UTN - MATEMÁTICA

Nicolás Fishman

Contents

Semanas 1 y 2
12/10 - 21/10

- Números Reales
- Función Lineal y Función Cuadrática

Números Reales

1.1 Conjuntos

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$
$$\mathbb{N}^0 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$
$$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$
$$\mathbb{Z}^- = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1\}$$

Divisibilidad:
a es divisible por b si hay un entero k tal que:

$$a = b \cdot k$$

Conjuntos de números enteros

- **Números pares:** $\{2k : k \in \mathbb{Z}\}$
- **Números impares:** $\{2k + 1 : k \in \mathbb{Z}\}$
- **Números primos:** p es primo si tiene sólo 2 divisores: 1 y p
- **Números compuestos:** Números que no son primos

* 1 no es ni primo ni compuesto

Teoría fundamental de la artitmética

Todo número natural n mayor que 1 tiene una única factorización en números primos.

Ejemplo:

- $n = 120 \Rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \Rightarrow 2^3 \cdot 3 \cdot 5$
- $n = 15 \Rightarrow 15 = 3 \cdot 5$

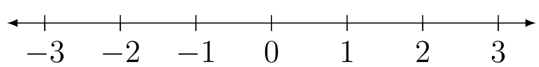
Máximo común divisor - MCD

a, b y d son números entreros. Si $d|a$ y $d|b$ se dice que d es un Divisor común de a y b. El mayor de estos divisores comunes es el **máximo común divisor**
*Si el MCD de dos enteros es 1, a y b son **coprimos**

Ejemplo:

$a = 15, b = 8 \Rightarrow MCD(a, b) = 1 \rightarrow$ a y b son **coprimos**

1.2 Recta Numérica



1.3 Conjunto Racional

Definición - Conjunto Racional

$\mathbb{Q} \rightarrow$ Conjunto de todas las fracciones $\dfrac{a}{b}$ donde a, $b \in \mathbb{Z}$ y $b \neq 0$.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z} - \{0\} \right\}$$

$$\mathrm{M} \in \mathbb{N} \Rightarrow \tfrac{a}{b} = \tfrac{a \cdot M}{b \cdot M}$$

Fracciones equivalentes

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ si y solo si } a \cdot d = b \cdot c$$

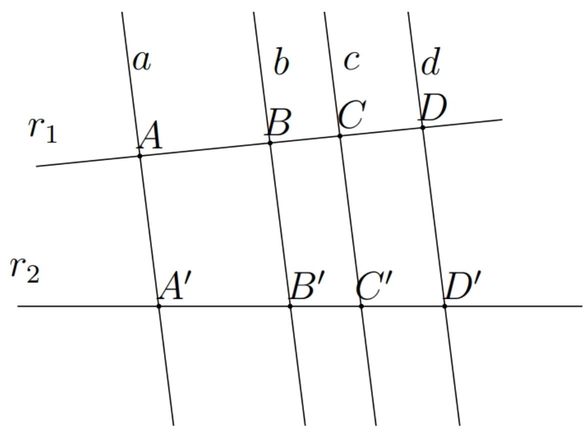
Operaciones con racionales

- **Suma:** $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$
- **Multiplicación:** $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$
- **División:** $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$

1.4 Representación de los racionales en la recta

Teorema de Thales

Dos rectas cortadas por rectas paralelas → los segmentos cortados son proporcionales.



$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}$$

Definición - Orden en $\mathbb{Q}$

Sean $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ dos fracciones con b y d positivos $\Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ si y solo si

$$a \cdot d < b \cdot c$$

Igualmente, dadas $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ dos fracciones con b y d positivos $\Rightarrow \frac{a}{b} \leq \frac{c}{d}$ si

$$a \cdot d \leq b \cdot c$$

Ejemplo:

$$\frac{1}{3} < \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{2} < \frac{1}{2} \text{ es decir, } \frac{1}{3} < \frac{5}{12} < \frac{1}{2}$$

Propiedad

Entre dos racionales distintos en la recta numérica, extisten infinitos puntos que representan números racionales.

1.5 Reresentación decimal de los racionales

Páginas 8 - 13

1.6 Números Reales

Dados dos conjuntos A y B, se llama *unión* de A y B al conjunto de todos los elementos que están en el conjunto A o en el conjunto B.

$$A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\}$$

x pertenece a A o x pertenece a B

$$A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B\}$$

x pertenece a A y x pertenece a B

Número Reales

El conjunto de los reales es la unión de los números racionales y los números irracionales.

