

Relatório:

Trabalho I - Máquinas de Turing

Nicolas Elias e Antônio Luiz Weingartner Junior

Universidade Federal de Santa Catarina

Curso de Bacharelado em Ciências da Computação

Disciplina INE5415 - Teoria da Computação

Prof. Jerusa Marchi

1 a) Implemente Máquinas de Turing com fita única para computar as seguintes linguagens:

$$(a) (1,0pt) L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in N \text{ e } i \times j = k\}$$

A ideia para implementação desta máquina é a seguinte, para cada “a” que vemos, compute “b” vezes o “c”, resultando em $i \times j = k$. Com isso chegamos na seguinte implementação. Onde lemos “a” e marcamos com “X”, iniciando uma computação de “b” “c’s” (b vezes o c), para cada b visto é marcado com um Y e para cada Y visto marcamos um c com Z, e isso acontece para todos b’s vistos. Quando chegar na situação de, ao lado do último b visto ter um Z, significar termino do processamento dos “c’s”, que leva para um estado que procura o próximo “a” (ao lado do X) e reinicia a contagem de “b” vezes o “c”. E sempre que temos 0 vezes qualquer número resulta em zero, então sempre que tiver qualquer símbolo solto de a e b devemos aceitar a cadeia, por exemplo, $a \times 0 = 0$ (a), $0 \times b = 0$ (b), $0 \times 0 = 0$ (Vazio).

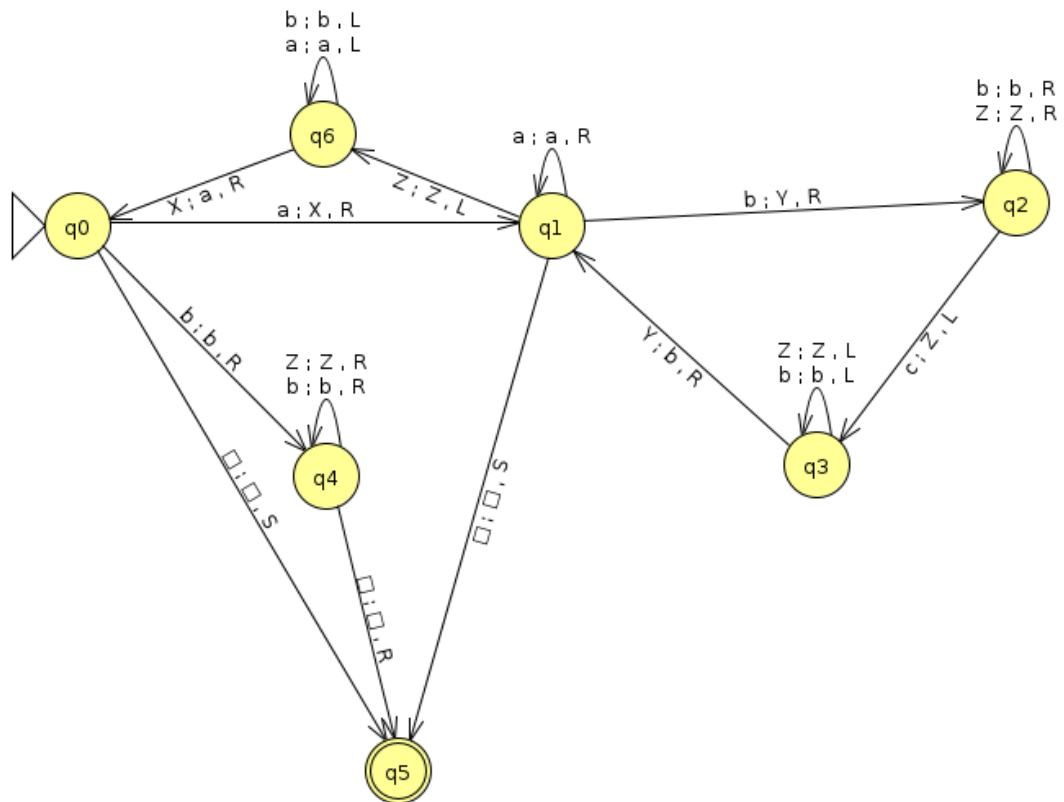


Figura 1: implementação da máquina que reconhece a linguagem da questão 1 a).

1 b) Implemente uma máquina de Turing de fita única para computar a seguinte linguagem:

$$L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$$

As palavras que pertencem à linguagem L são todas as linguagens onde o número de 0s é uma potência de 2.

Para reconhecer esta linguagem foi desenvolvida uma máquina de turing baseada no seguinte algoritmo de alto nível:

1. Marcar os zeros de forma alternada. Se sobrar apenas 1 zero então aceite a entrada.
2. Se não houver mais zeros para marcar então rejeite a entrada.
3. Retornar para o passo 1.

