**Министерство цифрового развития, связи и массовых коммуникаций Российской Федерации**

**Ордена Трудового Красного Знамени**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**

**«Московский технический университет связи и информатики»**

Кафедра “Математическая кибернетика и информационные технологии”

**Отчет по курсовой работе**

по дисциплине «Структуры и алгоритмы обработки данных»

Выполнил: студент группы

БВТ2005

Иванов Никола

Проверил:

Мкртчян Грач Маратович

Москва 2022

**Оглавление**

[Задача 1 3](#_Toc102738224)

[Задача 2 5](#_Toc102738225)

[Задача 3 8](#_Toc102738226)

[Задача 4 12](#_Toc102738227)

[Задача 5 14](#_Toc102738228)

[Задача 6 17](#_Toc102738229)

[Задача 7 21](#_Toc102738230)

[Задача 8 23](#_Toc102738231)

[Задача 9 27](#_Toc102738232)

[Задача 10 33](#_Toc102738233)

[Вывод 37](#_Toc102738234)

Задача 1

Скоро состоится большой футбольный чемпионат! 𝑛 команд будут участвовать в нем, и каждая пара различных команд сыграет ровно один матч друг с другом.

У матча может быть два различных исхода: матч может закончиться вничью, тогда обе команды получат по 1 очку; одна из команд может победить, тогда победившая команда получит 3 очка, а проигравшая — 0.  
Счет команды — суммарное количество очков, полученное командой за все матчи, в которых она играла.

Вас интересует гипотетическая ситуация, в которой все команды будут в конце чемпионата иметь одинаковый счет. Простой пример такой ситуации — если все матчи закончатся вничью, но вас интересует подобная ситуация с минимально возможным количеством ничьих.

Ваша задача — найти ситуацию (выбрать результат каждой игры), в которой у всех команд одинаковый итоговый счет, а количество ничьих минимально возможно.

Входные данные  
В первой строке задано одно целое число 𝑡 (1≤𝑡≤100) — количество наборов входных данных.

Затем следуют сами наборы входных данных. Каждый набор описывается одной строкой, содержащей целое число 𝑛 (2≤𝑛≤100) — количество команд.

Выходные данные  
Для каждого набора входных данных выведите 𝑛(𝑛−1)2 целых чисел, описывающих результаты игр в следующем порядке: первое число соответствует результату матча между командой 1 и командой 2, второе — между командой 1 и командой 3, затем 1 и 4, ..., 1 и 𝑛, 2 и 3, 2 и 4, ..., 2 и 𝑛, и так далее, до результата матча между командой 𝑛−1 и командой 𝑛.

Число, соответствующее результату матча между командой 𝑥 и командой 𝑦, должно быть равно 1, если побеждает команда 𝑥, −1, если побеждает команда 𝑦, или 0, если матч заканчивается вничью.

Все команды должны иметь одинаковый итоговый счет, и количество ничьих должно быть минимально возможным. Если оптимальных ответов несколько — выведите любой из них. Можно показать, что всегда есть способ составить результаты игр так, что все команды имеют одинаковый итоговый счет.

**Решение:**

def task1():

t = int(input())

if not 1 <= t <= 100:

print('Неверные входные данные')

return

for i in range(t):

ans = []

n = int(input())

if not 2 <= n <= 100:

print('Неверные входные данные')

elif n % 2 == 1:

total = (n \* (n - 1)) // 2

ans = [0] \* total

balance = 1

for i in range(total):

ans[i] = balance

if balance == 1:

balance = -1

else:

balance = 1

else:

ans = []

for i in range(n):

for j in range(i + 1, n):

if j - i < n // 2:

ans.append(1)

elif j - i == n // 2:

ans.append(0)

else:

ans.append(-1)

print(\*ans)

task1()

Задача 2

У вас есть последовательность 𝑎 из 𝑛 элементов 1,2,3,…,𝑘−1,𝑘,𝑘−1,𝑘−2,…,𝑘−(𝑛−𝑘) (𝑘≤𝑛<2𝑘).

Назовем инверсией в 𝑎 пару индексов 𝑖<𝑗 таких, что 𝑎[𝑖]>𝑎[𝑗].