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$

Por lo tanto, el conjunto de los números reales está formado por todos los números que admiten una representación decimal, finita o infinita y tanto periódica como no periódica.

Propiedades de la suma:

1. (Asociatividad): $\forall\, a, b, c \in \mathbb{R} \Rightarrow a + (b + c) = (a + b) + c$
2. (Comutatividad): $\forall\, a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow a + b = b + a$
3. (Existencia del elemento neutro) $\exists\, 0 \in \mathbb{R}$ tal que $\forall\, a \in \mathbb{R} \Rightarrow a + 0 = a$
4. (Existencia de opuestos) $\forall\, a \in \mathbb{R}\, \exists\, -a \in \mathbb{R}$ tal que $a + (-a) = 0$

Propiedades de la multiplicación:

1. (Asociatividad): $\forall\, a, b, c \in \mathbb{R} \Rightarrow a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
2. (Comutatividad): $\forall\, a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow a \cdot b = b \cdot a$
3. (Existencia del identidad) $\exists\, 1 \in \mathbb{R}$ tal que $\forall\, a \in \mathbb{R} \Rightarrow a \cdot 1 = a$
4. (Existencia de inverso multiplicativo) $\forall a \in \mathbb{R} - \{0\}\ \exists\, a^{-1} \in \mathbb{R}$ tal que $a \cdot a^{-1} = 1$

Propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma:
$\forall\, a, b, c \in \mathbb{R}$:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Leyes cancelativas:

1. $a + b = a + c \Rightarrow b = c$
2. $a \cdot b = a \cdot c \Rightarrow b = c$

- *Restar* es sumar el opuesto, $a - b = a + (-b)$
- *Dividir* es multiplicar por el inverso, $a/b = a \cdot b^{-1}$ con $b \neq 0$

1.7 Intervalos Reales.

Intervalos acotados.

- $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ *Intervalo abierto*
- $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ *Intervalo cerrado*
- $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$ *Intervalo semicerrado por izquieda*
- $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$ *Intervalo semicerrado por derecha*

Intervalos no acotados.

- $(-\infty, a) = \{x \in \mathbb{R} : x < a\}$
- $[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq a\}$

* $(-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$

1.8 Valor Absoluto

Definición - Valor Absoluto

Dado un número real x se llama *valor absoluto* de x al número real $|x|$ tal que:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

El valor absoluto o módulo de un número real, puede interpretarse como la distancia de dicho número al origen en la recta numérica.

Propiedades - valor absoluto

Sean $a, b \in \mathbb{R}$ y $k > 0$:

1. $|a| \geq 0$
2. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
3. $|a| = |-a|$
4. $|a| \leq k$ equivale a $-k \leq a \leq k$
5. $|a| \geq k$ equivale a $a \leq -k$ o bien $k \leq a$
6. $|a + b| \leq |a| + |b|$ (desiguldad triangular)

1.9 Exponentes y raíces

Potenciación

Cualquier número real a y cualquier número natural n se define la potencia a^n como el producto de n copias de a:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \ldots a}_{\text{n-veces}}$$

Propiedades - Potenciación

Dados $a, b \in \mathbb{R}$ y $n, m \in \mathbb{N}$:

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (Producto de potencias de igual base)
2. $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (Cociente d epotencias de igual base $(a \neq 0)$)
3. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ (Potencia de potencia)
4. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ (La potenciación es distributiva respecto de la multiplicación)
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$ $b \neq 0$ (La potenciación es distributiva respecto de la división)

Radicación

Dado un número real $a \geq 0$, el símbolo $\sqrt{a}$ denota al único número real no negativo que al elevarlo al cuadrado da como resultado a:

$$\sqrt{a} = b \Leftrightarrow b^2 = a \text{ y } b \geq 0$$

Definición - (raíz n-ésima)

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

$n \in \mathbb{Z} > 1$. Si n es par, entonces $a \geq 0$ y $b \geq 0$.

Propiedades - radicación

1. $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ (a y b deben ser no negativos en el caso n par)

2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ (a y b deben ser no negativos en el caso n par, además b debe ser, en cualquier caso, distinto de 0)

3. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$ (a debe ser no negativo si n o m fuesen pares)

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{m}$$

Racionalización de denominadores

Para hacer representaciones con fracciones que tienen denominadores irracionales suele ser dificil, por lo que hay que convertirlos en fracciones con denominadores racionales. Para ello se utiliza la siguiente técnica:

Ejemplo 1. Racionalizar $\frac{4}{\sqrt{3}}$

Teniendo en cuenta que $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$ *y que* $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1$*, multiplicamos y divimos la fracción por* $\sqrt{3}$*:*

$$\frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{3}$$

Ejemplo 2. Racionalizar $\dfrac{1}{\sqrt[3]{12}}$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{12}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^2 \cdot 3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^2 \cdot 3}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2 \cdot 3^2}}{\sqrt[3]{2 \cdot 3^2}} = \frac{\sqrt[3]{18}}{\sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3}} = \frac{\sqrt[3]{18}}{6}$$

Ejemplo 3. Racionalizar $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}$

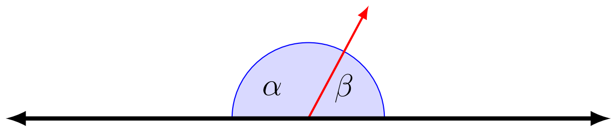
$$\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{5}-\sqrt{6}}{\sqrt{5}-\sqrt{6}} = \frac{2 \cdot (\sqrt{5}-\sqrt{6})}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{6})^2}$$
$$= \frac{2 \cdot (\sqrt{5}-\sqrt{6})}{-1} = 2 \cdot (\sqrt{6}-\sqrt{5})$$

1.10 Elementos de la geometría

Ángulos.

- Complementarios: dos ángulos que suman 90º

- Suplementarios: dos ángulos que suman 180º



α y β son ángulos adyacentes y complementarios

Triángulos
Clasificación por lados:

- Equilátero: tres lados iguales
- Isósceles: dos lados iguales
- Escaleno: tres lados distintos

Clasificación por ángulos:

- Acutángulo: tres ángulos agudos
- Rectángulo: un ángulo recto
- Obtusángulo: un ángulo obtuso

Propiedades

1. (Desigualdad triangular) La suma de los dos lados menores de un triángulo es mayor que el lado mayor.

$$\overline{AB} + \overline{BC} > \overline{AC}$$

2. En todo tríangulo, a mayor lado se opone mayor ángulo

Mediana: Línea que une un vértice con el punto medio del lado opuesto.
Mediatriz: Línea que pasa por el medio del lado de forma perpendicular.
Altura: Línea perpendicular al lado opuesto al vértice que se toca.

$$\boxed{A = \frac{B \cdot h}{2}}$$

Fórmula del área de un triángulo, siendo B la base y h la altura.

Dos triángulos ABC y $A'B'C'$ son *semejantes* si tienen sus tres pares de lados proporcionales.

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$$

Cuadriláteros
Trapecio: Cuadrilátero con solo dos lados paralelos. Si los lados paralelos no tienen la misma medida, se llama *trapecio isósceles*.

$$\boxed{A = \frac{(B+b)\cdot h}{2}}$$

Fórmula del área de un trapecio, siendo B y b las bases y h la altura.

Paralelogramo: Cuadrilátero con dos pares de lados paralelos.

Propiedades de los paralelogramos

1. Los lados opuestos de un paralelogramo son congruentes
2. Los ángulos opuestos de un paralelogramo son congruentes
3. las diagoales de un paralelogramo se cortan en sus puntos medios.

$$\boxed{A = B \cdot h}$$

Fórmula del área de un paralelogramo, siendo B la base y h la altura.

Rectángulo: Paralelogramo que tiene un ángulo recto. A las propiedades anteriores se le agrega:

Propiedad del rectángulo

Las diagonales de un rectángulo son congruentes

Rombo: Paralelogramo que tiene todos sus lados iguales. A las propiedades anteriores se le agrega:

Propiedades del rombo

1. Las diagonales del rombo son perpendiculares entre sí (forman ángulos rectos)
2. Las diagonales del rombo son bisectrices de los ángulos que unen

$$\boxed{A = \frac{D \cdot d}{2}}$$

Fórmula del área de un rombo, siendo D y d las diagonales.

