



MATEMÁTICAS NIVEL MEDIO PRUEBA 2

Martes 12 de noviembre de 2013 (mañana)

1 hora 30 minutos



| 0 0 |
|-----|
|-----|

Código del examen

| | 8 | 8 | 1 | 3 | _ | 7 | 3 | 1 | 0 |
|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas en las casillas provistas.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del cuadernillo de información de Matemáticas NM para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es [90 puntos].

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza una gráfica para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente la misma como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

SECCIÓN A

Conteste **todas** las preguntas en las casillas provistas. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 5]

Sean
$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$
 y $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 11 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix}$.

- (a) Escriba A^{-1} . [2]
- (b) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, resuelva la ecuación AX = B. [3]

| | |
|------|--|
| | |
| | |



[3]

2. [Puntuación máxima: 6]

Sea f(x) = (x-1)(x-4).

(a) Halle las intersecciones de la gráfica de f con el eje x. [3]

(b) La región delimitada por la gráfica de f y el eje x se rota 360° alrededor del eje x. Halle el volumen del sólido de revolución así generado.

| | | |
|------|------|--|
| | | |
| | | |



3. [Puntuación máxima: 6]

Sea
$$f(x) = \sqrt[3]{x^4} - \frac{1}{2}$$
.

- (a) Halle f'(x). [2]
- (b) Halle $\int f(x) dx$. [4]

| |
|------|
| |
| |



4. [Puntuación máxima: 6]

Sean A y B dos sucesos tales que P(A) = 0.2 y $P(A \cup B) = 0.5$.

- (a) Sabiendo que A y B son mutuamente excluyentes, halle P(B). [2]
- (b) Sabiendo que A y B son independientes, halle P(B). [4]

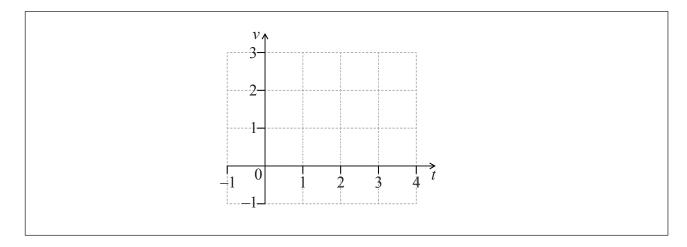
| |
|------|
| |
| |



5. [Puntuación máxima: 8]

Una partícula se mueve a lo largo de una línea recta, de modo tal que su velocidad v, en ms^{-1} , viene dada por $v(t) = 10te^{-1.7t}$, para $t \ge 0$.

(a) Dibuje aproximadamente la gráfica de v en la siguiente cuadrícula, para $0 \le t \le 4$. [3]



- (b) Halle la distancia que recorre la partícula en los primeros tres segundos. [2]
- (c) Halle la velocidad de la partícula cuando su aceleración es igual a cero. [3]

| | |
|------|--|
| | |



[2]

[5]

| - | | | | _ | | | | | | | | | | |
|--------|------|-----|-------|----|--------|----|----------|-----|-------|------|-------|-----|--------------|-------|
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | _ | | _ | | | | | | | | | _ |
| -El ti | empo | aue | tarda | un | alumno | en | terminar | una | tarea | dada | sigue | una | distribución | norma |

[Puntuación máxima: 7]

6.

de media 20 minutos y desviación típica 1,25 minutos.

(a) Se elige un alumno al azar. Halle la probabilidad de que el alumno termine la tarea en menos de 21,8 minutos.

(b) La probabilidad de que un alumno tarde entre k minutos y 21,8 minutos es igual a 0,3. Halle el valor de k.