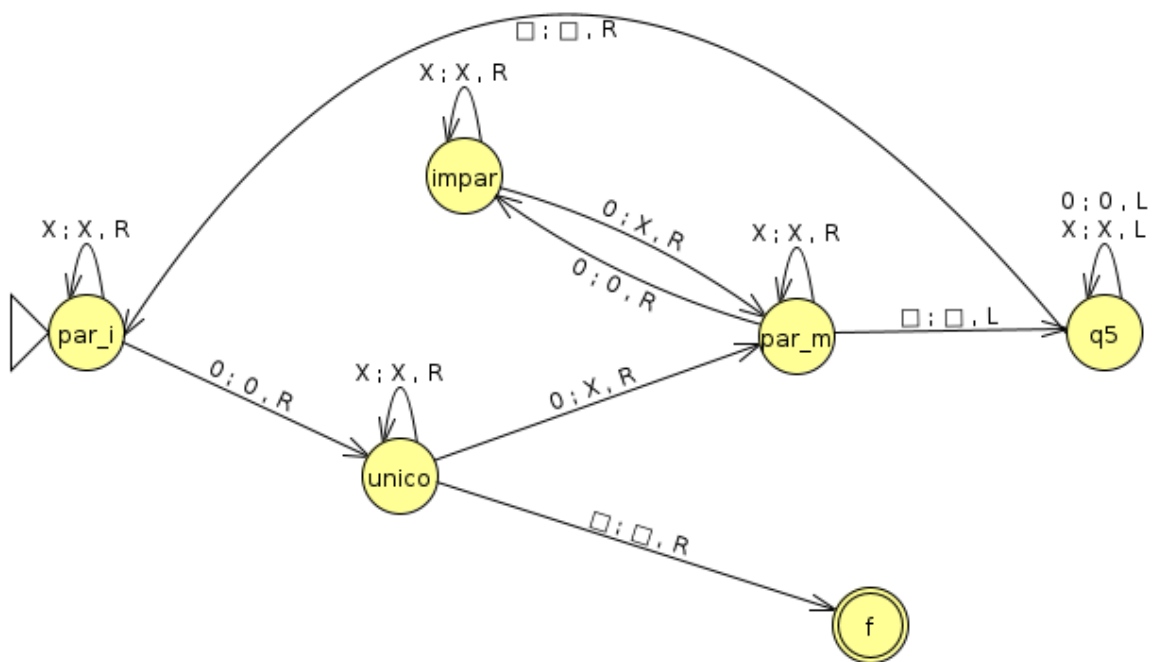


Figura 2: Implementação da máquina que reconhece a linguagem da questão 1b).

2 a) Implemente Máquinas de Turing Multifitas para computar as seguintes linguagens:

(a) (1,5pt) $L = \{ww^Rw^Rw^R | w \in \{0, 1\}^*\}$ (w^R é o reverso da cadeia w)

Em nossa implementação só aceitamos linguagens divisíveis por 4 ($w^Rw^Rw^Rw^R = 4$), caso não seja linguagem é rejeitada, exceto se for uma linguagem vazia (o símbolo estrela ou fecho), se não passar entradas ela é automaticamente aceita. A maquina possui 4 fitas, fita 1 fornece a entrada da linguagem, fita 2 armazena o resto da divisão por 4, onde encontramos o tamanho da palavra w , marcamos na fita 2 quantas vezes o tamanho da entrada foi dividida por 4 em um loop onde percorro todos os símbolos e escrevo sempre que chega no ponto de partida q_0 , fita 3 utilizada para salvar a linguagem w usada em toda verificação, fita 4 foi um meio que encontramos de aceitar a cadeia vazia, toda entrada que passa pelo loop de divisão por 4 é marcada com um Y, que determina a transição para as demais verificações, e caso insira apenas a cadeia vazia ela vai diretamente para estado q_{11} de aceitação.

