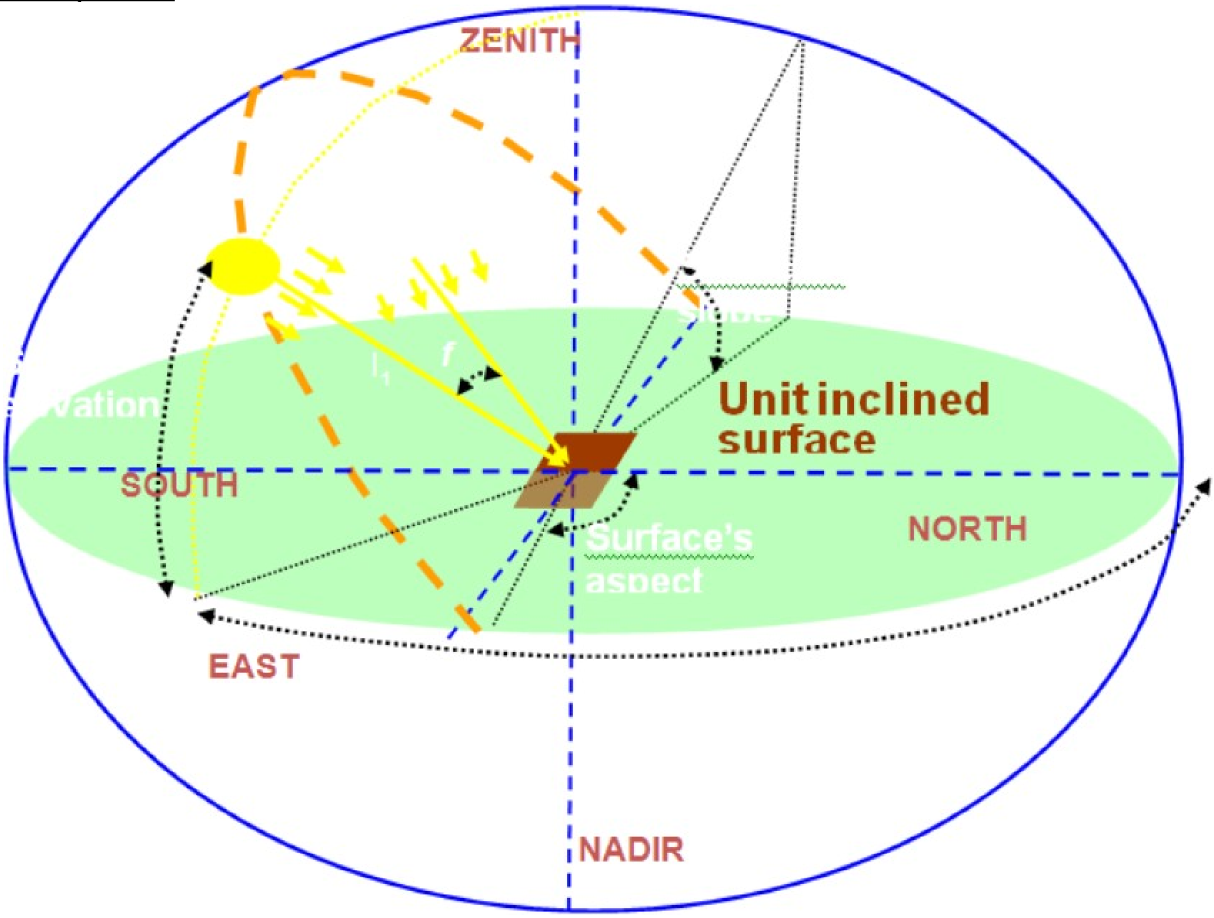
α. Διαβάζει τα δεδομένα από αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.dik

β. Επιλύει το ισοστατικό δικτύωμα και να γράφει τις αξονικές δυνάμεις σε αρχείο κειμένου με όνομα <πρόθεμα>.axo, στοιχισμένες με επεξηγήσεις.

γ. Κάνει γράφημα γράφημα του δικτυώματος υπό κλίμακα, και οι ράβδοι να έχουν χρώμα ανάλογα με το μέγεθος της αξονικής δύναμης (χρωματικός κώδικας).

δ. Να αποθηκεύει το γράφημα στο αρχείο με ονομασία <πρόθεμα>.jpg

15. Εκτίμηση δυνητικής ηλιοφάνειας-ακτινοβολίας λαμβάνοντας υπόψη τυχόν σκιάσεις από εμπόδια



Με βάση το γεωγραφικό πλάτος και μήκος μια συγκεκριμένης θέσης θα υπολογιστούν για ένα έτος το αζιμούθιο και το υψόμετρο του ηλίου σε μικρά χρονικά διαστήματα (π.χ κάθε ώρα).

