**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ**

**Кафедра вычислительной математики**

**Дальность полета гиперзвукового летательного аппарата с прямоточным воздушно-реактивным двигателем в зависимости от типа траектории**

Курсовая работа

|  |  |
| --- | --- |
|  | Ширнина Николая Владимировича студента 3 курса 5 группы, специальность «прикладная математика» |
|  | Научный руководитель:  доцент кафедры ВчМ ФПМИ, кандидат физ.-мат. наук  Тетерев Александр Владимирович |
|  |  |

Минск, 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

[перечень условных обозначений и терминов 4](#_Toc135635328)

[Введение 5](#_Toc135635329)

[Глава 1. Описание проблемы. Базовый инструментарий 6](#_Toc135635330)

[1.1 Возможные траектории полета 6](#_Toc135635331)

[1.2 Аэродинамические силы 7](#_Toc135635332)

[1.3 Аэродинамические характеристики ЛА 8](#_Toc135635333)

[1.4 Силовая установка ПВРД 9](#_Toc135635334)

[Глава 2. Математическая модель движения ла 11](#_Toc135635335)

[2.2 Уравнения аэродинамических силы 11](#_Toc135635336)

[2.3 Расчет силы тяги 12](#_Toc135635337)

[2.4 Уравнения движения ЛА 13](#_Toc135635338)

[2.5 Вычисление параметров атмосферы Земли 15](#_Toc135635339)

[Глава 3. Реализация математической модели на python 17](#_Toc135635340)

[3.1 Почему именно на Python 17](#_Toc135635341)

[3.2 Функция HypersonicAircraftModel 18](#_Toc135635342)

[3.3 Функции Thrust, Drag и Lift и FuelBurn 19](#_Toc135635343)

[3.4 Функции Temperature, Pressure, Density 20](#_Toc135635344)

[3.5 Функция Main 21](#_Toc135635345)

[Глава 4. Анализирование результатов 22](#_Toc135635346)

[4.1 Траектория 1 22](#_Toc135635347)

[4.2 Траектория 2 22](#_Toc135635348)

[4.3 Траектория3 22](#_Toc135635349)

[Заключение 23](#_Toc135635350)

[Список использованных источников 24](#_Toc135635351)

[ПРИЛОЖЕНИЕ А 25](#_Toc135635352)

[ПРИЛОЖЕНИЕ Б 26](#_Toc135635353)

[ПРИЛОЖЕНИЕ В 27](#_Toc135635354)

[ПРИЛОЖЕНИЕ Г 29](#_Toc135635355)

перечень условных обозначений и терминов

ПВРД — Прямоточный Воздушно-Реактивный Двигатель

ЛА — Летательный аппарат

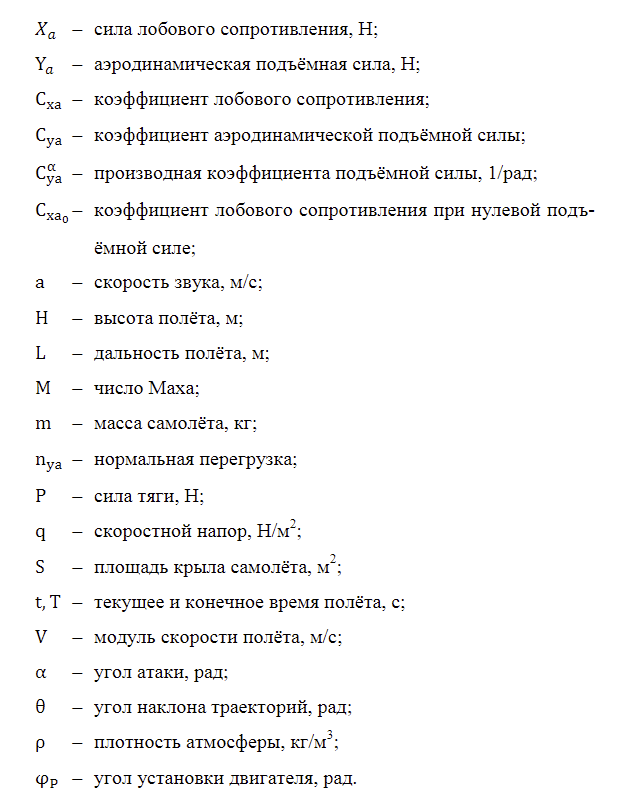
P — Сила тяги, создаваемая двигателем, Н

g —

V — Скорость ЛА.

