

Risposta impulsiva di un circuito RLC

Analisi della risposta impulsiva di un circuito RLC serie nel dominio del tempo e della frequenza

Nicolò Montalti - 933833

14/06/2021

Panoramica dell'esperienza

Scopo

Determinare, attraverso un'analisi nel dominio del tempo e della frequenza, le grandezza caratteristiche ω_0 e γ di un circuito RLC serie.

Panoramica dell'esperienza

Scopo

Determinare, attraverso un'analisi nel dominio del tempo e della frequenza, le grandezza caratteristiche ω_0 e γ di un circuito RLC serie.

Metodo

- 1 Stimolo del circuito con un impulso;

Panoramica dell'esperienza

Scopo

Determinare, attraverso un'analisi nel dominio del tempo e della frequenza, le grandezza caratteristiche ω_0 e γ di un circuito RLC serie.

Metodo

- 1 Stimolo del circuito con un impulso;
- 2 analisi nel dominio del tempo di V_C ;

Panoramica dell'esperienza

Scopo

Determinare, attraverso un'analisi nel dominio del tempo e della frequenza, le grandezze caratteristiche ω_0 e γ di un circuito RLC serie.

Metodo

- 1 Stimolo del circuito con un impulso;
- 2 analisi nel dominio del tempo di V_C ;
- 3 trasformata di Fourier (FFT) dei dati;

Panoramica dell'esperienza

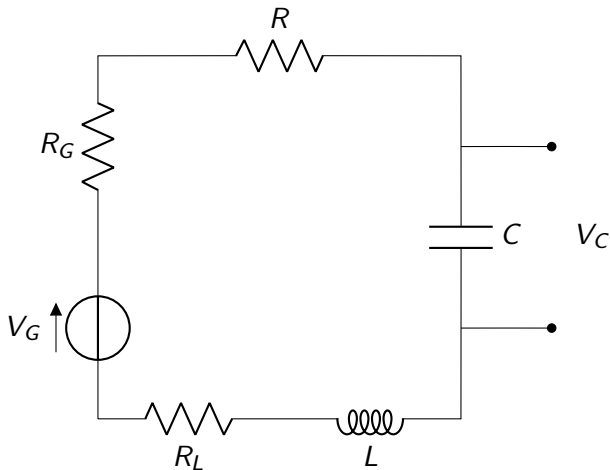
Scopo

Determinare, attraverso un'analisi nel dominio del tempo e della frequenza, le grandezze caratteristiche ω_0 e γ di un circuito RLC serie.

Metodo

- 1 Stimolo del circuito con un impulso;
- 2 analisi nel dominio del tempo di V_C ;
- 3 trasformata di Fourier (FFT) dei dati;
- 4 analisi nel dominio della frequenza.

Schema del circuito



Leggi del circuito RLC

- Il comportamento di un circuito RLC è descritto dall'equazione

$$\frac{d^2 V_C}{dt^2} + \gamma \frac{dV_C}{dt} + \omega_0^2 V_C = \omega_0^2 V_G(t)$$

Leggi del circuito RLC

- Il comportamento di un circuito RLC è descritto dall'equazione

$$\frac{d^2 V_C}{dt^2} + \gamma \frac{dV_C}{dt} + \omega_0^2 V_C = \omega_0^2 V_G(t)$$

- Applicando l'operatore **trasformata di Fourier** si può definire la **funzione di trasferimento**

$$H(\omega) = \frac{\mathcal{F}\{V_C\}}{\mathcal{F}\{V_G\}} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{\gamma\omega}{\omega_0^2}}$$

Stimolo impulsivo

- Il circuito è stato stimolato con un segnale impulsivo $V_G(t) = V_0\delta(t)$

Stimolo impulsivo

- Il circuito è stato stimolato con un segnale impulsivo $V_G(t) = V_0\delta(t)$
- La risposta attesa nel dominio del **tempo** era

$$V_C(t) = Ae^{-\gamma t/2} \sin(\omega_p t) \qquad \omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2/4}$$

Stimolo impulsivo

- Il circuito è stato stimolato con un segnale impulsivo $V_G(t) = V_0\delta(t)$
- La risposta attesa nel dominio del **tempo** era

$$V_C(t) = Ae^{-\gamma t/2} \sin(\omega_p t) \qquad \omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2/4}$$