Τα εμπόδια γύρω από τη θέση θα εκφραστούν επίσης με αζιμούθιο και υψόμετρο. Έτσι για κάθε αζιμούθιο θα δίδεται το υψόμετρο του αντίστοιχου εμποδίου.

Λαμβάνοντας υπόψη τις δύο ομάδες αζιμουθιών και υψομέτρων θα υπολογιστεί η δυνητική ηλιοφάνεια στη θέση (ανά μήνα), η οποία θα έχει λάβει υπόψη τις σκιάσεις από τα γύρω εμπόδια.

Σχέσεις υπολογισμών των μεγεθών: (Τεχνική Υδρολογία, Δ. Κουτσογιάννης, σελ. 172)

Μέγεθος	**Σύμβολο Μονάδες**	**Επεξήγηση**	**Τύπος Υπολογισμού**
Γεωδαιτικές συντεταγμένες	λ και φ, rad	Το γεωγραφικό μήκος λ και το γεωγραφικό πλάτος φ ενός σημείου ως προς το ελλειψοειδές GRS80	
Αριθμός Ημέρας	J, αδιάστατος	1 την πρώτη Ιανουαρίου και 365 την 31 Δεκεμβρίου	
Επίσημη ώρα Ελλάδας	EET και EEST, δεκαδικές ώρες (hr)	Η χειμερινή EET και η θερινή EEST ώρα Ελλάδας. Κυμαίνεται από περίπου 0 (μετά τα μεσάνυχτα της προηγούμενης μέρας) έως 24 (στα μεσάνυχτα της σημερινής μέρας)	EET, EEST = H+M/60+S/3600 όπου H είναι η ώρα του 24ώρου, M τα λεπτά της ώρας και S τα δευτερόλεπτα
Ηλιακή Απόκλιση	δ, rad	Το γεωγραφικό πλάτος στο οποίο οι ηλιακές ακτίνες πέφτουν κάθετα το μεσημέρι	$\delta = -0.4091 \cos\left(\frac{2\pi J}{365} + 0.1635\right)$
Γωνία ώρας δύσης ηλίου	ω_s, rad	Αν πολλαπλασιαστεί με 12/π δίνει την τοπική ηλιακή ώρα δύσης μετά το μεσημέρι.	$\omega_s = \cos^{-1}(-tan\varphi \tan\delta)$