CL — Коэффициент подъемной силы

CD — Коэффициент силы сопротивления



Введение

В последние десятилетия все больше внимания уделяется разработке и исследованию гиперзвуковых летательных аппаратов (ГЛА), которые способны достигать скоростей, превышающих в пять раз и более скорость звука. Одним из ключевых аспектов, определяющих эффективность и возможности ГЛА, является дальность их полета. В данном исследовании мы сосредоточимся на влиянии типа траектории полета на дальность полета ГЛА с прямоточным воздушно-реактивным двигателем (ПВРД), так как данный тип двигателей является высокоэкономичным для полетов набольшие расстояния за счет использования атмосферного воздуха.

Дальность полета является важным параметром при проектировании ГЛА, так как она определяет расстояние, которое аппарат может преодолеть без необходимости дозаправки или промежуточных остановок. Она зависит от множества факторов, включая тип двигателя, эффективность использования топлива, аэродинамические характеристики и выбранную траекторию полета.

Также надо иметь ввиду и учитывать особенности работы ПВРД. Первая особенность заключается в низких тяговых характеристиках при малых скоростях полета, так как скорость воздушного потока, протекающая через ПВРД будет очень малой, следовательно, обязательное использование начальной пусковой установки для разгона ЛА до числа Маха M = 2-3 и только тогда ПВРД будет эффективно использоваться. Второе важное ограничение связано со строение атмосферы Земли. Известно, что с увеличением высоты плотность воздуха быстро уменьшается и на высоте более 45 км плотность настолько мала, что ПВРД будет не способен эффективно работать, из-за недостатка атмосферного воздуха, протекающего через ПВРД.

Тип траектории полета имеет значительное влияние на дальность полета ГЛА с ПВРД. Различные типы траекторий, такие как прямолинейные, криволинейные, с постепенным подъемом или спуском, могут существенно изменять энергетические требования и расход топлива ГЛА. Например, более прямолинейная траектория может обеспечить более эффективное использование энергии и топлива, что приведет к большей дальности полета.

Описание проблемы. Базовый инструментарий

Целью данного исследования является анализ влияния типа траектории полета на дальность полета гиперзвукового летательного аппарата с прямоточным воздушно-реактивным двигателем.

## Возможные траектории полета

Рассматриваемое множество возможных траекторий полета ЛА с ПВРД делится на три группы:

1. Баллистические траектории. Данная траектория характеризуются полетом по свободной кривой, подчиняющейся законам баллистики. ЛА запускается под углом к горизонту с нулевым углом атаки и движется по кривой траектории под воздействием силы тяжести и инерции, продолжая набор высоты до точки апогея, а затем снижается вплоть до контакта с землей.
2. Горизонтальный полет. Это полет на постоянной высоте. Траектория такого полета – окружность, центром которого является Земля. В данном случае ЛА набирает высоту по баллистической траектории, проходит точку апогея, и при снижении переходит к горизонтальному (маршевому) полету с использованием аэродинамической подъёмной силы. Угол атаки на маршевом участке определяется исходя из соотношения аэродинамических сил на ЛА во время полета.

Для данного полета после прохождения точки апогея, при снижении ЛА, необходимо достигнуть равенства поперечных сил, т.е. подъемная сила должна равняться весу ЛА (), что является условием прямолинейности траектории. А также тяга должна равняться сопротивлению ()

1. Рикошетирующие траектории. Рикошетирующие траектории. При снижении ЛА с углом атаки α 6 = 0 за счет возрастающего влияния аэродинамической подъемной силы возникает эффект рикошетирования, когда высота полета может начать увеличиваться. Если в этот момент на короткое время включать силовую установку (в данном случае ПВРД), то можно получить несколько циклов рикошетирования, что существенно увеличит дальность полета.

## Аэродинамические силы

На летательный аппарат в атмосфере Земли действуют различные аэродинамические силы, которые сильно влияют на дальность полета и другие характеристики ЛА. Рассмотрим данные силы:

**Сила сопротивления**, возникает в результате взаимодействия летательного аппарата с воздухом при движении. Она направлена противоположно направлению движения ЛА и препятствует его движению вперед. Сила сопротивления зависит от различных факторов, таких как форма ЛА, скорость, плотность воздуха и коэффициент сопротивления. Чем больше сила сопротивления, тем больше энергии требуется для преодоления этого сопротивления, что может снизить дальность полета ЛА [1].

