EPITA-ING1
M. REGRAGUI

PARTIEL ALGEBRE LINEAIRE

Notes de cours ne sont pas autorisées
Calculatrice autorisée

Exercice 1 :

Soit la matrice $B = \begin{pmatrix} -9 & -6 & 2 \\ 10 & 7 & -2 \\ -10 & -6 & 3 \end{pmatrix}$

1. Calculer les valeurs propres de B
2. Déterminer le polynôme minimal de B
3. La matrice B est –elle diagonalisable ?
4. Déterminer les sous espaces propres de B

Exercice2 :

Soit le système linéaire $Ax = b$ où $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ et $b = \begin{pmatrix} 7 \\ 17 \\ 14 \end{pmatrix}$

1. Appliquer l'algorithme de Gauss pour résoudre le système linéaire $Ax = b$ (on explicitera les matrices $\widetilde{A}^{(k)}$ et $G^{(k)}$ $\forall k = 1,2,3$)
2. Donner la factorisation de Gauss $A = LU$
3. En déduire le déterminant de A

Exercice 3 :

Soit A la matrice réelle d'ordre n définie par : $a_{ii} = b \quad \forall i = 1,\ldots\ldots, n$

Et $a_{ij} = a \quad \forall i \neq j$ où $(a,b) \in IR_+^2$

1. Calculer le déterminant de A
2. Déterminer le polynôme caractéristique de A
3. Calculer le rayon spectral de A noté $\rho(A)$, $\|A\|_1$ et $\|A\|_\infty$
4. On suppose que $b \neq 0$
   a) Déterminer la matrice de Jacobi
   b) Calculer le rayon spectral de Jacobi
   c) Etudier la convergence de la méthode de Jacobi