

# Risposta impulsiva di un circuito RLC

Analisi della risposta impulsiva di un circuito RLC serie nel dominio del tempo e della frequenza

Nicolò Montalti - 933833

14/06/2021

# Panoramica dell'esperienza

## Scopo

Determinare, attraverso un'analisi nel dominio del tempo e della frequenza, le grandezza caratteristiche  $\omega_0$  e  $\gamma$  di un circuito RLC serie.

# Panoramica dell'esperienza

## Scopo

Determinare, attraverso un'analisi nel dominio del tempo e della frequenza, le grandezza caratteristiche  $\omega_0$  e  $\gamma$  di un circuito RLC serie.

## Metodo

- 1 Stimolo del circuito con un impulso;

# Panoramica dell'esperienza

## Scopo

Determinare, attraverso un'analisi nel dominio del tempo e della frequenza, le grandezza caratteristiche  $\omega_0$  e  $\gamma$  di un circuito RLC serie.

## Metodo

- 1 Stimolo del circuito con un impulso;
- 2 analisi nel dominio del tempo di  $V_C$ ;

# Panoramica dell'esperienza

## Scopo

Determinare, attraverso un'analisi nel dominio del tempo e della frequenza, le grandezze caratteristiche  $\omega_0$  e  $\gamma$  di un circuito RLC serie.

## Metodo

- 1 Stimolo del circuito con un impulso;
- 2 analisi nel dominio del tempo di  $V_C$ ;
- 3 trasformata di Fourier (FFT) dei dati;

# Panoramica dell'esperienza

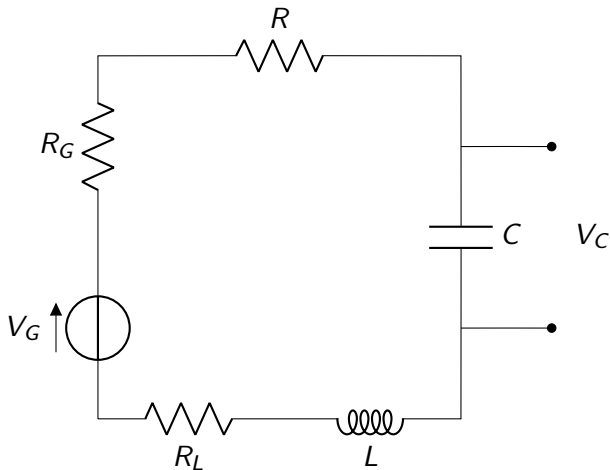
## Scopo

Determinare, attraverso un'analisi nel dominio del tempo e della frequenza, le grandezze caratteristiche  $\omega_0$  e  $\gamma$  di un circuito RLC serie.

## Metodo

- 1 Stimolo del circuito con un impulso;
- 2 analisi nel dominio del tempo di  $V_C$ ;
- 3 trasformata di Fourier (FFT) dei dati;
- 4 analisi nel dominio della frequenza.

# Schema del circuito



# Leggi del circuito RLC

- Il comportamento di un circuito RLC è descritto dall'equazione

$$\frac{d^2 V_C}{dt^2} + \gamma \frac{dV_C}{dt} + \omega_0^2 V_C = \omega_0^2 V_G(t)$$



# Leggi del circuito RLC

- Il comportamento di un circuito RLC è descritto dall'equazione

$$\frac{d^2 V_C}{dt^2} + \gamma \frac{dV_C}{dt} + \omega_0^2 V_C = \omega_0^2 V_G(t)$$

- Applicando l'operatore **trasformata di Fourier** si può definire la **funzione di trasferimento**

$$H(\omega) = \frac{\mathcal{F}\{V_C\}}{\mathcal{F}\{V_G\}} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{\gamma\omega}{\omega_0^2}}$$

# Stimolo impulsivo

- Il circuito è stato stimolato con un segnale impulsivo  $V_G(t) = V_0\delta(t)$

# Stimolo impulsivo

- Il circuito è stato stimolato con un segnale impulsivo  $V_G(t) = V_0\delta(t)$
- La risposta attesa nel dominio del **tempo** era

$$V_C(t) = Ae^{-\gamma t/2} \sin(\omega_p t) \qquad \omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2/4}$$

# Stimolo impulsivo

- Il circuito è stato stimolato con un segnale impulsivo  $V_G(t) = V_0\delta(t)$
- La risposta attesa nel dominio del **tempo** era

$$V_C(t) = Ae^{-\gamma t/2} \sin(\omega_p t) \qquad \omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2/4}$$