- mentre nel dominio della **frequenza** si verifica che

$$H(\omega) = \frac{\mathcal{F}\{V_C\}}{\mathcal{F}\{V_G\}} = \frac{\mathcal{F}\{V_C\}}{V_0} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{\gamma\omega}{\omega_0^2}}$$

Parametri dell'apparato sperimentale

- Parametri del circuito
 - $R = 35.31(5) \Omega$, $C = 32.0(3) \text{ nF}$, $L = 10.17(10) \text{ mH}$, $R_L = 41.41(5) \Omega$, $R_G = 50 \Omega$
 - $\gamma^{\text{exp}} = 12.46(12) \text{ kHz}$, $\omega_0^{\text{exp}} = 55.4(4) \text{ kHz}$

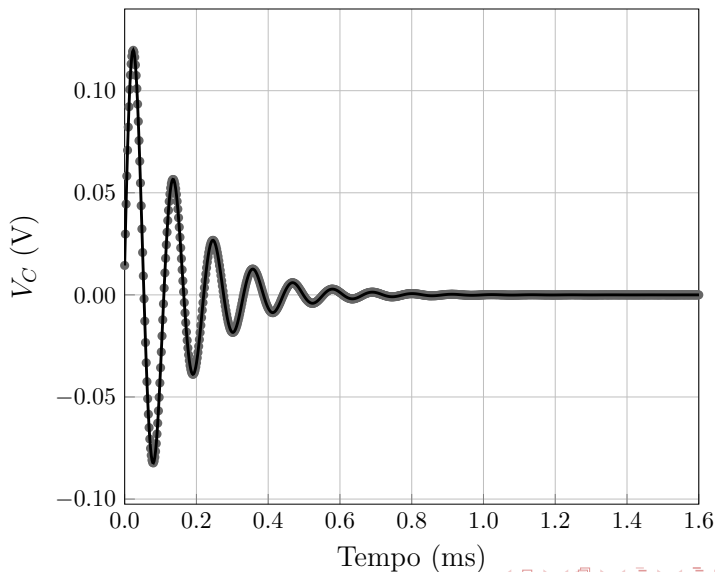
Parametri dell'apparato sperimentale

- Parametri del circuito
 - $R = 35.31(5) \Omega$, $C = 32.0(3) \text{ nF}$, $L = 10.17(10) \text{ mH}$, $R_L = 41.41(5) \Omega$, $R_G = 50 \Omega$
 - $\gamma^{\text{exp}} = 12.46(12) \text{ kHz}$, $\omega_0^{\text{exp}} = 55.4(4) \text{ kHz}$
- Parametri del generatore
 - $V_0 = 5 \text{ V}$
 - durata impulso: $0.5 \mu\text{s}$
 - intervallo tra impulsi successivi: 2 ms

