

### Задача 1

- Найти порождающую матрицу расширенного кода Хэмминга (8,4).
  - Найти минимальное расстояние кода, а также веса всех кодовых слов и расстояния между любыми парами кодовых слов.

$$H = \left( \begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{\text{III}} \left( \begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{\text{II}} \left( \begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{\text{I}}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = H_{sys} \Rightarrow G_{sys} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I \sim \begin{bmatrix} 100001110 \\ 01001011 \\ 11100001 \\ 00011110 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{II}} \begin{bmatrix} 10101010 \\ 01100110 \\ 11100001 \\ 00011110 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{III}} \begin{bmatrix} 01010101 \\ 00110011 \\ 11110000 \\ 11111111 \end{bmatrix} = G$$

$$d_{min} = k = 4$$

4C 10C

w

## Pactogaea:

[0, 0, 0, 0]	[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]	0
[0, 0, 0, 1]	[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]	8
[0, 0, 1, 0]	[0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1]	4
[0, 0, 1, 1]	[1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0]	4
[0, 1, 0, 0]	[0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0]	4
[0, 1, 0, 1]	[1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0]	4
[0, 1, 1, 0]	[0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0]	4
[0, 1, 1, 1]	[1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0]	4
[1, 0, 0, 0]	[0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0]	4
[1, 0, 0, 1]	[1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0]	4
[1, 0, 1, 0]	[0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0]	4
[1, 0, 1, 1]	[1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0]	4
[1, 1, 0, 0]	[0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0]	4
[1, 1, 0, 1]	[1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1]	4
[1, 1, 1, 0]	[0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0]	4
[1, 1, 1, 1]	[1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0]	4

```
a = []
for i in range(2):
    for j in range(2):
        for k in range(2):
            for l in range(2):
                a.append([i, j, k, l])

G = [[0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1], [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1], [0, 0, 0, 0, 0, 1,
1, 1, 1], [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]]

b = []

for i in range(16):
    c = [0] * 8
    for j in range(8):
        for k in range(4):
            c[j] = (c[j] + a[i][k] * G[k][j]) % 2
    b.append(c)

for i in range(16):
    print(a[i], b[i], sum(b[i]))
```

```

q = []
for i in range(16):
    w = [0] * 16
    q.append(w)

for i in range(16):
    for j in range(16):
        z = 0
        for u in range(8):
            if b[i][u] != b[j][u]:
                z += 1
        q[i][j] = z
        q[j][i] = z
for i in range(16):
    print(q[i])

```

## Задача 2

- Проверьте, что код дуальный коду Хэмминга действительно является симплексом.

~~(n, k)-код~~,  $n=2^{r-1}$ ,  $k=2^{r-1}-r \Rightarrow$  симплекс:  $(2^{r-1}, r)$   
 $\downarrow d = 2^{r-1} = w(c_1 + c_2) = w(c) - m$ ,  $c^T = m \cdot h_j$ ;  $H_{r \times n} \Rightarrow$   
 Число "1" в  $c$  = числу единиц в  $h_j$ , где  $m \cdot h_j = 1$   
 Всего единиц  $n=2^{r-1}$ , половина даст  $m \cdot h_j = 1 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow w(c) = d = 2^{r-1}$   $\blacksquare$

## Задача 3

- Постройте код, дуальный коду с проверкой на четность
  - Какие характеристики  $n, k$  у данного кода?
  - Сколько кодовых слов в этом коде?
  - Какое количество ошибок он может исправить?

$(n, n-1)$ -код с проверкой на четн.,  $H = \underbrace{(1 \dots 1)}_n$ ,  $G = (\underbrace{I_{n-1}}_{(n-1)} | 1)$   
 $\Downarrow$   
 • Дуальный:  $(n, 1)$ ,  $G = \underbrace{(1 \dots 1)}_n$ ,  $H = (I_{n-1} | 1)$   
 • Число кодовых слов:  $2^k = 2$   
 •  $d = n$ ,  $t = \left\lfloor \frac{n-1}{2} \right\rfloor$