		Επίσης την τοπική ηλιακή ώρα της ανατολής πριν το μεσημέρι.	$S_{hr,ανατολής}=12-\frac{12}{\pi}\omega_s$ $S_{hr,δύσης}=12+\frac{12}{\pi}\omega_s$ όπου S_{hr} είναι η τοπική ηλιακή ώρα (βλέπε παρακάτω)
Αστρονομική διάρκεια μέρας	N, h	Ο αριθμός των ωρών από την ανατολή μέχρι την δύση του ηλίου	$N=\frac{24}{\pi}\omega_s$
Ηλιακή σταθερά	I_s , kW/m^2	Η κάθετη ροή ηλιακής ενέργειας στο όριο της ατμόσφαιρας, για την μέση απόσταση γης-ηλίου	$I_s=1.367\,kW/m^2$
Εκκεντρότητα	d_r, αδιάστατη	Το τετράγωνο του λόγου της μέσης απόστασης γης ηλίου προς την απόσταση την μέρα J	$d_r=1+0.034\cos\left(\frac{2\pi J}{365}-0.05\right)$
Ηλιακή ακτινοβολία	I_o , kW/m^2	Η ροή της ηλιακής ενέργειας στο όριο της ατμόσφαιρας σε οριζόντιο επίπεδο	$I_o=I_s d_r \cos\theta_s$
Ηλιακή ακτινοβολία	S_o, $kJ/m^2/d$	Η ημερήσια ροή της ηλιακής ενέργειας στο όριο της ατμόσφαιρας σε οριζόντιο επίπεδο	$S_o=I_s d_r 3600\frac{12}{\pi}\int_{-\omega_s}^{\omega_s}\theta_s dh=$ $=\frac{I_s d_r t_d}{\pi}(\omega_s\sin\varphi\sin\delta+$ $\sin\omega_s\cos\varphi\cos\delta)$ όπου t_d=86400s η μέση διάρκεια μέρας
Ηλιακή ακτινοβολία με σκίαση	S_K, $kJ/m^2/d$	Η ημερήσια ροή της ηλιακής ενέργειας στο όριο της ατμόσφαιρας σε οριζόντιο επίπεδο, λαμβάνοντας υπόψη τη σκίαση	$S_K=\frac{I_s d_r t_d}{2\pi}\int_{-\omega_s}^{\omega_s}K(h)\cos\theta_s dh$ όπου K(h)=0 αν υπάρχει σκίαση στη γωνία ώρας h, ή K(h)=0 αν όχι
Κατακόρυφη γωνία ήλιου από το ζενίθ	θ_s, rad	Η γωνία που σχηματίζει μία ηλιακή ακτίνα με την κατακόρυφο	$\cos\theta_s=\sin\varphi\sin\delta+$ $\cos\varphi\cos\delta\cos h$
Γωνία ώρας	h, rad	Η τοπική ηλιακή ώρα S_{hr} του 24ώρου εκφρασμένη ως γωνία: οι 24 ώρες αντιστοιχούν σε 2π rad. Η γωνία 0 αντιστοιχεί στο μεσημέρι	$h=(S_{hr}-12)\frac{2\pi}{24}$
Τοπική ηλιακή ώρα	S_{hr}, δεκαδικές ώρες (hr)	Η πραγματική τοπική ώρα, που διαφέρει από την επίσημη ώρα μίας χώρας κατά μερικά λεπτά ανάλογα με το γεωγραφικό μήκος λ	$S_{hr}=UTC+24\frac{\lambda}{2\pi}$ όπου UTC (δεκαδικές ώρες) είναι η ώρα στο Greenwhich Βρετανίας και λ το γεωγραφικό μήκος σε rad
Ώρα Greenwhich	UTC, δεκαδικές ώρες (hr)	Η ώρα στο Greenwhich Βρετανίας σε σχέση με την επίσημη ώρα Ελλάδας EET (χειμερινή) και EEST (θερινή, από τελευταία Κυριακή του Μαρτίου έως τελευταία Κυριακή του Οκτωβρίου)	UTC = EET - 2 UTC = EEST - 3 Οι UCT, EET, EEST πρέπει να είναι εκφρασμένες σε δεκαδικές ώρες
Κατακόρυφη γωνία ήλιου	α_s, rad	Η γωνία που σχηματίζει μία ηλιακή ακτίνα με την οριζόντια	$\alpha_s=\frac{\pi}{2}-\theta_s$
Ηλιακό αζιμούθιο	φ_s, rad	Η δεξιόστροφη γωνία που σχηματίζει η προβολή μίας ηλιακή ακτίνας στο έδαφος με το βορρά	$\cos\varphi_s=\frac{\sin\delta-\cos\theta_s\sin\varphi}{\sin\theta_s\cos\varphi}$ Αν S_{hr}>12 τότε θέτουμε $\varphi_s=2\pi-\varphi_s$

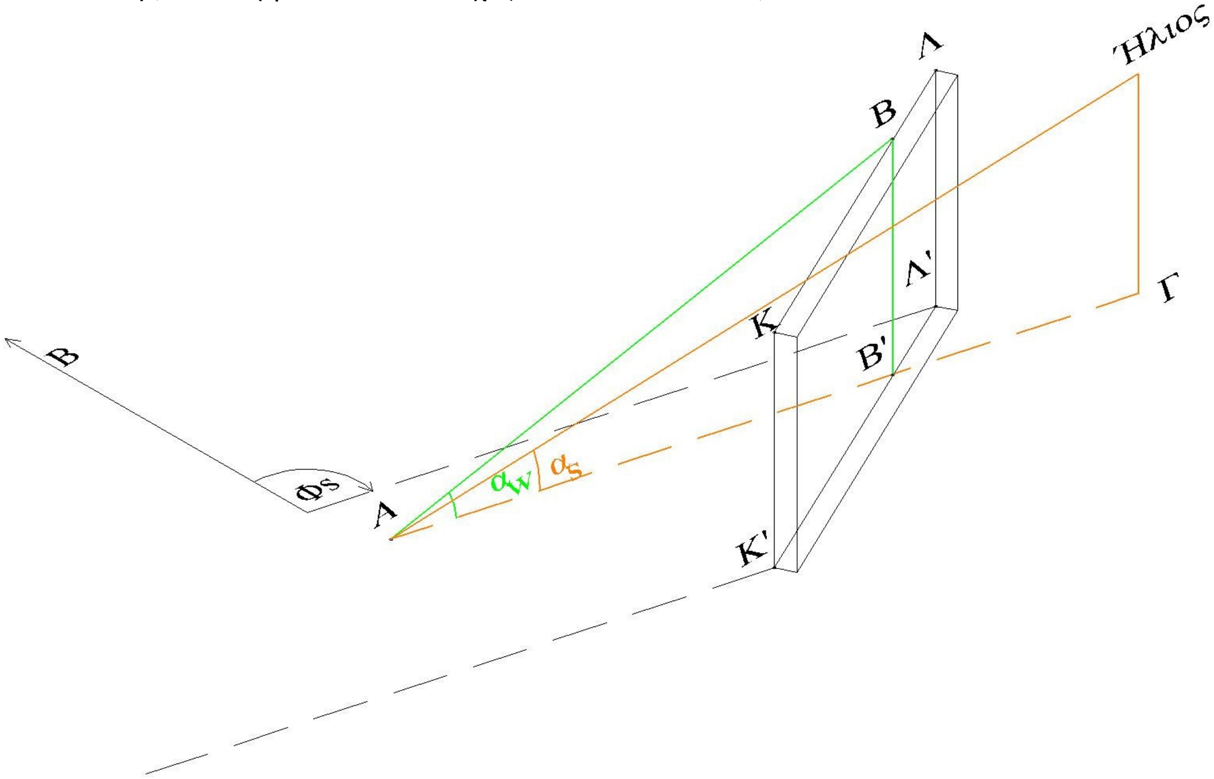
Υπολογισμός σκίασης

Για να υπολογιστεί αν ένα σημείο Α σκιάζεται, θεωρείται ως εμπόδιο τοίχος ΚΛ αμελητέου πάχους, μη σταθερού ύψους, κατά Δh_K και Δh_Λ ψηλότερος από το σημείο Α στα σημεία Κ και Λ, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η κατακόρυφη γωνία του τοίχου είναι $a_w = \tan^{-1} \frac{\Delta h_B}{AB'}$ και η κατακόρυφη γωνία του ήλιου είναι a_s. Αν $a_w > a_s$ τότε το σημείο Α σκιάζεται. Η ευθεία ΑΓ είναι η προβολή στο οριζόντιο έδαφος της ακτίνας του ήλιου που θα κατέληγε στο σημείο Α αν δεν υπήρχε το εμπόδιο, και σχηματίζει γωνία Φ_s με το βορρά. Προκειμένου το εμπόδιο να μπορεί να σκιάσει το σημείο Α πρέπει επίσης να ισχύουν οι συνθήκες:

α) Η ευθεία ΑΓ να τέμνει την ευθεία Κ΄Λ΄.

β) Το σημείο Β΄ να είναι ανάμεσα στα Κ΄ και Λ΄.

γ) Το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ΄ πρέπει να κατευθύνεται προς τον ήλιο και όχι προς την αντίθετη κατεύθυνση (αυτό συμβαίνει όταν ο τοίχος είναι πίσω από το Α).



Για να υπολογιστεί αν ισχύουν αυτές οι συνθήκες θεωρείται σύστημα συντεταγμένων στο οποίο ο άξονας y ταυτίζεται με τη διεύθυνση του βορρά, όπως είναι το Ελληνικό Γεωδαιτικό Σύστημα Αναφοράς (ΕΓΣΑ87). Το μοναδιαίο διάνυσμα στην ευθεία ΑΒ΄ είναι $\vec{t} = (\cos \Phi_s, \sin \Phi_s)$. Οι εξισώσεις των ευθειών ΑΒ΄ και Κ΄Λ΄ είναι: $\vec{r}_A + u\vec{t}$ και $\vec{r}_{K'} + w\overrightarrow{K'\Lambda'} = \vec{r}_{K'} + w(\vec{r}_{\Lambda'} - \vec{r}_{K'})$ αντίστοιχα, όπου $\vec{r}_A = (X_A, Y_A)$. Στο σημείο τομής πρέπει:

$$r_A + ut = r_{K'} + w\overrightarrow{K'\Lambda'}$$

Η εξίσωση αποτελεί σύστημα 2 εξισώσεων με 2 αγνώστους με αγνώστους τα u, w. Αν το σύστημα δεν έχει λύση η ευθεία ΑΒ' δεν τέμνει την ευθεία Κ΄Λ΄ (συνθήκη α). Αν w<0 ή w>1 τότε το σημείο Β΄ δεν είναι ανάμεσα στα Κ΄ και Λ΄ (συνθήκη β). Αν u<0 τότε το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ΄ δεν κατευθύνεται προς τον ήλιο (συνθήκη γ). Παρεμπιπτόντως u είναι και η απόσταση ΑΒ΄ και η υψομετρική διαφορά στο σημείο Β υπολογίζεται με γραμμική παρεμβολή:

$$\Delta h_B = \Delta h_K + w(\Delta H_\Lambda - \Delta h_K)$$

Εμπόδια

Ένα ογκώδες εμπόδιο όπως ένα όρος μπορεί να εξιδανικευτεί ως πυραμίδα ή ως κόλουρη πυραμίδα. Για να ληφθεί υπόψη η πυραμίδα στη σκίαση, αρκεί να θεωρηθούν ως τοίχοι αμελητέου πάχους οι ακμές της πυραμίδας.

Το ανάγλυφο του εδάφους σε χάρτες εκφράζεται από τις ισοϋψείς και τις break lines (πχ κορυφογραμμές), οι οποίες μπορούν να θεωρηθούν ως τεθλασμένες γραμμές. Για τον υπολογισμό της σκίασης, κάθε ευθ. τμήμα των τεθλασμένων γραμμών μπορεί να θεωρηθεί ως τοίχος.
Στο δομημένο χώρο, εκτός των ανωτέρω, τα κτίρια μπορούν να εξιδανικευτούν ως ορθογώνια παραλληλεπίπεδα ή σύνολο ορθογωνίων παραλληλεπιπέδων. Για τον υπολογισμό της σκίασης, αρκεί να θεωρηθούν οι 4 κατακόρυφες έδρες κάθε ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου ως τοίχοι.
Σημειακά εμπόδια όπως ένα στύλος της ΔΕΗ μπορεί να θεωρηθούν ως ορθογώνια παραλληλεπίπεδα πολύ μικρών διαστάσεων κατά x και y.

Σκίαση επιφάνειας

Για τη σκίαση μίας όχι απαραίτητα οριζόντιας επιφάνειας, ορίζεται κάναβος x, y που χωρίζει την προβολή της επιφάνειας στο οριζόντιο επίπεδο σε τετραγωνίδια. Κάθε τετραγωνίδιο θεωρείται ότι σκιάζεται αν σκιάζεται το μέσο του.
Το βήμα του κανάβου (πλευρά τετραγωνιδίου) εξαρτάται από την εφαρμογή. Αν υπολογίζεται η σκίαση σε υδροταμιευτήρα εμβαδού $1km^2$, τότε βήμα 100m είναι πιθανώς αρκετό, διότι εντός του ταμιευτήρα δεν υπάρχουν εμπόδια, και τυχόν εμπόδια κοντά στις όχθες (πχ δέντρα) που μπορεί να μεταβάλλονται μέσα στα 100 m δίνουν αμελητέο λάθος σε σχέση με το εμβαδόν του υδροταμιευτήρα.
Αν υπολογίζεται η σκίαση σε δώμα για την τοποθέτηση ηλιακού θερμοσίφωνου, τότε ο κάναβος θα πρέπει να είναι αρκετά μικρότερος από τις διαστάσεις του ηλιακού θερμοσίφωνου, για παράδειγμα 0.10m.

Δεδομένα

Τα δεδομένα του προγράμματος είναι δύο ειδών. Το πρώτο είναι τα εμπόδια τα οποία θεωρούνται ως σύνολο τεθλασμένων γραμμών. Κάθε ευθ. τμήμα κάθε τεθλασμένης γραμμής αποτελεί έναν τοίχο. Οι τεθλασμένες γραμμές βρίσκονται σε ένα αρχείο όνομα <*πρόθεμα*>.brk όπου το <*πρόθεμα*> το δίνει ο χρήστης. Το αρχείο έχει τη μορφή:

```
dyYv79          6159.574       2522.283          1.000
dyYv80          6159.484       2522.117          1.000
dyYv81          6158.730       2519.817          1.000
dyYv82          6158.696       2519.696          1.000
dyYv83          6158.624       2519.592          1.000
dyYv84          6158.554       2519.477          1.000
dyYv85          6158.500       2519.411          1.000
dyYv86          6159.342       2521.875          1.000
dyYv87          6158.505       2521.421          1.000
$
THC0000048        19.071         34.088         25.000
THC0000049        19.082         34.235         24.000
THC0000050        19.077         34.394         23.000
THC0000051        19.077         34.553         22.000
THC0000052        19.054         34.780         21.000
THC0000053        19.071         34.916         20.000
THC0000054        19.077         35.075         19.000
THC0000055        19.088         35.239         18.000
$
27              2258.800       6781.332          8.019
28              2259.295       6781.142          8.032
29              2259.765       6780.961          8.046
30              2259.766       6780.961          8.046
31              4460.708       5933.882          8.046
$
```

