Trabajo Práctico

1) Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x+2y+2z=-1 \\ -y+z=0 \\ x=1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x-2y=-1 \\ 2y-2x=6 \\ 5x-8y=-7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x+y=z \\ 2x=4z+y \\ x+2y=-3z \end{cases}$

d) $\begin{cases} x+t+z+y=1 \\ y+z-t-1=0 \\ t+z=2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x_3=3 \\ x_3-x_4=0 \\ x_2-x_3+x_4=1 \\ x_1-x_2+x_3+4x_4=0 \end{cases}$

f) $\begin{cases} z=2x+3y \\ y=z-x \\ x+2y+z=0 \end{cases}$

2) En los cuartos de final del Super Rugby 2019 Jaguares venció a Chiefs 21 a 16. El total de puntos del partido provino de 11 jugadas de anotación (anotadas por ambos equipos), una combinación de tries, conversiones y penales con un valor de 5, 2 y 3 puntos respectivamente. Sabiendo que el número de tries superó en una unidad a la cantidad de conversiones, determina la cantidad de cada tipo de jugadas de anotación.

3) Las siguientes matrices representan la matriz ampliada $(A \mid B)$ de un sistema lineal $A \cdot X = B$.

a) Sin resolverlos, responde y justifica tus respuestas:

- ¿Cuáles sistemas coinciden en el número de ecuaciones o en el número de incógnitas?
- ¿Alguno de ellos es un sistema homogéneo?
- ¿Puedes asegurar que alguno de ellos tiene solución, sin resolverlo?
- ¿Cuál de ellos, si llegara a tener solución, no tendrá solución única?

i) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 1 & 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

ii) $\begin{pmatrix} 1 & i & 3i & i \\ 2-i & 1 & 3+2i & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 2i & 0 \end{pmatrix}$

iii) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

iv) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

b) Resuelve y verifica tus afirmaciones.

4) Investiga si los siguientes sistemas son equivalentes:

a) $S_1 : \begin{cases} x+3y+z=0 \\ 2x-y-2z-1=0 \\ x-2y+z-5=0 \end{cases}$ $\qquad S_2 : \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$

b) $S_1 : \begin{cases} 5x+2y+z=2 \\ 2x+y-2z=-1 \\ x+2y+2z=0 \\ 3x+y+3z=3 \end{cases}$ $\qquad S_2 : \begin{cases} 3x=2 \\ y=-1 \\ 3z=2 \end{cases}$

5) Interpreta geométricamente y resuelve analíticamente el sistema de la forma $A \cdot X = B$ siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$, $\qquad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 1}$

a) $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 1}$

b) $B = \theta \in \mathbb{R}^{3\times 1}$

c) $B = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 1}$ ¿Qué relación debe existir entre $a, b, c \in \mathbb{R}$ para que los planos se intersecten?

6) Determina la intersección de los planos e interpreta geométricamente. (Comprueba tus resultados usando GeoGebra)

a) $\begin{cases} -3x+2y+3z=-8 \\ -x+2y+5z=-4 \\ x-y-2z=3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x+4y-2z=2 \\ x-y+2z=-3 \\ x+3y-2z=0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x+5y-z=2 \\ 6x+10y-2z=4 \\ -9x-15y+3z+6=0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x+2y-z=1 \\ 10x+4y-2z=3 \\ 20x+8y-4z-8=0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3x+2y+z=-1 \\ -x+2=0 \\ 2x+y+z+3=0 \end{cases}$

7) Dados los siguientes sistemas, analiza cada uno de ellos para los distintos valores de $m \in \mathbb{R}$.

a) $\begin{cases} 2x+(m+1)\ y+z=4 \\ mx+2y=0 \\ x+(m-1)\ y+z-m=0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x+2z+t=0 \\ mx+y+z+m^2t=m^2 \\ mx+y+m^2z+t=m \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x_1 - 2mx_3 - x_2 = 2m \\ x_2 - x_1 + mx_3 = -m \\ (m+1)\ x_1 - 3x_2 = (2+2m)x_3 \end{cases}$