- mentre nel dominio della **frequenza** si verifica che

$$H(\omega) = \frac{\mathcal{F}\{V_C\}}{\mathcal{F}\{V_G\}} = \frac{\mathcal{F}\{V_C\}}{V_0} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{\gamma\omega}{\omega_0^2}}$$

# Parametri dell'apparato sperimentale

- Parametri del circuito
  - $R = 35.31(5) \Omega$ ,  $C = 32.0(3) \text{ nF}$ ,  $L = 10.17(10) \text{ mH}$ ,  $R_L = 41.41(5) \Omega$ ,  $R_G = 50 \Omega$
  - $\gamma^{\text{exp}} = 12.46(12) \text{ kHz}$ ,  $\omega_0^{\text{exp}} = 55.4(4) \text{ kHz}$

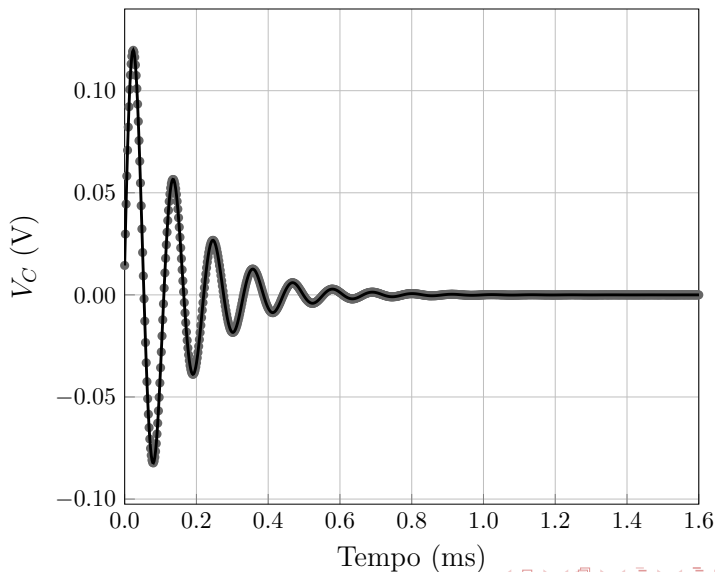
# Parametri dell'apparato sperimentale

- Parametri del circuito
  - $R = 35.31(5) \Omega$ ,  $C = 32.0(3) \text{ nF}$ ,  $L = 10.17(10) \text{ mH}$ ,  $R_L = 41.41(5) \Omega$ ,  $R_G = 50 \Omega$
  - $\gamma^{\text{exp}} = 12.46(12) \text{ kHz}$ ,  $\omega_0^{\text{exp}} = 55.4(4) \text{ kHz}$
- Parametri del generatore
  - $V_0 = 5 \text{ V}$
  - durata impulso:  $0.5 \mu\text{s}$
  - intervallo tra impulsi successivi:  $2 \text{ ms}$

# Parametri dell'apparato sperimentale

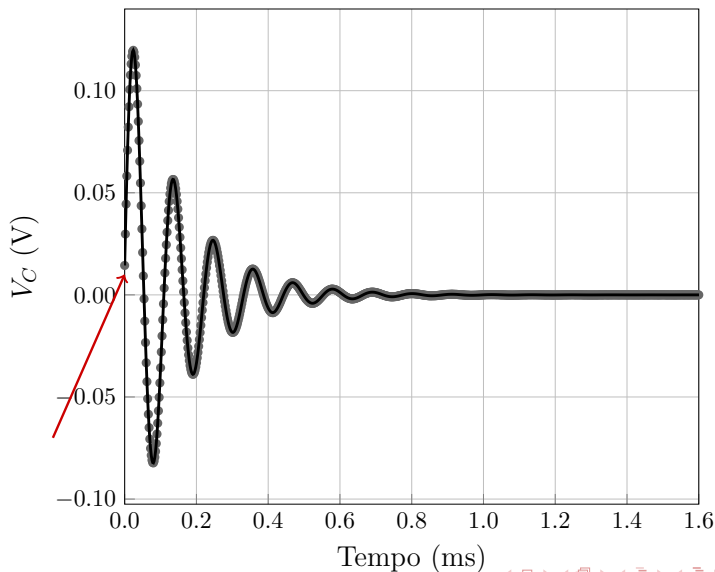
- Parametri del circuito
  - $R = 35.31(5) \Omega$ ,  $C = 32.0(3) \text{ nF}$ ,  $L = 10.17(10) \text{ mH}$ ,  $R_L = 41.41(5) \Omega$ ,  $R_G = 50 \Omega$
  - $\gamma^{\text{exp}} = 12.46(12) \text{ kHz}$ ,  $\omega_0^{\text{exp}} = 55.4(4) \text{ kHz}$
- Parametri del generatore
  - $V_0 = 5 \text{ V}$
  - durata impulso:  $0.5 \mu\text{s}$
  - intervallo tra impulsi successivi:  $2 \text{ ms}$
- Parametri di campionamento
  - segnali campionati:  $V_G$  (range  $\pm 10 \text{ V}$ ) e  $V_C$  (range  $\pm 0.2 \text{ V}$ )
  - frequenza di campionamento:  $500 \text{ kHz}$
  - 800 campioni (durata  $1.6 \text{ ms}$ )
  - trigger su  $V_G$  (slope: rising, level:  $1 \text{ V}$ )