1. Se a entrada da fita 1 for cadeia vazia: Aceite
2. Se a entrada da fita 1 for divisível por 4: Prossiga
3. Salva o valor da divisão por 4 na fita 2 marcados por X
4. Alinho o cabeçote da fita 1 com o da fita 2
5. Percorro fita 1 e 2 salvando a palavra w conforme o tamanho da fita 2
6. Verifico de percorrendo fita 3 da esquerda para direita obtendo o reverso de w
7. Alinho cabeçote novamente
8. Verifico o segundo reverso da cadeia da mesma forma do passo 6
9. Efetuou uma transição quando vejo branco na fita 2, alinhando as fitas de forma que verifico da direita para esquerda a fita 3 obtendo a cadeia w novamente
10. Caso tudo seja satisfeito passo para o estado de aceitação por transições brancas

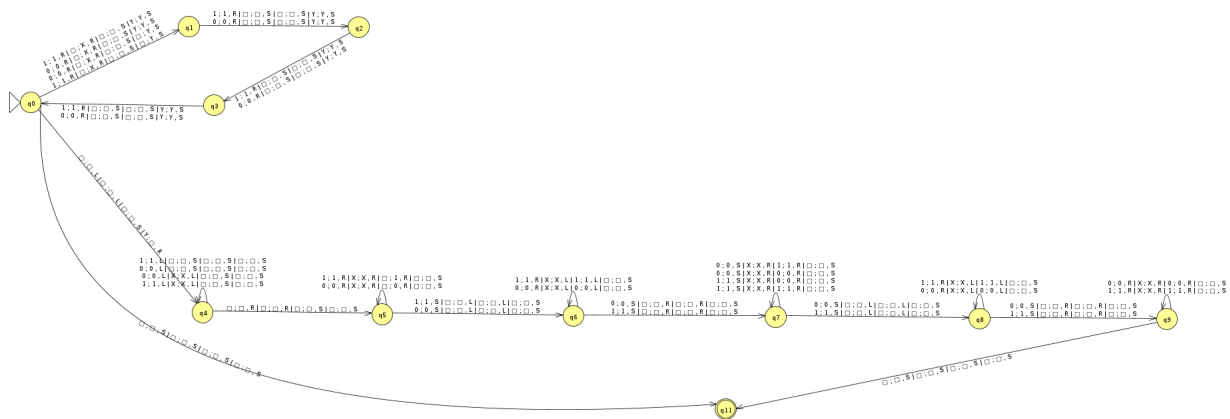


Figura 3: Implementação da máquina de Turing que reconhece a linguagem da questão 2a).

2 b) Implemente uma máquina de Turing Multifitas para computar a seguinte linguagem:

$$L = \{\#x_1\#x_2\#\dots\#x_n\# \mid x_i \in 0, 1^* \text{ e } x_i \neq x_j, \forall i \neq j\}$$

As palavras que pertencem à linguagem L são compostas por N sub palavras distintas separadas pelo símbolo '#'. As sub palavras pertencem ao seguinte conjunto: $\{0,1\}^*$.

Às palavras da linguagem L podem ser reconhecidas usando o seguinte algoritmo:

1. Selecionar a palavra i.
2. Comparar a palavra i com todas as outras palavras (de i+1 até N, onde n é o número de sub-palavras).
3. Se for constatado que alguma das palavras de i+1 até N for igual à palavra i então a entrada é rejeitada.
4. Se nenhuma palavra for igual à palavra i então i é incrementado em 1.
5. Se i for maior que N então não há nenhuma sub-palavra restante e, portanto a entrada é aceita.
6. Se i for menor que N então o algoritmo retorna para o passo 1.

A seguinte máquina de turing implementa o algoritmo descrito acima:

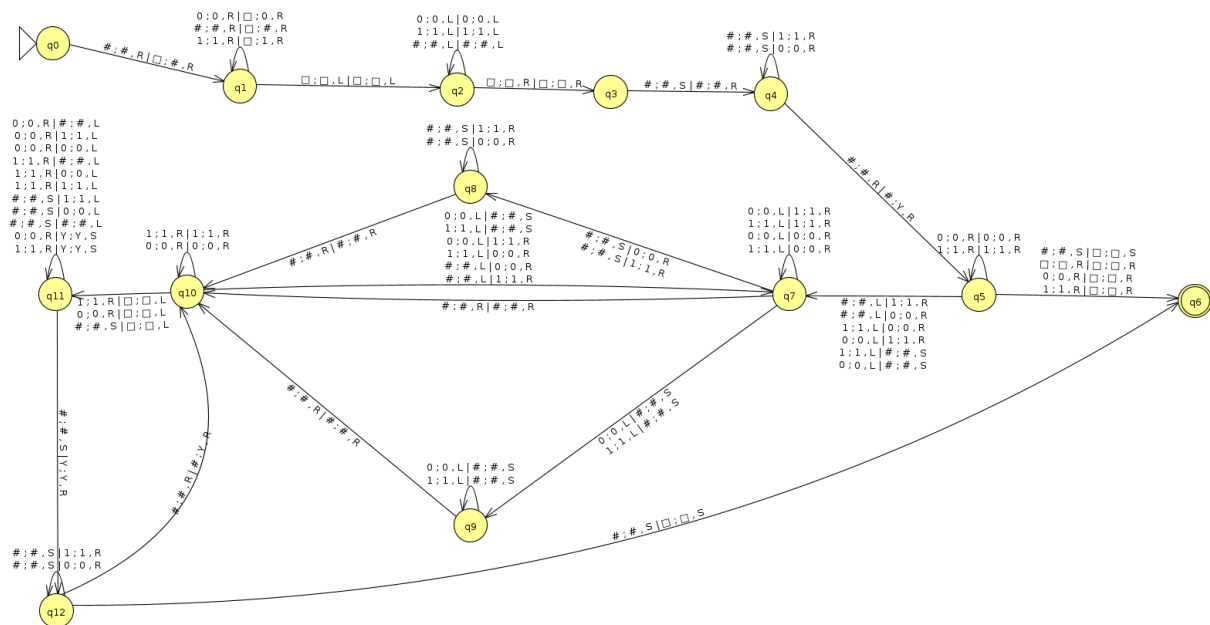


Figura 4: Implementação da máquina de Turing que reconhece a linguagem da questão 2b).

3 a) A série de Fibonacci. A máquina recebe como entrada uma sequência de símbolos que representa n (representação unária). Ao término, deve constar na fita uma sequência de símbolos que indica o valor do n-ésimo termo, ou seja Fibonacci(n). Exemplo: A máquina recebe como entrada a sequência "aaaaa"(5) e deve retornar "ccccccc"(8).

Seguindo o exemplo fornecido no enunciado, a contagem da máquina de Turing implementada começa em 0, ao fornecer uma entrada 5 a saída deve ser 8 como mostrado na tabela a seguir:

Contagem	0	1	2	3	4	5	6
Fibonacci	1	1	2	3	5	8	13

A solução adotada foi a seguinte. Consiste em uma máquina de Turing multifitas utilizando 4 fitas e seu resultado ao chegar no estado de aceitação é mostrado na fita 3, fita 1 fornece a entrada de “a’s”, fita 2 salva numero antecessor, fita 3 salva o número atual, fita 4 soma o antecessor com o atual (concatena “c’s”). Primeiramente é feito o passo 0 e passo 1, que consiste em marcar o “a” 0 com “A” e escrever o primeiro c na fita 2, logo vamos para o passo 2 onde marcamos o “a” 1 com “A” e escrever na fita 3 o c. Após realizado os passos iniciais temos um loop que se repete, que faz: rebobina as fitas para serem lidas corretamente, concatena a fita 2 com a fita 3 na fita 4. Após realizado a junção, passamos a fita 3 para a fita 2 (a 3 passa a ser o antecessor), depois a fita 4 para fita 3 (a atual soma passa a ser o número atual). Com isso repetimos o procedimento até que todos os “a”s sejam marcados, após isso acontecer chegamos no estado q6 onde não estaremos vendo mais “a”s(vemos branco) que resultado no fim da computação e o resultado é exibido na fita 3.

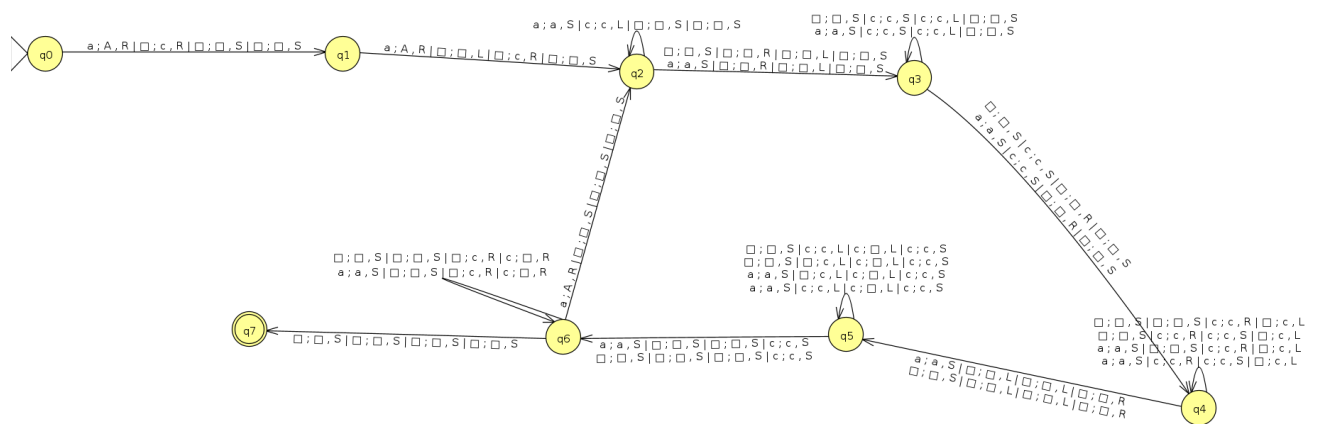


Figura 5: implementação da máquina de Turing que reconhece a linguagem da questão 3a).

