

Introducción a los Determinantes

Los determinantes se emplean para resolver diversos problemas aplicados a Ingeniería, Física y a otras ramas de la Matemática. Son una herramienta fundamental en el campo del Álgebra Lineal, puesto que permiten caracterizar de otra manera las matrices inversibles y hallar la solución de sistemas de ecuaciones lineales, donde la matriz asociada al mismo es inversible.

A continuación presentamos un problema de tránsito vehicular, en el que surge un sistema de ecuaciones lineales que puede resolverse empleando determinantes.

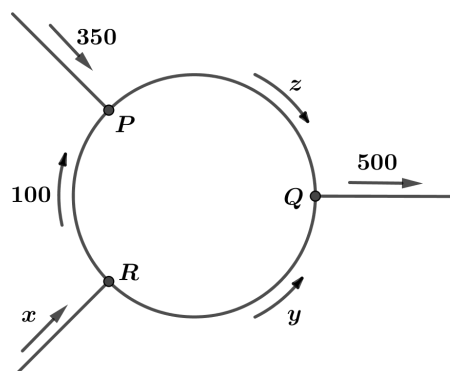
El tráfico vehicular representa uno de los principales problemas de tránsito en el mundo. El crecimiento de la población y el aumento de automóviles, hacen necesaria la constante intervención de urbanistas e ingenieros que monitoreen el patrón de flujo vehicular en las redes de calles de las ciudades.

Una red consiste de un conjunto de puntos llamados nodos, que representan las intersecciones de las calles y un conjunto de líneas, que representan las calles y que unen algunos o todos los nodos. Además el sentido y dirección del tránsito en cada calles se indica por medio de una flecha. La cantidad de flujo en cada calle, se indica con un número o una variable. Para resolver problemas de este tipo, se debe tener en cuenta que:

- el flujo total que ingresa en un nodo es igual al flujo que sale del mismo.
- las ecuaciones que representan el flujo vehicular en cada nodo son lineales y se deben cumplir simultáneamente

Analizar una red, consiste en determinar el flujo en cada una de las arterias que forman la red.

En el siguiente ejemplo, se quiere determinar el flujo de tránsito (en vehículos por hora) dado en la red que se muestra a continuación:



Para resolver el problema resumimos la información del flujo de la red en una tabla:

Nodo	Ingreso vehicular	Salida vehicular	Ecuación
P	$100 + 350$	z	$450 = z$
Q	$y + z$	500	$y + z = 500$
R	x	$y + 100$	$x = y + 100$

de donde se obtiene el sistema lineal de 3 ecuaciones con 3 incógnitas:

$$\begin{cases} z = 450 \\ y + z = 500 \\ x - y = 100 \end{cases}$$

que representado en forma matricial tiene la forma:

$$A \cdot X = B, \text{ con } A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 450 \\ 500 \\ 100 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$$

y cuya solución se puede obtener empleando determinante.