**Подъёмная сила**, возникает за счет разности давлений на верхней и нижней поверхностях аэродинамической поверхности ЛА, такой как крыло или ротор. Подъемная сила направлена вверх и противодействует силе тяжести. Она позволяет ЛА поддерживать полет и подниматься в воздухе. Величина подъемной силы зависит от формы и угла атаки аэродинамической поверхности, плотности воздуха и скорости полета [1].

**Вес ЛА** представляет собой силу, с которой ЛА притягивается Землей. Он определяется массой ЛА и ускорением свободного падения. Вес направлен вниз и стремится опустить ЛА к земле.

**Гравитация** является физической силой, с которой все объекты с массой притягиваются друг к другу. На ЛА в полете действует гравитация, притягивая его к Земле. Гравитационная сила направлена вниз и определяется массой ЛА и ускорением свободного падения.

Пренебрегаем такими силами как: боковая сила, сила момента, скачки воздуха, турбулентность, грозы и т.д.

Учет этих сил позволяет оптимизировать дизайн ЛА, выбирать подходящие углы атаки, скорости полета и другие параметры, чтобы достичь максимальной эффективности, безопасности и дальности полета.

## Аэродинамические характеристики ЛА

Аэродинамические характеристики летательного аппарата (ЛА) отражают его поведение в атмосфере и влияют на его полетные характеристики. Разберем некоторые из основных аэродинамических характеристик ЛА:

**Аэродинамический профиль**: это форма сечения крыла или других аэродинамических поверхностей ЛА. Аэродинамический профиль определяет его подъемные и сопротивляющиеся характеристики. Различные профили имеют разные свойства, такие как толщина, кривизна и форма передней и задней кромок, и могут быть оптимизированы для разных типов ЛА и полетных режимов.

**Угол атаки**, угол между направлением движения ЛА и его аэродинамической осью. Угол атаки влияет на подъемную силу и сопротивление ЛА. Слишком малый угол атаки может привести к недостаточной подъемной силе, а слишком большой угол атаки может вызвать потерю подъемной силы и возникновение вихрей [1].

**Угол тангажа**, угол между продольной осью ЛА (прямоугольная ось, проходящая через центр масс) и горизонтальной плоскостью. Угол тангажа позволяет управлять углом возвышения или опускания носа ЛА и изменять скорость вертикального подъема или пике [1].

**Угол наклона траектории**, угол между плоскостью траектории ЛА и горизонтальной плоскостью. Угол наклона траектории влияет на направление и крутизну полета. Изменение угла наклона траектории позволяет выполнять горизонтальные маневры, такие как повороты и боковое смещение [1].

**Коэффициенты аэродинамических сил**, коэффициенты подъемной и сопротивляющейся сил определяют соотношение этих сил с плотностью воздуха, площадью аэродинамической поверхности и скоростью полета. Эти коэффициенты являются важными параметрами при расчете аэродинамических сил, влияющих на ЛА.

**Устойчивость и управляемость**, устойчивость отражает способность ЛА восстанавливать свое положение после возникновения отклонений или возмущений. Управляемость отражает способность ЛА изменять свое положение и направление в полете. Оба этих аспекта являются важными для безопасности и эффективности полета ЛА.

**Маневренность**, отражает способность ЛА выполнять маневры, такие как повороты, перевороты, взлеты и посадки. Она зависит от аэродинамических характеристик, мощности двигателя, управления и других факторов.

Аэродинамическое качество ЛА. Чем больше подъемная сила при данном лобовом сопротивлении, тем более совершенен в аэродинамическом ЛА:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Аэродинамические коэффициенты (характеризующий несущую способность крыла) и (отражающий сопротивляемость ЛА продвижению в воздухе), а также аэродинамическое качество

Аэродинамические характеристики ЛА также являются ключевыми при проектировании и анализе его полетных возможностей. Они помогают определить оптимальные параметры и форму ЛА для достижения требуемых полетных характеристик, стабильности и безопасности.

## Силовая установка ПВРД

Силовая установка прямоточного воздушно-реактивного двигателя (или просто реактивного двигателя) состоит из нескольких основных компонентов, которые совместно обеспечивают тягу и мощность для приведения в действие летательного аппарата. Вот основные компоненты силовой установки прямоточного воздушно-реактивного двигателя:

1. Воздухозаборник (воздухозаборная решетка): это первый компонент, через который проходит воздух в двигатель. Воздухозаборник обеспечивает стабильный поток воздуха внутрь двигателя и защищает его от внешних объектов и частиц.
2. Диффузор: Воздух, поступающий из воздухозаборника, проходит через компрессор, который его сжимает. Компрессор состоит из нескольких ступеней, каждая из которых сжимает воздух до более высокого давления. Сжатый воздух затем направляется в следующий компонент - камеру сгорания.
3. Камера сгорания: В сжатом воздухе происходит смешивание с топливом, и затем смесь поджигается, вызывая быстрое горение. Это создает высокотемпературные газы, которые быстро расширяются и выходят через сопло, создавая струйный поток газов и обеспечивая тягу.
4. Сопло: Сопло является последним компонентом силовой установки. Оно имеет специальную форму, которая ускоряет выходящие газы, создавая реактивную тягу. Сопло также регулирует и направляет поток газов для управления тягой и управления ЛА.
5. Дополнительные системы: кроме основных компонентов, силовая установка может включать дополнительные системы, такие как система подачи топлива, система охлаждения, система управления и многое другое. Эти системы обеспечивают правильную работу двигателя и его компонентов.

Математическая модель движения ла

Математическую модель будем строить в двумерной декартовой системе координат, с учетом силы гравитации. изменение центростремительного ускорения, обусловленного кривизной земной поверхности

|  |
| --- |
|  |
| * + - 1. Иллюстрация действующих сил на ЛА |

## Уравнения аэродинамических силы

Полную аэродинамическую силу принято раскладывать на составляющие, получая: X — силу лобового сопротивления и Y — подъемную силу. Данные величины зависят от формы ЛА, его положения в потоке (напрямую влияет на деформацию потока, а значит и на давление в струйках потока, обтекающих тело), физические свойства потока (вязкости, сжимаемости), плотности воздуха, размеров обтекаемого тела и скорости потока. Чем больше размеры обтекаемого тела, тем больше оно возмущает поток. С увеличением плотности воздуха возрастает инертность, то есть сопротивление [1].

Влияние вех этих факторов учитывается формулами аэродинамических сил:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | * + 1. ) |
|  |  | * + 1. ) |

Где X — сила сопротивления, Н; Y — подъемная сила лобового сопротивления, Н; — площадь миделя, м2; — скоростной напор, учитывающий влияние плотности воздуха и скорости потока, Н/м2;

Аэродинамические коэффициенты являются безразмерными и определяются экспериментально. Также из формул следует что все аэродинамические силы находятся в прямой зависимости от скоростного напора, площади миделя и соответствующих аэродинамических коэффициентов [1].

## Расчет силы тяги

Сила тяги P – проекция на ось сил избыточного давления и трения, приложенных к внутренним поверхностям двигателя, в связанной с двигателем системе координат. Определялась данная сила из уравнения количества движения для контрольной поверхности, включающей все поверхности двигательного тракта и жидкую линию воздухозаборника, через вычисляемые параметры рабочего тела на выходе и выходе из двигателя:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | * + 1. ) |

|  |
| --- |
|  |
| * + - 1. Расчетная схема ПВРД: 1 – воздухозаборник, 2 – камера сгорания, 3 – сопло; стрелки – направление потока |

Здесь — массовый расход воздуха через ПВРД; — относительное увеличение массы рабочего тела за счет подвода горючего; — коэффициент скорости сопла; — сопротивление воздухозаборника вдоль жидкой линии тока; — скорость потока; — давление; — площадь входного сечения воздухозаборника; — площадь среза сопла; — площадь сечения миделя.

Значения силы тяги P получены путем расчетов тяговых характеристик осесимметричного ПВРД постоянной геометрии с учетом равновесных теплофизических свойств продуктов сгорания керосина в воздухе при определенных чисел Маха и высот полета При вычислении тяговых характеристик полагалось, что [2].

## Уравнения движения ЛА

Характеристики траектории для каждого варианта параметров определяются при решении системы уравнений движения ЛА в вертикальной плоскости. В проекции на оси скоростной системы координат уравнения движения в поле сил тяжести принимают вид [3]:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | * + 1. ) |
|  |  | * + 1. ) |

Где m — переменная масса ЛА; V — скорость полета; t — время; X, Y — сила сопротивления и подъемная сила соответственно;— угол наклона траектории; — ускорение свободного падения; — радиус Земли; угол установки двигателя относительно продольной оси аппарата. В расчетах принималось, что , то есть направление силы тяги совпадает с направлением оси двигателя. Член учитывает изменение центростремительного ускорения, обусловленного кривизной земной поверхности. В расчетах учитывается такие изменения параметров атмосферы как плотность, ускорение свободного падения и скорость звука, в зависимости от высоты.

К уравнениям движения (2.4) и (2.5) добавляются кинематические уравнения, связывающие дальность и высоту полета со скоростью и углом наклона траектории:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | * + 1. ) |
|  |  | * + 1. ) |

А также уравнение изменения массы летательного аппарата вследствие сгорания топлива:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | * + 1. ) |

где — массовый расход топлива за 1 секунду; — начальная масса аппарата.

## Вычисление параметров атмосферы Земли

Барометрическая формула, формула, определяющая зависимость давления или плотности газа от высоты в поле тяжести.

Для определения температуры, давления и плотности атмосферы Земли используется барометрическая формула. Эта формула позволяет нам вычислить эти параметры на различных высотах в атмосфере.

Барометрическая формула основана на зависимости между атмосферным давлением, высотой над уровнем моря и температурой. Согласно этой формуле, с увеличением высоты над поверхностью Земли атмосферное давление убывает экспоненциально. Температура также снижается с ростом высоты, но это изменение нелинейное и зависит от различных факторов, таких как атмосферные условия и сезон.

Используя барометрическую формулу, мы можем рассчитать давление и температуру на любой высоте в атмосфере Земли. Эти данные играют важную роль в метеорологии, аэронавтике, а также при изучении климата и изменений в атмосфере, но также и важны для вычисления траектории полета и изменения давления в ПВРД.

Важно отметить, что барометрическая формула является моделью, которая упрощает сложные процессы, происходящие в атмосфере. Реальные атмосферные условия могут отличаться от значений, полученных с помощью этой формулы. Тем не менее, она предоставляет нам полезные приближенные значения и позволяет проводить анализ и прогнозирование погоды на основе измерений давления и температуры [4].

Атмосфера Земли состоит из множества слоев, но выделим из этого множества три ключевых слоя для расчета параметров атмосферы Земли: тропосферу, нижнюю стратосферу и верхнюю стратосферу. Зная примерные границы данных слоев, получим формулы для расчета температуры и давления воздуха в зависимости от высоты [4][5]:

Для высоты меньше 11 км. (тропосфера):

Для высоты от 11 до 25 км. (нижняя стратосфера):

Для высоты больше 25 км. (верхняя стратосфера):

Плотность будем определять через барометрическую формулу, также в зависимости от высоты, при том, что на уровне моря плотность воздуха , тогда на высоте *меньше 19.2 км.* будем считать так:

Где 8420 метров — это эффективная высота атмосферы (т.е. высота, которую должна была бы иметь атмосфера, если бы ее плотность была постоянной с высотой и равной , чтобы поддерживать давление на уровне моря) [5].

Если же высота будет от 19.2 до 47 км., то считаем по данной формуле:

Свыше 47 км. примем, что

Реализация математической модели на python

Общая идея реализации математической модели на Python для гиперзвукового ЛА заключается в создании класса, который будет содержать все необходимые параметры, уравнения и методы для моделирования поведения ЛА в гиперзвуковом полёте. В этом классе можно определить методы, отвечающие за различные аспекты полёта, такие как аэродинамические силы, тяга двигателя, динамику полёта и т.д.

## Почему именно на Python

Python – это язык программирования, который обладает своим синтаксисом и мощными инструментами для разработки приложений любого масштаба и сложности. Этот язык программирования был создан в конце 1980-х годов Гвидо ван Россумом и с тех пор стал одним из самых популярных языков программирования в мире.

Одной из главных особенностей Python является его универсальность. Python может быть использован для разработки веб-сайтов, приложений для настольных компьютеров и мобильных устройств, анализа данных, искусственного интеллекта, машинного обучения и многого другого.

Python также славится своей простотой и понятностью. Его чистый и лаконичный синтаксис делает код легко читаемым и понятным для других программистов. Это позволяет создавать качественный код, который легко поддерживать и расширять в будущем.

Кроме того, Python – это язык с открытым исходным кодом, что означает, что каждый может получить доступ к его исходному коду, изучать его и использовать для создания собственных проектов. Это также означает, что сообщество Python активно развивается и создает новые библиотеки и инструменты для упрощения процесса разработки.

Python – это интерпретируемый язык программирования общего назначения. Он является одним из наиболее популярных языков программирования и используется для разработки многих типов приложений, включая веб-приложения, игры, программы научных исследований и многое другое. Python имеет простой и понятный синтаксис, который делает его очень доступным для новичков в программировании, но в то же время он также обладает мощными функциями и возможностями, которые позволяют разработчикам создавать сложные программы и приложения. Python также имеет большое сообщество разработчиков и библиотек, что делает его очень популярным языком программирования в области машинного обучения и анализа данных.

В Python таже имеются библиотеки, которые упрощают код и предотвращают ошибку со стороны пользователя при вычислении интегралов, разберем используемые библиотеки в нашей реализации:

* NumPy: библиотека предоставляет функции для работы с массивами и матрицами, что может быть полезно при вычислении интегралов численными методами. NumPy предоставляет функции для создания массивов, выполнения математических операций с массивами, а также для выполнения операций с матрицами, такими как умножение, сложение, и нахождение обратной матрицы
* SciPy: библиотека предлагает различные функции для научных вычислений, включая интегрирование. Например, модуль scipy.integrate содержит функции для численного интегрирования, такие как quad, dblquad, и tplquad. Эти функции позволяют численно вычислять определенные интегралы одной, двух или трех переменных соответственно.
* SeaBorn: библиотека, которая предоставляет высокоуровневый интерфейс для визуализации данных. Она работает поверх библиотеки Matplotlib и предоставляет более удобные функции и возможности для создания стильных и информативных графиков.

Python – это мощный и гибкий язык программирования, который позволяет создавать высококачественные приложения и решать сложные задачи в различных областях.

## Функция HypersonicAircraftModel

Данная функция (код см. в Приложении А) описывает математическую модель движения ЛА. Она принимает вектор состояния ЛА, время, радиус Земли, ускорение свободного падения, тягу двигателя, угол атаки, общую массу ЛА, сопротивление воздуха и подъемную силу в качестве входных параметров.

Во время выполнения функции происходят расчеты, основанные на физических принципах и уравнениях движения. Например, выражение для dV представляет собой изменение скорости ЛА, учитывая тягу двигателя, сопротивление воздуха и ускорение свободного падения. Аналогично, выражение для dtheta определяет изменение угла траектории, учитывая тягу двигателя, подъемную силу и другие факторы.

В результате работы функции возвращается вектор, содержащий изменения скорости, угла траектории, горизонтального и вертикального положений ЛА. Это позволяет нам получить информацию о динамике и кинематике гиперзвукового ЛА при заданных условиях.

Весь код внутри функции выполняет вычисления, основанные на математической модели движения гиперзвукового ЛА. Он использует такие библиотеки как NumPy и Scipy для выполнения математических операций с векторами, массивами и интегрированием.

В общем, эта функция описывает дифференциальные уравнения, описывающие движение ЛА в вертикальной и горизонтальной плоскостях, и позволяет моделировать его поведение в зависимости от заданных параметров.

## Функции Thrust, Drag и Lift и FuelBurn

Функция 'thrust' реализует математическую модель для вычисления силы тяги гиперзвукового ЛА. Она принимает массу топлива (m\_fuel), ускорение свободного падения (g) и удельный импульс двигателя (I\_sp) в качестве входных параметров. Результатом выполнения функции является значение силы тяги, вычисленное как произведение указанных параметров (код см. в Приложении Б).

Функция 'Drag' вычисляет силу сопротивления гиперзвукового ЛА. Она принимает коэффициент сопротивления (CoefficientDrag), высоту (h), скорость (v) и площадь (Area) в качестве входных параметров. Возвращаемое значение функции представляет собой значение силы сопротивления, которое вычисляется на основе указанных параметров и плотности воздуха (код см. в Приложении Б).

Функция 'Lift' вычисляет подъемную силу гиперзвукового ЛА. Она принимает коэффициент подъемной силы (CoefficientLift), высоту (h), скорость (v) и площадь (Area) в качестве входных параметров. Возвращаемое значение функции представляет собой значение подъемной силы, которое вычисляется на основе указанных параметров и плотности воздуха (код см. в Приложении Б).

Функции 'f' и 'mass\_after\_fuel\_burning' связаны с вычислением сгорания топлива. Функция 'f' определяет скорость сгорания топлива в зависимости от времени. Функция 'mass\_after\_fuel\_burning' вычисляет оставшуюся массу топлива после его сгорания за указанное время t. В случае возникновения предупреждения о интегрировании, функция возвращает значение 0.0 (код см. в Приложении Б).

Все эти функции являются важными компонентами для моделирования и анализа характеристик гиперзвуковых ЛА. Их использование позволяет более точно оценить воздействие различных факторов на силу тяги, сопротивление и подъемную силу во время полета таких ЛА.