Предположим, что у вас есть некоторая перестановка 𝑝 размера 𝑘 и вы строите последовательность 𝑏 размера 𝑛 следующим образом: 𝑏[𝑖]=𝑝[𝑎[𝑖]].

Ваша задача — найти такую перестановку 𝑝, что суммарное количество инверсий в 𝑏 не превосходит суммарного количества инверсий в 𝑎, и 𝑏 лексикографически максимальна.

Напоминание: последовательность из 𝑘 целых чисел называется перестановкой, если она содержит все числа от 1 по 𝑘 ровно по одному разу.

Еще одно напоминание: последовательность 𝑠 лексикографически меньше последовательности 𝑡, если либо 𝑠 — префикс 𝑡, или для первого 𝑖, для которого 𝑠𝑖≠𝑡𝑖, выполняется 𝑠𝑖<𝑡𝑖 (в первой позиции, в которой эти последовательности различаются, элемент в 𝑠 меньше элемента в 𝑡).

Входные данные  
В первой строке задано одно целое число 𝑡 (1≤𝑡≤1000) — количество наборов входных данных.

В первой и единственной строке каждого набора заданы два целых числа 𝑛 и 𝑘 (𝑘≤𝑛<2𝑘; 1≤𝑘≤105) — длина последовательности 𝑎 и ее максимум.

Гарантируется, что сумма 𝑘 по всем наборам входных данных не превосходит 105.

Выходные данные  
Для каждого набора входных данных, выведите 𝑘 целых чисел — перестановку 𝑝, которая максимизирует 𝑏 лексикографически, не увеличивая суммарное количество инверсий.

Можно доказать, что 𝑝 существует и единственная.

**Решение:**

def task2():

t = int(input())

if not 1 <= t <= 1000:

print('Неверные входные данные')

else:

for i in range(t):

n, k = map(int, input().split())

if not k <= n <= 2\*k and not 1 <= k <= 105:

print('Неверные входные данные')

else:

lst = range(1, k + 1)

rev = lst[::-1]

rev = rev[1:(n - k) + 1]

res = []

for i in lst:

if i not in rev:

res.append(i)

res += rev

for i in res:

print(i)

task2()

Задача 3

Дан набор из 𝑛 (𝑛 всегда равно степени 2) элементов, содержащих все целые числа 0,1,2,…,𝑛−1 единожды.

Найдите 𝑛2 пар элементов таких, что:

Каждый элемент набора принадлежит ровно одной паре. Сумма по всем парам побитового И элементов пары должна быть в точности равна 𝑘. Формально, если 𝑎𝑖 и 𝑏𝑖 — элементы 𝑖-й пары, то должно выполняться ∑𝑖=1𝑛/2𝑎𝑖&𝑏𝑖=𝑘, где & обозначает операцию побитового И. Если существует несколько решений, найдите любое из них. Если решений не существует, выведите −1.

Входные данные  
Каждый тест состоит из нескольких наборов входных данных. Первая строка ввода содержит одно целое число 𝑡 (1≤𝑡≤400) — количество наборов входных данных. Далее следует их описание.

Каждый набор входных данных состоит из одной строки, содержащей два целых числа 𝑛 и 𝑘 (4≤𝑛≤216, 𝑛 — степень 2, 0≤𝑘≤𝑛−1).

Сумма 𝑛 по всем наборам входных данных не превосходит 216. Все наборы в каждом тесте будут различными.

Выходные данные  
Для каждого набора входных данных, если решения не существует, выведите одну строку, содержащую −1.

В противном случае выведите 𝑛2 строк, 𝑖-я их них должна содержать 𝑎𝑖 и 𝑏𝑖 — элементы 𝑖-й пары.

Если существует несколько решений, выведите любое. Порядок пар и элементов в парах не имеет значения.

**Решение:**

def decode(n, k):

res = []

for i in range(n // 2):

res.append([i, n - 1 - i])

if k == n - 1:

res[0][0] = n - 2

res[1][1] = n - 3

res[2][1] = 0

return res

ind = min(k, n - 1 - k)

if ind == k:

res[ind][0] = 0

else:

res[ind][1] = 0

res[0][0] = k

return res

def task3():

t = int(input())

if not 2 <= t <= 400:

print('Неверные входные данные')

for ij in range(t):

n, k = map(int, input().split())

if not (2 <= n <= 400 or 0 <= k <= n - 1):

print('Неверные входные данные')

else:

if n == 4 and k == n - 1:

print(-1)

else:

result = decode(n, k)

for i in result:

print(i[0], i[1])

task3()**Задача 4**

Вася и Петя играют в одну простую игру. Вася загадал число x от 1 до n, а Петя пытается угадать это число.