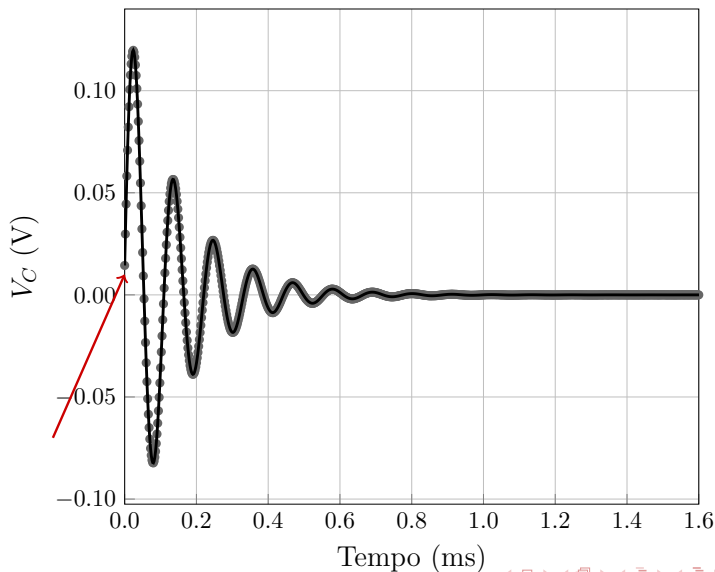
Parametri dell'apparato sperimentale

- Parametri del circuito
 - $R = 35.31(5) \Omega$, $C = 32.0(3) \text{ nF}$, $L = 10.17(10) \text{ mH}$, $R_L = 41.41(5) \Omega$, $R_G = 50 \Omega$
 - $\gamma^{\text{exp}} = 12.46(12) \text{ kHz}$, $\omega_0^{\text{exp}} = 55.4(4) \text{ kHz}$
- Parametri del generatore
 - $V_0 = 5 \text{ V}$
 - durata impulso: $0.5 \mu\text{s}$
 - intervallo tra impulsi successivi: 2 ms
- Parametri di campionamento
 - segnali campionati: V_G (range $\pm 10 \text{ V}$) e V_C (range $\pm 0.2 \text{ V}$)
 - frequenza di campionamento: 500 kHz
 - 800 campioni (durata 1.6 ms)
 - trigger su V_G (slope: rising, level: 1 V)

