

# Моделирование колесных роботов

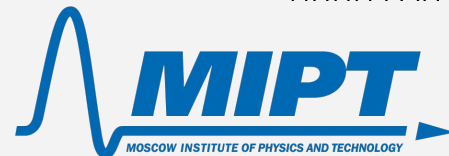
Лекция 4. Вероятностные модели  
измерения

Олег Шипитько

Москва, 2023



ИППИ РАН





# СОДЕРЖАНИЕ ЛЕКЦИИ

1. Вероятностные модели измерения для датчиков  
измеряющих расстояние
  - a. Ray-casting модель
  - b. Beam-end модель
2. Вероятностные модели измерения для детекции  
ориентиров/особенностей

# РЕКУРСИВНАЯ БАЙЕСОВСКАЯ ОЦЕНКА ПОЗЫ

$$p(\mathbf{x}_t | map, \mathbf{z}_t, \mathbf{u}_t) = C \cdot p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, map) \int_S p(\mathbf{x}_t | \mathbf{u}_t, \mathbf{x}_{t-1}) p(\mathbf{x}_{t-1} | map, \mathbf{z}_{t-1}, \mathbf{u}_{t-1}) d\mathbf{x}_{t-1}$$

$C$  – коэффициент нормализации

$S$  – пространство поз робота

$p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, map)$  – модель измерения

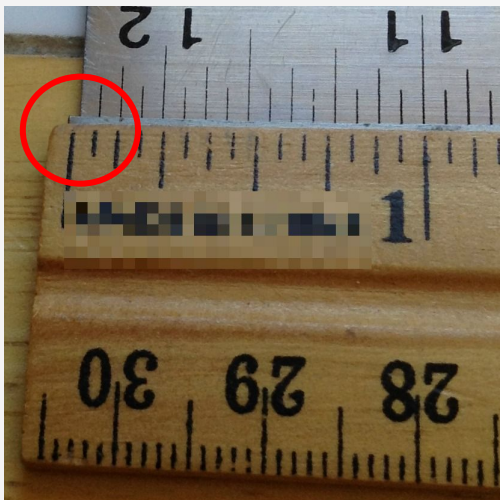
$p(\mathbf{x}_t | \mathbf{u}_t, \mathbf{x}_{t-1})$  – модель движения

$p(\mathbf{x}_{t-1} | map, \mathbf{z}_{t-1}, \mathbf{u}_{t-1})$  – предыдущее состояние системы (поза робота)

# ПОЧЕМУ НАМ НУЖНЫ **ВЕРОЯТНОСТНЫЕ** МОДЕЛИ ИЗМЕРЕНИЯ?

- ❑ Сенсоры не идеальны.

Их измерения подвержены ошибкам.



- ❑ Мир тоже не идеален.

Неидеальность мира вносит дополнительные ошибки в измерения.



# ВИДЫ СЕНСОРОВ

## ❑ **Сенсоры измеряющие расстояние (дальномеры)**

- ❑ Лазерные дальномеры
- ❑ Инфракрасные дальномеры
- ❑ Ультразвуковые
- ❑ Радары

## ❑ **Визуальные сенсоры**

- ❑ Камеры
  - ❑ Монокулярные
  - ❑ Камеры глубины

## ❑ **Спутниковые системы навигации**

## ❑ **Контактные сенсоры**

- ❑ Кнопки/бамперы

## ❑ **Проприоцептивные сенсоры**

- ❑ Энкодеры
- ❑ Гироскопы
- ❑ Акселерометры
- ❑ Магнитометры
- ❑ Альтиметры

# ДОКУМЕНТАЦИЯ НА СЕНСОРЫ

REACH RS+

## Single-band RTK GNSS receiver with centimeter precision

For surveying, mapping and navigation.  
Comes with a mobile app

\$799

Buy



## Specifications

[Reach RS+ Datasheet](#)  
569 kb

### Mechanical

Dimensions	145x145x85 mm
Weight	690 g
Operating t°	-20...+65 °C
Ingress protection	IP67 (water and dust)

### Connectivity

LoRa radio	
Frequency range	868/915 MHz
Distance	Up to 8 km
Wi-Fi	802.11b/g/n
Bluetooth	4.0/2.1 EDR
Ports	RS-232, MicroUSB

### Electrical

Autonomy	Up to 30 h/s
Battery	LiFePO4 3.2 V
External power input	6-48 V
Charging	MicroUSB 5 V
Certification	FCC, CE

### Data

Corrections	NTRIP, RTCM3
Position output	NMEA, LLH/XYZ
Data logging	RINEX with events with update rate up to 14 Hz
Internal storage	8 GB

### Positioning

Static horizontal	5 mm + 1 ppm
Static vertical	10 mm + 2 ppm
Kinematic horizontal	7 mm + 1 ppm
Kinematic vertical	14 mm + 2 ppm

### GNSS

Signal tracked	GPS/QZSS L1, GLONASS G1, BeiDou B1, Galileo E1, SBAS
Number of channels	72
Update rates	14 Hz / 5 Hz
IMU	9DOF