## Функции Temperature, Pressure, Density

Функции 'temperature', 'pressure' и 'density' реализуют математические модели для вычисления атмосферных параметров в зависимости от высоты. (код см. в Приложении В)

Функция 'temperature' принимает высоту (h) в качестве входного параметра и возвращает значение температуры воздуха в градусах Цельсия. Внутри функции используются уравнения, взятые из гл.2 п.п. 2.5. В зависимости от диапазона высоты, функция применяет соответствующие уравнения для расчета температуры.

Функция 'pressure' принимает высоту (h) в качестве входного параметра и возвращает значение давления воздуха в паскалях. Внутри функции также используются уравнения, взятые из гл.2 п.п. 2.5. В зависимости от диапазона высоты, функция применяет соответствующие уравнения для расчета давления.

Функция 'density' принимает высоту (h) в качестве входного параметра и возвращает значение плотности воздуха.

## Функция Main

Динамичный код! В данном участке кода осуществляется моделирование траектории полета гиперзвукового самолета в зависимости от различных сценариев.

При выполнении цикла while с условием y > 0.0 проверяются различные траектории: баллистическая, отскоковая и планирующая. В каждом случае устанавливаются значения угла атаки (alpha) и флага активации двигателя (is\_Engine) в соответствии с условиями траектории.

В случае баллистической траектории угол атаки равен 0, а двигатель активируется. При отскоковой траектории, на первом этапе угол атаки также равен 0, и двигатель активируется в течение 5 секунд. На втором этапе, если подъемная сила больше или равна весу, угол атаки составляет 6.6 градусов, в противном случае угол атаки равен 0.

В случае планирующей траектории, в зависимости от высоты, определяется активация двигателя. Если подъемная сила равна весу, угол атаки составляет 6.6 градусов. Если подъемная сила больше веса, угол атаки может принимать значения 2, 8 или 2 градуса в зависимости от разницы между подъемной силой и весом. В противном случае, если высота меньше 10 000 метров, двигатель активируется.

Далее, внутри условий траектории, осуществляется вычисление силы тяги (T) в зависимости от наличия топлива, активации двигателя и высоты. Затем происходит обновление значения веса, вычисление сопротивления (drag) и подъемной силы (lift) в соответствии с текущей траекторией.

Затем происходит обновление начальных условий (y0) и времени (t) для следующей итерации цикла while (код см. в Приложении Г).

Анализирование результатов

Текст

4.1 Траектория 1

Ак

4.2 Траектория 2

Ак

4.3 Траектория3

Ак

Заключение

В ходе данного исследования, моделирования полета ГЛА с ПВРД, было выяснено, что…

Список использованных источников

1. **Куконин, Л.X.** Основы Аэродинамики: Учебник, 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Транспорт, 1982. – 197 с.
2. **Фомин В.М., Аульченко С.М., Звегинцев В.И., Устинов Л.А.** Анализ траектории полета летательного аппарата с прямоточным воздушно-реактивным двигателей // ПМТФ. 2013. Т. 55, №6. С. 35–42.
3. **Остославский И.В.** Динамика полета. Траектории летательных аппаратов / И. В. Остославский, И. В. Стражева. М.: Машиностроение, 1969.
4. **Хргиан А.Х.,** Физика атмосферы. — Л.: Гидрометеоиздат. — 1969. — 645 с.
5. **U.S. STANDART ATMOSHPERE,** 1976, U.S. Government Printing Office, Washington, D.C., 1976 — 241 с.

def hypersonic\_aircraft\_model(y, t, R\_earth, g, T, alpha, m\_total, drag, lift):

V, theta, x, y = y

dV = (T \* np.cos(alpha) - drag) / m\_total - g \* np.sin(theta)

dtheta = (T \* np.sin(alpha) + lift) / (m\_total \* V) - (g \* np.cos(theta)) / V + (V \* np.cos(theta)) / (R\_earth + y)

dx = V \* np.cos(theta) \* R\_earth / (R\_earth + y)

dy = V \* np.sin(theta)

return [dV, dtheta, dx, dy]

**Функция вычисления силы тяги**

def thrust(m\_fuel, g, I\_sp):

return m\_fuel \* g \* I\_sp

**Функция вычисления силы сопротивления**

def Drag(CoefficientDrag, h, v, Area):

return CoefficientDrag \* (density(h) \* v\*\*2 / 2) \* Area

**Функция вычисления подъемной силы**

def Lift(CoefficientLift, h, v, Area):

return CoefficientLift \* (density(h) \* v\*\*2 / 2) \* Area

**Функции вычисления сгорания топлива за секунду**

def f(t):

return G\_c

def mass\_after\_fuel\_burning(t, m\_fuel):

try:

return m\_fuel - spi.quad(f, 0, t)[0]

except spi.IntegrationWarning:

return 0.0

**Функция вычисления Температуры в зависимости от высоты**

def temperature(h):

