

PARTIEL PROBABILITES

Notes de cours ne sont pas autorisées
Calculatrice est autorisée

Exercice 1 :

Une compagnie d'assurance répartit ses clients en trois catégories :

- La catégorie B des personnes à bas risque : 20 %
- La catégorie M des personnes à moyen risque : 50 %
- La catégorie H des personnes à haut risque : 30 %

Les statistiques de la compagnie indiquent que les probabilités pour qu'un assuré soit impliqué dans un accident (événement A) au cours d'une année sont :

- 0,05 pour un assuré de la catégorie B,
- 0,15 pour un assuré de la catégorie M,
- 0,3 pour un assuré de la catégorie H.

- 1) Calculer la probabilité $P(A)$
- 2) Sachant qu'un assuré a eu un accident, calculer les probabilités pour qu'il appartienne à chacune des catégories (B,M,H).

Exercice 2 :

On dispose de deux urnes U et V. l'urne U comporte a boules blanches et b boules noires. L'urne V comporte b boules blanches et a boules noires. Tous les tirages s'effectuent avec remise. On considère les événements suivants :

U_n : Le n-ième tirage s'effectue dans l'urne U

V_n : Le n-ième tirage s'effectue dans l'urne V

B_n : la n-ième boule tirée est blanche

De plus, si à l'étape n, on a tiré une boule blanche, le (n+1)-ième tirage s'effectue dans l'urne U, sinon il s'effectue dans l'urne V.

1. Calculer les probabilités conditionnelles suivantes : $P(B_{n+1} / B_n)$ et $P(B_{n+1} / \overline{B_n})$ où $\overline{B_n}$ désigne le contraire de B_n
2. On pose $p_n = P(B_n)$. Etablir une relation de récurrence entre p_n et p_{n+1} .
3. Montrer que, indépendamment de l'urne par laquelle on commence, la suite p_n est

convergente et que $p_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2}$

Exercice 3 :

Dans une entreprise, une machine produit des pièces dont les dimensions doivent être respectées.

Après un premier réglage, on constate une proportion de 30 % de pièces défectueuses.

On examine 5 pièces choisies au hasard dans la production. Soit X la variable aléatoire : nombre de pièces défectueuses parmi les cinq

- 1) Quelle est la loi de probabilité de X ?
- 2) Calculer $E(X)$ et $V(X)$
- 3) Quelle est la probabilité que deux des pièces soient défectueuses ?
- 4) Quelle est la probabilité qu'il n'y ait pas plus d'une pièce défectueuse ?

Après un second réglage, la proportion des pièces défectueuses devient 5%

On examine un lot de 100 pièces

- a) Calculer la probabilité de ne pas trouver de pièces défectueuses
- b) Calculer la probabilité d'obtenir deux pièces défectueuses
- c) Calculer la probabilité d'obtenir moins de trois pièces défectueuses.