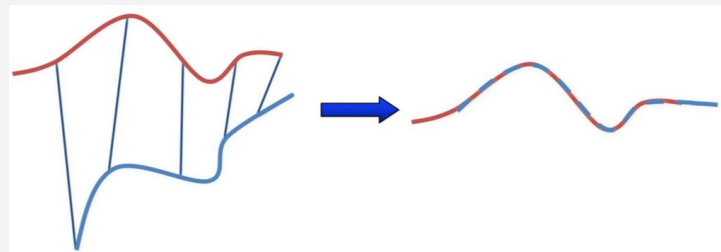
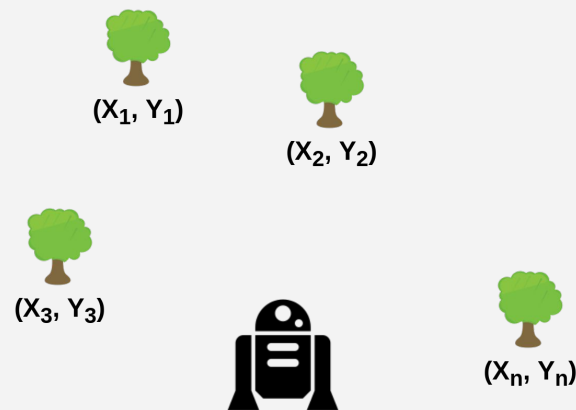
# СОПОСТАВЛЕНИЕ \*\*\* с \*\*\* (\*\*\*-TO-\*\*\* MATCHING)

## Что можно сопоставлять:

- ☐ Скан с картой
- ☐ Скан со сканом
- ☐ Карту с картой
- ☐ Особенности / ориентиры
- ☐ ....

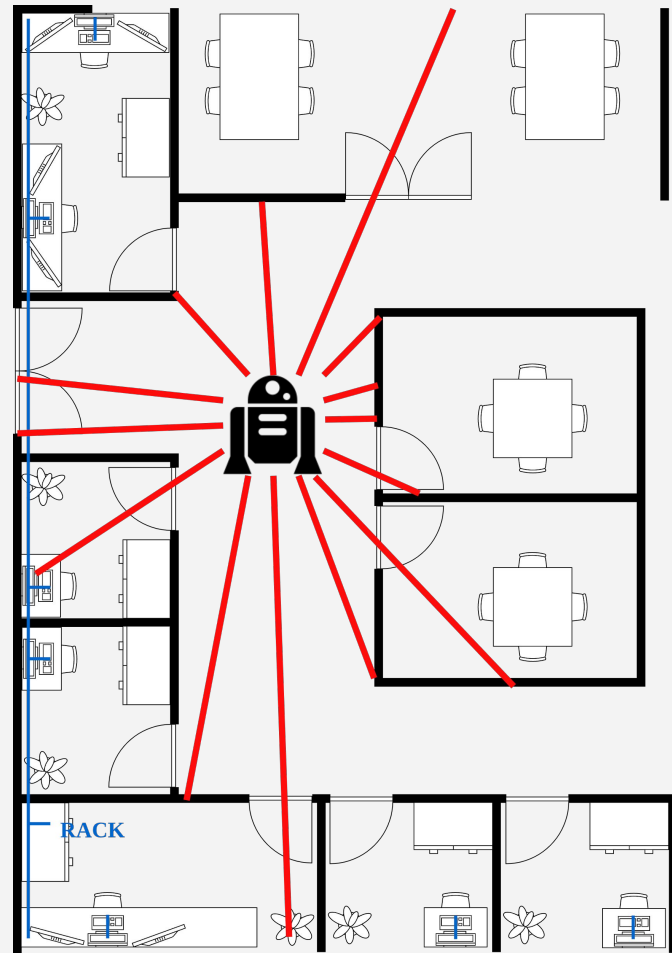
## Как можно сопоставлять:

- ☐ Корреляция
- ☐ Максимизация правдоподобия
- ☐ RANSAC
- ☐ ....



# ДАТЧИКИ РАССТОЯНИЯ

- ❑ Чаще всего рассматриваются модели многолучевых дальномеров (например, LIDAR или массив ультразвуковых датчиков) т.к. они проще других сенсоров в использовании





# МОДЕЛЬ ДАТЧИКА РАССТОЯНИЯ

Наша задача – оценить вероятность измерения при условии фиксированного положения и наличия карты (компактного представления мира):

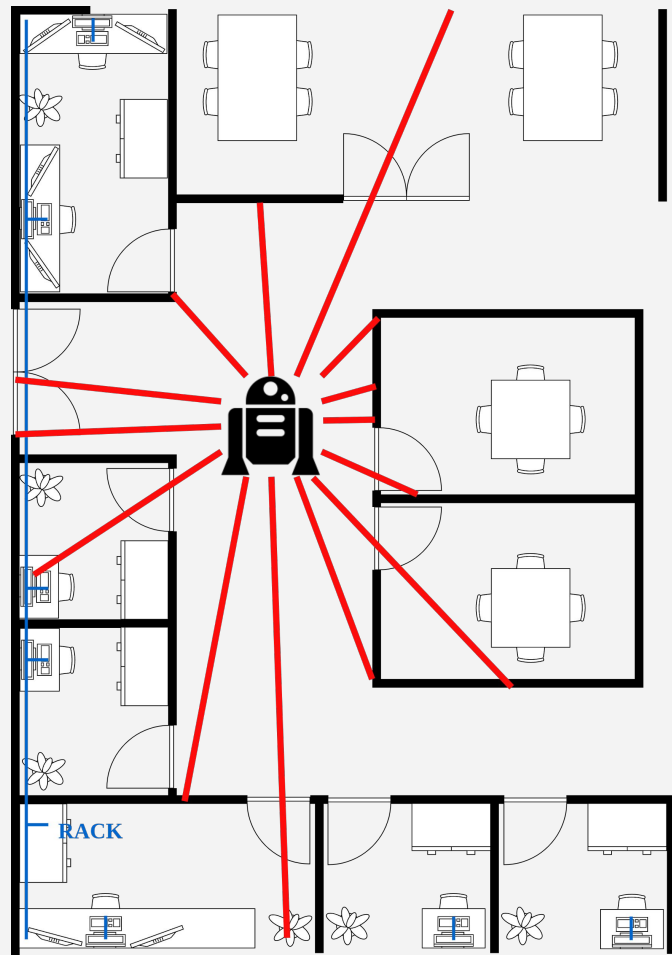
$$p(z|x, m)$$

Каждое измерение  $z$  состоит из  $k$  измерений (лучей):

$$z = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}$$

Будем считать, что каждое измерение независимо, тогда общая вероятность – произведение вероятностей каждого отдельного измерения:

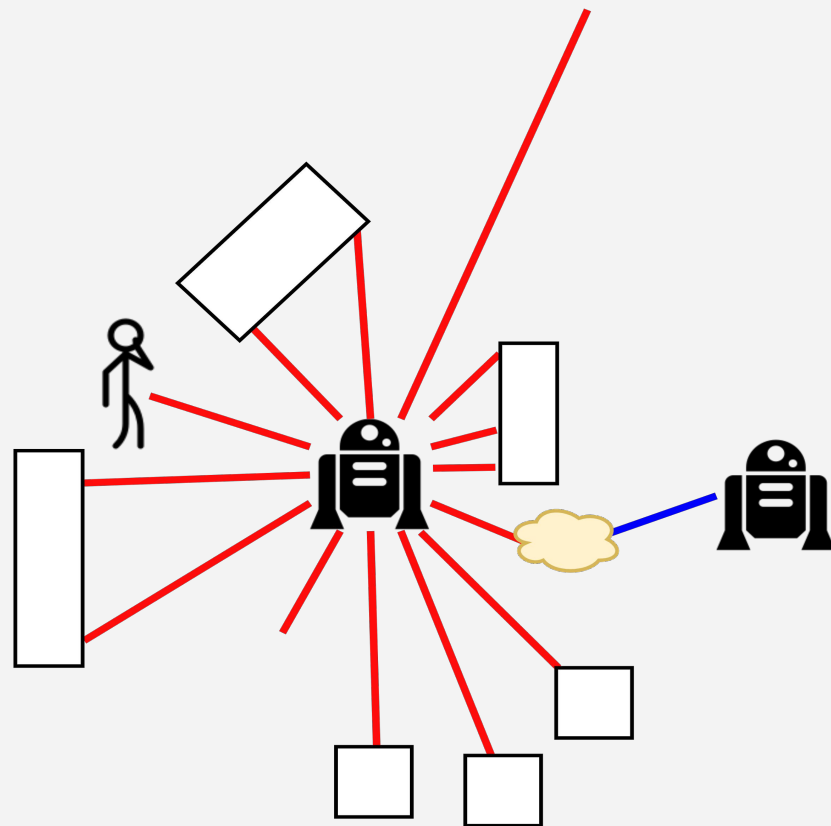
$$p(z|x, m) = \prod_{k=0}^K p(z_k|x, m)$$



## ИСТОЧНИКИ ОШИБОК

При измерении возможны следующие альтернативы:

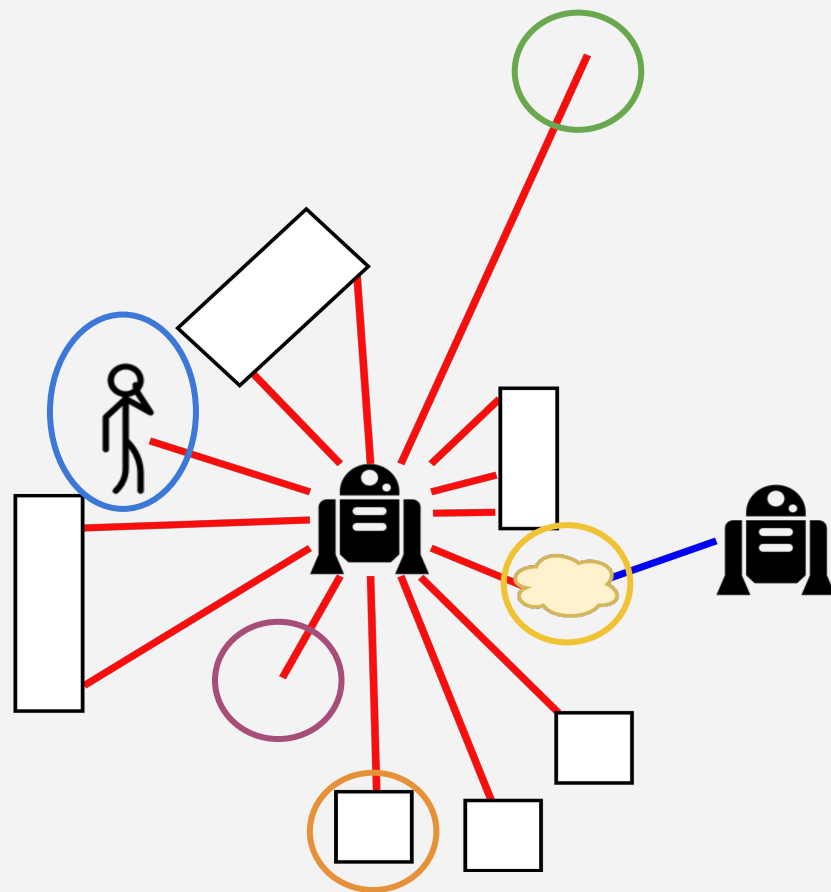
- Отражение луча от статического препятствия (нанесенного на карту)
- Отражение луча от динамического препятствия (которого нет на карте)
- Интерференция с другим датчиком схожей природы
- Случайное измерение (ошибка сенсора)
- Максимальное измерение (при отсутствии препятствий)



# ИСТОЧНИКИ ОШИБОК

При измерении возможны следующие альтернативы:

- Отражение луча от статического препятствия (нанесенного на карту)
- Отражение луча от динамического препятствия (которого нет на карте)
- Интерференция с другим датчиком схожей природы
- Случайное измерение (ошибка сенсора)
- Максимальное измерение (при отсутствии препятствий)