Η πρώτη στήλη έχει ονομασίες σημείων (οι οποίες αγνοούνται), η δεύτερη έχει τη συντεταγμένη X, η τρίτη τη συντεταγμένη Y, και η τέταρτη το υψόμετρο H σε σχέση με τη θάλασσα. Το σύμβολο $ συμβολίζει το τέλος της τεθλασμένης γραμμής. Μετά από αυτό μία νέα τεθλασμένη γραμμή ξεκινά.
Το δεύτερο είδος δεδομένων είναι οι περιοχές στην οποία πρέπει να βρεθεί η σκίαση. Κάθε περιοχή θεωρείται ορθογώνια, με πλευρές παράλληλες στους άξονες X, Y, σταθερού ύψους H_p και περιγράφεται από τις συντεταγμένες της κάτω αριστερά γωνίας της X_p, Y_p, H_p, από τα μήκη πλευρών b_x, b_y, από το βήμα κανάβου d_k και από τις γεωδαιτικές συντεταγμένες λ, φ του κεντροειδούς της περιοχής. Οι περιοχές βρίσκονται σε ένα αρχείο όνομα <*πρόθεμα*>.per όπου το <*πρόθεμα*> το δίνει ο χρήστης. Το αρχείο έχει τη μορφή:

```
P1  23.38541  38.21368   19029.712  22193.924    1.000    534.164    290.000    50.000
P2  23.38541  38.21368   19233.065  22400.809    2.000    591.668    290.000    50.000
P3  23.38541  38.21368   19401.657  22643.637   15.500    601.501    290.000    50.000
P4  23.38541  38.21368   19537.813  22920.004  100.000    629.713    290.000    50.000
```

Οι στήλες με τη σειρά έχουν τη ονομασία της περιοχής (οι οποία αγνοείται), το λ, το φ, το X_p, το Y_p, το H_p, το b_x, το b_y και το d_k.

Ζητούμενα

Να συνταχθεί πρόγραμμα σε matlab το οποίο να χωρίζει τις περιοχές σε κάναβο και για κάθε τετραγωνίδιο να υπολογίζει τη σκίαση και την προσπίπτουσα ηλιακή ακτινοβολία. Συγκεκριμένα:

1. Για ένα συγκεκριμένο μήνα M, για κάθε μέσο τετραγωνιδίου να υπολογίζει:
   α) Για κάθε ώρα μίας ημέρας, από την ανατολή έως τη δύση, το συντελεστή K(h) (σκίαση ή όχι).
   β) Την ηλιακή ακτινοβολία με σκίαση S_k της ημέρας χρησιμοποιώντας αριθμητική ολοκλήρωση της επιλογής σας.
   γ) Το άθροισμα $S_{K,M}=\Sigma S_K$ για όλες της ημέρες του μήνα.
2. Να υπολογίζει τα α), β), γ) του ζητήματος 1 για όλους τους μήνες του έτους.
3. Να γράφει σε αρχείο αποτελεσμάτων τις συντεταγμένες και τη μηνιαία ηλιακή ακτινοβολία X, Y, H, $S_{K,M}$ για κάθε σημείο και κάθε μήνα με τη μορφή:

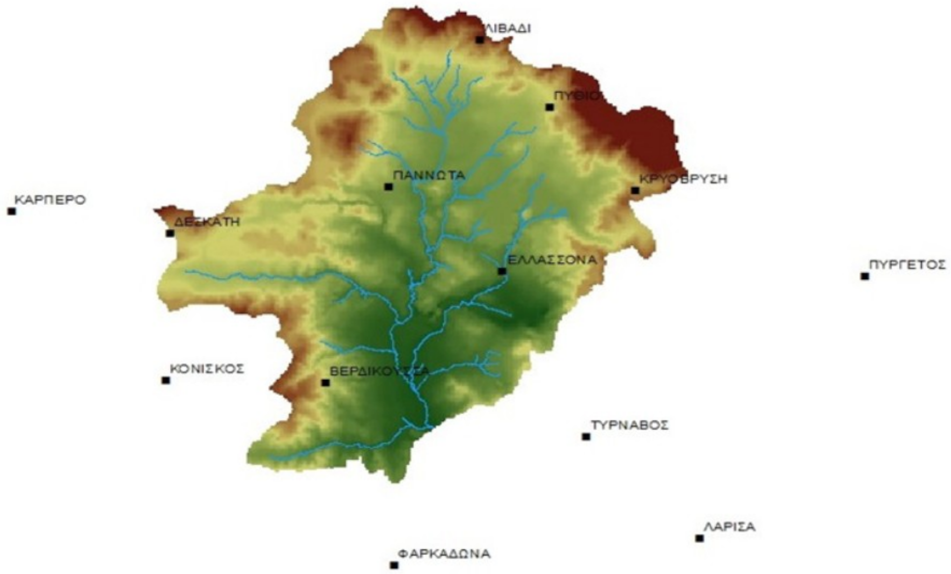
```
Μήνας 1
      6159.574       2522.283          1.000       13.256
      6159.484       2522.117          1.000       11.323
      6158.730       2519.817          1.000       17.125
...
Μήνας 2
      6159.574       2522.283          1.000       13.256
      6159.484       2522.117          1.000       11.323
      6158.730       2519.817          1.000       17.125
...
```

Το αρχείο αποτελεσμάτων να έχει όνομα *<πρόθεμα>*.ira όπου το *<πρόθεμα>* το δίνει ο χρήστης.

4. Για κάθε μήνα να γίνει ένα γράφημα surf με τίτλο, λεζάντες και ετικέτες χρησιμοποιώντας τις συντεταγμένες X,Y και τις μηνιαίες ηλιακές ακτινοβολίες ως Z. Τα γραφήματα να αποθηκεύονται σε αρχεία με όνομα *<πρόθεμα>01*.jpg, *<πρόθεμα>02*.jpg, *<πρόθεμα>03*.jpg, … *<πρόθεμα>12*.jpg.

Δεδομένα και τα αντίστοιχα αποτελέσματα για να ελέγξετε το πρόγραμμά σας θα βρείτε στο αρχείο που δίνεται στις «Διευκρινήσεις» της παρούσας εργασίας, Εργαλείο ‘Εργασίες’ στην ιστοσελίδα mycourses.ntua.gr

<u>16. Επεξεργασία υδρολογικών χρονοσειρών</u>



Τα έτη στην υδρολογία καταγράφονται σαν υδρολογικά έτη με αρχή τον Οκτώβριο και πέρας τον Σεπτέμβριο. Είναι συνήθης πρακτική, λόγο αυτού, οι υδρολογικές πληροφορίες να μην παρουσιάζονται σε μία στήλη. Με βάση αυτό δίνεται (σε αρχείο excel, **Thema15.xlsx** που δίνεται στις «Διευκρινήσεις» της παρούσας εργασίας, Εργαλείο 'Εργασίες' στην ιστοσελίδα mycourses.ntua.gr) η μηνιαία χρονοσειρά απορροής λεκάνης, μήκους 49 υδρολογικών ετών (Οκτ. 1961 έως Σεπ. 2010).

I. Να αναδιαρθρωθεί η μηναία χρονοσειρά σε μορφή πίνακα διαστάσεων 49×12 και να γίνει το ως άνω γράφημα.
II. Για κάθε στήλη του πίνακα, που αντιστοιχεί σε συγκεκριμένο μήνα, να υπολογιστούν τα βασικά στατιστικά μεγέθη της χρονοσειράς (μέση τιμή, τυπική απόκλιση, συντελεστής ασυμμετρίας, ελάχιστη και μέγιστη τιμή), και να αποθηκευτούν σε μορφή διανυσμάτων.
III. Απεικονίστε τα μηνιαία θηκογράμματα (boxplots) της χρονοσειράς, και δώστε κατάλληλο τίτλο στο γράφημα.
IV. Υπολογίστε και αποτυπώστε γραφικά την ετήσια χρονοσειρά (μέγιστες απορροές κάθε έτους).
V. Προσαρμόστε μια κανονική κατανομή στις ετήσιες τιμές της χρονοσειράς και να κάνετε γράφημα όπου θα φαίνονται τα δεδομένα και η κανονική κατανομή.

VI. Με βάση την κανονική κατανομή εκτιμήστε την ετήσια απορροή πιθανότητας υπέρβασης 10%, 5% και 1% (αντιστοιχούν σε αθροιστική πιθανότητα 0.90, 0.95 και 0.99 της κανονικής κατανομής).