Circunferencia y círculo

Circunferencia: Línea cerrada que pasa por un punto y que tiene la misma distancia a todos los puntos de la línea. La distancia entre el punto y la circunferencia se llama *radio*.

$$\boxed{l = 2\pi \cdot r}$$

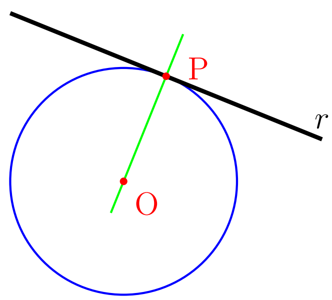
Fórmula de la longitud de una circunferencia, siendo r el radio.

$$\boxed{A = \pi \cdot r^2}$$

Fórmula del área de una circunferencia, siendo r el radio.

Recta Tangente

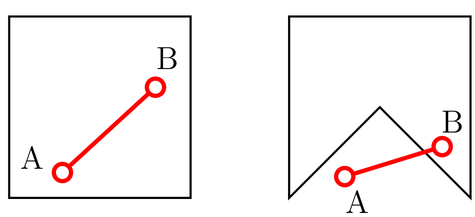
Circunferencia que toca a otra circunferencia en un punto. Es perpendicular al radio que une los centros de las circunferencias.



Polígonos

Dados n puntos no alineados $P_1, P_2, \ldots, P_n$ se llama *polígono* a la figura formada por las líneas que unen los puntos. $(\overline{P_1P_2}, \overline{P_2P_3}, \ldots \overline{P_nP_1})$

Polígono convexo: Polígono que si dados dos puntos cualesquiera de su interior, el segmento que los une está totalmente incluido en el polígono.



Convexo *No convexo*

La suma de los ángulos interiores de un polígono convexo de n lados ($n \geq 3$) es igual a:

$$\boxed{S = (n-2) \cdot 180°}$$

Un polígono convexo es un *polígono regular* si sus lados son iguales y sus ángulos interiores son iguales.

Un polígono convexo está *inscripto* en una circunferencia si todos sus vértices están sobre la circunferencia.
Un polígono convexo está *circunscripto* a una circunferencia si todos sus lados son tangentes a la misma

Propiedad

Todo polígono regular está inscripto y circunscripto en una circunferencia

Apotema: Segmento perpendicular al lado de un polígono regular que une el vértice con el centro de la circunferencia inscrita. El area de un polígono regular de n lados es:

$$\boxed{A = \frac{l \cdot a}{2} \cdot n = \frac{\text{perímetro} \cdot a}{2}}$$

Donde l es la longitud de los lados y a es la apotema.

Cuerpos geométricos
Son figuras de 3 dimensiones. Algunos ejemplos son los poliedros, la esfera y el cilindro

Prisma recto: Poliedro que tiene dos caras congruentes sobre planos paralelos, llamados *bases*. Las caras laterales son paralelas entre sí y perpendiculares a las bases. Estas últimas caras se conocen como *caras laterales*.

El volumen de un prisma recto es:

$$\boxed{V = B \cdot h}$$

Donde B es el área de la base y h es la altura del prisma.

El Área Total es la suma de las áreas de las caras laterales y las bases:

$$\boxed{A_{Total} = 2A_B + A_l}$$

Donde A_B es el área de la base y A_l es el área de las caras laterales.

Un *cubo* es un prisma recto cuyas caras laterales son cuadrados y sus bases son cuadrados.

Pirámide: Explicación página 29

Área lateral de una pirámide regular:

$$\boxed{A_{total} = A_{Base} + S \cdot a}$$

Donde A_{Base} es el área de la base, S es el perímetro de la base y a es la apotema.

Volumen de una pirámide regular:

$$\boxed{V = \frac{1}{3} \cdot A_{Base} \cdot h}$$

Un ***cono*** es el cuerpo o sólido que se obtiene al girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus lados.
La base del cono es una circunferencia. La hipotenusa del triángulo rectángulo se llama *generatriz* del cono.

El área del cono es:

$$\boxed{A = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot g}$$

Donde r es el radio de la base y g es la generatriz.