# Dominio del tempo

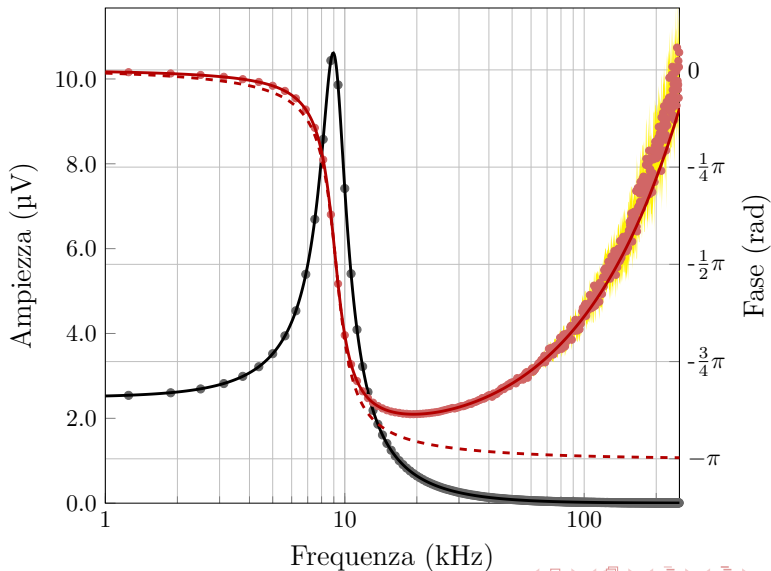




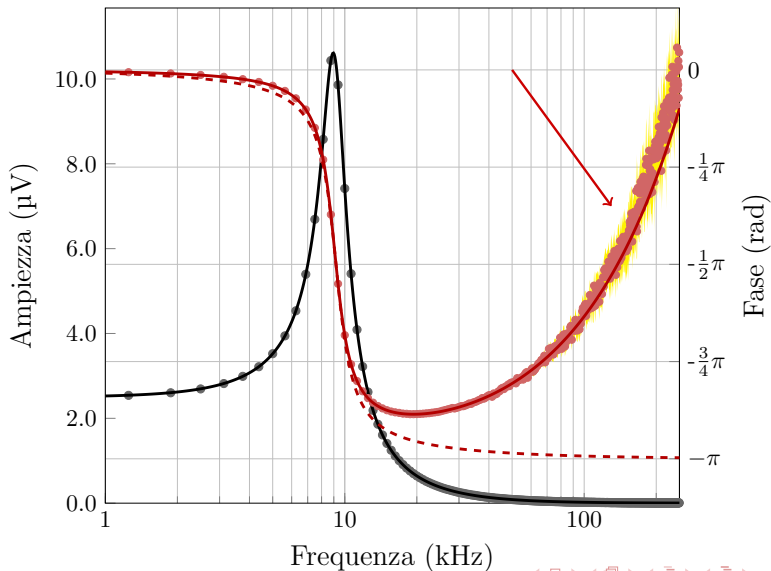
# Dominio del tempo



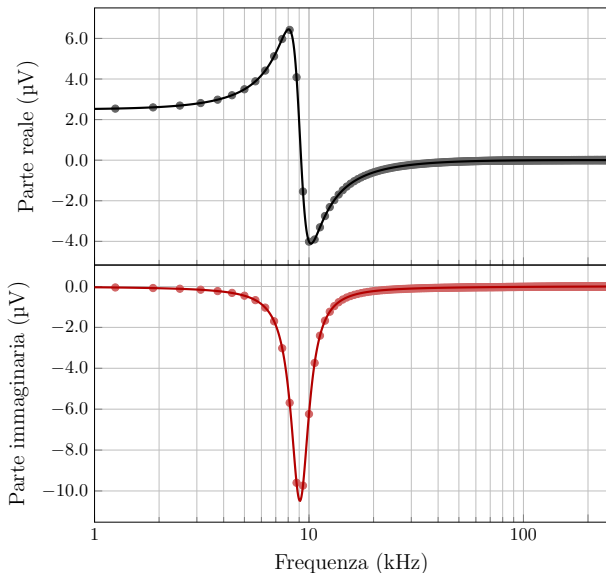
# Dominio della frequenza: ampiezza e fase



# Dominio della frequenza: ampiezza e fase



# Dominio della frequenza: parte reale e immaginaria



# Procedura di fit

- Per tenere conto dello **sfasamento** dovuto al trigger si è aggiunto un parametro  $t_0$  alle funzioni da fittare.

# Procedura di fit

- Per tenere conto dello **sfasamento** dovuto al trigger si è aggiunto un parametro  $t_0$  alle funzioni da fittare.
  - Il fit nel dominio del tempo è stato eseguito sulla funzione  $V_C(t + t_0)$ .

# Procedura di fit

- Per tenere conto dello **sfasamento** dovuto al trigger si è aggiunto un parametro  $t_0$  alle funzioni da fittare.
  - Il fit nel dominio del tempo è stato eseguito sulla funzione  $V_C(t + t_0)$ .
  - Ricordando che  $\mathcal{F}\{f(t + t_0)\} = \mathcal{F}\{f(t)\} e^{j\omega t_0}$ , il fit nel dominio del tempo è stato eseguito sulla funzione  $H(\omega)e^{j\omega t_0}$ .

# Procedura di fit

- Per tenere conto dello **sfasamento** dovuto al trigger si è aggiunto un parametro  $t_0$  alle funzioni da fittare.
  - Il fit nel dominio del tempo è stato eseguito sulla funzione  $V_C(t + t_0)$ .
  - Ricordando che  $\mathcal{F}\{f(t + t_0)\} = \mathcal{F}\{f(t)\} e^{j\omega t_0}$ , il fit nel dominio del tempo è stato eseguito sulla funzione  $H(\omega)e^{j\omega t_0}$ .