# ВИДЫ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ДАЛЬНОМЕРОВ

Основные типы вероятностных моделей для дальномеров:

## ❑ **На основе анализа пути распространения луча (beam-based)**

- ❑ Моделирует различные физические причины получения того или иного измерения
- ❑ Предполагает независимость причин возникновения измерения
- ❑ Предполагает независимость отдельных лучей

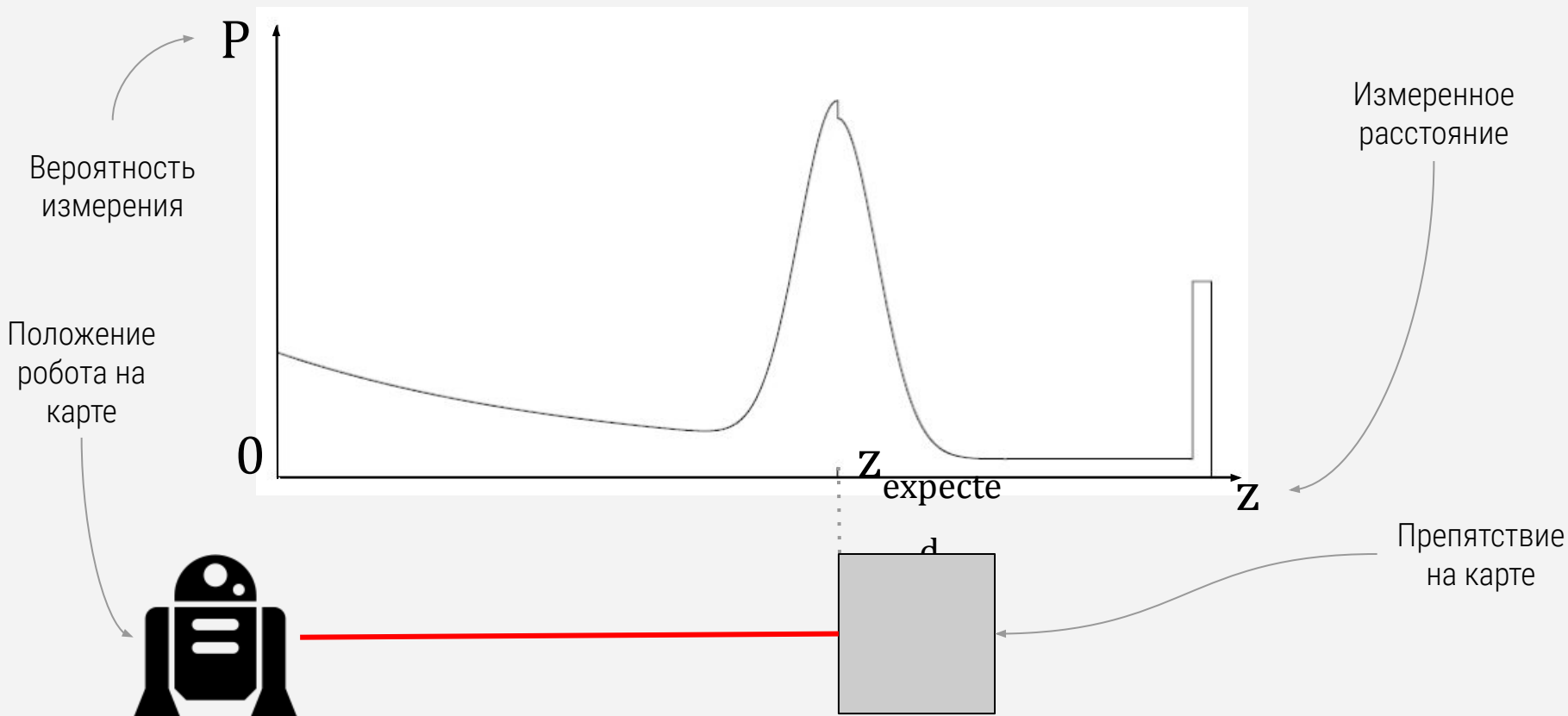
## ❑ **На основе анализа конечной точки луча (end-point based, scan-based)**

- ❑ Игнорирует физические свойства луча
- ❑ Предполагает независимость причин возникновения измерения
- ❑ Предполагает независимость отдельных лучей

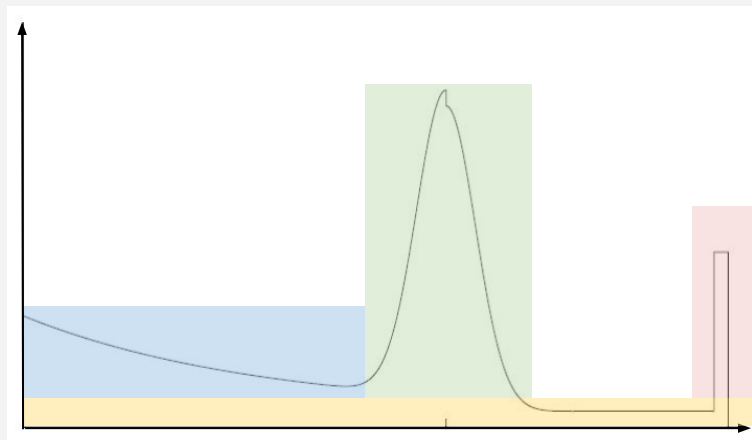
## ❑ **Сопоставление сканов**

- ❑ На основе корреляции

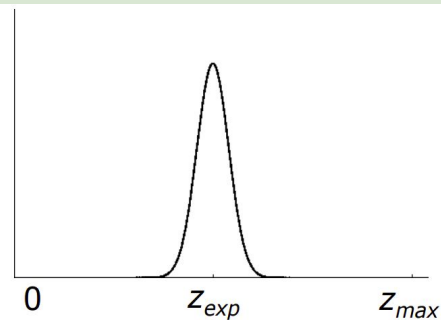
# BEAM-BASED МОДЕЛЬ



# BEAM-BASED МОДЕЛЬ

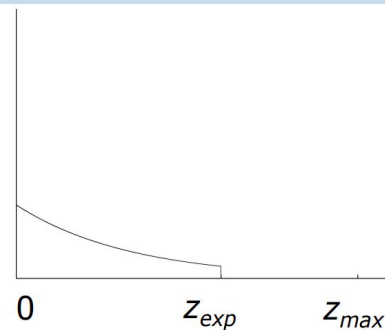


Шум измерения



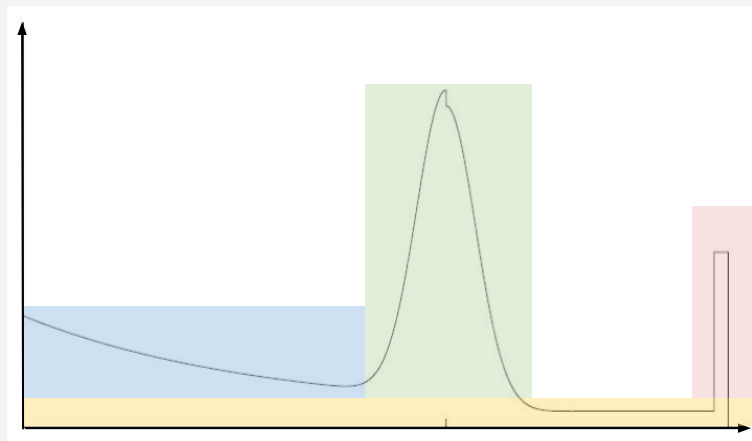
$$P_{hit}(z | x, m) = \eta \frac{1}{\sqrt{2\pi}b} e^{-\frac{1}{2} \frac{(z - z_{exp})^2}{b}}$$

Динамические препятствия



$$P_{unexp}(z | x, m) = \begin{cases} \eta \lambda e^{-\lambda z} & z < z_{exp} \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

# BEAM-BASED МОДЕЛЬ

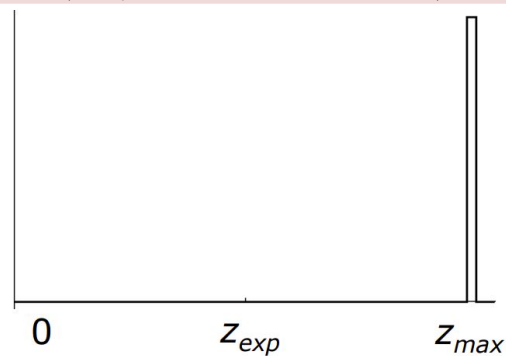


Случайное измерение



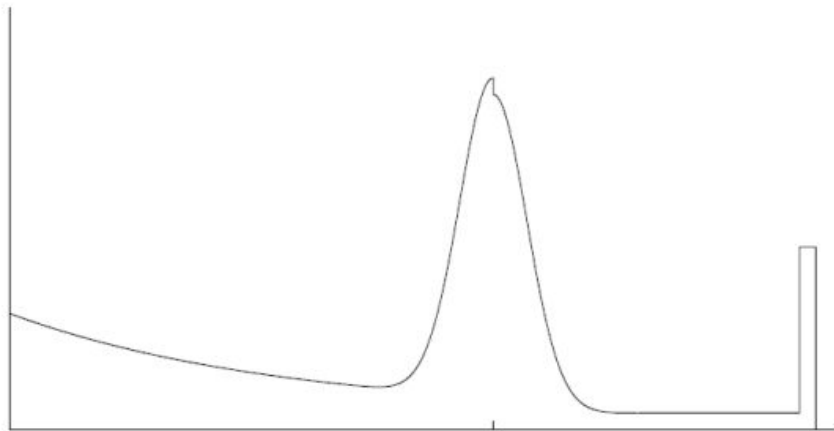
$$P_{rand}(z | x, m) = \eta \frac{1}{z_{max}}$$

Максимальное измерение  
(отсутствие препятствий)



$$P_{max}(z|x, m) = \begin{cases} 1 & z = z_{max} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

# BEAM-BASED МОДЕЛЬ



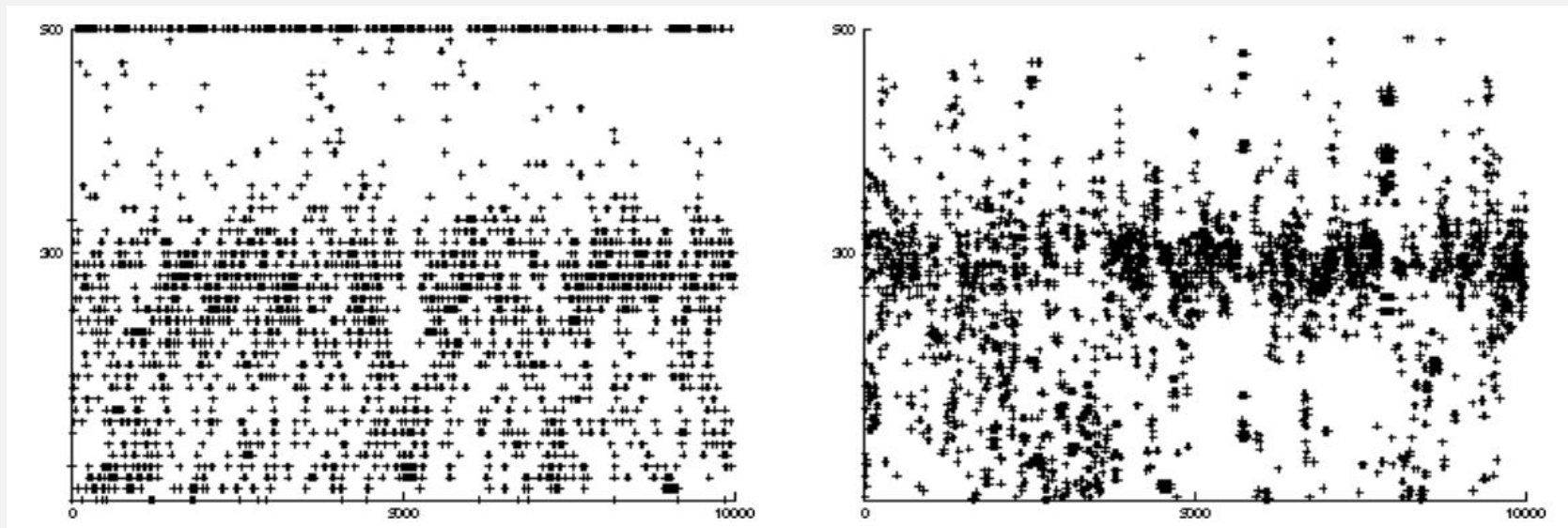
$$P(z | x, m) = \begin{pmatrix} \alpha_{\text{hit}} \\ \alpha_{\text{unexp}} \\ \alpha_{\text{max}} \\ \alpha_{\text{rand}} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} P_{\text{hit}}(z | x, m) \\ P_{\text{unexp}}(z | x, m) \\ P_{\text{max}}(z | x, m) \\ P_{\text{rand}}(z | x, m) \end{pmatrix}$$

Как определить параметры модели?



# ПАРАМЕТРЫ МОДЕЛИ

Параметры модели часто определяются экспериментально.



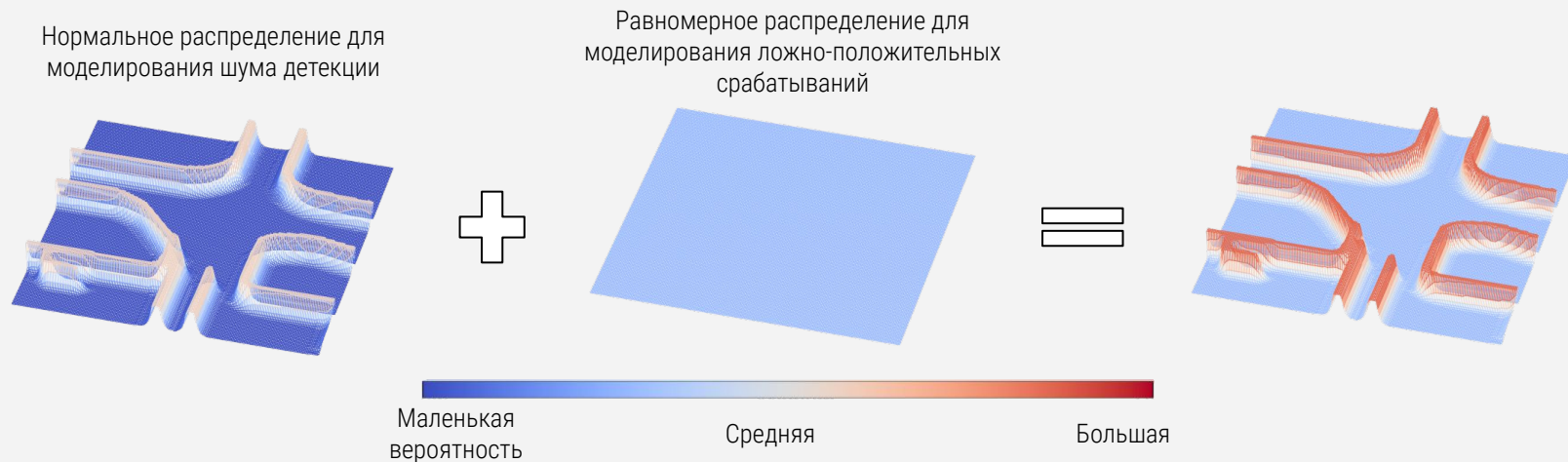
Выборка измерений для сонара и лидара. Препятствие расположено на расстоянии 300 см.