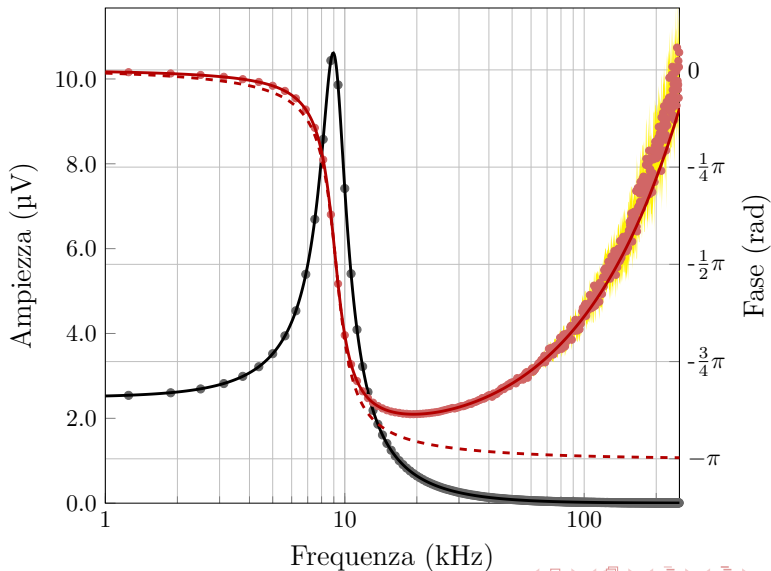
Dominio del tempo



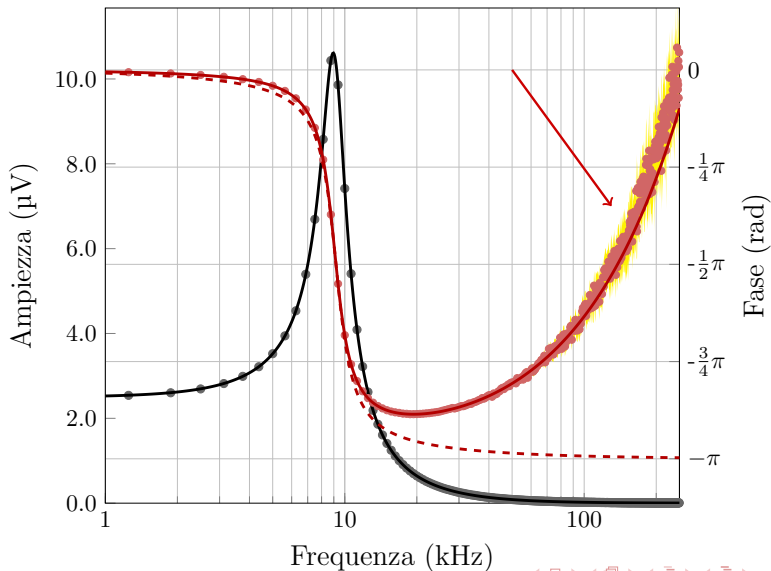
Dominio del tempo



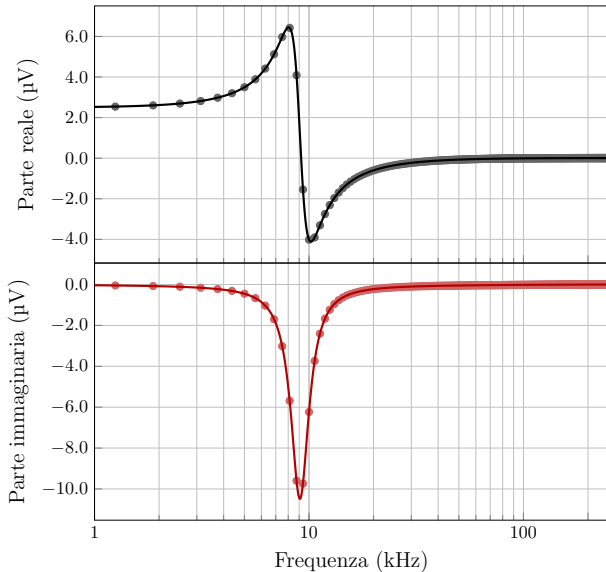
Dominio della frequenza: ampiezza e fase



Dominio della frequenza: ampiezza e fase



Dominio della frequenza: parte reale e immaginaria



Procedura di fit

- Per tenere conto dello **sfasamento** dovuto al trigger si è aggiunto un parametro t_0 alle funzioni da fittare.

Procedura di fit

- Per tenere conto dello **sfasamento** dovuto al trigger si è aggiunto un parametro t_0 alle funzioni da fittare.
 - Il fit nel dominio del tempo è stato eseguito sulla funzione $V_C(t + t_0)$.

Procedura di fit

- Per tenere conto dello **sfasamento** dovuto al trigger si è aggiunto un parametro t_0 alle funzioni da fittare.
 - Il fit nel dominio del tempo è stato eseguito sulla funzione $V_C(t + t_0)$.
 - Ricordando che $\mathcal{F}\{f(t + t_0)\} = \mathcal{F}\{f(t)\} e^{j\omega t_0}$, il fit nel dominio del tempo è stato eseguito sulla funzione $H(\omega)e^{j\omega t_0}$.

Procedura di fit

- Per tenere conto dello **sfasamento** dovuto al trigger si è aggiunto un parametro t_0 alle funzioni da fittare.
 - Il fit nel dominio del tempo è stato eseguito sulla funzione $V_C(t + t_0)$.
 - Ricordando che $\mathcal{F}\{f(t + t_0)\} = \mathcal{F}\{f(t)\} e^{j\omega t_0}$, il fit nel dominio del tempo è stato eseguito sulla funzione $H(\omega)e^{j\omega t_0}$.
- Dal fit nel dominio del tempo è stato stimato un errore sui dati raccolti $\sigma_{V_C} = 30 \mu\text{V}$, che è stato propagato nel dominio della frequenza.

Procedura di fit

- Per tenere conto dello **sfasamento** dovuto al trigger si è aggiunto un parametro t_0 alle funzioni da fittare.
 - Il fit nel dominio del tempo è stato eseguito sulla funzione $V_C(t + t_0)$.
 - Ricordando che $\mathcal{F}\{f(t + t_0)\} = \mathcal{F}\{f(t)\} e^{j\omega t_0}$, il fit nel dominio del tempo è stato eseguito sulla funzione $H(\omega)e^{j\omega t_0}$.
- Dal fit nel dominio del tempo è stato stimato un errore sui dati raccolti $\sigma_{V_C} = 30 \mu\text{V}$, che è stato propagato nel dominio della frequenza.
- Entrambi hanno restituito un $R^2 = 1.00$, il secondo inoltre un $\tilde{\chi}^2 = 1.06$.

Risultati

Misura	ω_0 (kHz)	γ (kHz)	t_0 (μ s)
Valori attesi	55.4(4)	12.46(12)	
Dominio del tempo	56.9832(7)	13.5017(14)	1.7992(12)
Dominio della frequenza	57.0549(10)	13.521(2)	1.7957(18)

Risultati

Misura	ω_0 (kHz)	γ (kHz)	t_0 (μ s)
Valori attesi	55.4(4)	12.46(12)	
Dominio del tempo	56.9832(7)	13.5017(14)	1.7992(12)
Dominio della frequenza	57.0549(10)	13.521(2)	1.7957(18)

- I risultati risultano **incompatibili** con quelli attesi.
 - Comportamento del circuito non ideale?
 - Presenza di resistenze parassite?
 - Sottostima delle incertezze derivanti dai fit?