

Nombre y Apellido:  
Carrera:

Condición:

ANÁLISIS NUMÉRICO / ANÁLISIS NUMÉRICO I  
Examen Final Teórico 18/12/2019

1	2	TOTAL	NOTA

**Instrucciones:** Ejercicio 1: (60pt). Ejercicio 2: (40pt).

1. Enuncie y demuestre el teorema que determina la precisión de las reglas (cuadraturas) Gaussianas.
2. Defina orden de convergencia de un método numérico para los casos lineal, superlineal y cuadrático. Dar ejemplos de sucesiones para cada caso.

Nombre y Apellido:  
Carrera:

Condición:

## ANÁLISIS NUMÉRICO / ANÁLISIS NUMÉRICO I

### Examen Final Práctico 18/12/2019

1	2	3	4	5	TOTAL	NOTA

**Instrucciones:** Ejercicio 1 solo para alumnos libres (10pt), ejercicios restantes (25pt)

1. Considere un software que trabaja con el sistema de punto flotante con base 10 y 3 dígitos decimales (usando redondeo). Dé un ejemplo de tres números  $x, y, z$  tales que

$$(x + y) + z = x \quad \text{y} \quad x + (y + z) > x.$$

2. Verdadero o falso. Justifique su respuesta.

- a) Sea  $I = [0, +\infty)$  y  $f$  una función continua tal que  $f(I) \subset I$ , entonces  $f$  tiene un punto fijo en  $I$ .
- b) Sea  $I = [0, 1]$ , entonces cualquier función  $f$  tal que  $f(I) \subset I$  tiene un punto fijo en  $I$ .
- c) Sea  $I = [0, 1]$  y  $f(x) = \min\{3x/2 + 1/4, 2 - 2x\}$ , entonces  $f$  tienen un punto fijo en  $I$ .

3. Dados los puntos  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ , sea  $f$  una función suficientemente derivable en  $[a, b]$ . Además, sea  $p$  el polinomio de grado menor o igual a  $2n + 1$  que satisface  $p(x_k) = f(x_k)$  y  $p'(x_k) = f'(x_k)$ , para  $k = 0, \dots, n$ . Mostrar que existe  $\eta \in (a, b)$  tal que

$$f(x) - p(x) = \frac{f^{(2n+2)}(\eta)}{(2n+2)!} (x - x_0)^2 \dots (x - x_n)^2.$$

para todo  $x \in [a, b]$ .

4. Sea  $f$  una función dos veces continuamente diferenciable en el intervalo  $[a, b]$ .

- a) Mostrar que existe  $\eta \in [a, b]$  tal que

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{(b-a)}{2} [f(a) + f(b)] - \frac{(b-a)^3}{12} f''(\eta).$$

- b) Utilizar una regla de integración numérica de orden 1 para aproximar la integral

$$\int_1^3 \frac{1}{4-x} dx,$$

con  $h = 0.5$ .

- c) ¿Cuántos subintervalos son necesarios para aproximar la integral del ítem anterior para que la aproximación tenga 5 dígitos correctos.

5. En una pastelería se hacen dos tipos de tartas: Vienesas y Reales. Cada tarta Vienesa necesita un cuarto de kg de relleno por cada kg de bizcochuelo y produce un beneficio de C\$250 (pesos Cordobeses) por kg, mientras que una tarta Real necesita medio kg de relleno por cada kg de bizcochuelo y produce C\$400 por kg de beneficio. En la pastelería se pueden hacer diariamente hasta 150 kg de bizcochuelo y 50 kg de relleno, aunque por problemas de maquinaria no pueden hacer más de 125 kg de cada tipo de tarta. ¿Cuántos kg de tartas Vienesas y Reales deben vender al día para que sea máximo el beneficio?