Петя может задавать вопросы вида: «Делится ли загаданное число на число y?».

Игра происходит по следующим правилам: вначале Петя спрашивает все вопросы, которые его интересуют (в том числе, он может не задать ни одного вопроса), затем Вася отвечает на каждый из вопросов «да» или «нет». После получения всех ответов Петя должен назвать число, которое загадал Вася.

К сожалению, Петя не слишком хорошо разбирается в теории чисел. Помогите ему найти минимальное количество вопросов, которые он должен задать, чтобы гарантированно угадать число Васи, а также сами числа yi, про которые он должен задать вопросы.

Входные данные  
В единственной строке записано число n (1 ≤ n ≤ 103).

Выходные данные  
Выведите длину искомой последовательности вопросов k (0 ≤ k ≤ n), а затем k чисел — саму последовательность вопросов yi (1 ≤ yi ≤ n).

Если существует несколько корректных последовательностей вопросов минимальной длины, то разрешается вывести любую.

**Решение:**

def isPrime(n):

if n == 1:

return False

elif n == 2:

return True

else:

for x in range(2, n):

if n % x == 0:

return False

return True

return True

def task4():

n = int(input())

if not 1 <= n <= 103:

print('Неверные входные данные')

else:

ans = []

for i in range(1, n + 1):

if isPrime(i):

k = 1

while n // i >= k:

k \*= i

ans.append(k)

print(len(ans))

print(\*ans)

task4()

Задача 5

Где-то в параллельном Средиземье, когда Саруман поймал и обыскал Фродо, он обнаружил лишь 𝑛 колец. Причем 𝑖-е кольцо было либо золотым, либо серебряным. Для удобства Саруман записал бинарную строку 𝑠 из 𝑛 символов, где 𝑖-м символом был 0, если 𝑖-е кольцо золотое, и 1, если серебряное. У Сарумана есть волшебная функция 𝑓, которая принимает бинарную строку, а в ответ выдает число, полученное путем перевода строки в двоичное число, а затем перевода двоичного числа в десятичное. Саруман, однако, считает, что порядок колец играет какую-то важную роль. Он хочет найти 2 пары целых чисел (𝑙1,𝑟1),(𝑙2,𝑟2), для которых:

1≤𝑙1≤𝑛, 1≤𝑟1≤𝑛, 𝑟1−𝑙1+1≥⌊𝑛2⌋  
1≤𝑙2≤𝑛, 1≤𝑟2≤𝑛, 𝑟2−𝑙2+1≥⌊𝑛2⌋  
Пары (𝑙1,𝑟1) и (𝑙2,𝑟2) различны. То есть, должно выполняться хотя бы одно из условий 𝑙1≠𝑙2 и 𝑟1≠𝑟2. Пусть 𝑡 — подстрока 𝑠[𝑙1:𝑟1] строки 𝑠, а 𝑤 — подстрока 𝑠[𝑙2:𝑟2] строки 𝑠. Тогда существует неотрицательное целое число 𝑘, такое, что 𝑓(𝑡)=𝑓(𝑤)⋅𝑘. Здесь подстрока 𝑠[𝑙:𝑟] обозначает 𝑠𝑙𝑠𝑙+1…𝑠𝑟−1𝑠𝑟, а ⌊𝑥⌋ обозначает округление числа вниз до ближайшего целого. Помогите Саруману решить эту задачу! Гарантируется, что при ограничениях задачи существует хотя бы одно решение.

Входные данные  
Каждый тест содержит несколько наборов входных данных.

В первой строке находится одно целое положительное число 𝑡 (1≤𝑡≤103) — количество наборов входных данных. Описание наборов входных данных приведено ниже.

В первой строке каждого набора входных данных находится одно целое положительное число 𝑛 (2≤𝑛≤2⋅104) — количество колец.

Во второй строке каждого набора входных данных находится непустая бинарная строка длины 𝑛.

