

# Model identification and flight control design for the Prometheus mapping drone

Nicola Dal Lago

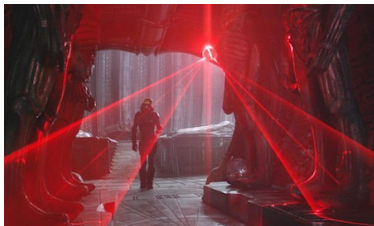
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria dell'Automazione  
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

10 ottobre 2016

DEPARTMENT OF  
INFORMATION  
ENGINEERING  
UNIVERSITY OF PADOVA



# Prometheus mapping drone



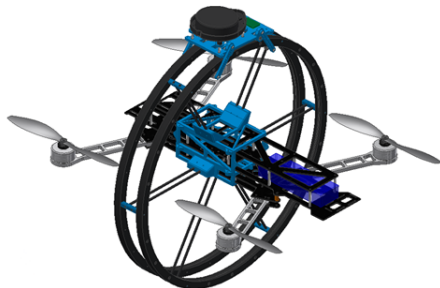
## Scopo del progetto

Realizzazione di un UAV per navigazione e mappatura 3D in autonomo

## Contributo di questa tesi:

- 1 Modello matematico
- 2 Identificazione di sistema
- 3 Generatore di traiettorie
- 4 Algoritmo di controllo

# Design

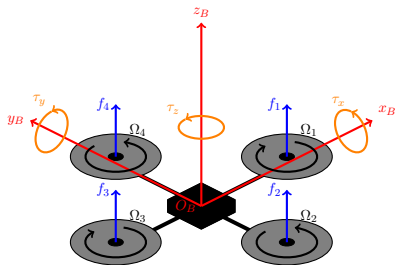


- Telaio di un quadricottero standard
- Uso di un sensore laser Lidar, mapping in 2D
- Aggiunta di una piattaforma rotante per mapping in 3D

# Modello matematico

## Cinematica di Newton-Eulero

$$\begin{bmatrix} m \cdot I_3 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & I_{cm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_B \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\omega}_B \times I_{cm} \cdot \boldsymbol{\omega}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix}$$

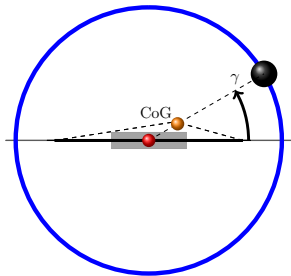
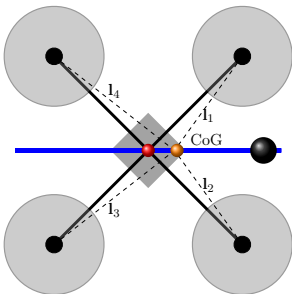


$$\mathbf{f}_i(t) = a_{f,i} \Omega_i^2 \mathbf{n}_i = a_{f,i} \Omega_{max,i}^2 u_i(t)^2 \mathbf{n}_i$$

$$\boldsymbol{\tau}_i(t) = -\text{sgn}(\Omega_i) b_{f,i} \Omega_{max,i}^2 u_i(t)^2 \mathbf{n}_i$$

$$u_i(t) \approx \frac{1}{\tau_i s + 1} u_{in,i}(t)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_{total} \\ \boldsymbol{\tau}_{total} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 \mathbf{f}_i(u_i^2) \\ \sum_{i=1}^4 \mathbf{l}_i \times \mathbf{f}_i(u_i^2) + \boldsymbol{\tau}_i(u_i^2) \end{bmatrix}$$



## Dinamica complessiva

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_B \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_B \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dots & \frac{a_{f,i} \Omega_{max,i}^2 \mathbf{n}_i}{m} & \dots \\ \dots & I_{cm}^{-1} \left[ (\mathbf{l}_i + \Delta \mathbf{l}) \times a_{f,i} \Omega_{max,i}^2 \mathbf{n}_i - \text{sgn}(\Omega_i) b_{f,i} \Omega_{max,i}^2 \mathbf{n}_i \right] & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots \\ u_i^2 \\ \dots \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ I_{cm}^{-1} (\boldsymbol{\omega}_B \times I_{cm} \boldsymbol{\omega}_B) \end{bmatrix} + \frac{1}{m_{cart}} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{cart} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

