

Задача 1

- Найти порождающую матрицу расширенного кода Хемминга (8,4).
- Найти минимальное расстояние кода, а также веса всех кодовых слов и расстояния между любыми парами кодовых слов.

$$\begin{aligned}
 H &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{II}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{I}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{II}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{I}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{II}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{I}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = G
 \end{aligned}$$

$$d_{\min} = k = 4$$

LC

KC

w

[0, 0, 0, 0]	[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]	0
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]	8
[0, 0, 1, 0]	[0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1]	4
[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0]	4
[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]	4
[0, 1, 0, 1]	[1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0]	4
[0, 1, 1, 0]	[0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0]	4
[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1]	4
[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1]	4
[1, 0, 0, 1]	[1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0]	4
[1, 0, 1, 0]	[0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0]	4
[1, 0, 1, 1]	[1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1]	4
[1, 1, 0, 0]	[0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0]	4
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1]	4
[1, 1, 1, 0]	[0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1]	4
[1, 1, 1, 1]	[1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0]	4

Расстояние:

[0, 8, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4]
[8, 0, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4]
[4, 4, 0, 8, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4]
[4, 4, 8, 0, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4]
[4, 4, 4, 4, 0, 8, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4]
[4, 4, 4, 4, 8, 0, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4]
[4, 4, 4, 4, 4, 4, 0, 8, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4]
[4, 4, 4, 4, 4, 4, 8, 0, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4]
[4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 0, 8, 4, 4, 4, 4, 4, 4]
[4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 8, 0, 4, 4, 4, 4, 4, 4]
[4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 0, 8, 4, 4, 4, 4]
[4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 8, 0, 4, 4, 4, 4]
[4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 0, 8, 4, 4]
[4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 8, 0, 4, 4]
[4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 0, 8]
[4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 8, 0]

```

a = []
for i in range(2):
    for j in range(2):
        for k in range(2):
            for l in range(2):
                a.append([i, j, k, l])

G = [[0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1], [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1], [0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1], [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]]

b = []

for i in range(16):
    c = [0] * 8
    for j in range(8):
        for k in range(4):
            c[j] = (c[j] + a[i][k] * G[k][j]) % 2
    b.append(c)

for i in range(16):
    print(a[i], b[i], sum(b[i]))

```

```

q = []
for i in range(16):
    w = [0] * 16
    q.append(w)

for i in range(16):
    for j in range(16):
        z = 0
        for u in range(8):
            if b[i][u] != b[j][u]:
                z += 1
        q[i][j] = z
        q[j][i] = z
for i in range(16):
    print(q[i])

```

Задача 2

- Проверьте, что код дуальный коду Хэмминга действительно является симплексом.

$\nabla (n, k)$ -код, $n = 2^r - 1$, $k = 2^r - 1 - r \Rightarrow$ дуальный: $(2^{r-1}, r)$
 $(1) d = 2^{r-1} = w(c_1 + c_2) = w(c)$ или, $c^T = m \cdot h_j$; $H_{r \times n} \Rightarrow$
 число "1" в c = числу столбцов h_j , где $m \cdot h_j = 1$
 Всею столбцов $n = 2^r - 1$, половина даст $m \cdot h_j = 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow w(c) = d = 2^{r-1} \quad \square$

Задача 3

- Постройте код, дуальный коду с проверкой на четность
 - Какие характеристики n, k у данного кода?
 - Сколько кодовых слов в этом коде?
 - Какое количество ошибок он может исправить?

$(n, n-1)$ -код с проверкой на чет., $H = (\underbrace{1 \dots 1}_n)$, $G = (\underbrace{I_{n-1}}_{(n-1)} \mid 1)$
 Дуальный: $(n, 1)$, $G = (\underbrace{1 \dots 1}_n)$, $H = (I_{n-1} \mid 1)$
 Число кодовых слов: $2^k = 2$
 $d = n$, $t = \lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor$