Università degli Studi di Brescia, Facoltà di Ingegneria
Corso di Segnali e Sistemi
Laboratorio di Matlab, A.A. 2016/2017

Lezione N.7, 26/04/2017

Questa sessione di laboratorio si occupa della serie di Fourier.

- Si consiglia di utilizzare un asse temporale **t=-10:0.01:10**.
- Si ricordano le espressioni di sintesi della serie di Fourier:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X_k \cdot e^{j2\pi \frac{k}{T} t}$$

e, per segnali reali,

$$x(t) = X_0 + 2\sum_{k=1}^{+\infty} a_k \cdot \cos\left(2\pi \frac{k}{T} t\right) + 2\sum_{k=1}^{+\infty} b_k \cdot \sin\left(2\pi \frac{k}{T} t\right)$$

dove X_0 rappresenta il valor medio del segnale e i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier sono determinati da:

$$X_k = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cdot e^{-j2\pi \frac{k}{T} t} dt, \quad k = -\infty, \dots, \infty;$$

$$a_k = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cdot \cos\left(2\pi \frac{k}{T} t\right) dt, \quad b_k = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cdot \sin\left(2\pi \frac{k}{T} t\right) dt, \qquad k = 1, \dots, \infty.$$

[**Esercizio 1**] DENTE DI SEGA

In questo esercizio si considera il segnale $x_1(t)$ definito da:

$$x_1(t) = t \cdot \mathrm{rect}\left(\frac{t}{4}\right) * \delta_4(t)$$

che ha periodo $T_1 = 4$ e il cui sviluppo in serie di Fourier è:

$$X_0 = 0, \quad b_k = -\frac{2}{\pi k}(-1)^k, \quad a_k = 0, \qquad k = 1, \dots, \infty.$$

Si consiglia di memorizzare i coefficienti della serie di Fourier utilizzando uno scalare **X0** per il valor medio e un vettore **b1** lungo **Narm** per i coefficienti b_k.

(i) Si generi e si disegni il segnale $x_1(t)$ e lo si memorizzi in **x1**;

(ii) Utilizzando i coefficienti dati sopra, sintetizzare un'approssimazione **x1Approx** dell'onda **x1** utilizzando **Narm** armoniche, ponendo **Narm** $= \{10, 20, 30\}$;

(iii) Disegnare il segnale approssimato in un'altra finestra con l'onda **x1** e rilevarne le differenze per differenti valori di **Narm**, ad esempio disegnando il segnale errore (differenza) in una finestra a parte.

[Esercizio 2] COSENO RETTIFICATO

In questo esercizio si considera il segnale $x_2(t)$ definito da:

$$x_2(t) = \left|\cos\left(2\pi\frac{1}{4}t - \frac{\pi}{4}\right)\right|$$

che ha periodo $T_2 = 2$ e il cui sviluppo in serie di Fourier è:

$$X_k = \frac{2 \cdot (-1)^{k+1}}{\pi(4k^2 - 1)} e^{-j\pi\frac{k}{2}}, \qquad k = -\infty, \ldots, \infty.$$

Si consiglia di memorizzare i coefficienti della serie di Fourier utilizzando uno scalare **X0** per il valor medio e 2 vettori **Xpos** e **Xneg** lunghi **Narm** per i coefficienti X_k.

(i) Si generi e si disegni il segnale $x_2(t)$ e lo si memorizzi in **x2**;

(ii) Utilizzando i coefficienti dati sopra, sintetizzare un'approssimazione **x2Approx** dell'onda **x2** utilizzando **Narm** armoniche, ponendo **Narm** $= \{10, 20, 30\}$;

(iii) Disegnare il segnale approssimato in un'altra finestra con l'onda **x2** e rilevarne le differenze per differenti valori di **Narm**, ad esempio disegnando il segnale errore (differenza) in una finestra a parte.

[Esercizio 3] CALCOLO NUMERICO DEI COEFFICIENTI

(i) Utilizzando le definizioni e la funzione **integrale**, verificare le formule dei coefficienti degli esercizi precedenti, paragonando i risultati numerici con le espressioni esatte date sopra.

[Esercizio 4] ARMONICHE PARI E DISPARI

(i) Negli esercizi precedenti, limitandosi al caso con 30 armoniche (calcolate numericamente oppure inserite secondo la formula, indifferentemente), ricostruire due segnali **xevenharm** e **xoddharm** usando prima solo le armoniche pari e poi solo le armoniche dispari rispettivamente. La somma di questi due segnali è ovviamente pari al segnale originale (al netto della distorsione introdotta dal limitato numero di armoniche): verificarlo. Osservare i due segnali ricostruiti **xevenharm** e **xoddharm**. Che tipo di "scomposizione" si è effettuata prendendo le armoniche pari e dispari separatemente?