3 b) Implemente uma máquina de Turing a sua escolha para computar os seguintes problema: O algoritmo de Euclides para o Máximo Divisor Comum. A máquina recebe como entrada uma sequência de símbolos representando n e m em representação unária. Ao término, a fita deve conter o MDC(n, m).

Como não foi especificado uma linguagem para esta máquina, se optou por desenvolver uma. As palavras aceitas pela máquina de turing estão no seguinte formato:

$$L = \{\#x\#k \mid x, k \in (\{1\}^* - \{\epsilon\})\}$$

Os argumentos de entrada, n e m, para o mdc estão representados em x e k, respectivamente (usando a representação unária). Para computar o mdc de n e m foi feito uso do seguinte algoritmo (a partir de agora x e n, e k e m serão usados de forma intercambiada):

1. Se a subpalavra x tiver tamanho 0 ou a sub-palavra k tiver tamanho 0 então a entrada é rejeitada. Se o primeiro símbolo na não for '#' então a entrada é rejeitada. Se não houverem dois símbolos '#' na fita então a entrada é rejeitada.
2. Se a subpalavra x for igual a k, então a entrada é aceita.
3. Se a subpalavra x for diferente de k, então verifica se a sub-palavra x é maior do que k. Se esse for acaso então x será igual a diferença de x com k.
4. Se x for menor do que k, então k será a diferença entre k e x.
5. Retornar para o passo 2.

A seguinte máquina de turing implementa o algoritmo descrito anteriormente:

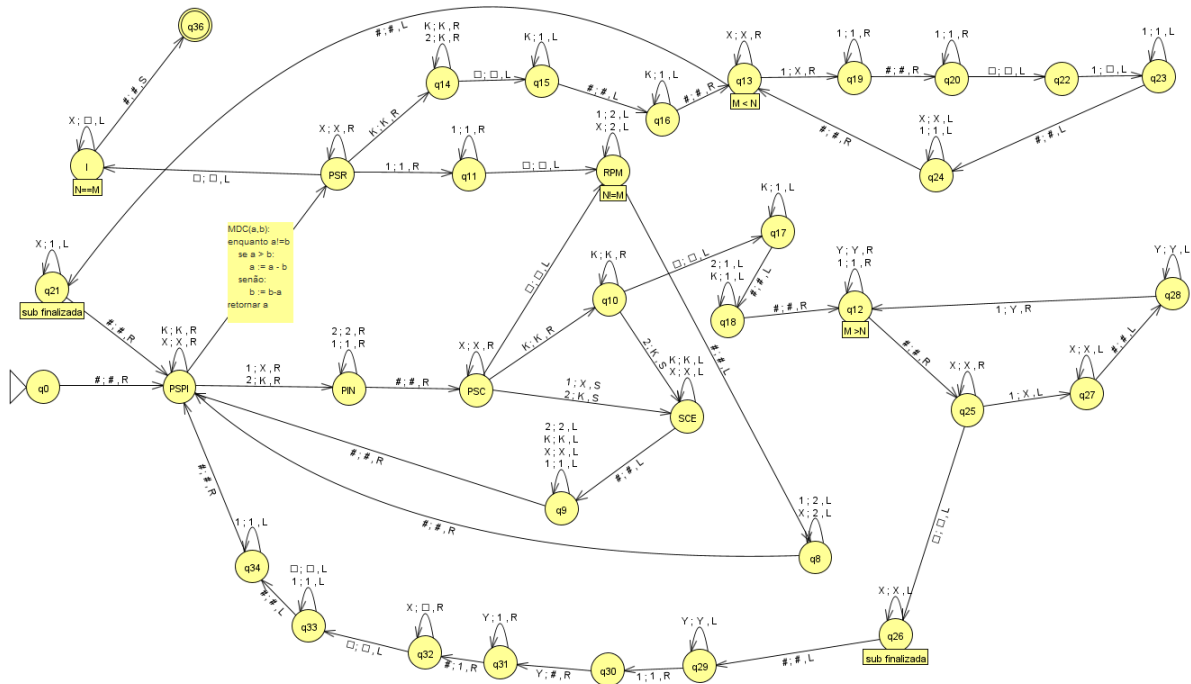


Figura 6: Implementação da máquina de Turing que reconhece a linguagem da questão 2b).