# END POINT-BASED МОДЕЛЬ

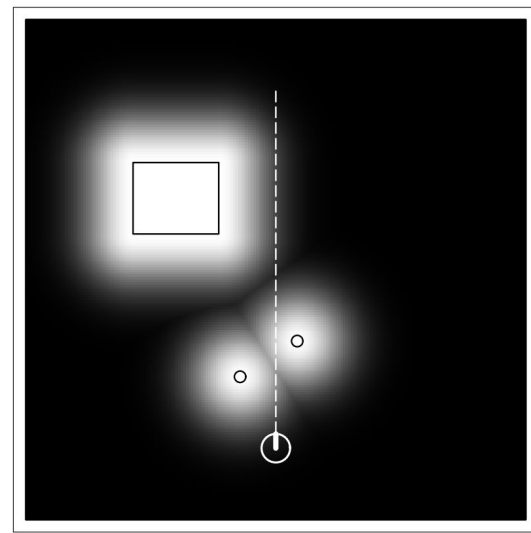
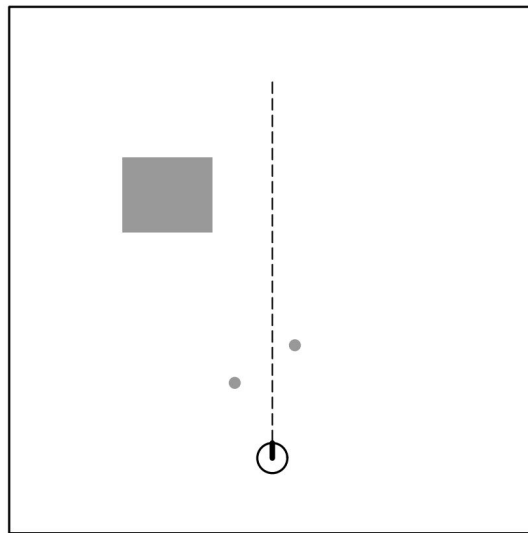
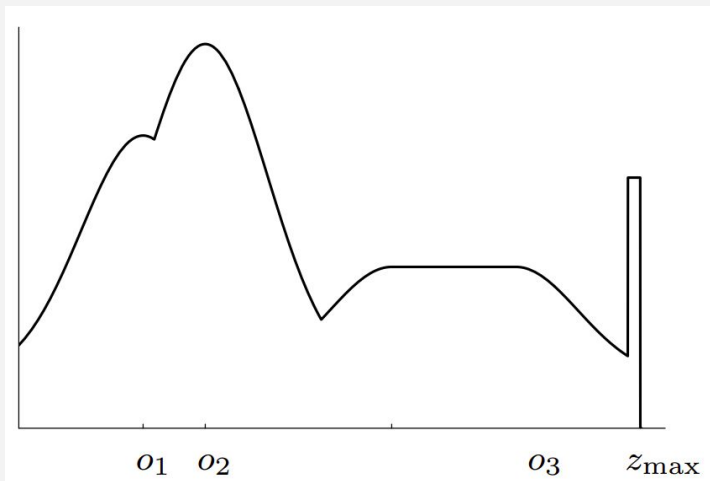
**Основная идея:** вместо следования вдоль луча, можно анализировать только его конечную точку.

Вероятность — комбинация нескольких распределений:

- ❑ **Нормальное распределение** для детекции препятствий
- ❑ **Равномерное распределение** для ложно-положительных срабатываний



# END POINT-BASED МОДЕЛЬ (likelihood field model)



$$p(z_k | x_t, m) = z_{hit} * p_{hit} + z_{rand} * p_{rand} + z_{max} * p_{max}$$
$$z_{hit} + z_{rand} + z_{max} = 1$$

# МОДЕЛЬ ОСНОВАННАЯ НА ПОДСЧЕТЕ КОРРЕЛЯЦИИ

Мы сопоставляем локальную карту с глобальной, пытаемся максимизировать корреляцию:

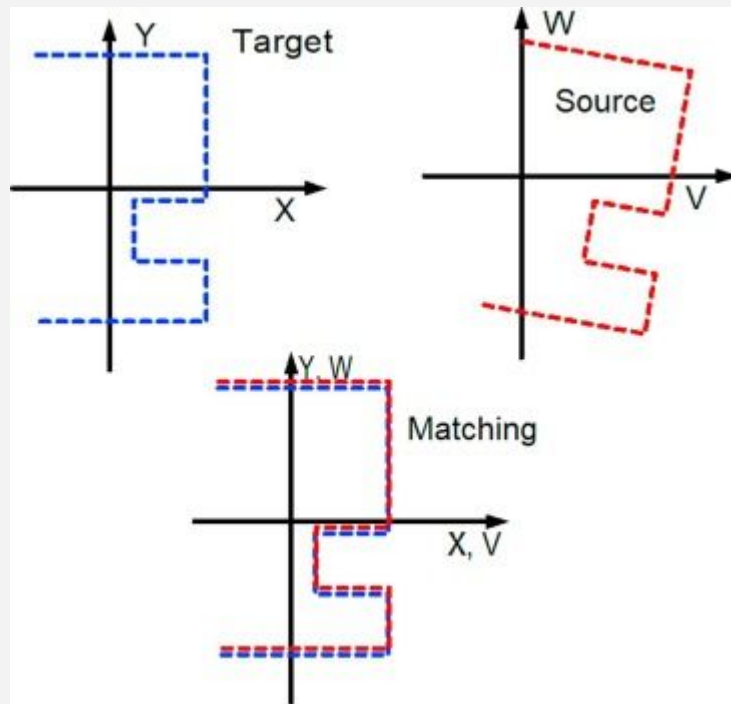
$$\rho_{m, m_{\text{local}}, x_t} = \frac{\sum_{x,y} (m_{x,y} - \bar{m}) \cdot (m_{x,y,\text{local}}(x_t) - \bar{m})}{\sqrt{\sum_{x,y} (m_{x,y} - \bar{m})^2 \sum_{x,y} (m_{x,y,\text{local}}(x_t) - \bar{m})^2}}$$

$m_{x,y}$  — ячейка глобальной карты

$m_{x,y,\text{local}}$  — ячейка локальной карты, "собранной" из нескольких сканов

$$\bar{m} = \frac{1}{2N} \sum_{x,y} (m_{x,y} + m_{x,y,\text{local}})$$

— среднее значение ячеек обеих карт



# МОДЕЛИ ДЛЯ ОСОБЕННОСТЕЙ / ОРИЕНТИРОВ

## Какие бывают ориентиры:

- ☐ Активные (GPS, радио-, ультразвуковые-маяки)
- ☐ Пассивные (светоотражающая пленка, визуально детектируемые признаки)



## Что является измерением:

- ☐ Расстояние до ориентира
- ☐ Направление на ориентир
- ☐ Расстояние + направление