"Calculates air temperature [Celsius] at altitude [m]"

# from equations at

# http://www.grc.nasa.gov/WWW/K-12/airplane/atmosmet.html

if h <= 11000:

# troposphere

t = 15.04 - .00649 \* h

elif h <= 25000:

# lower stratosphere

t = -56.46

elif h > 25000:

t = -131.21 + .00299 \* h

return t

**Функция вычисления Давления в зависимости от высоты**

def pressure(h):

"Calculates air pressure [Pa] at altitude [m]"

# from equations at

# http://www.grc.nasa.gov/WWW/K-12/airplane/atmosmet.html

t = temperature(h)

if h <= 11000:

# troposphere

p = 101.29 \* ((t + 273.1) / 288.08) \*\* 5.256

elif h <= 25000:

# lower stratosphere

p = 22.65 \* np.exp(1.73 - .000157 \* h)

elif h > 25000:

# upper stratosphere

p = 2.488 \* ((t + 273.1) / 216.6) \*\* -11.388

return p

**Функция вычисления Плотности в зависимости от высоты**

def density(h):

"Calculates air density at altitude"

rho0 = 1.225 #[kg/m^3] air density at sea level

if h < 19200:

#use barometric formula, where 8420 is effective height of atmosphere [m]

rho = rho0 \* np.exp(-h/8420)

elif h > 19200 and h < 47000:

#use 1976 Standard Atmosphere model

#http://modelweb.gsfc.nasa.gov/atmos/us\_standard.html

#from http://scipp.ucsc.edu/outreach/balloon/glost/environment3.html

rho = rho0 \* (.857003 + h/57947)\*\*-13.201

else:

#vacuum

rho = 1.e-6

return rho

while y > 0.0:

if is\_ballistic\_trajectory:

alpha = np.radians(0)

is\_Engine = True

elif is\_ricocheting\_trajectory:

if t < 5.0 and phase\_1:

alpha = np.radians(0)

is\_Engine = True

else:

phase\_1 = False

phase\_2 = True

if phase\_2:

if lift >= weight:

alpha = np.radians(6.6)

is\_Engine = True

else:

alpha = np.radians(0) # Adjust the angle of attack as needed

is\_Engine = True

engine\_activation\_time -=dt

if engine\_activation\_time <= 0.1:

is\_Engine = False

elif is\_planning\_trajectory:

# набирает высоту => переходит к горизонтальному полету с исопльзованием lift,

# alpha определяется изсходя из требования равенства нулю проекций действующих сил,

# включая силу тяги двигаетля на вертикальную ось

if y < 10000:

is\_Engine = True

else:

is\_Engine = False

if lift == weight:

alpha = np.radians(6.6)

if lift > weight:

is\_Engine = False

if lift - weight < 0.0:

alpha = np.radians(2)

elif lift - weight > 1.0:

alpha = np.radians(8)

else:

alpha = np.radians(2)

else:

is\_Engine = True

# if abs(V) < 3 \* 340 or V - drag < 0.0:

# is\_Engine = True

# Engine

if m\_fuel > 0 and is\_Engine == True and y < 45000.0:

m\_fuel = mass\_after\_fuel\_burning(tburn, m\_fuel)

m\_total = m\_ha + m\_fuel

if V < 8 \* 340.0:

I\_sp = 15.0

elif V > 8 \* 340.0:

I\_sp = 10.0

T = thrust(m\_fuel, g, I\_sp)

tburn += dt

elif is\_Engine == False and m\_fuel > 0:

m\_total = m\_ha + m\_fuel

T = 0

else:

m\_total = m\_ha

T = 0

weight = m\_total \* g

sol = odeint(hypersonic\_aircraft\_model, y0, [t, t + dt], args=(R\_earth, g, T, alpha, m\_total, drag, lift))

if is\_ballistic\_trajectory or is\_planning\_trajectory or is\_ricocheting\_trajectory:

drag = Drag(CoefficientDrag, y, V, Area)

if is\_ballistic\_trajectory:

lift = 0

else:

lift = Lift(CoefficientLift, y, V, Area)

# Update y0

y0 = sol[-1]

V, theta, x, y = sol[-1]

# Update time

t += dt