# Identificazione del sistema con filtro di Kalman esteso

## Semplificazioni

$$a_{f,i}\Omega_{max,i}^2 \approx a_f$$

$$b_{f,i}\Omega_{max,i}^2 \approx b_f$$

$$\tau_i \approx \tau$$

## Linearizzazione

- $I_{cm}^{-1}(\boldsymbol{\omega}_B \times I_{cm}\boldsymbol{\omega}_B) \approx 0$
- muovere il quadrato degli ingressi al modello del motore

Definisco nuovo stato aumentato

$$\mathbf{x}_{est} = [\boldsymbol{\omega}_B \quad \mathbf{u}_{in} \quad \boldsymbol{\beta} \quad \tau]^T \in \mathbb{R}^{15}, \quad \boldsymbol{\beta} = \left[ \frac{a_f}{m} \quad \frac{a_f}{I_{xx}} \quad \frac{a_f}{I_{yy}} \quad \frac{a_f}{I_{zz}} \quad \frac{b_f}{I_{zz}} \quad \Delta l_x \quad \Delta l_y \right]^T$$

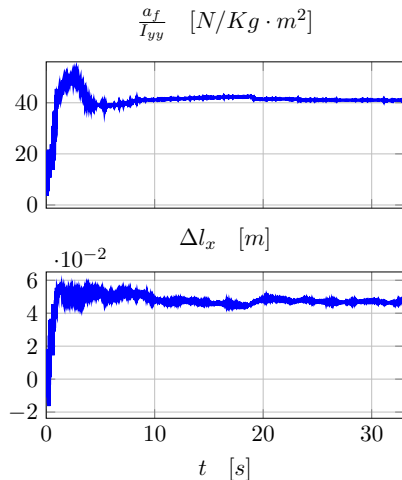
e aggiungo dinamica dei parametri

$$\boldsymbol{\omega}_{k+1} = \boldsymbol{\omega}_k \quad \tau_{k+1} = \tau_k$$



Filtro di Kalman esteso

# Risultati sperimentali



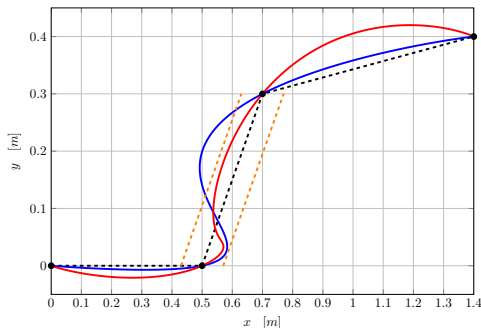
- Carrello non in movimento
- Identificazione dei parametri anche con condizioni iniziali molto sbagliate

# Generatore di traiettorie

Minimizzare funzione costo

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathbf{c}^T H \mathbf{c} + f^T \mathbf{c} \\ \text{subject to} \quad & A \mathbf{c} \leq \mathbf{b} \\ & A_{eq} \mathbf{c} = \mathbf{b}_{eq} \end{aligned} \quad \Rightarrow$$

- Problema quadratico di programmazione matematica
- Vincoli nei waypoints iniziali e finali
- Vincoli di sicurezza





# Controllo

## Definizione degli errori

$$\mathbf{e}_x = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d$$

$$\mathbf{e}_v = \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_d$$

$$\mathbf{e}_R = \frac{1}{2}(\mathbf{R}_c^T \mathbf{R} - \mathbf{R}^T \mathbf{R}_c)^\vee$$

$$\mathbf{e}_\omega = \boldsymbol{\omega} - \mathbf{R}^T \mathbf{R}_C \hat{\boldsymbol{\omega}}_c$$