## Как оценивается положение:

- ☐ Триангуляция
- ☐ Трилатерация



# АПОСТЕРИОРНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ ДЕТЕКТИРОВАНИЯ ОСОБЕННОСТИ

1. Algorithm **landmark\_detection\_model**( $z, x, m$ ):

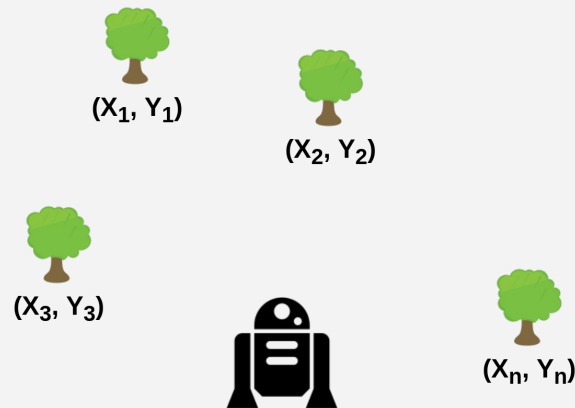
$$z = \langle i, d, \alpha \rangle, x = \langle x, y, \theta \rangle$$

2. 
$$\hat{d} = \sqrt{(m_x(i) - x)^2 + (m_y(i) - y)^2}$$

3. 
$$\hat{\alpha} = \text{atan2}(m_y(i) - y, m_x(i) - x) - \theta$$

4. 
$$p_{\text{det}} = \text{prob}(\hat{d} - d, \varepsilon_d) \cdot \text{prob}(\hat{\alpha} - \alpha, \varepsilon_\alpha)$$

5. Return  $p_{\text{det}}$

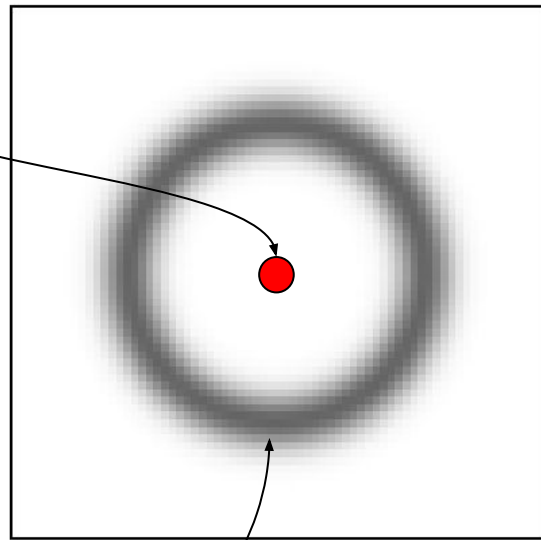


# СЭМПЛИРОВАНИЕ ПОЗЫ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ИЗМЕРЕНИЯ ОСОБЕННОСТЕЙ

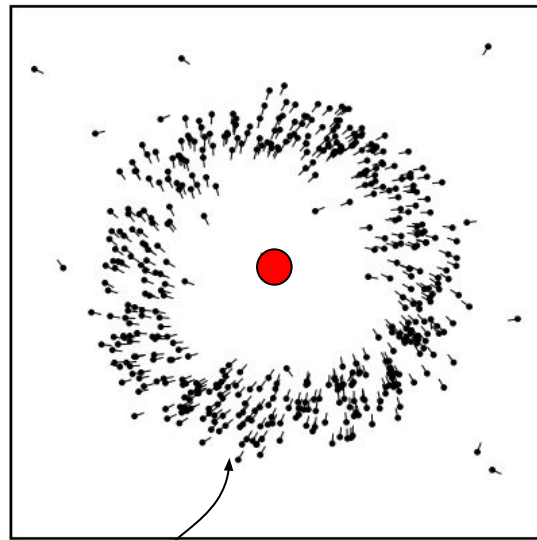
```
1:   Algorithm sample_landmark_model_known_correspondence( $f_t^i, c_t^i, m$ ):  
2:        $j = c_t^i$   
3:        $\hat{\gamma} = \text{rand}(0, 2\pi)$   
4:        $\hat{r} = r_t^i + \text{sample}(\sigma_r^2)$   
5:        $\hat{\phi} = \phi_t^i + \text{sample}(\sigma_\phi^2)$   
6:        $x = m_{j,x} + \hat{r} \cos \hat{\gamma}$   
7:        $y = m_{j,y} + \hat{r} \sin \hat{\gamma}$   
8:        $\theta = \hat{\gamma} - \pi - \hat{\phi}$   
9:       return  $(x \ y \ \theta)^T$ 
```

# МОДЕЛИ ДЛЯ ОСОБЕННОСТЕЙ / ОРИЕНТИРОВ

Наблюдаемый  
ориентир



Пример апостериорного  
распределение позы на  
основе измерения



Сэмплирование позы из  
модели наблюдения  
ориентиров



# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- ❑ Явное включение вероятностей в алгоритмы — ключ к устойчивости.
- ❑ Вероятность (правдоподобие) измерение оценивается путем “вероятностного сравнения” ожидаемого измерения с полученным.
- ❑ Вероятностную модель измерения чаще всего можно получить следующим путем:
  - ❑ Определить “свободную от шума” модель процесса
  - ❑ Оценить источники шума
  - ❑ Добавить модель шума к модели процесса
- ❑ Это работает и для моделей движения, рассмотренных на предыдущей лекции

# ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Probabilistic Robotics. Глава 6.



1. Probabilistic Sensor Models. Marina Kollmitz, Wolfram Burgard



# ИНФОРМАЦИЯ О ПРЕЗЕНТАЦИИ

Эта презентация была подготовлена Олегом Шипитько в рамках курса “Моделирование колесных роботов” кафедры когнитивных технологий Московского физико-технического института (МФТИ). Автор выражает благодарность, авторам, чьи материалы были использованы в презентации. В случае, если вы обнаружили в презентации свои материалы, свяжитесь со мной, для включения в список авторов заимствованных материалов.

This presentation was prepared by Oleg Shipitko as part of the “Mobile Robotics” course at the Department of Cognitive Technologies, Moscow Institute of Physics and Technology. The author is grateful to the authors whose materials were used in the presentation. If you find your materials in a presentation, contact me to be included in the list of contributing authors.