Estructura de campo

Definición (Campo)

Sea $\mathbb{K}$ *un conjunto no vacío en el cuál están definidas dos operaciones, suma* $(+)$ *y producto* $(\cdot)$*. Decimos que* $\mathbb{K}$ *es un* ***campo****, y lo denotamos* $(\mathbb{K},+,\cdot)$*, si se verifican los siguientes axiomas:*

1. $+ : \mathbb{K} \times \mathbb{K} \longrightarrow \mathbb{K}$ (+ LEY DE COMPOSICION INTERNA)

   Es decir: $\forall\ a, b \in \mathbb{K},\ a + b \in \mathbb{K}$

2. $\forall\ a, b \in \mathbb{K},\ a + b = b + a$ (+ CONMUTATIVA)

3. $\forall\ a, b, c \in \mathbb{K},\ (a + b) + c = a + (b + c)$ (+ ASOCIATIVA)

4. $\exists\ 0 \in \mathbb{K} : \forall\ a \in \mathbb{K},\ a + 0 = 0 + a = a$ (EXISTENCIA DEL NEUTRO ADITIVO)

   0 *es* ***elemento neutro*** *de la suma en* $\mathbb{K}$

5. $\forall\ a \in \mathbb{K},\ \exists\ a' \in \mathbb{K} : a + a' = a' + a = 0$ (EXISTENCIA DEL OPUESTO)

   a' *es el* ***elemento opuesto*** *de* a*, se denota* $-a$

6. $\cdot : \mathbb{K} \times \mathbb{K} \longrightarrow \mathbb{K}$ ($\cdot$ LEY DE COMPOSICION INTERNA)

   Es decir: $\forall\ a, b \in \mathbb{K},\ a \cdot b \in \mathbb{K}$

7. $\forall\ a, b \in \mathbb{K},\ a \cdot b = b \cdot a$ ($\cdot$ CONMUTATIVA)

8. $\forall\ a, b, c \in \mathbb{K},\ (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ ($\cdot$ ASOCIATIVA)

9. $\exists\ 1 \in \mathbb{K} : \forall\ a \in \mathbb{K},\ a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ (EXISTENCIA DEL NEUTRO MULTIPLICATIVO)

   1 *es el* ***elemento neutro*** *del producto en* $\mathbb{K}$

10. $\forall\ a \in \mathbb{K},\ a \neq 0, \exists\ a'' \in \mathbb{K} :\ a \cdot a'' = a'' \cdot a = 1$ (EXISTENCIA DEL INVERSO)

    a'' *es el* ***elemento inverso*** *de* a*, se denota* a^{-1}

11. $\forall\ a, b, c \in \mathbb{K},\ a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ (DISTRIBUTIVA DEL PROD. RESPECTO DE LA SUMA)

Ejemplo

Las ternas $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ y $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ tienen estructura de campo.