Το πρόγραμμα θα διαβάζει το αρχείο <πρόθεμα>.xlsx όπου το πρόθεμα το δίνει ο χρήστης. Αν δεν υπάρχει τότε το αρχείο <πρόθεμα>.xls, και αν δεν υπάρχει και αυτό τότε το αρχείο <πρόθεμα>.csv. Το πρόγραμμα θα ελέγχει ότι τα δεδομένα αρχίζουν από Οκτώβριο και τελειώνουν σε Σεπτέμβριο, και ότι υπάρχουν όλες οι ενδιάμεσοι μήνες και έτη. Αν δεν τηρούνται οι έλεγχοι θα τυπώνει στην οθόνη κατάλληλο μήνυμα λάθους.
Επίσης θα γράφει στο αρχείο αποτελεσμάτων με όνομα <πρόθεμα>.res τη μηνιαία χρονοσειρά (i), τα στατιστικά στοιχεία (ii) και τις ετήσιες απορροές (vi) ως ακολούθως:

```
Μηνιαία χρονοσειρά παροχών (m3/s)
--------------------------------------------------------------------------
Ετος   Οκτ   Νοε   Δεκ   Ιαν   Φεβ   Μαρ   Απρ   Μαι  Ιουν  Ιουλ   Αυγ   Σεπ
1961   1.7   2.6   9.2   9.5  15.8  14.8  10.5  17.3  53.3  13.5   6.5   3.3
1962   0.4   0.9   0.5  19.5  54.0  63.9  51.6  83.5  31.3  23.1  24.6   5.1
1963   2.2   2.5   0.8  14.7   4.2  55.0  10.4  23.7  31.8  11.8   9.1   7.3
....
Μηνιαία Στατιστικά στοιχεία παροχών (m3/s)
----------------------------------------------------
Μήνας  Μέση    Τυπική  Συντελεστής  Ελάχιστη  Μέγιστη
       τιμή  απόκλιση  Ασυμμετρίας
    1   6.8       6.8          1.4       0.3     29.1
    2  12.4       9.5          2.3       1.3     54.0
    3  25.2      13.9          0.6       3.3     63.9
...
Μελλοντικές απορροές με πιθανότητα υπέρβασης (m3/s)
--------------------------------------------------
 Πιθανότητα  Απορροή
υπέρβασης %     m3/s
       10.0     54.8
        5.0     59.5
        1.0     68.3
```

Τα γραφήματα των ερωτημάτων (i), (iii), (iv), (v) θα έχουν τίτλο, λεζάντες και ετικέτες και θα αποθηκευτούν ως <πρόθεμα>i.jpg, <πρόθεμα>iii.jpg, <πρόθεμα>iv.jpg, <πρόθεμα>v.jpg αντίστοιχα.

Παρατηρήσεις:

- Να συσταθούν ομάδες των 4-5 ατόμων για την αντιμετώπιση των θεμάτων.
- Η προετοιμασία (προγραμματισμός) του θέματος θα γίνεται στο PC Lab την ώρα του μαθήματος, καθώς και στο σπίτι.
- Η υλοποίηση θα γίνει σε 2 φάσεις: Σχεδιασμός (Διάγραμμα Ροής, αναλυτικές σχέσεις) + Υλοποίηση (προγραμματισμός).
- Το ποσοστό συμμετοχής του βαθμού εργασίας εξαμήνου στο τελικό βαθό είναι 30%.
- Οι λύσεις του θέματος να σταλούν μέσω της ιστοσελίδας http://mycourses.ntua.gr/, Εργαλείο/«Εργασίες».
- Οι λύσεις θα περιλαμβάνουν τα αρχεία script (.m) του MATLAB και άλλα αρχεία με τα οποία δούλεψε η ομάδα (όλα τα αρχεία να σταλούν σε ένα συμπιεσμένο αρχείο zip).
- Διαδικασία παράδοσης: Κάθε ομάδα θα παρουσιάσει τη δουλειά της σε Powerpoint/LibreOffice Impress στην εξεταστική του Φεβρουαρίου, σε ημέρα που θα ανακοινωθεί στην ιστοσελίδα του μαθήματος (mycourses.ntua.gr).
- Για οποιαδήποτε απορία ή διευκρίνηση, μη διστάσετε να στείλετε email στους διδάσκοντες. Θα σας δοθεί πολύ σύντομα απάντηση με email προκειμένου να προχωρήσετε!