Università degli Studi di Brescia
Corso di Segnali e Sistemi
Laboratorio di Matlab, A.A. 2016/2017

Lezione N.5, 29/03/2017

Questa sessione di laboratorio si occupa del calcolo della trasformata di Fourier e della sua inversa.

- Si consiglia di utilizzare un asse temporale **t=-10:0.01:10** e un asse delle frequenze **f=-15:0.01:15**.
- Usare le funzioni **real** e **imag** nel caso si desideri visualizzare separatamente le parti reale e immaginaria dei segnali e delle trasformate.
- Usare i comandi **abs** e **angle** per visualizzare il modulo e la fase dei segnali e delle trasformate. Per "svolgere" la fase usare il comando **unwrap**.

[Esercizio 1] TRASFORMATA DI FOURIER DIRETTA E INVERSA

In questo esercizio si costruiscono le funzioni per il calcolo della trasformata di Fourier (TF) e della sua inversa. La coppia trasformata/anti-trasformata é riportata qui:

$$\begin{aligned} X(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi f t} dt \\ x(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) \cdot e^{j2\pi f t} df \end{aligned}$$

(i) Scrivere una funzione Matlab **T_Fourier(x,t,f)** che implementi il calcolo della trasformata di Fourier. La funzione riceve in ingresso il vettore del segnale **x**, l'asse temporale **t** su cui esso è definito e l'asse delle frequenze **f** su cui si vuole calcolare la trasformata (calcolare **dt** all'interno della funzione anzichè passarlo come parametro). Utilizzare la funzione **integrale**, scritta nelle lezioni scorse, per il calcolo dell'integrale che definisce la trasformata in ogni punto dell'asse delle frequenze;

(ii) Scrivere una funzione Matlab **Inv_T_Fourier(X,f,t)** che implementi il calcolo della trasformata inversa (in modo analogo a **T_Fourier(x,t,f)**).

[Esercizio 2] TRASFORMATE DI FOURIER NOTE

In questo esercizio vengono utilizzate le funzioni **T_Fourier(x,t,f)** e **Inv_T_Fourier(X,f,t)** su semplici segnali.

(i) Utilizzare le funzioni relative alla TF per verificare le seguenti trasformate note, disegnando lo spettro di ampiezze e di fase:

A. $x_1(t) = \text{rect}(t) \longleftrightarrow X_1(f) = \text{sinc}(f)$;
B. $x_2(t) = \text{tri}(t) \longleftrightarrow X_2(f) = \text{sinc}^2(f)$;
C. $x_3(t) = e^{-\pi t^2} \longleftrightarrow X_3(f) = e^{-\pi f^2}$.

(ii) Provare a graficare la trasformata di $x_4(t) = \cos(4\pi t)$: come si giustifica lo spettro ottenuto?

[Esercizio 3] TEOREMA DELLA RISPOSTA IN FREQUENZA

Sia dato un sistema lineare e tempo-invariante con risposta all'impulso $h(t) = \frac{1}{T} \cdot \mathrm{rect}\left(\frac{t-\frac{T}{2}}{T}\right)$ (sistema mediatore), e si fissi $T = 2$.

(i) Disegnare il modulo e la fase della risposta in frequenza $H(f)$.

(ii) Definire un segnale d'ingresso $x(t) = A\cos(2\pi f_0 t)$ (scegliere A e lasciare f_0 come parametro). Si calcoli l'uscita del sistema $y(t)$ con $f_0 = \{0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1\}$ usando il calcolo diretto mediante convoluzione. Si ricordi che se il sistema è LTI e dunque possiede risposta all'impulso $h(t)$ allora:

$$y(t) = (x * h)(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau$$

Questo calcolo è simile a quello della correlazione in **Lab4**. in questo caso, ribaltare il primo segnale (usare **fliplr**) e poi traslarlo con **myshift** prima di utilizzare la funzione **integrale**.

(iii) Si verifichi il teorema della risposta in frequenza:

$$y(t) = A|H(f_0)|\cos(2\pi f_0 t + < H(f_0))$$

Per far ciò, si provi a determinare graficamente l'ampiezza, la frequenza e la fase dell'uscita $y(t)$ (ignorando i transitori all'inizio e alla fine dell'intervallo temporale) e confrontarle con i valori del vettore **H** alle frequenze date. In particolare, provare a giustificare analiticamente il caso $f_0 = 1$.