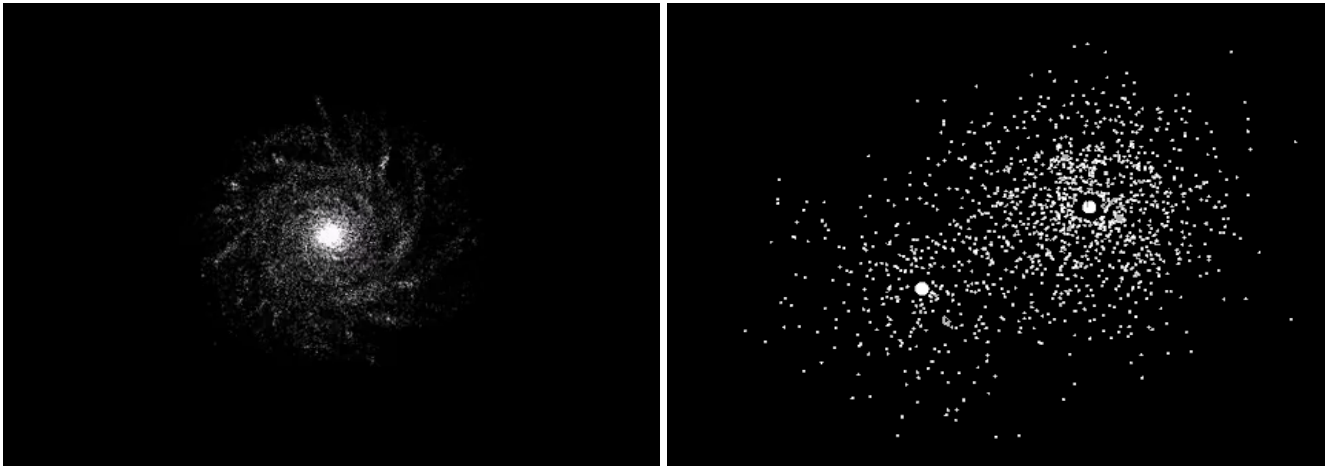


## Descrizione del problema

---

In fisica, il problema n-body consiste nel predire i singoli movimenti di un gruppo di oggetti celesti che interagiscono tra loro in modo gravitazionale. La risoluzione di questo problema è stata motivata dal desiderio di comprendere i movimenti del Sole, della Luna, dei pianeti e delle stelle visibili.



## Descrizione della soluzione

---

Per trovare la soluzione a questo problema è possibile simulare il comportamento delle particelle, ognuna avente una massa, una posizione e una velocità iniziale. La simulazione consentirà di calcolare la posizione e la velocità di ciascuna particella al termine di un intervallo di tempo determinato.

La soluzione proposta ha una complessità quadratica rispetto alla taglia dell'input (il numero di particelle). Esiste un tipo di simulazione, detta di Barnes – Hut che è più efficiente poichè tramite approssimazioni riesce ad eseguire con ordine  $O(n \log n)$  ma è più complessa da implementare perciò si è preferito considerare la soluzione di complessità quadratica più semplice e concentrarsi sui concetti della programmazione parallela.

## Struttura della soluzione

---

### Inizializzazione

Per la fase di inizializzazione è stata adottata la tecnica di creare le particelle in un file e inizializzarle usando un algoritmo deterministico per randomizzare i valori delle particelle. In questo modo tutti i processori alla prima iterazione della computazione partono leggendo da questo file (*particles.txt*).

Per la creazione e inizializzazione delle particelle eseguire i seguenti comandi:

```
1. gcc -o initialization particles_production.c
```

2. `./initialization [numero di particelle] (esempio -> ./initialization 1000)`

## Inizializzazione di MPI, variabili e allocazione memoria

La prima parte del programma si occupa della definizione di variabili utili alla computazione, variabili per prendere i tempi di esecuzione e infine variabili per l'uso di MPI. Oltre alle operazioni sempre presenti come `MPI_Init`, `MPI_Comm_size` per conoscere il numero di processori che stanno eseguendo o `MPI_Comm_rank` per conoscere il rank del processore corrente, è stata fatta un'altra operazione per creare un tipo di dato derivato al fine di permettere la comunicazione tra i processori del tipo di dato `Particle`.

```
MPI_Type_contiguous(7, MPI_FLOAT, &particle_type);  
MPI_Type_commit(&particle_type);
```

dove la struttura `Particle` è la seguente:

```
typedef struct {  
    float mass;  
    float x, y, z;  
    float vx, vy, vz;  
} Particle;
```

## Distribuzione equa del workload tra i processori

Viene quindi eseguita la funzione per distribuire equamente il lavoro tra i processori. Dopo l'esecuzione di questa funzione nell'array `dim_portions` ogni indice è associato al rank di un processore e il suo contenuto rappresenta la dimensione della porzione di array su cui quel processore dovrà computare. Inoltre viene impostato l'array dei `displs` in cui ogni indice rappresenta lo `start_offset` di un processore.

```
void compute_equal_workload_for_each_task(int *dim_portions, int *displs, int  
arraysize, int numtasks){  
  
    for(int i=0; i<numtasks;i++){  
        dim_portions[i] = (arraysize / numtasks) +  
            ((i < (arraysize % numtasks)) ? 1 : 0);  
    }  
  
    int offset = 0;  
    for(int i=0;i<numtasks;i++){  
        displs[i] = offset;  
        offset += dim_portions[i];  
    }  
}
```