Su volumen es:

$$\boxed{V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h}$$

El ***cilindro*** es el sólido que se obtiene al girar un rectángulo sobre uno de sus lados. Las bases son dos círculos. Su área es:

$$\boxed{A = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h}$$

Su volumen es:

$$\boxed{V = \pi \cdot r^2 \cdot h}$$

La ***esfera*** es el cuerpo geométrico que se obtiene al girar un círculo alrededor de su diámetro. La *superficie esférica* es el conjunto sde puntos que equidistan de un punto fijo llamado *centro* de la esfera. El área de esta superficie es:

$$\boxed{A = 4 \cdot \pi \cdot r^2}$$

y su volumen:

$$\boxed{V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3}$$

Funciones Lineales y cuadráticas

2.1 Concepto de función

Definición de Función

Se llama *función f* de A *en* B a toda relación que asocia a cada elemento de A un único elemento de B.
El conjunto A se llama *dominio* de f y el conjunto B se llama *codominio* de f.

$$f : A \to B$$

2.2 Función Lineal

Definición (Función Lineal)

Una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ se llama *lineal* si es de la forma

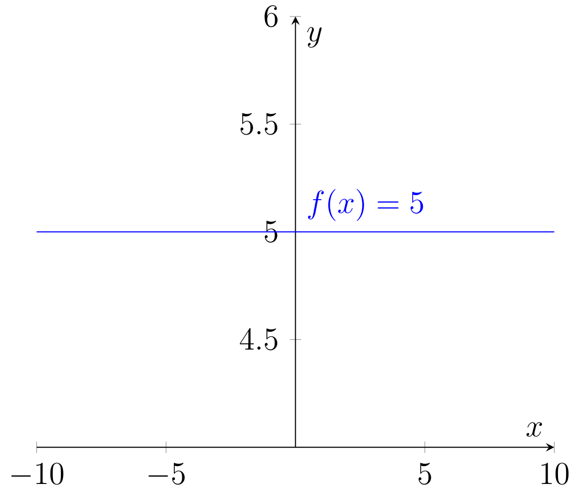
$$f(x) = ax + b$$

con $a \in \mathbb{R}$ y $b \in \mathbb{R}$.

Gráficas de las funciones lineales

1. Si la pendiente, a, es igual a 0, la gráfica es una recta horizontal.

$$f(x) = b$$



2. Si $a \neq 0$, la recta corta al eje vertical (**eje de cortdenadas**) en el punto (0;b), de aquí que el coeficiente b se conoce como *ordenada al origen*.

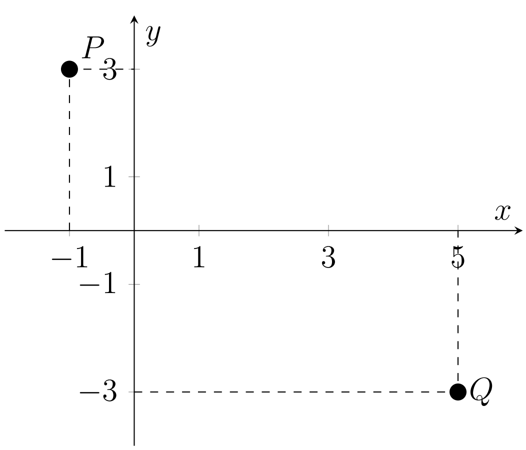
2.2.1 Ecuación de la recta que pasa por dos puntos

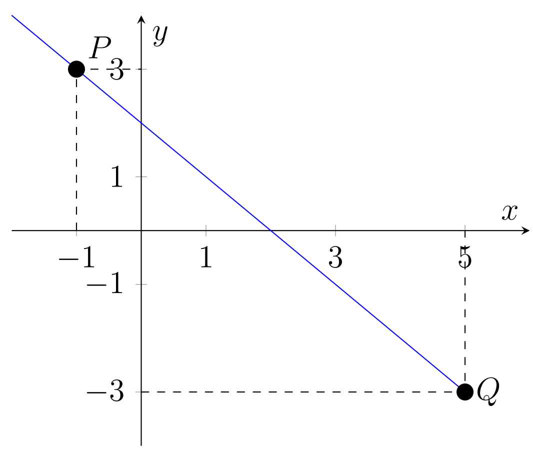
Se puede determinar una recta solo sabiendo dos puntos que pertenezcan a ella. Para esto se utiliza la *ecuación general de la recta*:

$$y = mx + b$$

Ejemplo:

Determinar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $P(-1; 3)$ y $Q(5; -3)$.





