Моделирование колесных роботов

Лекция 7. Алгоритмы управления

Олег Шипитько

ИППИ РАН

MIPT
MOSCOW INSTITUTE OF PHYSICS AND TECHNOLOGY

Москва, 2023

СОДЕРЖАНИЕ ЛЕКЦИИ

1. Краткое введение в теорию автоматического управления
2. ПИД-регуляторы
3. LQR-регуляторы
4. Model-predictive control
5. Как это применить к управлению роботом?
    a. Управление скоростью
    b. Траекторное управление

ГДЕ МЫ СЕЙЧАС?

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ В КОЛЕСНОЙ РОБОТОТЕХНИКЕ

- Существует 2 основные задачи управления в колесной робототехнике:
  - Управление скоростью
  - Траекторное управление

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ЗА 5 МИНУТ

Теория автоматического управления (ТАУ) — научная дисциплина, которая изучает процессы автоматического управления различными объектами, рассматривая при этом сами объекты как **“преобразователи” входного сигнала в выходной**.

Управлением называют целенаправленное воздействие на объект управления (ОУ).

Цель управления — обеспечение желаемого режима работы ОУ (желаемого выхода, при воздействии на вход).

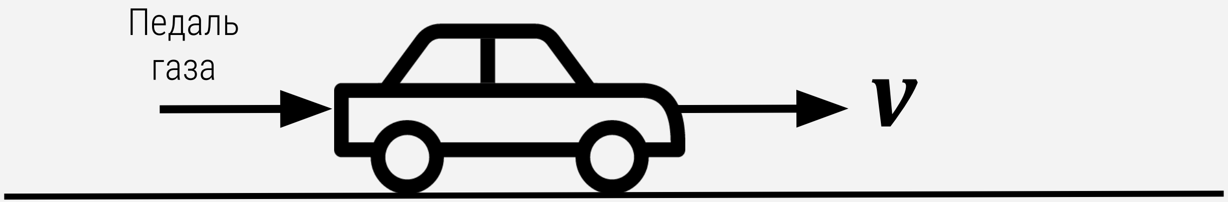
Ошибка управления $e(t) = g(t) - y(t)$ — разность между требуемым значением регулируемой величины $g(t)$ и ее текущим значением $y(t)$.

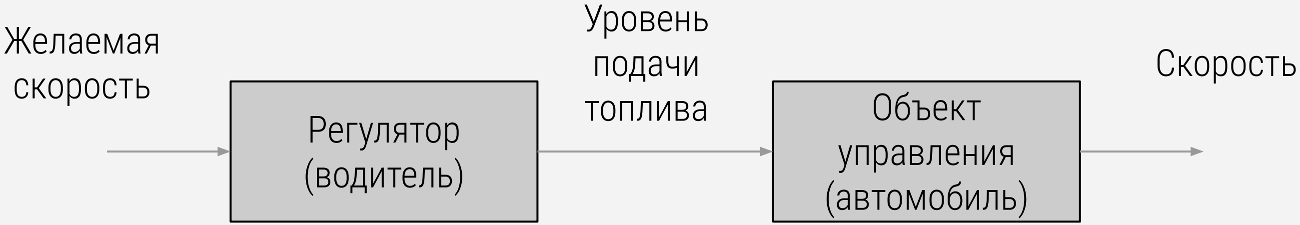
ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ЗА 5 МИНУТ

Устройство управления (УУ) / контроллер / регулятор — формирует управляющие воздействия на ОУ в соответствии с заложенным законом управления. Входом регулятора является ошибка управления ***e(t)***. Выходом — управляющий сигнал ***u(t)***.

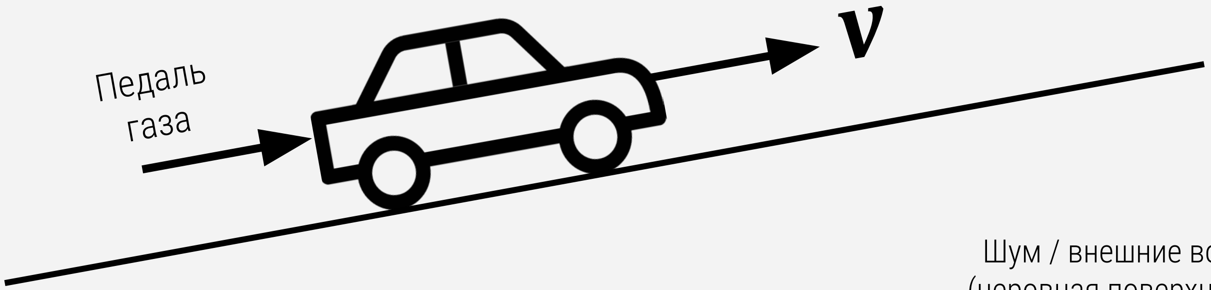
Возмущающее воздействие f(t) *— процесс на входе объекта управления, являющийся помехой управлению.* Может быть обусловлен шумами передачи управляющиго сигнал, ошибкой измерения регулируемой величины, влиянием факторов окружающей среды и т.д.

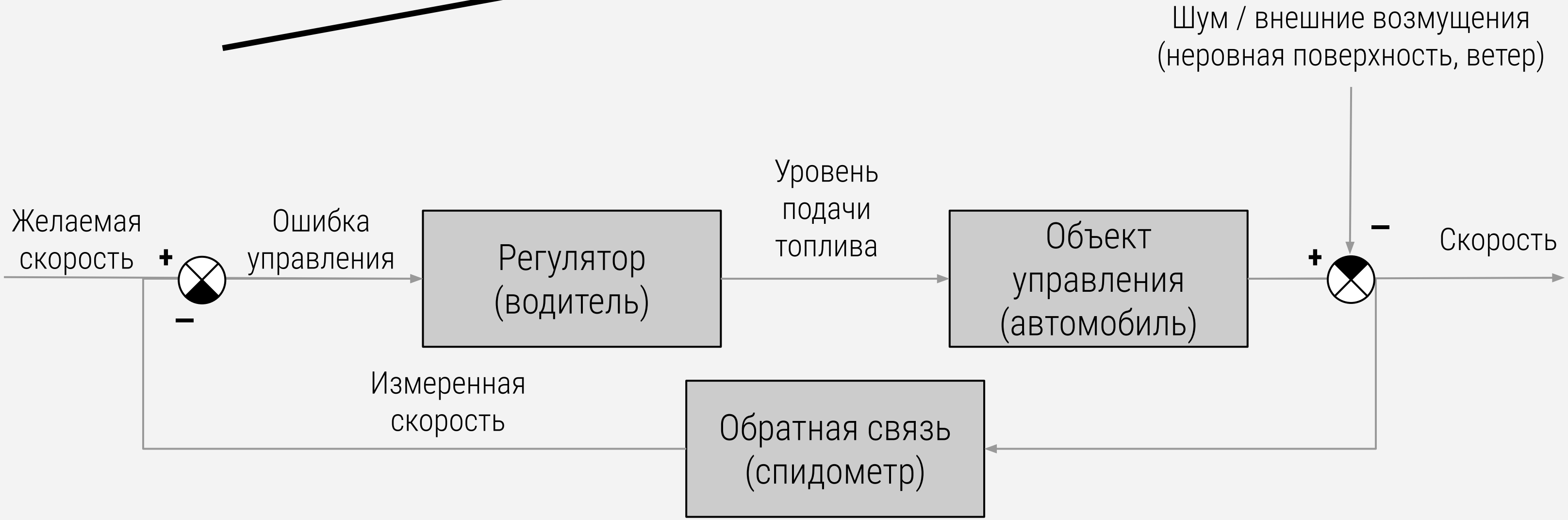
ПРИМЕР РАЗОМКНУТОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ





ПРИМЕР ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ





ПРОСТРАНСТВО СОСТОЯНИЙ (STATE-SPACE REPRESENTATION)

- **Пространство состояний** – один из основных способов представления динамических систем в ТАУ

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A(t)\mathbf{x}(t) + B(t)\mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = C(t)\mathbf{x}(t) + D(t)\mathbf{u}(t)$$

$x(\cdot)$ — *вектор состояния*, элементы которого называются *состояниями системы*

$y(\cdot)$ — *вектор выхода*,

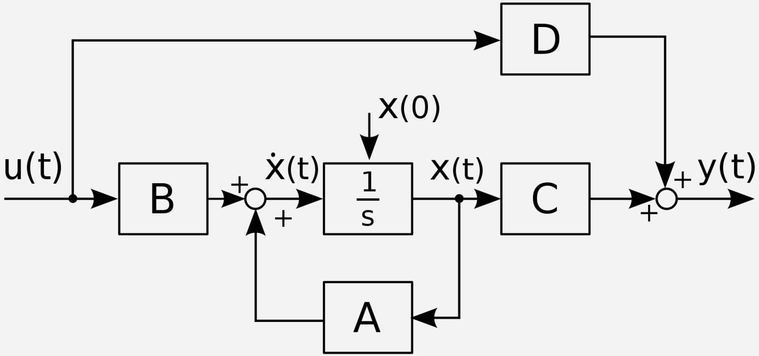
$u(\cdot)$ — *вектор управления*,

$A(\cdot)$ — *матрица системы*,

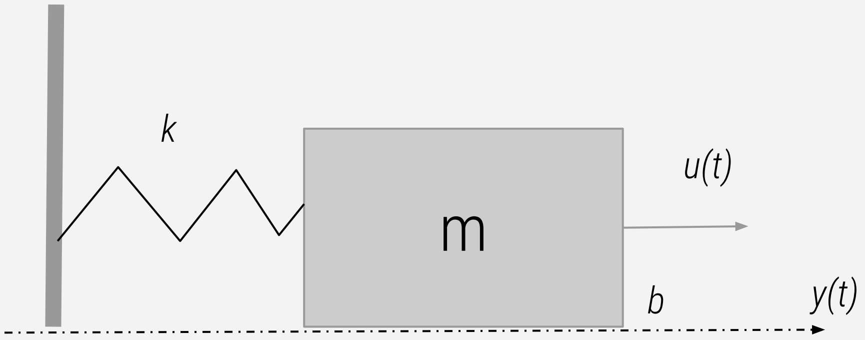
$B(\cdot)$ — *матрица управления*,

$C(\cdot)$ — *матрица выхода*,

$D(\cdot)$ — *матрица прямой связи*.



ПРОСТРАНСТВО СОСТОЯНИЙ. ПРИМЕР



$$m\ddot{y}(t) = u(t) - b\dot{y}(t) - ky(t)$$

y(t) — положение груза
u(t) — приложенная сила
b — коэффициент трения
k — упругость пружины
m — масса

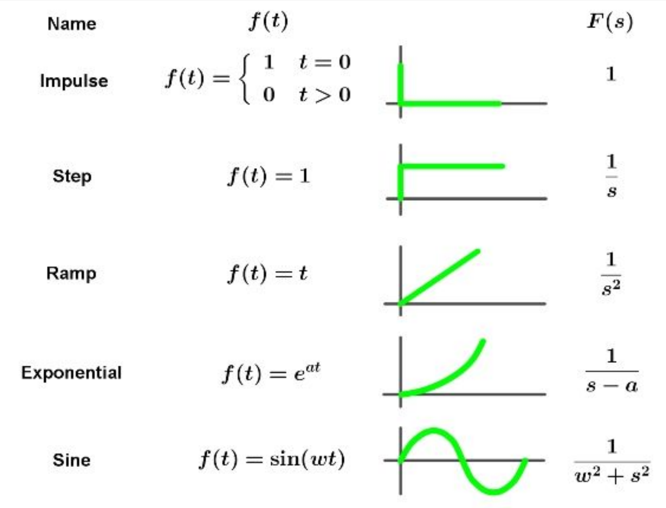
$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \mathbf{x}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} \mathbf{u}(t)$$

$x_1(t)$ — положение объекта
$x_2(t)$ — скорость

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \mathbf{x}_2(t) \end{bmatrix}$$

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛАПЛАСА

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int\limits_0^\infty e^{-st} f(t)\,dt. \qquad s = \sigma + i\omega,$$



Name	$f(t)$	$F(s)$
Impulse	$f(t) = \begin{cases} 1 & t = 0 \\ 0 & t > 0 \end{cases}$	1
Step	$f(t) = 1$	$\frac{1}{s}$
Ramp	$f(t) = t$	$\frac{1}{s^2}$
Exponential	$f(t) = e^{at}$	$\frac{1}{s-a}$
Sine	$f(t) = \sin(wt)$	$\frac{1}{w^2+s^2}$

- Преобразование, связывающее функцию *F(s)* комплексного переменного с функцией *f(x)* вещественного переменного.
- С его помощью исследуются свойства динамических систем и решаются дифференциальные и интегральные уравнения.
- Для чего это нужно:
    a. Превращаем сложные диф.уравнения в алгебраические
    b. Решаем их
    c. Делаем обратное преобразование Лапласа для ответа

ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ СИСТЕМЫ

- **Передаточная функция** – альтернативный способ описания динамических систем в ТАУ

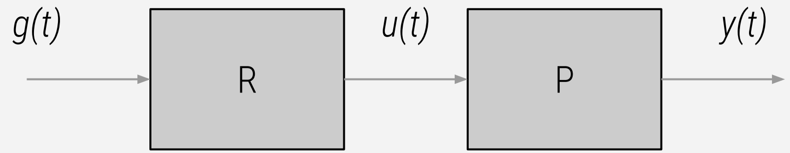
- Пусть *u(t) – входной сигнал, y(t)* – выходной

- Передаточная функция W(s) может быть записана как:

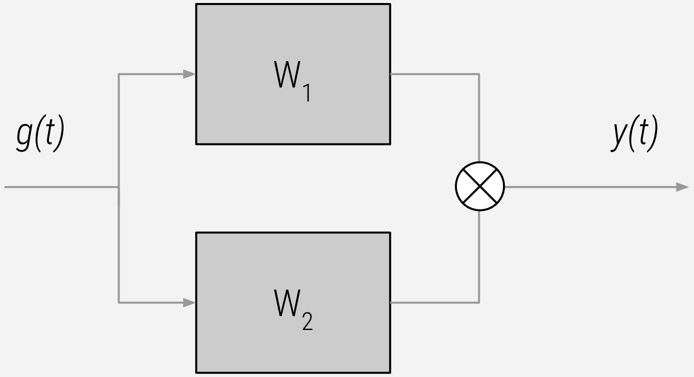
$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

- где s = jw [рад/с] – оператор передаточной функции; *U(s)* и *Y(s)* – преобразования Лапласа для *u(t)* и *y(t)* соответственно

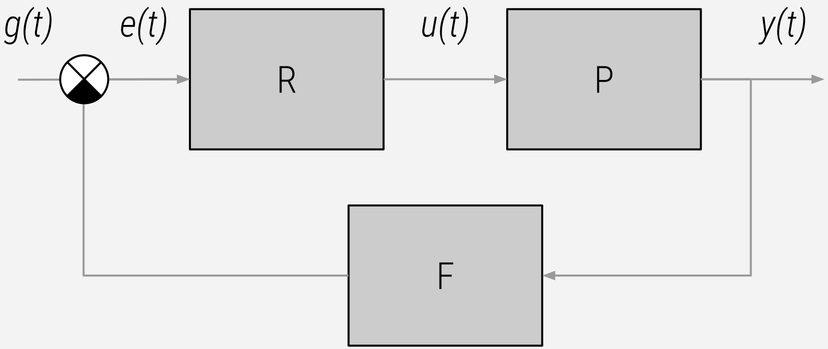
КАК ЧИТАТЬ СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ



$$W = RP$$

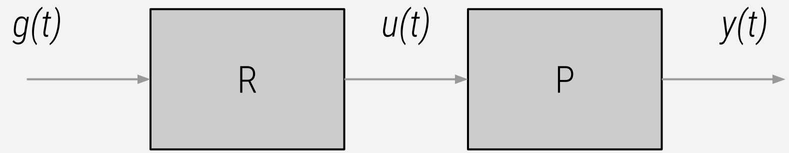


$$W = W_1 + W_2$$

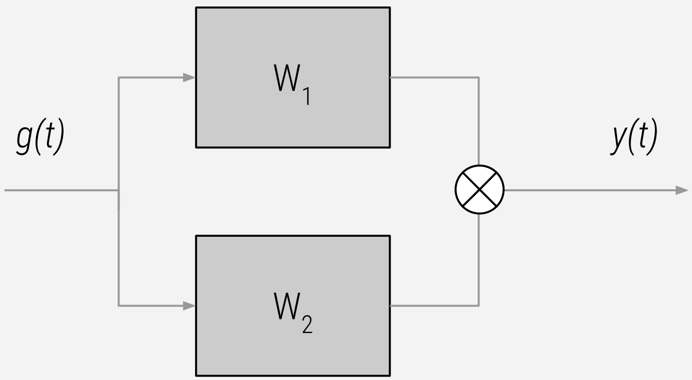


$$W = \frac{RP}{1 + FRP}$$

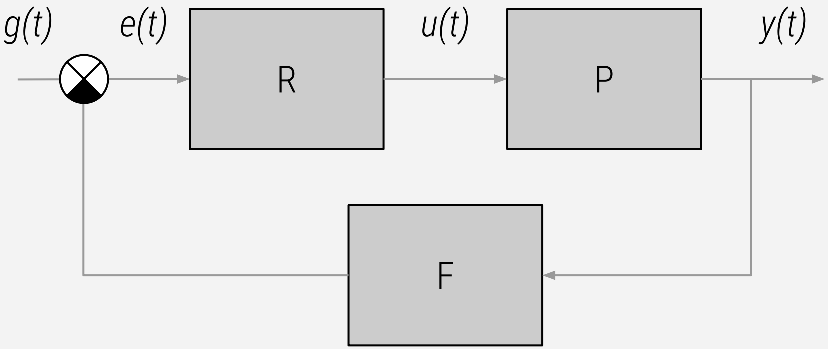
КАК ЧИТАТЬ СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ



$$W = RP$$

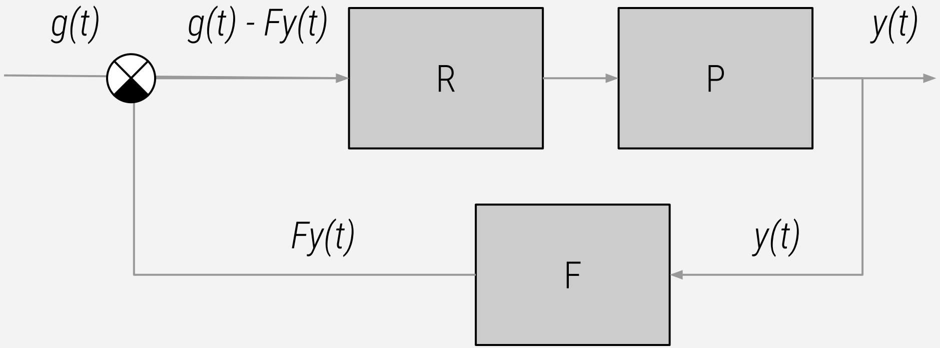


$$W = W_1 + W_2$$



$$W = \frac{RP}{1 + FRP}$$

ПЕРЕДАТОЧНАЯ Ф-ИЯ СИСТЕМЫ С ОБРАТНОЙ ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ СВЯЗЬЮ



$$W = \frac{out}{in} = \frac{y(\mathrm{s})}{g(\mathrm{s})} = RP$$

$$Wg(\mathrm{s}) = y(\mathrm{s})$$

$$W\left[g(\mathrm{s}) - Fy(\mathrm{s})\right] = y(\mathrm{s})$$

$$Wg(\mathrm{s}) - WFy(\mathrm{s}) = y(\mathrm{s})$$

$$Wg(\mathrm{s}) = y(\mathrm{s})\left[1 + FW\right]$$

$$W_{closed} = \frac{y(\mathrm{s})}{g(\mathrm{s})} = \frac{RP}{1 + FRP}$$

W – передаточная функция разомкнутой системы

ДОСТОИНСТВА И НЕДОСТАТКИ ТИПОВ УПРАВЛЕНИЯ

Разомкнутая система

Недостатки

- ❏ Чувствительна к изменению параметров
- ❏ Чувствительна к возмущению
- ❏ Нуждается в периодической донастройке

Достоинства

- ❏ Проста в разработке (дешевая)
- ❏ Не влияет на устойчивость
- ❏ Большая скорость отработки задания

Замкнутая система

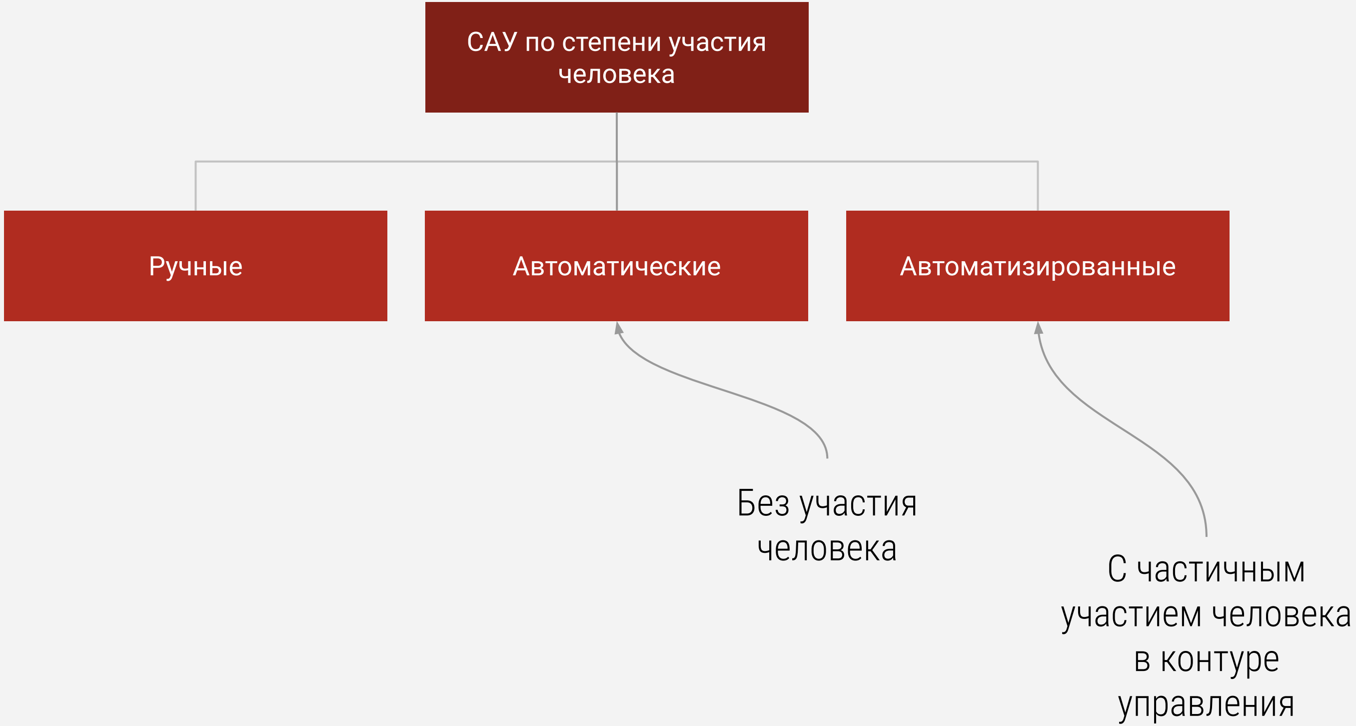
Недостатки

- ❏ Сложна (дорогая)
- ❏ Возможность потери устойчивости
- ❏ Уменьшает скорость отработки задания

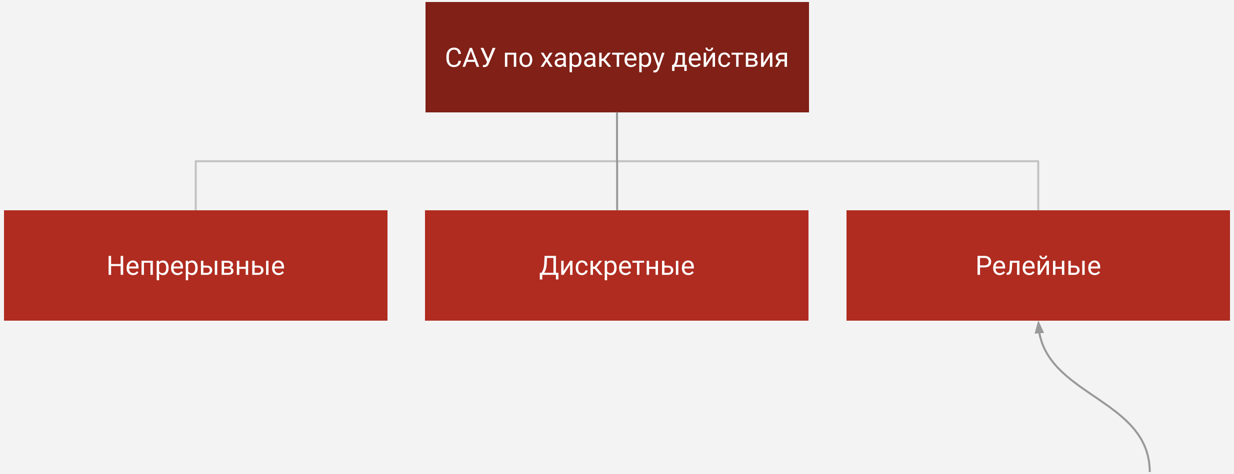
Достоинства

- ❏ Нечувствительна к изменению параметров (в некоторых пределах)
- ❏ Не чувствительна к возмущениям (в некоторых пределах)

КАКИЕ БЫВАЮТ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ (САУ)



КАКИЕ БЫВАЮТ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ (САУ)



При плавном изменении
входного сигнала, выходной
меняется скачкообразно

КАКИЕ БЫВАЮТ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ (САУ)

САУ по типу математической модели преобразования

- Линейные
- Нелинейные

$$W[\alpha g_1(t) + \beta g_2(t)] = \alpha W[g_1(t)] + \beta W[g_2(t)]$$

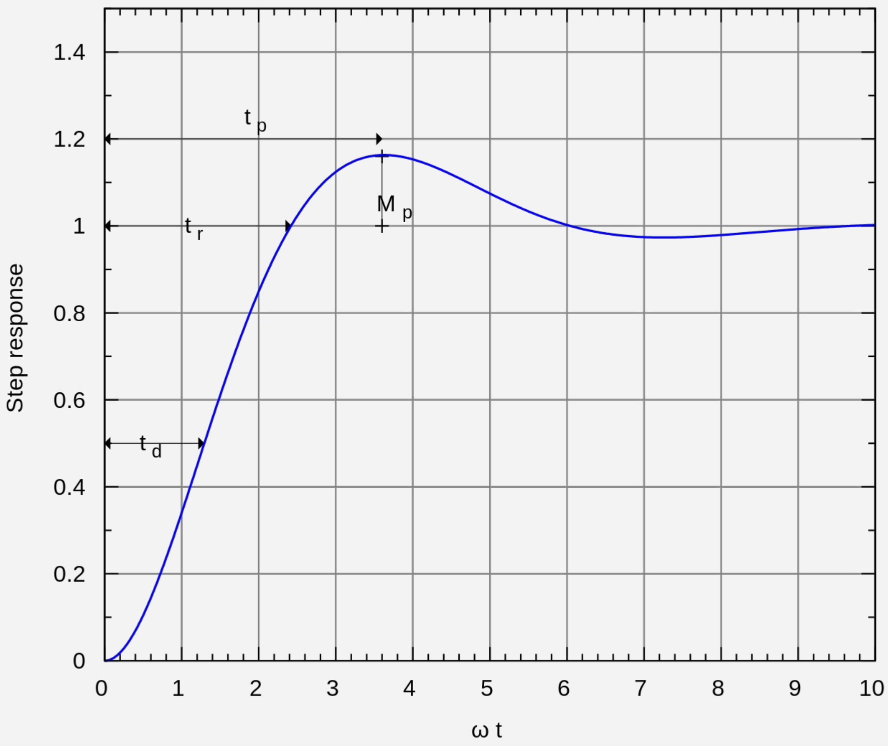
КАКИЕ БЫВАЮТ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ (САУ)

ПЕРЕХОДНЫЙ ПРОЦЕСС И ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ

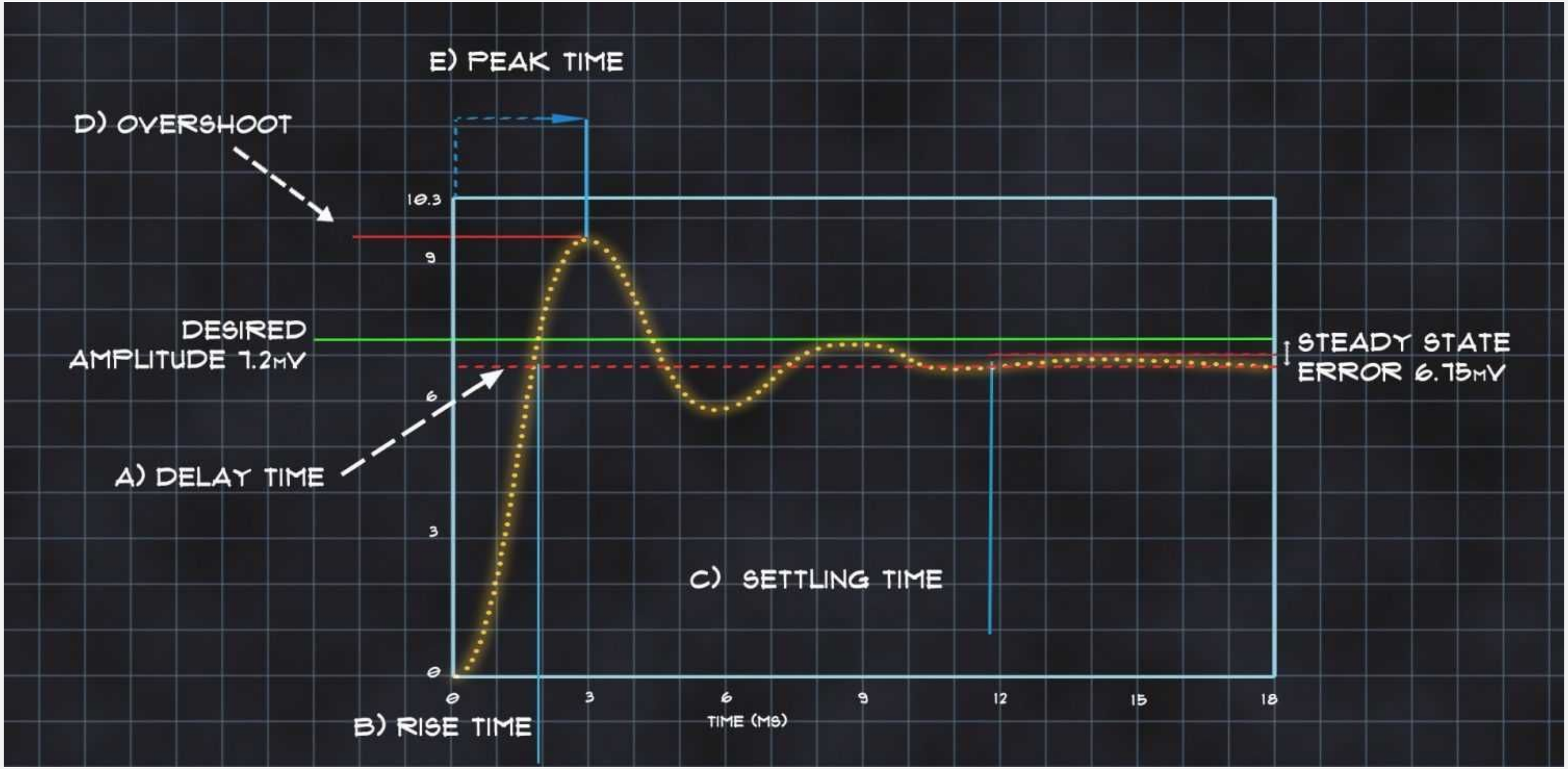
Переходный процесс возникает как реакция системы на изменение внешних условий (входных сигналов, внешних возмущений и т.д.)

Характеристики переходного процесса

- **Время переходного процесса** – время за которое выходной сигнал приближается к установившемуся значению (с некоторой дельтой 1-5%)
- **Перерегулирование** – отношение разности макс. значения переходной характеристики и ее установившегося значения к установившемуся значению
- **Колебательность** – модуль отношения амплитуд первого и второго колебания
- **Установившаяся ошибка** – разность между предполагаемым и реальным значением выход на бесконечности
- **...**



ПЕРЕХОДНЫЙ ПРОЦЕСС И ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ

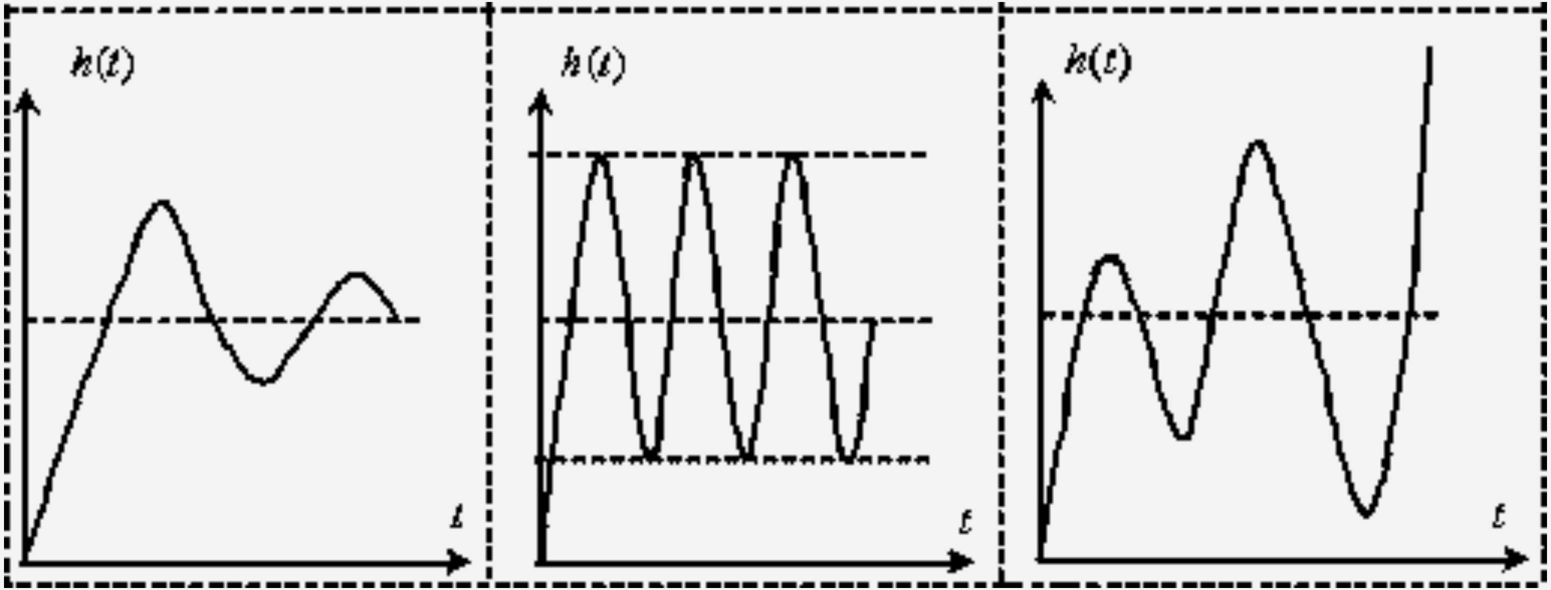


ПЕРЕХОДНЫЙ ПРОЦЕСС И ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ

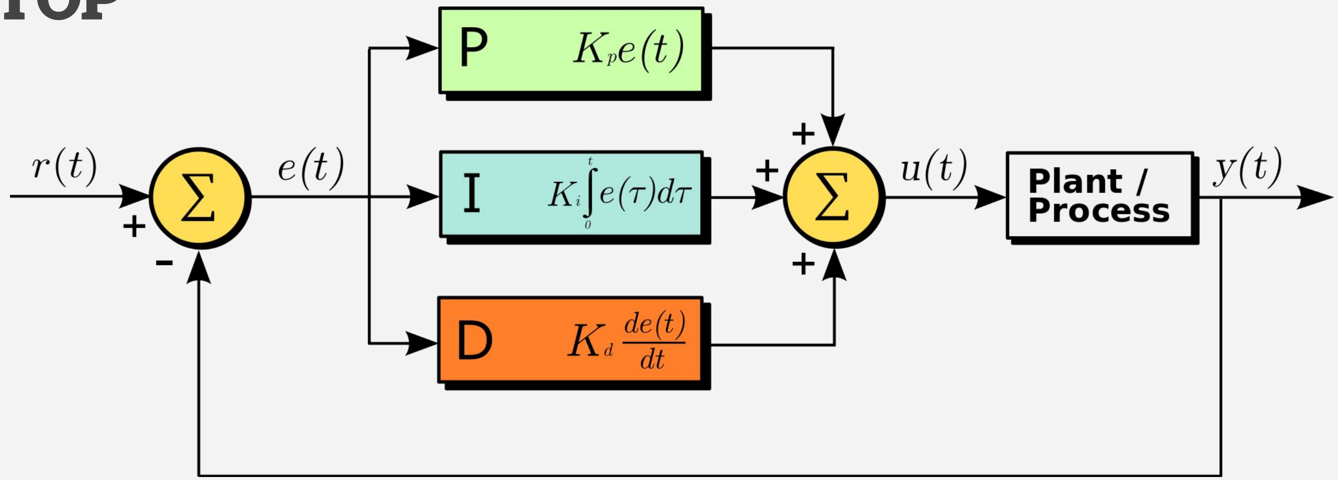
Устойчивая система

Система на границе устойчивости

Неустойчивая система



ПИД-РЕГУЛЯТОР

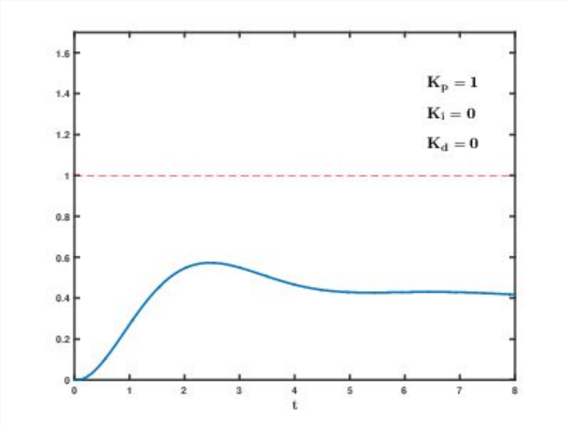


Непрерывный случай:

$$u(t) = P + I + D = K_p\, e(t) + K_i \int_0^t e(\tau)\, d\tau + K_d \frac{de}{dt}$$

Дискретный случай:

$$U(n) = K_p E(n) + K_p K_{ip} T \sum_{k=0}^{n} E(k) + \frac{K_p K_{dp}}{T}(E(n) - E(n-1))$$



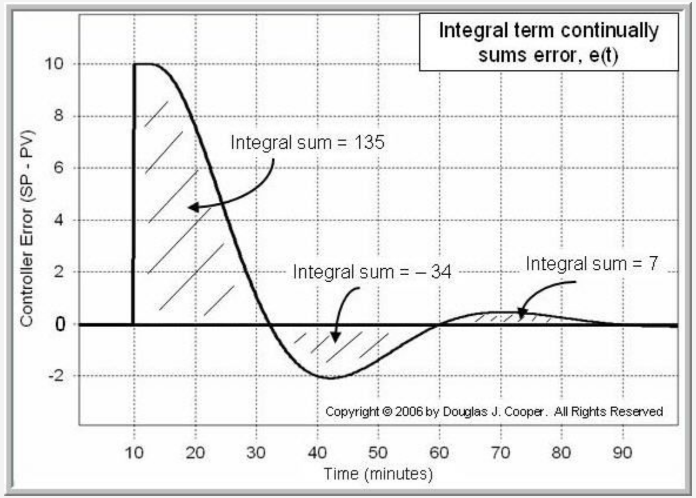
П-РЕГУЛЯТОР

- Выход пропорционален отклонению выходного сигнала от заданного значения
    - Если входной сигнал равен заданному значению, то выходной равен нулю
- Из-за статической ошибки выход пропорционального регулятора никогда не стабилизируется на заданном значении
- Чем больше коэффициент пропорциональности , тем меньше статическая ошибка, однако при слишком большом коэффициенте усиления в системе могут начаться автоколебания, а при дальнейшем увеличении коэффициента система может потерять устойчивость

Нагреватель не может достичь заданной температуры т.к. при этом ошибка (и мощность нагревателя) станет равной нулю -> чайник начнет остывать

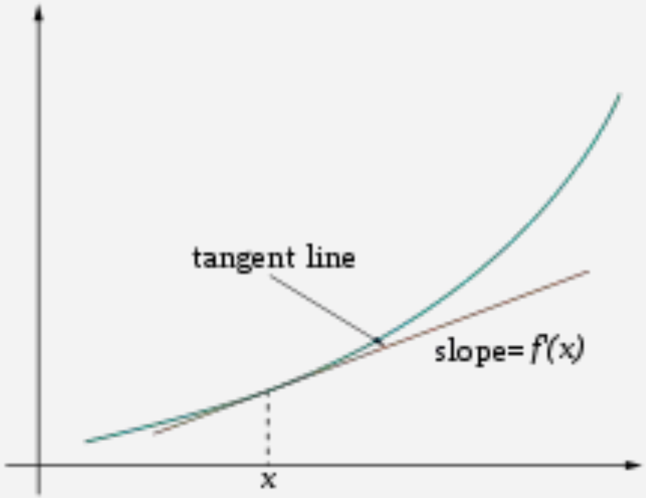
ИНТЕГРАЛЬНАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ

- Выход пропорционален интегралу по времени от отклонения регулируемой величины
- Позволяет регулятору со временем учесть статическую ошибку
- Если нет внешних возмущений, то регулируемая величина стабилизируется на заданном значении, сигнал пропорциональной составляющей будет равен нулю, а выходной сигнал будет полностью обеспечиваться интегрирующей составляющей
- Интегральная составляющая может приводить к автоколебаниям при неправильном выборе коэффициента

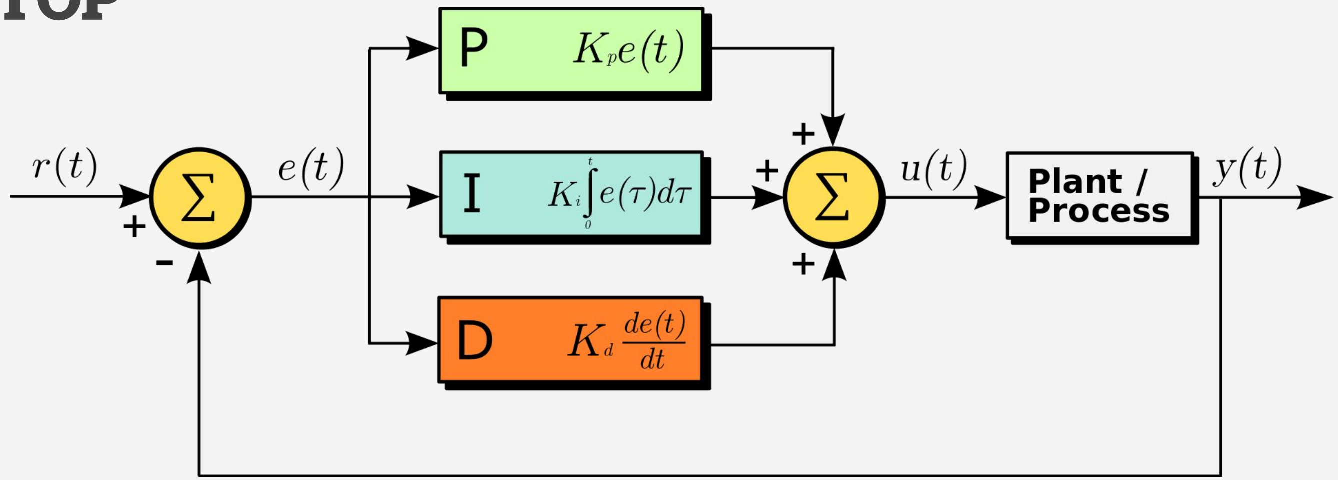


ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ

- Пропорциональна темпу изменения отклонения регулируемой величины
- Предназначена для противодействия отклонениям от целевого значения, которые прогнозируются в будущем
    - Отклонения могут быть вызваны внешними возмущениями или запаздыванием воздействия регулятора на систему



ПИД-РЕГУЛЯТОР

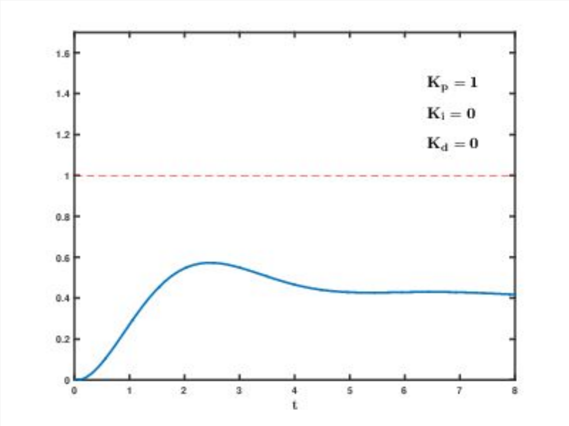


Непрерывный случай:

$$u(t) = P + I + D = K_p\, e(t) + K_i \int\limits_0^t e(\tau)\, d\tau + K_d \frac{de}{dt}$$

Дискретный случай:

$$U(n) = K_p E(n) + K_p K_{ip} T \sum_{k=0}^{n} E(k) + \frac{K_p K_{dp}}{T} (E(n) - E(n-1))$$



ПИД-РЕГУЛЯТОР
НАСТРОЙКА

ЛИНЕЙНО-КВАДРАТИЧНЫЙ РЕГУЛЯТОР (LQR)

Непрерывный случай:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$J = \int_0^{\infty} \left(x^T Q x + u^T R u\right) dt$$

$$u = -R^{-1} B^T P x$$

Дискретный случай:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k$$

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \left(x_k^T Q x_k + u_k^T R u_k\right)$$

$$u_k = -F x_k$$

- Один из видов **оптимальных** регуляторов
- Использует **квадратичный** функционал качества
- **Оптимальное управление** – управление, обеспечивающей для заданного объекта управления закон управления обеспечивающий максимум или минимум заданного критерия качества

ФУНКЦИОНАЛ КАЧЕСТВА

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \left(x_k^T Q x_k + u_k^T R u_k \right)$$

Штраф за недостижение системой желаемого состояния

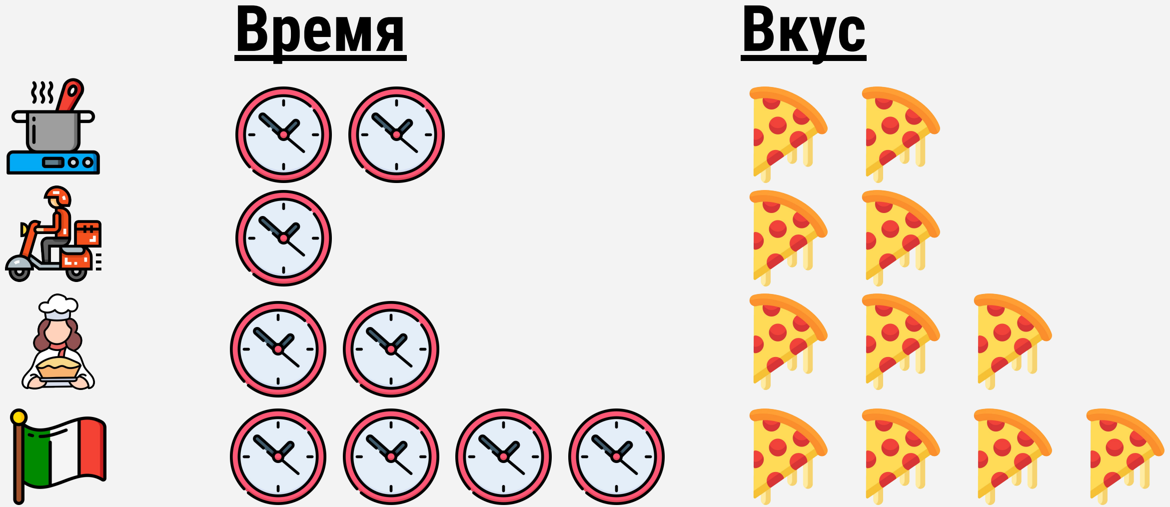
Штраф за расход ресурсов

Сумма для всех моментов времени (штраф будет увеличиваться пока система не достигла желаемого состояния и/или продолжает расходовать ресурсы)

Возведение в квадрат для того, чтобы отклонения в отрицательную сторону не вычитались, а прибавлялись к штрафу

ФУНКЦИОНАЛ КАЧЕСТВА

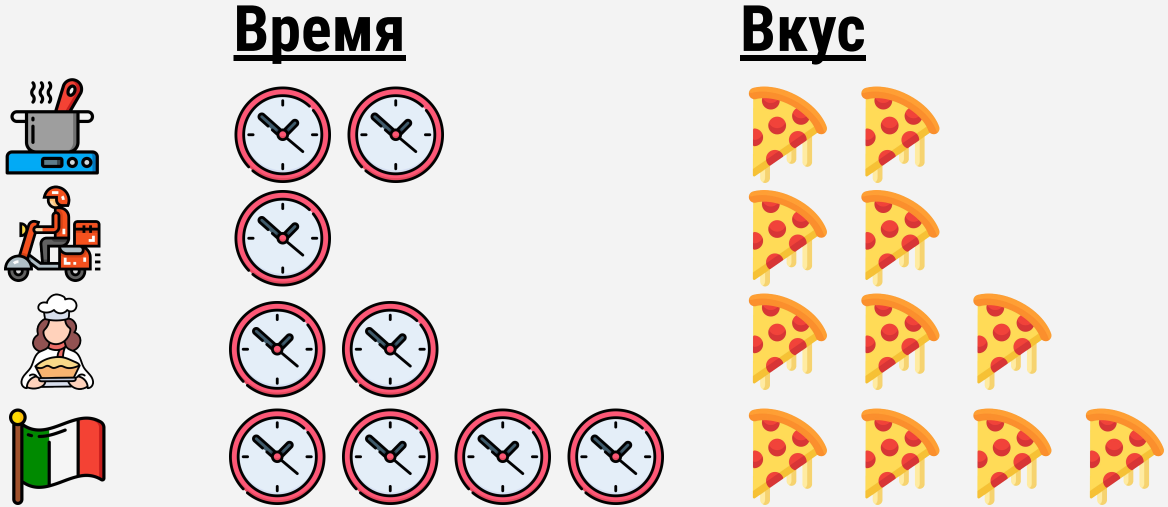
Что если мы хотим поесть пиццы?



ФУНКЦИОНАЛ КАЧЕСТВА

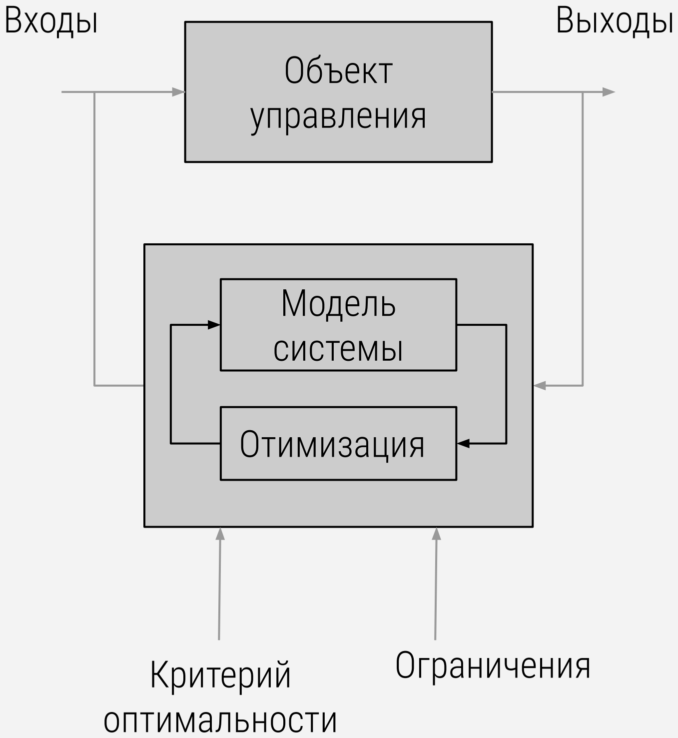
$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \left(x_k^T Q x_k + u_k^T R u_k \right)$$

Что если мы хотим поесть пиццы?

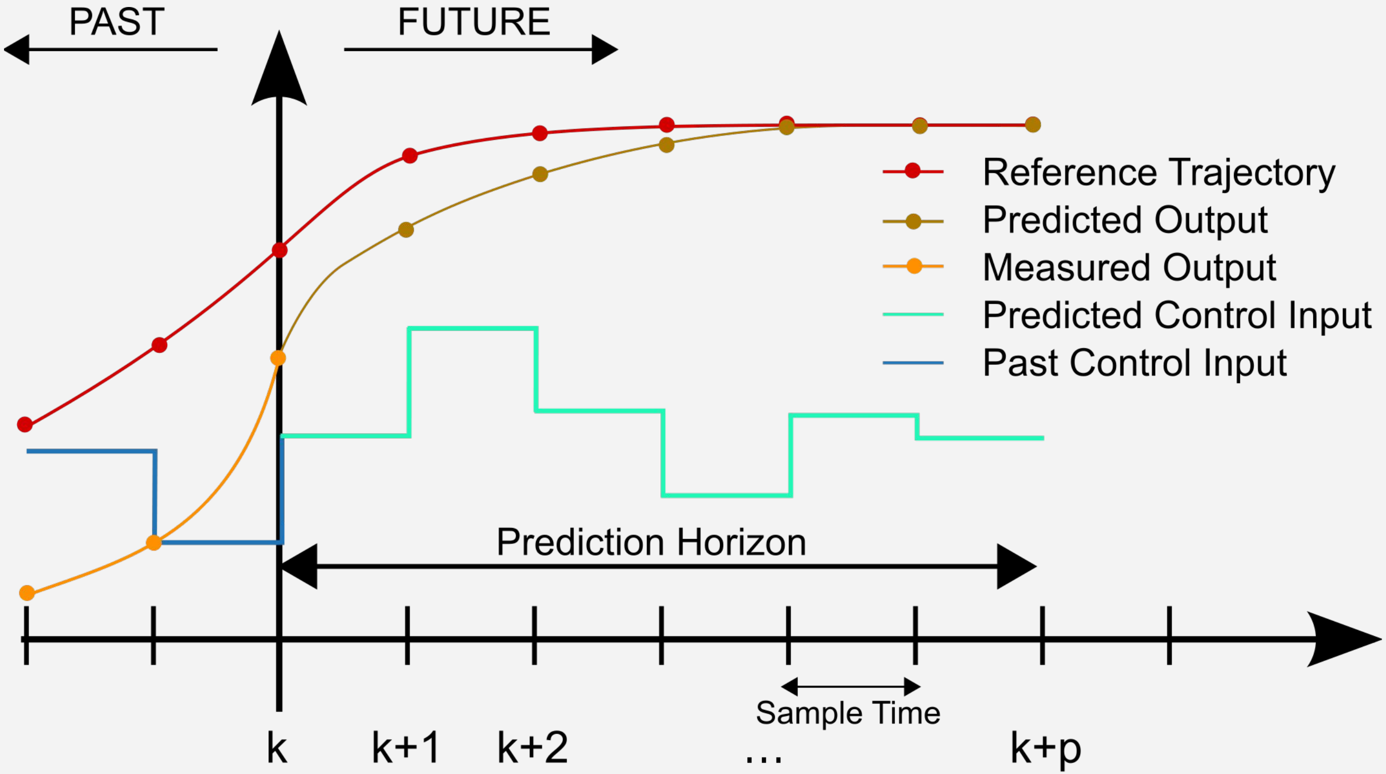


УПРАВЛЕНИЕ С ПРОГНОЗИРУЮЩИМИ МОДЕЛЯМИ (MODEL-PREDICTIVE CONTROL, MPC)