Гарантируется, что сумма 𝑛 по всем наборам входных данных не превосходит 105.

Выходные данные  
Для каждого набора входных данных выведите в отдельной строке четыре числа 𝑙1, 𝑟1, 𝑙2, 𝑟2, которые обозначают начало первой подстроки, конец первой подстроки, начало второй подстроки и конец второй подстроки соответственно.

Если существует несколько правильных вариантов ответа, вы можете вывести любой.

**Решение:**

def task5():

t = int(input())

if not 1 <= t <= 103:

print('Неверные входные данные')

else:

for \_ in range(t):

n = int(input())

s = input()

if not 2 <= n <= 2 \* 104:

print('Неверные входные данные')

else:

size = n // 2

if '0' not in s:

l1, r1, l2, r2 = 1, size, 2, size + 1

else:

i = s.index('0') + 1

if i <= size:

l1, r1, l2, r2 = i, n, i + 1, n

else:

l1, r1, l2, r2 = 1, i, 1, i - 1

print(l1, r1, l2, r2)

task5()

Задача 6

Вам задана последовательность 𝑎 длины 𝑛, состоящая из целых чисел от 1 до 𝑛. Среди чисел могут быть одинаковые.

Найдите количество наборов из 𝑚=3 элементов, таких что максимальное число в наборе отличается от минимального не больше, чем на 𝑘=2. Формально, в этой задаче вам нужно найти количество троек индексов 𝑖<𝑗<𝑧, таких что

max(𝑎𝑖,𝑎𝑗,𝑎𝑧)−min(𝑎𝑖,𝑎𝑗,𝑎𝑧)≤2.  
Например, если 𝑛=4 и 𝑎=[1,2,4,3], то существуют две такие тройки (𝑖=1,𝑗=2,𝑧=4 и 𝑖=2,𝑗=3,𝑧=4). Если же 𝑛=4 и 𝑎=[1,1,1,1], то все четыре возможные тройки подходят.

Входные данные  
В первой строке находится одно целое число 𝑡 (1≤𝑡≤2⋅105) — количество наборов входных данных. Далее следуют 𝑡 наборов входных данных.

В первой строке каждого набора входных данных находится целое число 𝑛 (1≤𝑛≤2⋅105) — длина последовательности 𝑎.

В следующей строке находятся 𝑛 целых чисел 𝑎1,𝑎2,…,𝑎𝑛 (1≤𝑎𝑖≤𝑛) — последовательность 𝑎.

Гарантируется, что сумма 𝑛 по всем наборам входных данных не превышает 2⋅105.

**Решение:**

def task6():

t = int(input())

if not 1 <= t <= 2 \* 105:

print('Неверные входные данные')

else:

for \_ in range(t):

n = int(input())

if not 1 <= n <= 2 \* 105:

print('Неверные входные данные')

else:

l = list(map(int, input().split()))

l.sort()

ans = 0

i = 0

j = 2

while j < n:

if l[j] - l[i] <= 2:

r = j - i - 1

ans += (r \* (r + 1)) // 2

j += 1

else:

i += 1

if j - i == 1:

j += 1

print(ans)

task6()

Задача 7

Ану придумала свою собственную функцию 𝑓: 𝑓(𝑥,𝑦)=(𝑥|𝑦)−𝑦, где | обозначает операцию побитового ИЛИ. К примеру, 𝑓(11,6)=(11|6)−6=15−6=9. Можно показать, что для любых неотрицательных чисел 𝑥 и 𝑦 значение 𝑓(𝑥,𝑦) также неотрицательное.

Она хотела бы исследовать данную функцию, и придумала несколько задач для себя. К сожалению, она не может решить все из них, и ей нужна ваша помощь. Вот одна из этих задач.

Значение массива [𝑎1,𝑎2,…,𝑎𝑛] определяется как 𝑓(𝑓(…𝑓(𝑓(𝑎1,𝑎2),𝑎3),…𝑎𝑛−1),𝑎𝑛) (для примеров обратитесь к примечаниям). Вам дан массив из не обязательно различных чисел. Как нужно переставить местами его элементы, чтобы его значение стало максимальным возможным?

Входные данные  
Первая строка содержит одно целое число 𝑛 (1≤𝑛≤105) — длина массива.