Solución:

Pasa por $P \to f(-1) = 3$ y $Q \to f(5) = -3$.

$$\begin{cases} 3 & = (-1) \cdot a + b \\ -3 & = 5a + b \end{cases}$$

$$3\ +\ a = -3 - 5a$$

$$6a = -6 \Leftrightarrow a = -1$$

y $b = 2$:

$$f(x) = -x + 2$$

2.2.2 Ecuación de la recta conociendo un punto y su pendiente

Si una recta pasa por el punto $(1; 3)$ y su pendiente es -2, conocemos la ecuación de la recta:

$$f(x) = -2x + b$$

Calculamos la ordenada al origen, reemplazando $f(x)$ por 3 y x por 1:

$$3 = -2 \cdot 1 + b \Leftrightarrow 5 = b$$

$$f(x) = -2x + 5$$

Rectas paralelas y perpendiculares

Dadas dos funciones lineales $y = a_1x + b_1$ e $y = a_2x + b_2$ sus gráficas son:

1. Paralelas si $a_1 = a_2$
2. Perpendiculares si $a_1 \cdot a_2 = -1$

2.3 Función Cuadrática

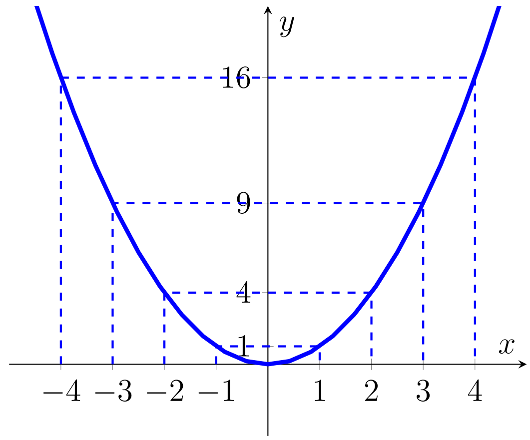
Definición (Función Cuadrática)

Una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ se llama *cuadrática* si es de la forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

con $a, b, c \in \mathbb{R}$ y $a \neq 0$.

x	$f(x) = x^2$
-4	16
-3	9
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16



Podemos ver que:

- El gráfico es simétrico respecto al eje y. La recta $x = 0$ es el **Eje se simetría**.
- El menor valor que toma la función es 0 y se produce en $x = 0$. Este punto es el **vértice** de la parábola.
- La función es creciente en el intervalo $(-\infty; 0)$ y decreciente en el intervalo $(0; \infty)$.
- El conjunto imagen de la función es el intervalo $[0; \infty)$ o $\mathbb{R}_0^+$.

2.3.1 Forma canónica

Toda función cuadrática, desde su forma polínomica $f(x) = ax^2 + bx + c$, se puede escribir en la forma canónica:

$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$

donde h y k son las coordenadas del vértice de la parábola.

Ejemplo:

Determinar la ecuación de la función que pasa por el punto (3;-1) y tiene como vértice el punto (-1;4).

Solución:

Reemplazamos en la forma canónica:

$$f(x) = a(x + 1)^2 + 4$$

Para obtener $a \rightarrow$ reemplazamos $f(3) = -1$:

$$-1 = a(3+1)^2 + 4 \Leftrightarrow -1 = 16a + 4 \Leftrightarrow -\frac{5}{16} = a$$

Por ende, la forma canónica de la función es $f(x) = -\frac{5}{16}(x+1)^2$. Para obtener la forma polinómica tenemos que hacer las cuentas:

$$\begin{aligned} f(x) &= -\frac{5}{16}(x+1)^2 + 4 = -\frac{5}{16}(x^2 + 2x + 1) + 4 = \frac{5}{16}x^2 - \frac{10}{16}x - \frac{5}{16} + 4 \\ &= -\frac{5}{16}x^2 - \frac{5}{8}x + \frac{59}{16} \end{aligned}$$

2.3.2 Raíces de una cuadrática

Además del vértice tenemos las raíces. Nos dicen donde corta la gráfica con el eje horizonal. Para sacarlas hay que resolver

$$f(x) = 0$$

De donde carajo sale la fórmula resolvente?????

La cuadrática $f(x) = ax^n + bx + c$ puede escribirse completando cuadrados:

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Igualando a 0 y considerando que a ¿ 0:

$$0 = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a} \Leftrightarrow \frac{b^2 - 4ac}{4a} = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = \left(a + \frac{b}{2a}\right)^2$$

en donde

$$\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} = \left|x + \frac{b}{2a}\right| \Leftrightarrow \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \left|x + \frac{b}{2a}\right|$$

Y por fin tenemos:

$$x_1 = -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ **o bien** } x_2 = -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Fórmula resolvente

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$