- Подход также основан на оптимизации
  - Оптимизация происходит на конечном **горизонте планирования**
  - Для оптимизации используется модель, предсказывающая поведение системы
  - Выполняется первый шаг оптимального закона управления
  - Происходит новая оптимизация на горизонте планирования сдвинутом на один временной интервал в будущее



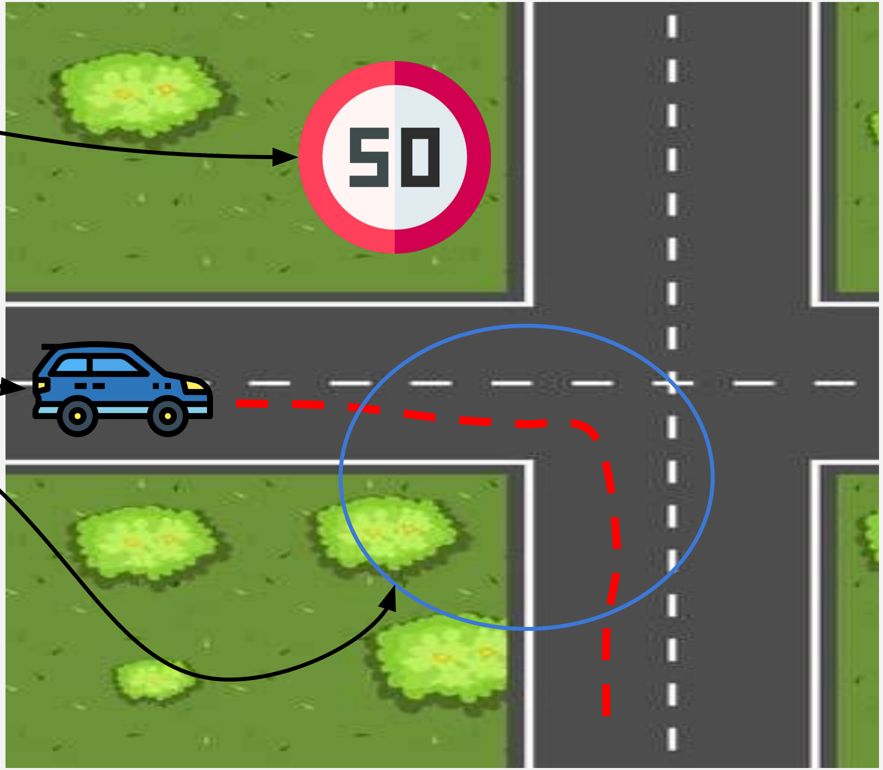
УПРАВЛЕНИЕ С ПРОГНОЗИРУЮЩИМИ МОДЕЛЯМИ (MODEL-PREDICTIVE CONTROL, MPC)



УПРАВЛЕНИЕ С ПРОГНОЗИРУЮЩИМИ МОДЕЛЯМИ (MODEL-PREDICTIVE CONTROL, MPC)

MPC способен учесть ограничения внешней среды и системы

MPC способен учесть события в будущем в законе управления



ПРИМЕРЫ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ РЕАЛЬНЫХ РОБОТОВ. STANLEY

Stanley: The Robot that Won the DARPA Grand Challenge

Sebastian Thrun, Mike Montemerlo, Hendrik Dahlkamp, David Stavens, Andrei Aron, James Diebel, Philip Fong, John Gale, Morgan Halpenny, Gabriel Hoffmann, Kenny Lau, Celia Oakley, Mark Palatucci, Vaughan Pratt, and Pascal Stang
Stanford Artificial Intelligence Laboratory
Stanford University
Stanford, California 94305

ПРИМЕРЫ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ РЕАЛЬНЫХ РОБОТОВ. STANLEY

Autonomous Automobile Trajectory Tracking for Off-Road Driving: Controller Design, Experimental Validation and Racing†

Gabriel M. Hoffmann, Claire J. Tomlin
Department of Aeronautics and Astronautics
Stanford University
Stanford, CA 94305, USA
{gabeh,tomlin}@stanford.edu

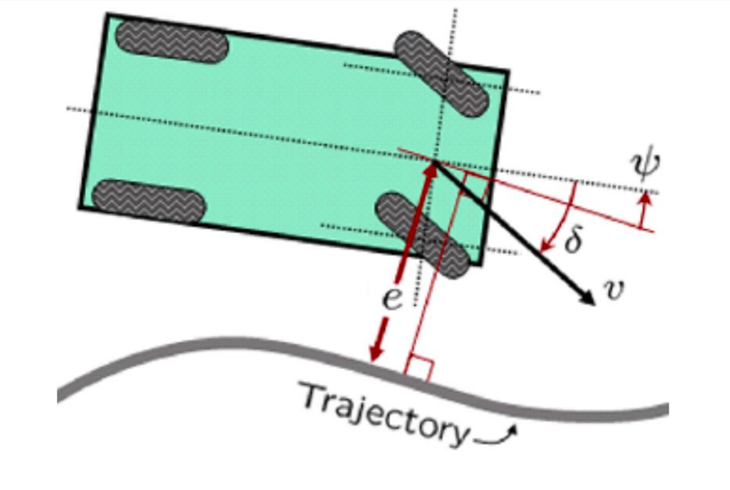
Michael Montemerlo, Sebastian Thrun
Computer Science Department
Stanford University
Stanford, CA 94305, USA
{mmde,thrun}@stanford.edu

***Abstract*— This paper presents a nonlinear control law for an automobile to autonomously track a trajectory, provided in real-time, on rapidly varying, off-road terrain. Existing methods can suffer from a lack of global stability, a lack of tracking accuracy, or a dependence on smooth road surfaces, any one of which could lead to the loss of the vehicle in autonomous off-road driving. This work treats automobile trajectory tracking in a new manner, by considering the orientation of the front wheels – not the vehicle's body – with respect to the desired trajectory, enabling collocated control of the system. A steering control law is designed using the kinematic equations of motion, for which global asymptotic stability is proven. This control law is then augmented to handle the dynamics of pneumatic tires and of the servo-actuated steering wheel. To control vehicle speed, the brake and throttle are actuated by a switching**

Fig. 1. Stanley, the Stanford Racing Team's entry in the DARPA Grand Challenge 2005, under autonomous control, with no human in the vehicle.

ПРИМЕРЫ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ РЕАЛЬНЫХ РОБОТОВ. STANLEY

- *v(t)* – скорость
- *e(t)* – ошибка бокового отклонения (crosstrack error)
- *ψ(t)* – угол рысканья автомобиля относительно ближайшего сегмента траектории
- *δ(t)* - угол поворота колес относительно автомобиля (оси симметрии)
- *(ψ(t)–δ(t))* – угол рулевых колес относительно ближайшего сегмента траектории



ПРИМЕРЫ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ РЕАЛЬНЫХ РОБОТОВ. STANLEY

- $e'(t) = v(t)\sin(\psi(t) - \delta(t))$

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Видео: Controlling Self Driving Car with PID

1. Видео: What is LQR control?

1. Видео: Understanding Model Predictive Control

1. Статья: Stanley: The Robot that Won the DARPA Grand Challenge

1. Статья: Autonomous Automobile Trajectory Tracking for Off-Road Driving: Controller Design, Experimental Validation and Racing

ИНФОРМАЦИЯ О ПРЕЗЕНТАЦИИ

Эта презентация была подготовлена Олегом Шипитько в рамках курса “Моделирование колесных роботов” кафедры когнитивных технологий Московского физико-технического института (МФТИ). Автор выражает благодарность, авторам, чьи материалы были использованы в презентации. В случае, если вы обнаружили в презентации свои материалы, свяжитесь со мной, для включения в список авторов заимствованных материалов.

This presentation was prepared by Oleg Shipitko as part of the “Mobile Robotics” course at the Department of Cognitive Technologies, Moscow Institute of Physics and Technology. The author is grateful to the authors whose materials were used in the presentation. If you find your materials in a presentation, contact me to be included in the list of contributing authors.