Вторая строка содержит 𝑛 целых чисел 𝑎1,𝑎2,…,𝑎𝑛 (0≤𝑎𝑖≤109) — элементы массива. Не гарантируется, что элементы массива различны.

**Решение:**

def task7():

n = int(input())

if not 1 <= n <= 2 \* 105:

print('Неверные входные данные')

else:

ans = list(map(int, input().split()))

for \_ in ans:

if not (0 < \_ < 109):

print('Неверные входные данные')

return

ll = [0] \* n

rr = [0] \* n

s = 0

for i in range(n):

s |= ans[i]

ll[i] = s

s = 0

for i in range(n - 1, -1, -1):

s |= ans[i]

rr[i] = s

mx = 0

mxi = 0

for i in range(n):

s = 0

if i - 1 >= 0:

s |= ll[i - 1]

if i + 1 < n:

s |= rr[i + 1]

cur = (ans[i] | s) - s

if cur > mx:

mx = cur

mxi = i

ans[0], ans[mxi] = ans[mxi], ans[0]

print(\*ans)

task7()

Задача 8

Магазин целых чисел продаёт 𝑛 отрезков, 𝑖-й из которых состоит из чисел от 𝑙𝑖 до 𝑟𝑖 и стоит 𝑐𝑖 монет.

Завтра Вася отравится в этот магазин и купит несколько отрезков. Он получит все числа, лежащие хотя бы в одном из выбранных отрезков. Количество монет, которое он потратит на покупку равно сумме стоимостей отрезков, которые он купит.

В качестве подарка за покупку, Вася дополнительно получит ещё несколько целых чисел. Число 𝑥, не купленное Васей ранее, он получит тогда и только тогда, когда для 𝑥 выполняются два следующих условия:

Найдётся купленное Васей число 𝑙, меньшее 𝑥.  
Найдётся купленное Васей число 𝑟, большее 𝑥.  
Число 𝑥 Вася может получить в подарок не более одного раза, таким образом все числа, которые получит Вася будут различными.

Например, если Вася купит отрезок [2,4] за 20 монет и отрезок [7,8] за 22 монеты, он потратит 42 монеты и получит числа 2,3,4,7,8 как содержимое отрезков. В качестве подарка он получит числа 5 и 6.

По техническим причинам, завтра в магазине будут доступны к покупке только 𝑠 первых отрезков (то есть отрезки [𝑙1,𝑟1],[𝑙2,𝑟2],…,[𝑙𝑠,𝑟𝑠]). Вася не сможет купить отрезки, не доступные к покупке.

Вася хочет получить (купить или получить в подарок) как можно больше целых чисел. Если это можно сделать разными способами, то он выберет самый дешёвый из них.

Для всех значений 𝑠 от 1 до 𝑛 определите, сколько монет потратит Вася, если к покупке будут доступны только 𝑠 первых отрезков.

**Решение:**

def task8():

from math import inf

t = int(input())

return

for i in range(t):

n = int(input())

if not 1 <= n <= 105:

print('Неверные входные данные')

else:

lf = [inf, -1]

rt = [-1, -1]

nums = [inf, -1, -1]

for i in range(n):

l, r, c = map(int, input().split())

if not (1 <= l <= r <= 109 and 1 <= c <= 109):

print('Неверные входные данные')

else:

if l < lf[0] or (l == lf[0] and c < lf[1]):

lf = [l, c]

if r > rt[0] or (r == rt[0] and c < rt[1]):

rt = [r, c]

if l < nums[0] or r > nums[1] or (l == nums[0] and r == nums[1] and c < nums[2]):

nums = [l, r, c]

if nums[0] < lf[0] or nums[1] > rt[0] or (

lf[0] == nums[0] and rt[0] == nums[1] and lf[1] + rt[1] > nums[2]):

print(nums[2])

else:

print(lf[1] + rt[1])

task8()

Задача 9

Предположим, вы стоите на плоскости 𝑋𝑌 в точке (0,0) и хотите попасть в точку (𝑛,𝑛).