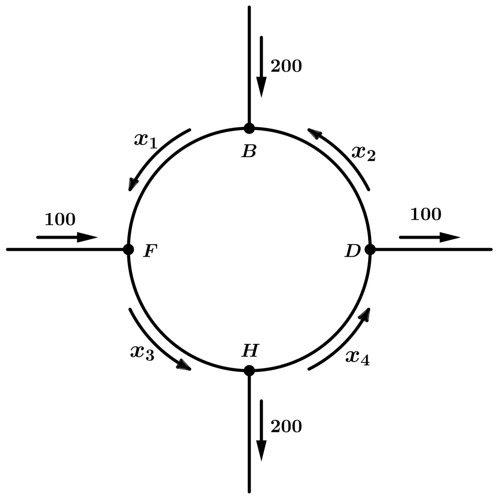
d) $\begin{cases} x + my - z = 0 \\ x = y + z \\ mx + y = 0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x - my + z = 1 - 2m \\ x + y - mz = 1 \\ 4x + y - mz = m \end{cases}$

f) $\begin{cases} 5x + 2y - mz + 2t + 1 = 0 \\ x - y + z - t + 2 = 0 \\ mx + y - 5z + t - 2m = 0 \end{cases}$

g) $\begin{cases} mx - z = 1 \\ z = 4x + my + 3 \\ x - y = -1 + z \\ (m-4)x - my = 4 \end{cases}$

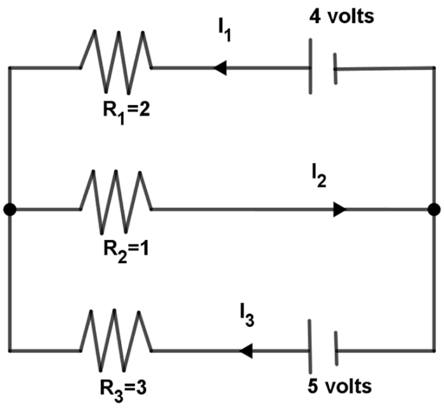
8) El flujo de tráfico (en vehículos por hora) a través de una red de calles se muestra en la siguiente figura:



a) Proponé un sistema de ecuaciones para la situación planteada y resúelvelo. Ten en cuenta que soluciones negativas implican un cambio en el sentido de la circulación, indica cuando sea necesario la/s condiciones para que la circulación en dicha rotonda siempre sea posible.

b) Encuentra el flujo vehicular cuando se corte el tránsito del nodo D al nodo F por reparaciones. ¿Qué pasaría si las reparaciones deben hacerse entre los nodos F y H?

9) Determina las corrientes eléctricas para el circuito mostrado en la siguiente figura:



10) Determina $a \in \mathbb{R}$ para que el siguiente sistema sea compatible:

$$\begin{cases} ax + (a+1)\ y - 4z = 2a + 6 \\ x + 2z = 0 \\ 2x + (1-a)\ z = a + 3 \end{cases}$$

11) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ k \end{pmatrix}$, $C^{\ t} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & k & 3k-3 \end{pmatrix}$

analiza el sistema $(A \cdot C) \cdot X = B$ para los distintos valores de $k \in \mathbb{R}$.

12) Aproximación polinómica: Determina la función polinomial de grado 2 que mejor se aproxime a los puntos $A\,(-1,1)\,,\quad B\,(1,7)\,,\quad C\,(2,4)$ .Verifica tu respuesta usando GeoGebra.

13) Dados los planos:

a) $\pi_1 : x + y + mz = 1$, $\pi_2 : 4y + 3x + 4mz = 2$, $\pi_3 : 2mx + my + 4z = 2m + 2$ ¿existe algún valor de $m \in \mathbb{R}$ para que los planos se intersecten en una recta?

b) $\pi_1 : x + y - z = m$, $\pi_2 : 3x + my + (m^2 - 12)\,z = m^2$,

$\pi_3 : (m^2 - 7)\,z - 2x + (m-5)\,y = -2m$ ¿se puede determinar algún valor de $m \in \mathbb{R}$ para que los planos sean coincidentes?