

Appunti di Algoritmi e Strutture Dati

Nicola Canzonieri

Ottobre 2024

Indice

3. Capitolo 1

1 Capitolo 1

1.1 Introduzione e Problemi di ordinamento

I problemi di ordinamento consistono nell'ordinare una data sequenza di interi, contenuta in un vettore di interi A di lunghezza n .

Vedremo una serie di algoritmi che si occuperanno di svolgere questo problema e in particolare andremo a studiare la **complessità spaziale e temporale** e la **correttezza** di questi algoritmi.

1.2 Insertion Sort

L'idea alla base dell'algoritmo Insertion Sort è quella che dato un vettore A dove sappiamo che $A[1...i-1]$ è già ordinato, allora ci basterà inserire $A[i]$ nel posto giusto in modo che il vettore $A[1...i]$ sia così ordinato.

Possiamo applicare questa strategia pensando già da subito che il vettore $A[1...1]$ è già ordinato quindi ci basterà iniziare a posizionare $A[2]$ e così via. Questo è lo pseudocodice di Insertion Sort:

```
InsertionSort(A) {  
    for (i ← 2 to n) {  
        key ← A[i]  
        j ← i - 1  
  
        while (key < A[j] and j > 0) {  
            A[j + 1] ← A[j]  
            j ← j - 1  
        }  
  
        A[j + 1] ← key  
    }  
}
```

1.3 Complessità temporale di Insertion Sort

Analizziamo adesso la complessità temporale di Insertion Sort andando a costruire la funzione che ci ritornerà il tempo di esecuzione che l'algoritmo necessita:

for (i <- 2 to n) necessita tempo $c_1 + c_2(n - 1)$

key <- A[i] necessita tempo $c_3(n - 1)$

j <- i - 1 necessita tempo $c_4(n - 1)$

while (key < A[j] and j > 0) necessita tempo $c_5 \sum_{i=2}^n t_i$

A[j + 1] <- A[j] necessita tempo $c_6 \sum_{i=2}^n (t_i - 1)$

j <- j - 1 necessita tempo $c_7 \sum_{i=2}^n (t_i - 1)$

A[j + 1] necessita tempo $c_8(n - 1)$

Sommando tutti i termini c_i abbiamo che:

$$T_{Insert}(n) = c_1 + c_2(n - 1) + c_3(n - 1) + c_4(n - 1) + c_5 \sum_{i=2}^n t_i + c_6 \sum_{i=2}^n (t_i - 1) + c_7 \sum_{i=2}^n (t_i - 1) + c_8(n - 1)$$

Che possiamo sintetizzare in:

$$T_{Insert}(n) = a + b(n - 1) + c \sum_{i=2}^n t_i$$

Questa equazione è molto più semplice da usare