

## 2 minutes – Programmation linéaire

Objectif : fonction objectif  $f$  à maximiser ou minimiser.  $f$  dépend linéairement des variables de décisions, elles-mêmes liées par des contraintes.

Algorithme du simplexe : Recherche itérative du sommet solution

Contrainte : se trouver à l'intérieur d'un simplexe

Formalisme des tableaux

- 1- Trouver un sommet de départ
- 2- Itérer  $\Leftrightarrow$  se déplacer le long d'un sommet tant qu'on n'a pas atteint le sommet optimum

Etude du cas de démarrage

Annulation des variables de décision.

Si les contraintes sont respectées, le départ se fait de l'origine

Sinon, résolution du PL réduit (PL)' qui ne contient plus la « contrainte gênante »

- ➔ Si la solution optimum de (PL)' respecte la contrainte gênante, alors la solution est aussi celle de PL
- ➔ Sinon, ce n'est pas la solution optimum de PL

Méthode de résolution si on ne se trouve pas dans le cas standard

- 1- Relaxation de la contrainte gênante
- 2- Démarrage d'un sommet quelconque (vérifiant certaines conditions)
- 3- Ajout de variable(s) artificielle(s) (du grand M) : sert à démarrer le simplexe à partir de l'origine bien qu'il ne soit pas admissible
- 4- Le dual (cf. paragraphe ci-dessous)

Méthode du dual

Principe : PL déduit du PL initial (appelé le primal)

Règle de passage du primal au dual

- 1- Mettre le primal sous la forme standard de passage au dual :
  - Toutes les inégalités doivent être  $\leq 0$
  - Fonction à maximiser

- 2- Inversion des paramètres :

**PRIMAL**

$n$  contraintes

$m$  variables  $x_i$

$\Leftrightarrow$

**DUAL**

$m$  contraintes

$n$  variables  $y_i$

- 3- Les coef des contraintes du dual se lisent en colonne sur le primal (1<sup>er</sup> membre)
- 4- Les inégalités du dual sont inversées
- 5- Les seconds membres des contraintes du dual sont les coef de la fonction  $z$  du primal
- 6- La fonction objectif  $w$  du dual est à minimiser
- 7- Les coef de la fonction objectif  $w$  du dual sont les seconds membres des contraintes du primal

Comment itérer avec des tableaux?

Il faut prendre exemple d'un exercice corrigé pour comprendre comment ça marche, c'est trop compliqué à expliquer.

Comment résoudre un exercice ?

1. Lire le sujet
2. Lister les contraintes
3. Résolution graphique : Tracer des droites en fonction du résultat obtenu en 2.
- 3a. Résolution avec des tableaux (cf. paragraphe Comment itérer avec des tableaux ?)