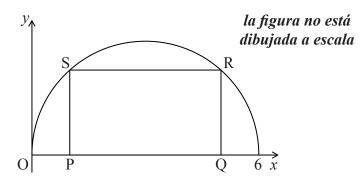
| • | | | • | • | | • | | | • | • | | | • | | • | | • | | • | • | • | | • | | | • | • | | • | • | | • | | | ٠ |
|---|-----|-----|-------|-------|-----|---|-----|---|---|-------|-------|---|---|-----|---|-----|---|-----|---|-------|-------|-----|---|-----|---|---|-------|------|---|-------|-----|---|-------|-----|---|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | - | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | - | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| • | • | • • | • | • | • • | • | • • | • | • | • | • | • | • | • • | • | • • | • | • • | • | • | • | • • | • | • • | • | • | • | | • | • | • • | • | • | • • | • |
| • | • • | | • | • | | • | | | • | • | • | | • | | • | | • | | • | • | • | | • | | | • | • | | • | • | | • | • | | • |



-8-

7. [Puntuación máxima: 7]

Considere la gráfica del semicírculo cuya ecuación es $f(x) = \sqrt{6x - x^2}$, para $0 \le x \le 6$. Se dibuja un rectángulo PQRS, de modo tal que R y S pertenecen a la gráfica de f, y PQ está situado sobre el eje x, tal y como se muestra en la siguiente figura.



- (a) Sea OP = x.
 - (i) Halle PQ en función de x.
 - (ii) A partir de lo anterior, escriba una expresión para el área del rectángulo en función de x. [3]
- (b) (i) Halle la razón de cambio del área para x = 2.
 - (ii) El área es decreciente para a < x < b. Halle el valor de a y el de b. [4]

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|------|------|------|------|------|---|-------|------|---|------|------|------|-------|------|--------|------|------|------|-----|---------|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | • | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | • | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | • | | | | • | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | • | | | | • | | | | | | • • | • | |
| | | | | | | • | • | | • | | | | • | | ٠. | | | | | • • | |



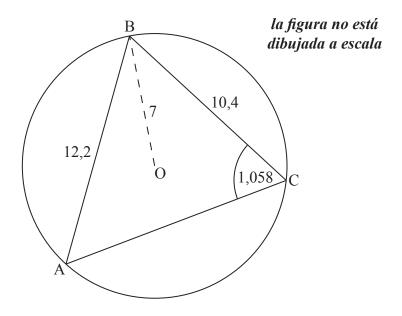
NO escriba soluciones en esta página.

SECCIÓN B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

8. [Puntuación máxima: 14]

Considere un círculo de centro O y radio 7 cm. El triángulo ABC se dibuja de tal modo que sus vértices están sobre la circunferencia del círculo.



AB = 12,2 cm, BC = 10,4 cm y $A\hat{C}B = 1,058$ radianes.

(a) Halle BÂC. [3]

(b) Halle AC.

(c) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, halle la longitud del arco ABC. [6]



Véase al dorso

NO escriba soluciones en esta página.

9. [Puntuación máxima: 17]

Considere las rectas
$$L_1$$
 y L_2 , cuyas ecuaciones son L_1 : $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 11 \\ 8 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ y L_2 : $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 11 \end{pmatrix}$.

Las rectas se cortan en el punto P.

- (a) Halle las coordenadas de P. [6]
- (b) Compruebe que las rectas son perpendiculares entre sí. [5]
- (c) El punto Q(7, 5, 3) pertenece a L_1 . El punto R es el punto simétrico de Q respecto a la recta L_2 . Halle las coordenadas de R.



NO escriba soluciones en esta página.

10. [Puntuación máxima: 14]

Samantha va al colegio cinco días por semana. Cuando llueve, la probabilidad de que Samantha vaya en autobús al colegio es igual a 0,5. Cuando no llueve, la probabilidad de que Samantha vaya en autobús al colegio es igual a 0,3. En un día cualquiera, la probabilidad de que llueva es igual a 0,2.

- (a) Halle la probabilidad de que, en un día escolar elegido al azar, Samantha vaya al colegio en autobús. [4]
- (b) Sabiendo que el lunes Samantha fue al colegio en autobús, halle la probabilidad de que estuviera lloviendo. [3]
- (c) Halle la probabilidad de que, durante una semana escolar elegida al azar, Samantha vaya en autobús al colegio exactamente tres días. [2]
- (d) Tras n días de colegio, la probabilidad de que Samantha haya ido al colegio en autobús al menos un día es mayor que 0,95. Halle el menor valor de n. [5]



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



12FP12