Вы можете двигать только в двух направлениях:

вправо, т. е. горизонтально и в направлении увеличения 𝑥 коодинаты, или вверх, т. е. вертикально и в направлении увеличения 𝑦 координаты. Другими словами, ваш путь имеет следующую структуру:

первоначально, вы выбираете: пойти вправо или вверх; далее вы проходите некоторое положительное целое расстояние в выбранном направлении (расстояния можно выбирать независимо); далее вы меняете направление движения (от «вправо» к «вверх», либо от «вверх» к «вправо») и повторяете процесс. Вам не нравится менять свое направление слишком много раз, а потому вы сделаете не более 𝑛−1 изменений направления.

В результате ваш путь будет представлять ломаную от (0,0) к (𝑛,𝑛), состоящую из не более чем 𝑛 отрезков, каждый из которых имеет положительную целую длину, а также вертикальные и горизонтальные отрезки идут по очереди.

Не все пути равны. У вас есть 𝑛 целых чисел 𝑐1,𝑐2,…,𝑐𝑛, где 𝑐𝑖 — это цена 𝑖-го отрезка.

Используя эти цены, можно определить цену пути как сумму длин отрезков этого пути умноженных на их стоимости, т. е. если путь состоит из 𝑘 отрезков (𝑘≤𝑛), то цена пути равна ∑𝑖=1𝑘𝑐𝑖⋅𝑙𝑒𝑛𝑔𝑡ℎ𝑖 (отрезки нумеруются от 1 по 𝑘 в порядке их обхода).

Определите путь минимальной стоимости и выведите его цену.

**Решение:**

def task9():

import math

t = int(input())

if not 1 <= t <= 1000:

print('Неверные входные данные')

return

for \_ in range(t):

n = int(input())

if not 2 <= n <= 105:

print('Неверные входные данные')

else:

c = list(map(int, input().split()))

for \_ in c:

if not 1 <= \_ <= 109:

print('Неверные входные данные')

return

if sum(c) > 105:

print('Неверные входные данные')

return

nx, ny = n, n

min\_x = math.inf

min\_y = math.inf

cost = 0

ans = math.inf

for i in range(1, n + 1):

tmp = c[i - 1]

if i & 1:

min\_x = min(min\_x, tmp)

nx -= 1

else:

min\_y = min(min\_y, tmp)

ny -= 1

cost += tmp

if i > 1:

ans = min(ans, cost + nx \* min\_x + ny \* min\_y)

print(ans)

task9()

Задача 10

Необъяснимый народ эти битландцы. Какие же у них странные обычаи!

Как обычно, дядя J. хочет раскрасить n яиц для известного Битландского фестиваля, который называется Битруз. Дядя J. попросил выполнить эту работу G. и A. Дети очень обрадовались. Ведь они знают, что им заплатят за работу.

Всего у дяди J. есть n яиц. Для каждого яйца G. назвал количество денег, которое он требует за покраску этого яйца. Аналогично, для каждого яйца A. назвал количество денег, которое он требует за покраску этого яйца. Оказалось, что для каждого яйца сумма количеств денег, которые требует за покраску A. и G., равна 1000.

Дядя J. хочет поделить яйца между детьми так, чтобы каждое яйцо было отдано на покраску ровно одному ребенку. Также дядя хочет, чтобы сумма денег которая достанется A. отличалась от суммы денег, которая достанется G. не более чем на 500.

Помогите дяде J. Найдите требуемое распределение яиц или скажите, что разделить яйца требуемым образом не получится.

Входные данные  
В первой строке записано целое число n (1 ≤ n ≤ 106) — количество яиц. В каждой из следующих n строк записано два целых числа: ai, gi (0 ≤ ai, gi ≤ 1000; ai + gi = 1000) — количество денег, которое требует A. за покраску i-того яйца, и количество денег, которое требует G. за покраску i-того яйца.

**Решение:**

def task10():

n = int(input())

if not 1 <= n <= 106:

print('Неверные входные данные')

return

aTotal = 0

gTotal = 0

res = ''

for i in range(n):

x, y = map(int, input().split())

if not (0 <= x and y <= 1000 and x + y == 1000):

print('Неверные входные данные')

return

else:

if aTotal + x - 500 > gTotal:

res += 'G'

gTotal += y

else:

res += 'A'

aTotal += x

if abs(aTotal - gTotal) <= 500:

print(res)

else:

print(-1)

task10()

Вывод

В ходе выполнения курсовой работы я успешно выполнил все поставленные задачи и закрепил полученные в ходе изучения данной дисциплины знания.