## Computazione e comunicazione tra i processori

- La simulazione avviene per un certo numero di iterazioni  $I$  impostato a 10. Inoltre consideriamo il processore con rank 0 il processore MASTER mentre gli altri vengono considerati SLAVES.
- Le operazioni effettuate in ogni iterazione sono le seguenti:
  1. Solo nella prima iterazione tutti i processori leggono lo stato iniziale delle particelle dal file. Se invece non è la prima iterazione significa che il processore MASTER ha l'array di particelle aggiornato dopo la computazione dell'iterazione precedente quindi lo spedisce in broadcast a tutti gli altri processori per la nuova computazione.

```

    if(iteration == 0){
        //E' la prima iterazione quindi tutti i processori possono leggere lo
        stato iniziale delle particelle da file
        FILE *fileRead = fopen("particles.txt", "r");
        if (fileRead == NULL){
            /* Impossibile aprire il file */
            printf("\nImpossibile aprire il file.\n");
            exit(EXIT_FAILURE);
        }

        /* Check errori sul numero di particelle lette */
        // ...

        fread(particles, sizeof(Particle) * num_particles, 1, fileRead);
        fclose(fileRead);
    }else{
        //il processore MASTER ha l'array di particelle output della
        computazione precedente quindi spedisce in broadcast
        MPI_Bcast(particles, num_particles, particle_type, MASTER,
        MPI_COMM_WORLD);
    }

```

2. Il processore MASTER spedisce inoltre a tutti i processori la porzione di array la cui dimensione è stata calcolata in modo equo al passo precedente. **Da sottolineare che il processore MASTER non si occupa solo di gestire la comunicazione tra processori ma effettua anch'esso la computazione sulla sua porzione.**

```

    MPI_Scatterv(particles, dim_portions, displ, particle_type, my_portion,
    dim_portions[myrank], particle_type, MASTER, MPI_COMM_WORLD);

```

dove:

- **particles:** indirizzo del buffer di invio (array di tutte le particelle)
- **dim\_portions:** array di interi che specifica il numero di elementi da inviare ad ogni processore
- **displ:** array di interi in cui l'indice  $i$  specifica l'offset (relativo a particles) da cui cominciare a prelevare i dati da inviare

- **particle\_type**: tipo di dato degli elementi da inviare
- **my\_portion**: indirizzo del buffer di ricezione (porzione di particelle)
- **dim\_portions[myrank]**: numero di elementi della porzione che il processore deve ricevere
- **particle\_type**: tipo di dato degli elementi da ricevere
- **MASTER**: rank del processore che invia
- **MPI\_COMM\_WORLD**: communicator

3. Ogni processore effettua la computazione sulla sua porzione di array chiamando la funzione *bodyForce* che permette di calcolare i nuovi valori di posizione e velocità di ogni particella.

```
bodyForce(particles, my_portion, dt, dim_portions[myrank], num_particles );
```

- come possiamo vedere dal codice della funzione, ogni processore esegue la computazione su un sottoinsieme di particelle i cui valori vengono computati in base alla forza esercitata da tutte le altre particelle.

```
/*Funzione che esegue computazione su una specifica porzione di workload */
void bodyForce(Particle *all_particles, Particle *my_portion, float dt, int
dim_portion, int num_particles) {
    for (int i = 0; i < dim_portion; i++) {
        float Fx = 0.0f; float Fy = 0.0f; float Fz = 0.0f;

        for (int j = 0; j < num_particles; j++) {
            float dx = all_particles[j].x - my_portion[i].x;
            float dy = all_particles[j].y - my_portion[i].y;
            float dz = all_particles[j].z - my_portion[i].z;
            float distSqr = dx*dx + dy*dy + dz*dz + SOFTENING;
            float invDist = 1.0f / sqrtf(distSqr);
            float invDist3 = invDist * invDist * invDist;

            Fx += dx * invDist3; Fy += dy * invDist3; Fz += dz * invDist3;
        }

        my_portion[i].vx += dt * Fx;
        my_portion[i].vy += dt * Fy;
        my_portion[i].vz += dt * Fz;
    }

    //Integro le posizioni della mia porzione
    for(int i = 0; i < dim_portion; i++) {
        my_portion[i].x += my_portion[i].vx * dt;
        my_portion[i].y += my_portion[i].vy * dt;
        my_portion[i].z += my_portion[i].vz * dt;
    }
}
```

4. Ogni processore spedisce al MASTER la propria porzione computata quindi dopo questa operazione di gathering il processore MASTER ha l'array di particelle completo e computato per una certa iterazione.

```
MPI_Gatherv(my_portion, dim_portions[myrank], particle_type,
gathered_particles, dim_portions, displ, particle_type, MASTER, MPI_COMM_WORLD);
```

dove:

- **my\_portion**: indirizzo del buffer di invio (porzione di particelle computata)
- **dim\_portions[myrank]**: numero di elementi della porzione da inviare
- **particle\_type**: tipo di dato degli elementi da inviare
- **gathered\_particles**: indirizzo del buffer di ricezione (array di tutte le particelle computate)
- **dim\_portions**: array di interi che specifica il numero di elementi da ricevere da ogni processore
- **displ**: array di interi in cui l'indice *i* specifica l'offset (relativo a *my\_portion*) da cui cominciare a inserire i dati ricevuti
- **particle\_type**: tipo di dato degli elementi da ricevere
- **MASTER**: rank del processore ricevente
- **MPI\_COMM\_WORLD**: communicator

5. L'input della successiva iterazione dovrà essere l'array di particelle computato nell'iterazione corrente quindi dato che il processore MASTER possiede l'array di particelle computato in *gathered\_particles* viene effettuato uno swap.

```
if(myrank == MASTER) particles = gathered_particles;
```

6. Infine per ogni iterazione viene preso il tempo di esecuzione e il processore MASTER provvede a scrivere su stdout lo stato di avanzamento della computazione e il tempo impiegato per quella iterazione.

```
MPI_Barrier(MPI_COMM_WORLD);
iterStart = MPI_Wtime();
...
...
MPI_Barrier(MPI_COMM_WORLD);
iterEnd = MPI_Wtime();
if(myrank == MASTER) printf("Iterazione %d di %d completata in %f seconds\n",
iteration+1, I, (iterEnd-iterStart));
```

## Finalizzazione e deallocazione

In quest'ultima fase la computazione è conclusa per tutte le *I* iterazioni quindi viene deallocata tutta la memoria precedentemente allocata, viene finalizzato MPI con `MPI_Finalize()` e il processore MASTER provvede a scrivere su stdout il tempo medio di esecuzione di un'iterazione e il tempo totale di esecuzione, scrivendo inoltre lo stato finale delle particelle su un file per un eventuale test di correttezza fatto in seguito.

## Compilazione ed esecuzione

## Compilazione

```
mpicc -o parallel parallel_nBody.c -lm
```

## Esecuzione

```
mpirun -np [numero di processori] parallel [numero di particelle]  
esempio -> mpirun -np 4 parallel 1000
```

## ASSICURARSI CHE IL FILE DA CUI VENGONO LETTE LE PARTICELLE SIA STATO CREATO

# Correttezza

---

- Per la correttezza di un programma in parallelo è necessario che l'esecuzione con P processori o con un solo processore, con lo stesso input produca lo stesso output. Per verificare questa condizione è stato fatto in modo che l'output dell'esecuzione parallela con più processori sia stato scritto su file (*parallel\_output.txt*).
- Eseguiamo ora la versione sequenziale del programma che può essere eseguita sia utilizzando la versione parallela su 1 processore, sia utilizzando la versione sequenziale che evita anche l'inizializzazione e finalizzazione di MPI.

1. 

```
gcc -o sequential sequential_nBody.c -lm
```

2. 

```
./sequential [numero di particelle]  
esempio -> ./sequential 1000
```

## OPPURE

3. 

```
mpicc -o parallel parallel_nBody.c -lm
```

4. 

```
mpirun -np 1 parallel [numero di particelle]  
esempio -> mpirun -np 1 parallel 1000
```

- Per eseguire il test di correttezza utilizziamo la versione sequenziale del programma. L'output della versione sequenziale verrà scritto sul file (*sequential\_output.txt*). E' stato poi realizzato un programma

(*output\_correctness.c*) che mette a confronto il contenuto del file con l'output sequenziale e del file con l'output parallelo per verificarne la correttezza.

- Dopo aver eseguito il programma sia nella versione parallela che quella sequenziale come indicato precedentemente è possibile eseguire il test di correttezza nel seguente modo:

```
1. gcc -o correctness output_correctness.c
```

```
2. ./correctness [numero di particelle] (esempio -> ./correctness 1000)
```

- Da sottolineare che per quanto riguarda i confronti tra gli attributi delle particelle per stabilirne la correttezza è stata utilizzata una funzione per confrontare i valori float. Questo perchè la matematica in virgola mobile non è esatta. Valori semplici come 0,2 non possono essere rappresentati con precisione usando numeri binari in virgola mobile e questa precisione limitata dei numeri in virgola mobile significa che lievi variazioni nell'ordine delle operazioni possono cambiare il risultato. Quindi, dato che questi valori vengono memorizzati con precisioni diverse, i risultati possono differire. Di conseguenza se si eseguono vari calcoli e quindi si confrontano i risultati con un valore atteso, è altamente improbabile che si ottenga esattamente il risultato desiderato. Per questo motivo con la funzione realizzata possiamo esprimere il concetto che due valori abbastanza vicini tra loro possono essere considerati uguali.
- In pratica, due valori di tipo float sono considerati uguali se la loro differenza rientra in un certo limite o valore epsilon.

```
//confronta due float e ritorna 1 se sono uguali 0 altrimenti
int compare_float(float f1, float f2){

    float precision = 0.01f;
    if (((f1 - precision) < f2) &&
        ((f1 + precision) > f2))
        return 1;
    else
        return 0;
}
```

- **Visualizzazione grafica della correttezza della soluzione parallela su input piccolo (5)**

## SEQUENTIAL

```
nico@DESKTOP-BVVH187:/c/Users/nico/MPI_projects/Project/nBody_simulation_MPI_C$ ./sequential 5
```

```
INPUT
[0].x = 0.680375      [0].y = -0.211234      [0].z = 0.566198      [0].vx = 0.596880      [0].vy = 0.823295      [0].vz = -0.604897
[1].x = -0.329554     [1].y = 0.536459       [1].z = -0.444451     [1].vx = 0.107940     [1].vy = -0.045206     [1].vz = 0.257742
[2].x = -0.270431     [2].y = 0.026802       [2].z = 0.904459     [2].vx = 0.832390     [2].vy = 0.271423     [2].vz = 0.434594
[3].x = -0.716795     [3].y = 0.213938       [3].z = -0.967399     [3].vx = -0.514226     [3].vy = -0.725537     [3].vz = 0.608353
[4].x = -0.686642     [4].y = -0.198111      [4].z = -0.740419     [4].vx = -0.782382     [4].vy = 0.997849     [4].vz = -0.563486
```

### OUTPUT

```
[0].x = 0.732065      [0].y = -0.126593      [0].z = 0.504292      [0].vx = 0.450830      [0].vy = 0.864379      [0].vz = -0.628949
[1].x = -0.326154     [1].y = 0.519213       [1].z = -0.424730     [1].vx = -0.029372     [1].vy = -0.277106     [1].vz = 0.148409
[2].x = -0.183526     [2].y = 0.053670       [2].z = 0.940483     [2].vx = 0.897954     [2].vy = 0.267072     [2].vz = 0.298702
[3].x = -0.759658     [3].y = 0.111835       [3].z = -0.879647     [3].vx = -0.358544     [3].vy = -1.471438     [3].vz = 1.184003
[4].x = -0.761714     [4].y = -0.058089      [4].z = -0.808778     [4].vx = -0.720267     [4].vy = 1.938917     [4].vz = -0.869861
```

## PARALLEL

```
nico@DESKTOP-BVVH187:/c/Users/nico/MPI_projects/Project/nBody_simulation_MPI_C$ mpirun -np 2 parallel 5
```

```
INPUT
[0].x = 0.680375      [0].y = -0.211234      [0].z = 0.566198      [0].vx = 0.596880      [0].vy = 0.823295      [0].vz = -0.604897
[1].x = -0.329554     [1].y = 0.536459       [1].z = -0.444451     [1].vx = 0.107940     [1].vy = -0.045206     [1].vz = 0.257742
[2].x = -0.270431     [2].y = 0.026802       [2].z = 0.904459     [2].vx = 0.832390     [2].vy = 0.271423     [2].vz = 0.434594
[3].x = -0.716795     [3].y = 0.213938       [3].z = -0.967399     [3].vx = -0.514226     [3].vy = -0.725537     [3].vz = 0.608353
[4].x = -0.686642     [4].y = -0.198111      [4].z = -0.740419     [4].vx = -0.782382     [4].vy = 0.997849     [4].vz = -0.563486
```

### OUTPUT

```
[0].x = 0.732065      [0].y = -0.126593      [0].z = 0.504292      [0].vx = 0.450830      [0].vy = 0.864379      [0].vz = -0.628949
[1].x = -0.326154     [1].y = 0.519213       [1].z = -0.424730     [1].vx = -0.029372     [1].vy = -0.277106     [1].vz = 0.148409
[2].x = -0.183526     [2].y = 0.053670       [2].z = 0.940483     [2].vx = 0.897954     [2].vy = 0.267072     [2].vz = 0.298702
[3].x = -0.759658     [3].y = 0.111835       [3].z = -0.879647     [3].vx = -0.358544     [3].vy = -1.471438     [3].vz = 1.184003
[4].x = -0.761714     [4].y = -0.058089      [4].z = -0.808778     [4].vx = -0.720267     [4].vy = 1.938917     [4].vz = -0.869861
```

# Problem evaluation and Benchmarks

Per la valutazione delle prestazioni della soluzione proposta sono state create delle versioni dei programmi (**sequenziale: sequential\_nBody\_benchmarking.c** - **parallela: parallel\_nBody\_benchmarking.c**) leggermente revisionate poichè per effettuare un migliore benchmarking è stata eliminata la scrittura dell'output finale su file per focalizzarci sul tempo computazione.

Possiamo ora procedere con la descrizione dei risultati dati dalla misurazione della scalabilità dell'applicazione. Ci sono due modi di base per misurare la performance parallela di un'applicazione: **strong e weak scaling**.

## Strong Scaling

In questo tipo di misurazione la taglia del problema (il numero di particelle) resta fissata ma il numero di processori aumenta.

AWS										
Services ▾ Resource Groups ▾										
EC2 Dashboard										
Filter by tags and attributes or search by keyword										
<input type="checkbox"/>	Name	Instance ID	Instance Type	Availability Zone	Instance State	Status Checks	Alarm Status	Public DNS (IPv4)	IPv4 Public IP	IPv6 IPs
<input type="checkbox"/>	MASTER	i-0bcb9688076f0f8b	i2.large	us-east-1e	running	2/2 checks passed	None	ec2-100-26-18-23.com...	100.26.18.23	-
<input type="checkbox"/>	SLAVE_01	i-02f3b9dff2025f7a	i2.large	us-east-1e	running	2/2 checks passed	None	ec2-100-25-164-152.co...	100.25.164.152	-
<input type="checkbox"/>	SLAVE_02	i-0000bcd1740add7fa	i2.large	us-east-1e	running	2/2 checks passed	None	ec2-18-204-5-63.comp...	18.204.5.63	-
<input type="checkbox"/>	SLAVE_03	i-002632510068140...	i2.large	us-east-1e	running	2/2 checks passed	None	ec2-34-204-60-160.co...	34.204.60.160	-
<input type="checkbox"/>	SLAVE_04	i-061f4ac56f9a02af	i2.large	us-east-1e	running	2/2 checks passed	None	ec2-54-162-47-155.co...	54.162.47.155	-
<input type="checkbox"/>	SLAVE_05	i-0741d0246a24b972	i2.large	us-east-1e	running	2/2 checks passed	None	ec2-100-26-138-62.co...	100.26.138.62	-
<input type="checkbox"/>	SLAVE_06	i-070ba58d06e700bf	i2.large	us-east-1e	running	2/2 checks passed	None	ec2-100-25-146-229.co...	100.25.146.229	-
<input type="checkbox"/>	SLAVE_07	i-0b34dcca97b6ed89	i2.large	us-east-1e	running	2/2 checks passed	None	ec2-52-91-115-242.co...	52.91.115.242	-
<input type="checkbox"/>	SLAVE_08	i-0ce6d074179dbae0f	i2.large	us-east-1e	running	2/2 checks passed	None	ec2-100-26-240-198.co...	100.26.240.198	-
<input type="checkbox"/>	SLAVE_09	i-0a4318db5697c409b	i2.large	us-east-1e	running	2/2 checks passed	None	ec2-100-25-194-147.co...	100.25.194.147	-
<input type="checkbox"/>	SLAVE_10	i-0bd9f6757660fad9	i2.large	us-east-1e	running	2/2 checks passed	None	ec2-100-25-37-125.co...	100.25.37.125	-
<input type="checkbox"/>	SLAVE_11	i-0b41e0b18ed73a64f	i2.large	us-east-1e	running	2/2 checks passed	None	ec2-3-84-237-250.com...	3.84.237.250	-
<input type="checkbox"/>	SLAVE_12	i-0f06370097402ec4	i2.large	us-east-1e	running	2/2 checks passed	None	ec2-52-3-248-216.com...	52.3.248.216	-
<input type="checkbox"/>	SLAVE_13	i-06f6f9af05eae0d10	i2.large	us-east-1e	running	2/2 checks passed	None	ec2-18-234-169-30.co...	18.234.169.30	-
<input type="checkbox"/>	SLAVE_14	i-0744c65471fa2609	i2.large	us-east-1e	running	2/2 checks passed	None	ec2-52-73-254-27.com...	52.73.254.27	-
<input type="checkbox"/>	SLAVE_15	i-0ae8d2c1c12a0770d	i2.large	us-east-1e	running	2/2 checks passed	None	ec2-54-85-88-48.comp...	54.85.88.48	-



Per il testi di strong scaling il range di aumento del numero dei processori è stato fissato da 1 a 32 poichè 32 è il massimo numero di core che è possibile usare con un account AWS Educate

aws

Services

Resource Groups

voctartsoft/user641963-n.de...N. Vi

Launch Status

❗

Launch Failed

You have requested more vCPU capacity than your current vCPU limit of 32 allows for the instance bucket that the specified instance type belongs to. Please visit <http://aws.amazon.com/contact-us/ec2-request> to request an adjustment to this limit.

[Hide launch log](#)

Initiating launches

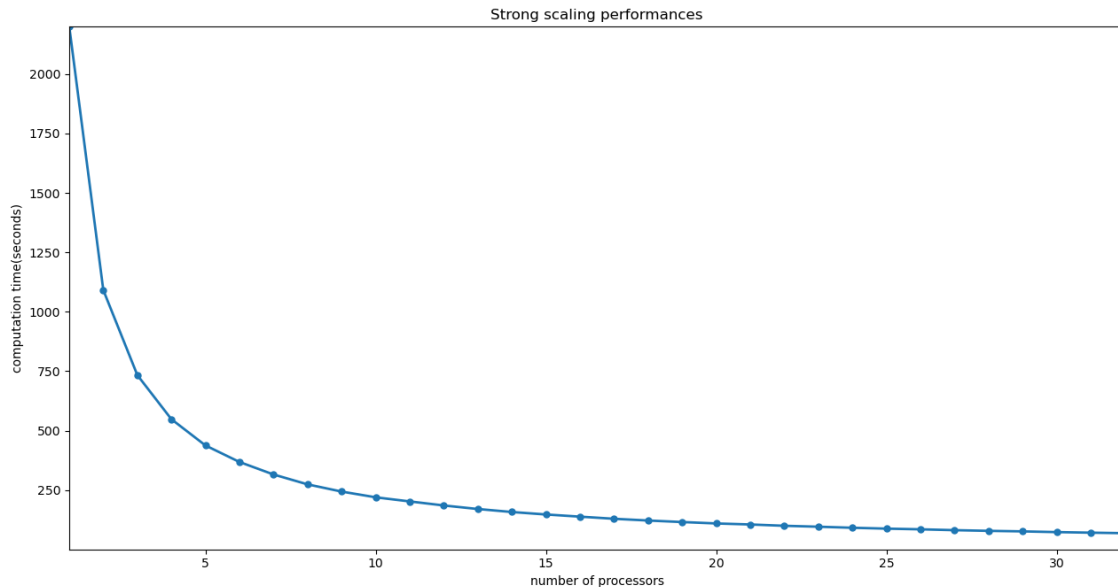
Failure

Retry

P	N	Avg Iteration Time (seconds)	Total Computation Time (seconds)	Strong Scaling Efficiency (%)
1	100 000	220.005443	2200.054430 $\cong$ 37 min	100
2	100 000	109.134224	1091.342241	100
3	100 000	73.359361	733.593608	99
4	100 000	54.819589	548.195891	100
5	100 000	43.785572	437.855721	100
6	100 000	36.821113	368.211132	99
7	100 000	31.567646	315.676457	99
8	100 000	27.412049	274.120492	100
9	100 000	24.375618	243.756177	100
10	100 000	21.972933	219.729333	100
11	100 000	20.238017	202.380169	98
12	100 000	18.540094	185.400640	98
13	100 000	17.049654	170.496536	99
14	100 000	15.787466	157.874664	99

P	N	Avg Iteration Time (seconds)	Total Computation Time (seconds)	Strong Scaling Efficiency (%)
15	100 000	14.750758	147.507577	99
16	100 000	13.837183	138.371826	99
17	100 000	12.937212	129.372124	100
18	100 000	12.210964	122.109644	100
19	100 000	11.575181	115.751814	100
20	100 000	10.975263	109.752627	100
21	100 000	10.547308	105.473079	99
22	100 000	9.991014	99.910142	100
23	100 000	9.599492	95.994917	99
24	100 000	9.162451	91.624507	100
25	100 000	8.797949	87.979485	100
26	100 000	8.514978	85.149779	99
27	100 000	8.152149	81.521492	99
28	100 000	7.863964	78.639643	99
29	100 000	7.639826	76.398257	99
30	100 000	7.336128	73.361283	99
31	100 000	7.095153	70.951534	100

P	N	Avg Iteration Time (seconds)	Total Computation Time (seconds)	Strong Scaling Efficiency (%)
32	100 000	6.880448	68.804478	99



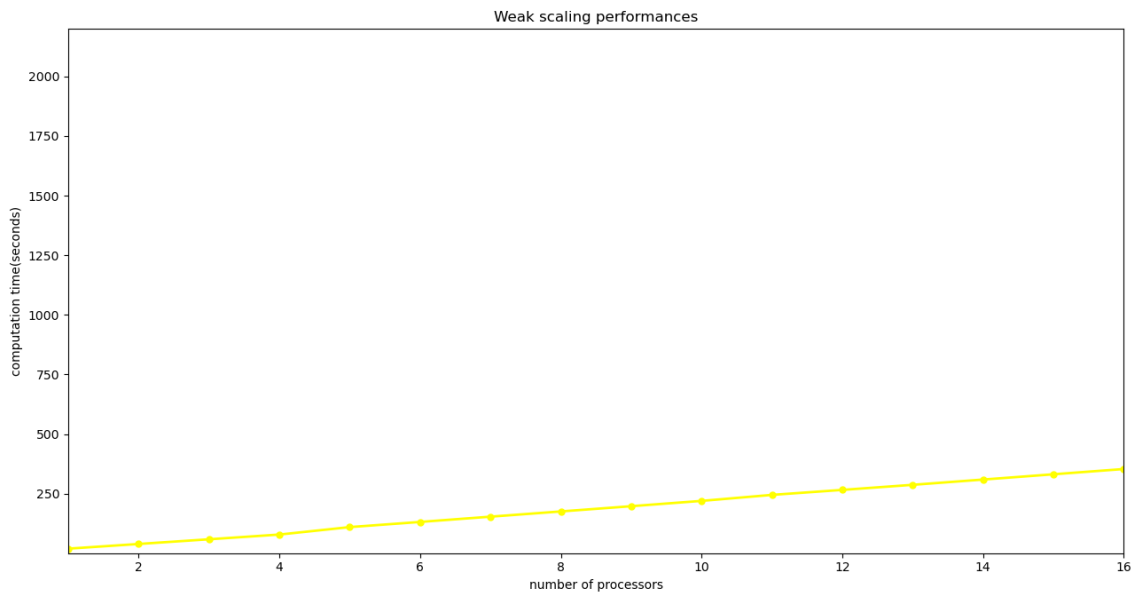
Dalle misurazioni effettuate per verificare la **strong scalability** abbiamo notato come su una stessa taglia di input, l'aggiunta di processori ha migliorato il tempo di esecuzione, ma ovviamente per ogni processore aggiunto il miglioramento non è stato costante poichè più processori partecipavano alla computazione, maggiore era l'overhead prodotto dalla comunicazione di questi. Nel nostro test fino a 32 processori il tempo di esecuzione è sempre diminuito ma più il numero di processori aumentava più il miglioramento delle prestazioni diminuiva. Se fossimo andati avanti, aggiungendo altri processori saremmo arrivati ad un punto in cui il tempo di esecuzione non diminuiva più, ma cominciava ad aumentare poichè l'overhead prodotto era maggiore del miglioramento di prestazioni.