- Dal fit nel dominio del tempo è stato stimato un errore sui dati raccolti  $\sigma_{V_C} = 30 \mu\text{V}$ , che è stato propagato nel dominio della frequenza.



# Procedura di fit

- Per tenere conto dello **sfasamento** dovuto al trigger si è aggiunto un parametro  $t_0$  alle funzioni da fittare.
  - Il fit nel dominio del tempo è stato eseguito sulla funzione  $V_C(t + t_0)$ .
  - Ricordando che  $\mathcal{F}\{f(t + t_0)\} = \mathcal{F}\{f(t)\} e^{j\omega t_0}$ , il fit nel dominio del tempo è stato eseguito sulla funzione  $H(\omega)e^{j\omega t_0}$ .
- Dal fit nel dominio del tempo è stato stimato un errore sui dati raccolti  $\sigma_{V_C} = 30 \mu\text{V}$ , che è stato propagato nel dominio della frequenza.
- Entrambi hanno restituito un  $R^2 = 1.00$ , il secondo inoltre un  $\tilde{\chi}^2 = 1.06$ .

# Risultati

Misura	$\omega_0$ (kHz)	$\gamma$ (kHz)	$t_0$ ( $\mu$ s)
Valori attesi	55.4(4)	12.46(12)	
Dominio del tempo	56.9832(7)	13.5017(14)	1.7992(12)
Dominio della frequenza	57.0549(10)	13.521(2)	1.7957(18)

# Risultati

Misura	$\omega_0$ (kHz)	$\gamma$ (kHz)	$t_0$ ( $\mu$ s)
Valori attesi	55.4(4)	12.46(12)	
Dominio del tempo	56.9832(7)	13.5017(14)	1.7992(12)
Dominio della frequenza	57.0549(10)	13.521(2)	1.7957(18)

- I risultati risultano **incompatibili** con quelli attesi.
  - Comportamento del circuito non ideale?
  - Presenza di resistenze parassite?
  - Sottostima delle incertezze derivanti dai fit?