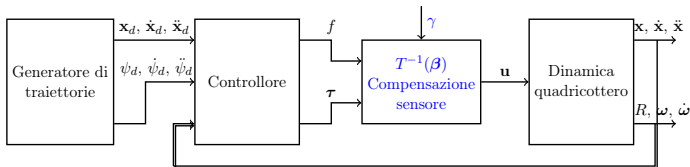
$\mathbf{R}_C$  è tale che  $\mathbf{R}_C \in SO(3)$

## Contributo di forza

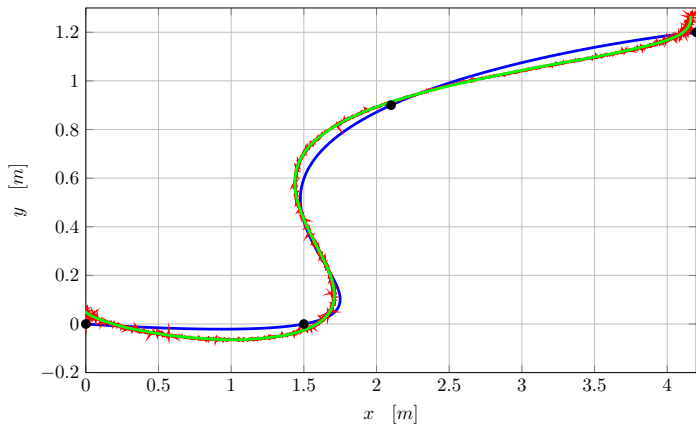
$$\mathbf{f} = -(\mathbf{k}_x \mathbf{e}_x + \mathbf{k}_v \mathbf{e}_v - g \mathbf{e}_3 - \ddot{\mathbf{x}}_d)^T \mathbf{R} \mathbf{e}_3$$

## Contributo di momento torcente

$$\boldsymbol{\tau} = -k_R \mathbf{e}_R - k_\omega \mathbf{e}_\omega + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}_{cm} \boldsymbol{\omega}$$



# Risultati in simulazione



# Conclusioni e sviluppi futuri

## Conclusioni

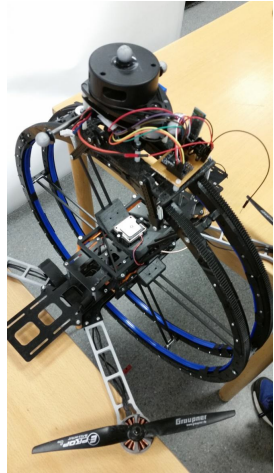
- Identificazione del modello semplificato con filtro di Kalman
- Generatore di traiettorie lisce
- Controllo con compensazione del movimento del sensore

## Sviluppi futuri

- Identificazione per il modello non lineare
- Imporre vincoli basati sulla dinamica dell'UAV nelle traiettorie
- Controllo in grado di prevedere la dinamica, come MPC

Grazie per l'attenzione!

# Prometheus mapping drone



# Model Predictive Control (MPC)

## Definizione

$$\begin{aligned}
 \min_{U_{t \rightarrow t+N|t}} \quad & J_t = \sum_{i=1}^N \|\mathbf{r}_i - \mathbf{x}_i\|_{W_x}^2 + \sum_{i=1}^N \|\Delta \mathbf{u}\|_{W_u}^2 \\
 \text{subject to} \quad & \mathbf{x}_{t+k+1|t} = A\mathbf{x}_{t+k|t} + B\mathbf{u}_{t+k|t}, & k = 1, \dots, N \\
 & \mathbf{x}_{t+k|t} \in X, \quad \mathbf{u}_{t+k|t} \in U, & k = 1, \dots, N \\
 & \mathbf{x}_{t|t} = \mathbf{x}(t)
 \end{aligned}$$

Pro:

- Include modello motori
- Vincoli negli ingressi

Contro:

- Linearizzazione del modello
- Complessità computazionale

## Modello lineare più approssimazione piccoli angoli

### Switching MPC

