Trabajo Práctico 1

1. Dadas las siguientes matrices

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&0&0\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}1&-1&3\\0&0&4\\0&0&-2\end{pmatrix},\ D=\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}&0&0&0\\0&-\frac{1}{2}&0&0\\0&0&-\frac{1}{2}&0\\0&0&0&-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

$$E=\begin{pmatrix}-1&8+i\\0&-i\\1&2\end{pmatrix},\ F=\begin{pmatrix}-4\\2\\\sqrt{7}\\3\end{pmatrix},\ G=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&0\\0&0&-1\end{pmatrix}\quad \text{y}\quad H=\begin{pmatrix}0&0&0\end{pmatrix}.$$

   a) Califica con verdadero (V) o falso (F) las siguientes afirmaciones:

   i) $A\in\mathbb{Q}^{3\times 2}$
   ii) $B=\mathbb{I}_{2\times 2}$
   iii) $C\in\mathbb{Q}^{3\times 3}$
   iv) $E\in\mathbb{R}^{3\times 2}$
   v) $E\in\mathbb{C}^{3\times 2}$
   vi) $H\in\mathbb{R}^{1\times 3}$
   vii) $F\in\mathbb{Q}^{4\times 1}$

   b) Identifica entre las matrices dadas, aquellas que son de los siguientes tipos:

   i) cuadrada
   ii) nula
   iii) fila
   iv) columna
   v) diagonal
   vi) escalar
   vii) triangular superior
   viii) triangular inferior
   ix) de traza nula

2. En cada caso, determina explícitamente la matriz $A=\left(\langle A\rangle_{ij}\right)$ y su tipo $\mathbb{R}^{m\times n}$:

   a) $\langle A\rangle_{ij}=j-i\ ,\quad 1\le i\le 3\ ,\quad 1\le j\le 2$

   b) $\langle A\rangle_{ij}=i\,\delta_{ij}\ ,\quad 1\le i,\,j\le 4$

   c) $\langle A\rangle_{ij}=\begin{cases}1\ , & i\neq j\\ \frac{i}{2}\ , & i=j\end{cases}\quad ,\quad 1\le i,\,j\le 3$

   d) $\langle A\rangle_{ij}=-\,j^2\ ,\quad i=1\ ,\quad 1\le j\le 3$

   e) A diagonal: $\langle A\rangle_{ii}=i^2-1\ ,\quad 1\le i\le 4$

   f) A triangular inferior: $\langle A\rangle_{ij}=i.j\ ,\quad 1\le j\le 3$

   g) A triangular superior: $\langle A\rangle_{ij}=2i-j\ ,\quad 1\le j\le 3$

3. Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}2\,x+1&t+y\\z-t&2z-2t\end{pmatrix}\ ,\quad B=\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\,x&2\,z-1\\2\,y&-t\end{pmatrix}\in\mathbb{R}^{2\times 2}$, determina $x,\,y,\,z,\,t\in\mathbb{R}$:

   a) $A=B$
   b) $B=\Theta_{2\times 2}$
   c) $A=\mathbb{I}_{2\times 2}$
   d) A es matriz escalar.

4. Determina $u,\ v,\ z,\ t \in \mathbb{C}$:
$$\begin{pmatrix} -4+4i & u-t \\ z^2+1 & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\,i\,t & 1+i \\ -8 & u\,v \end{pmatrix}$$

5. Dadas las matrices con elementos reales
$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \\ -2 & 4 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix},\ D = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -3 \\ 0 & -5 & 2 \end{pmatrix},$$
$$E = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\ F = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix},\ G = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

   a) Determina, cuando sea posible, las siguientes matrices: $A+B$, $\frac{1}{2}A$, $B-2C$, $3C-D$, $\frac{1}{5}C+3G$, $\sqrt{7}\,G$, $\frac{1}{2}(E-\mathbb{I}_{2\times 2})+F$

   b) Determina la matriz X tal que

   i) $X-2A+3B=\Theta_{3\times 2}$ ii) $3X+E=F+\mathbb{I}_{2\times 2}$

6. Dadas las siguientes matrices con elementos reales
$$A = \begin{pmatrix} x^2+\frac{5}{2}x-5 & 5 \\ -2 & 2y+1 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 3x-1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 1-x \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 2y+4 & -7 \\ 4 & -2-6y \end{pmatrix} \text{ y}$$
$$D = \begin{pmatrix} 11x-8 & 1 \\ 2 & 9-2x \end{pmatrix}.$$ Determina $x,\ y \in \mathbb{R}$:

   a) $A = B - \frac{1}{2}C$ *b*) $A+2B=D-C$

7. Una cadena de corralones vende ladrillos comunes y bloques de hormigón. La matriz A representa las ventas del año 2013 y la matriz B representa las ventas en el año 2015 (ambas en miles de pesos). Las filas de cada matriz corresponden a la información de las ventas de ladrillos y bloques respectivamente, en las tres sucursales S_1, S_2, S_3 de la cadena:
$$A = \begin{pmatrix} 400 & 350 & 150 \\ 450 & 280 & 850 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 380 & 330 & 220 \\ 460 & 320 & 750 \end{pmatrix}$$

   En 2018 con la quiebra de un corralón de la competencia, la cadena logra doblar las ventas que tuvo en el año 2015 en todas sus sucursales. Observa la información brindada por A y B y responde:

   a) ¿En cuál de las tres sucursales hubo un aumento de las ventas de ladrillos entre 2013 y 2015? Indica cuáles elementos de cada matriz tienen dicha información (usa notación matricial).

b) ¿En cuál de las tres sucursales disminuyó la venta de bloques entre 2013 y 2015? Indica cuáles elementos de cada matriz tienen dicha información (usa notación matricial).

c) Calcula la matriz C de ventas del año 2018. Indica qué operación de matrices realizas.

d) ¿Cuál es la matriz de cambio en ventas entre el año 2013 y 2018? Indica qué operación de matrices realizas.