

Nombre y Apellido:  
Carrera:

Condición:

ANÁLISIS NUMÉRICO / ANÁLISIS NUMÉRICO I  
Examen Final Teórico 05/07/2019

1	2	TOTAL	NOTA

**Instrucciones:** Ejercicio 1: (60pt). Ejercicio 2: (40pt).

1. Enuncie y demuestre el teorema de convergencia del método de bisección.
2. Definir precisión de una regla de cuadratura para integración numérica.

Nombre y Apellido:  
Carrera:

Condición:

## ANÁLISIS NUMÉRICO / ANÁLISIS NUMÉRICO I

### Examen Final Práctico 05/07/2019

1	2	3	4	5	TOTAL	NOTA

**Instrucciones:** Ejercicio 5 solo para alumnos libres (10pt), ejercicios restantes (25pt)

1. Las imágenes en escala de grises se trabajan con enteros  $p$  no negativos de 8 bits (uint8), o sea  $p \in \{0, \dots, 255\}$ . Suponga que su software toma  $p = 0$  si  $p < 0$ ,  $p = 255$  si  $p > 255$  y redondeo si  $p \in [0, 255]$ . Suponga que tiene 3 píxeles tales que  $p_1 = 255$ ,  $p_3 = 253$  y se desea asignar el valor medio al píxel 2. Determine como deben realizarse las operaciones para calcular el valor correcto de  $p_2$  en uint8.
2. Se desea encontrar la raíz de  $f(x) = x^4 - \alpha$ , con  $\alpha > 0$ . Si usamos el método de Newton, demuestre que para cualquier punto inicial  $x_0 > 0$  vale:

- a)  $x_n \geq x_{n+1}$  y  $x_n \geq \sqrt[4]{\alpha}$  para todo  $n \geq 1$ ,
- b)  $\{x_n\}$  converge a  $\sqrt[4]{\alpha}$ .

3. Consideremos el polinomio  $p$ :

$$p(x) = 1 + x + x(x-1) + \frac{1}{6}x(x-1)(x-2) + \frac{1}{24}x(x-1)(x-2)(x-3) + q(x).$$

- a) Determinar un polinomio  $q$  de grado 5 tal que  $p$  interpola los datos

$$\{(-1, -3), (0, 1), (1, 2), (2, 5), (3, 11), (4, 22)\}.$$

- b) ¿Es  $q$  único?

4. Encontrar la constante  $c$  que minimiza  $\int_0^1 |e^x - c|^2 dx$ .

5. Encuentre una factorización  $LU$  de la matriz:  $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 4 & 6 & 9 \\ 8 & 18 & 27 \end{bmatrix}$  y utilícela para resolver

el sistema  $Ax = b$ , con  $b = \begin{bmatrix} 13 \\ 33 \\ 87 \end{bmatrix}$ .