4. (12 points) If you know that $det \begin{bmatrix} \text{Row 1} \\ \text{Row 2} \\ \text{Row 3} \end{bmatrix} = 4$, what is the determinant of

$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 3\text{Row }1 + 2\text{Row }2 \\ \text{Row }2 + 2\text{Row }3 \\ \text{Row }3 + \text{Row }1 \end{bmatrix}$

let

Row 1 = a

Row 2 = b

Row 3 = c.

$det \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = 4$

$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \xrightarrow{3\times} \begin{bmatrix} 3a \\ b \\ c \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3a+2b \\ b \\ c \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3a+2b \\ b+2c \\ c \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3a+2b \\ b+2c \\ c \end{bmatrix} \rightarrow$

$\begin{bmatrix} 3a+2b \\ b+2c \\ c+a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3a \\ b+2c \\ c+a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2b \\ b+2c \\ c+a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3a \\ b \\ c+a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3a \\ 2c \\ c+a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2b \\ b \\ c+a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2b \\ 2c \\ c+a \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3a \\ b \\ c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3a \\ b \\ a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3a \\ 2c \\ a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3a \\ 2c \\ c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2b \\ b \\ c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2b \\ b \\ a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2b \\ 2c \\ a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2b \\ 2c \\ c \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3a \\ b \\ c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2b \\ 2c \\ a \end{bmatrix}$

$= 4 \times 3 + (-1)^2 \cdot 4 \times 2 \times 2 = 12 + 16$

$= 28$

$\boxed{28}$