## Weak Scaling

In questo caso la taglia del problema aumenta con l'aumentare del numero di processori, facendo in modo che il workload sia sempre equamente distribuito tra i processori.

P	N	Avg Iteration Time (seconds)	Total Computation Time (seconds)	Weak Scaling Efficiency (%)
1	10 000	1.961227	19.612270	100
2	20 000	3.921892	39.218918	50
3	30 000	5.893506	58.935057	33

<b>P</b>	<b>N</b>	<b>Avg Iteration Time (seconds)</b>	<b>Total Computation Time (seconds)</b>	<b>Weak Scaling Efficiency (%)</b>
4	40 000	7.872926	78.729259	24
5	50 000	10.999243	109.992425	17
6	60 000	13.164654	131.645642	14
7	70 000	15.374346	153.743464	12
8	80 000	17.566746	175.667462	11
9	90 000	19.766140	197.661402	9
10	100 000	21.990926	219.909259	8
11	110 000	24.507350	245.073497	8
12	120 000	26.600296	266.022962	7
13	130 000	28.731199	287.311988	6
14	140 000	30.937833	309.378334	6
15	150 000	33.151154	331.511537	5
16	160 000	35.357112	353.571116	5



Il grafico ideale della performance di **weak scalability** sarebbe una linea retta poichè la taglia dell'input è aumentata in proporzione all'aumento del numero di processori, quindi essendo il workload sempre equamente distribuito il tempo di computazione dovrebbe essere sempre lo stesso. Purtroppo questo non accade poichè, come abbiamo già detto, per ogni processore aggiunto viene prodotta una quantità maggiore di overhead, dovuto principalmente alla comunicazione tra i processori. Dal nostro esperimento abbiamo avuto comunque buoni risultati poichè con l'aumentare dei processori e della taglia dell'input (10.000 particelle in più per ogni processore aggiunto alla computazione) il tempo di esecuzione è aumentato in modo minimo e costante ad ogni step, rimanendo relativamente vicino all'ideale.

## Speedup ed efficienza

Lo speedup è un'altra metrica di misurazione delle performance che rappresenta il miglioramento delle prestazioni di un programma dovuto a un'esecuzione parallela rispetto a una sequenziale.

Di solito il meglio in cui possiamo sperare è di dividere il lavoro tra i processori senza aggiungere ulteriore tempo di lavoro extra. In una situazione del genere se lanciamo il nostro programma con P processori allora il programma eseguirà P volte più velocemente del programma sequenziale. Se questo accade diciamo che il programma parallelo ha **speedup lineare**.

In pratica, difficilmente riusciamo ad ottenere questo tipo di speedup poichè l'uso di più processori introduce nella maggior parte dei casi un tempo di "overhead" ovvero un tempo extra impiegato principalmente per operazioni di comunicazione tra i processori.

L'efficienza invece è definita come il rapporto tra speedup e numero di processori e misura la frazione di tempo durante il quale un processore viene utilmente utilizzato.

Di seguito i valori relativi allo speedup e all'efficienza calcolati nel seguente modo:

### Speedup

$$S(P, N) = \frac{T(1, N)}{T(P, N)}$$

## Efficiency

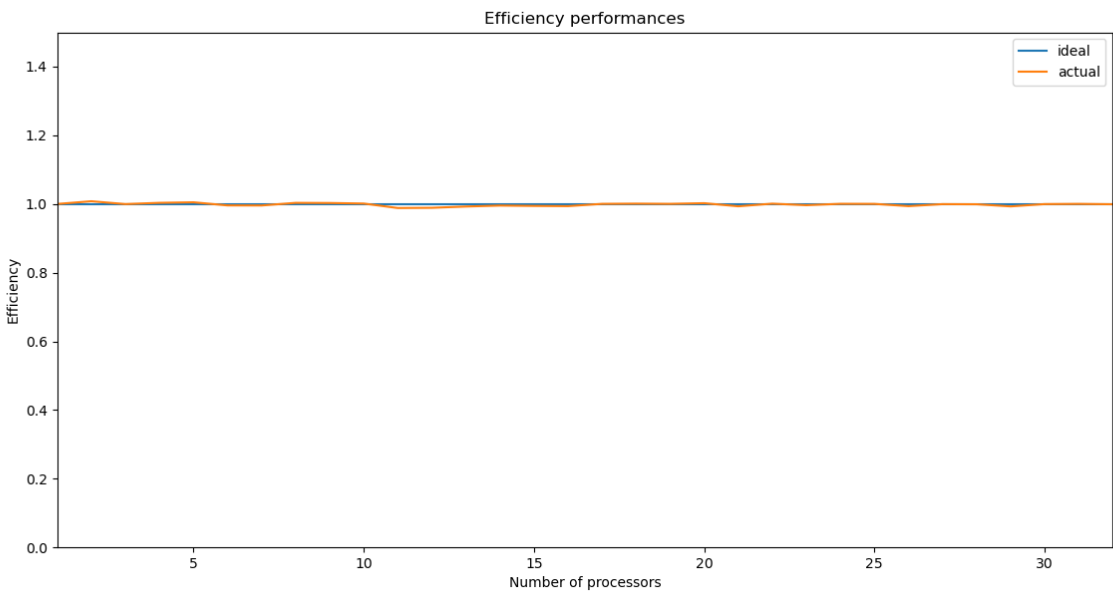
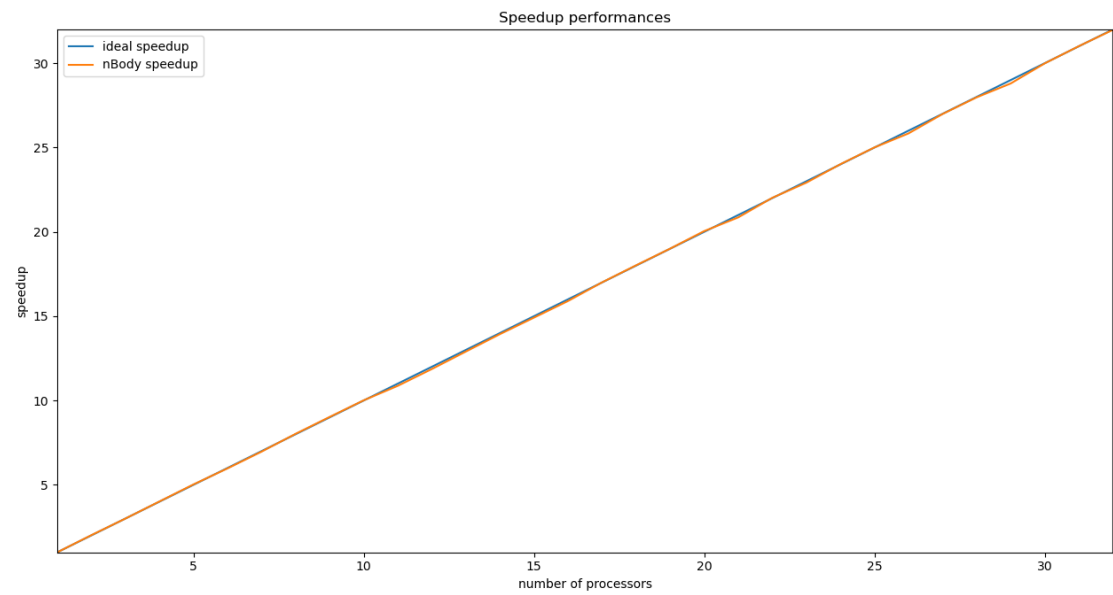
$$E = \frac{S}{P} = \frac{\frac{T(1,N)}{T(P,N)}}{P} = \frac{T(1,N)}{p * T(P,N)}$$

dove :

- **P = numero di processori usati**
- **N = taglia dell'input**

P	N	Speedup	Efficiency
1	100 000	1.0	1.00
2	100 000	2.0	1.00
3	100 000	3.0	1.00
4	100 000	4.0	1.00
5	100 000	5.0	1.00
6	100 000	5.9	1.00
7	100 000	6.9	1.00
8	100 000	8.0	1.00
9	100 000	9.0	1.00
10	100 000	10.0	1.00
11	100 000	10.9	0.99
12	100 000	11.9	0.99
13	100 000	12.9	0.99
14	100 000	13.9	0.99
15	100 000	14.9	1.00
16	100 000	15.9	0.99
17	100 000	17.0	0.99
18	100 000	18.0	1.00
19	100 000	19.0	1.00
20	100 000	20.0	1.00
21	100 000	20.9	1.00
22	100 000	22.0	0.99
23	100 000	22.9	1.00
24	100 000	24.0	1.00

P	N	Speedup	Efficiency
25	100 000	25.0	1.00
26	100 000	25.8	0.99
27	100 000	27.0	1.00
28	100 000	28.0	1.00
29	100 000	28.8	0.9
30	100 000	30.0	1.00
31	100 000	31.0	1.00
32	100 000	32.0	1.00



Abbiamo notato come, sorprendentemente, sia lo **speedup** che l'**efficienza** sono sempre stati molto vicini all'ideale, questo perchè sono calcolati in funzione di quante operazioni riusciamo ad eseguire in parallelo e nel nostro caso abbiamo avuto ottimi risultati poichè, tranne per alcune istruzioni in più eseguite dal processore MASTER, tutte le istruzioni del programma sono state eseguite in parallelo.

Inoltre la comunicazione tra i processori è effettuata interamente utilizzando funzioni di comunicazione collettiva della libreria MPI e questo è un altro fattore che migliora le prestazioni poichè fa in modo che qualsiasi nodo con le informazioni ricevute partecipi all'invio delle informazioni ad altri nodi.

## Conclusioni

---

Dalle considerazioni effettuate sulla strong scalability, weak scalability e sullo speedup ed efficienza possiamo concludere che abbiamo raggiunto buoni risultati e notato evidenti miglioramenti con l'aggiunta di altri processori. Infatti essendo un problema di complessità quadratica il tempo di esecuzione sequenziale era davvero elevato (su taglia di input 100 000 il tempo totale di esecuzione era circa 37 minuti). Impiegando 32 processori in parallelo il tempo totale di computazione è diminuito fino a circa 1 minuto, notando così la potenza di una computazione parallela.