EPITA-ING1 REGRAGUI

RATTRAPAGE DE PROBABILITES

Les notes de cours ne sont pas autorisées Calculatrice est autorisée

Exercice 1:

Dans un magasin, un stock d'appareils est constitué d'appareils venant de deux usines A et B: 60 % du stock en provenance de A et le reste en provenance de B. 10 % des appareils provenant de A présentent un défaut. 20 % des appareils provenant de B présentent un défaut.

- 1. Quel est le pourcentage d'appareils du stock ayant un défaut ?
- 2. Parmi ces derniers, déterminer le pourcentage de ceux venant de B
- 3. parmi les appareils sans défaut, déterminer le pourcentage de ceux venant de A
- 4. vérifier la dépendance des événements : appareil vient de B et appareil défectueux.

Exercice 2:

On étudie le cours en bourse d'une action. On suppose les variations journalières indépendantes les unes des autres. On convient de noter 0 le cours correspondant au jour j=0, début de l'observation, et on suppose que, chaque jour, le cours monte d'une unité (+1) avec une probabilité p (0 ou descend d'une unité <math>(-1) avec la probabilité q=1-p. On note X_{2n} le cours constaté le (2n) ème jour suivant le début d'observation.

- 1) Quelles sont les valeurs prises par X_4 ? plus généralement, par X_{2n} ?
- 2) On note Y_{2n} respectivement Z_{2n} , le nombre de jours (pendant les 2n jours d'observation) où l'action a monté, respectivement baissé. Quelles sont les lois de probabilité de Y_{2n} et Z_{2n} ? Donner $E(Y_{2n})$ et $E(Z_{2n})$
- 3) Quelles relations lient, d'une part n, Y_{2n} , Z_{2n} , et d'autre part X_{2n} , Y_{2n} et Z_{2n} ?
- 4) Quelle est l'espérance de X_{2n} ?
- 5) Montrer que $\forall k \text{ entier}: -n \leq k \leq n \text{ on a } P(X_{2n} = 2k) = C_{2n}^{n+k} p^{n+k} q^{n-k}$ Où $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
- 6) On suppose, dans cette question, que $p = \frac{1}{2}$ et on note p_n la probabilité que l'action ait monté ou soit restée stable à l'issue des 2n jours d'observation.

Montrer que
$$p_n = \frac{1}{2} + \frac{C_{2n}^n}{2^{2n+1}}$$