# Model identification and flight control design for the Prometheus mapping drone

#### Nicola Dal Lago

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria dell'Automazione Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

10 ottobre 2016



### Prometheus mapping drone



#### Scopo del progetto

Realizzazione di un UAV per navigazione e mappatura 3D in autonomo

#### Contributo di questa tesi:

- 1 Modello matematico
- 2 Identificazione di sistema
- 3 Generatore di traiettorie
- 4 Algoritmo di controllo

## Design

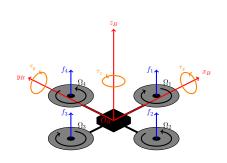


- Telaio di un quadricottero standard
- Uso di un sensore laser Lidar, mapping in 2D
- Aggiunta di una piattaforma rotante per mapping in 3D

#### Modello matematico

#### Cinematica di Newton-Eulero

$$\begin{bmatrix} m \cdot I_3 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & I_{cm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_{\mathbf{B}} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{B}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{B}} \times I_{cm} \cdot \boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{B}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix}$$

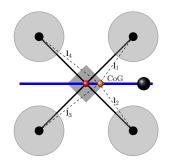


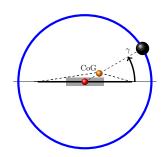
$$\mathbf{f}_{i}(t) = a_{f,i}\Omega_{i}^{2}\mathbf{n}_{i} = a_{f,i}\Omega_{max,i}^{2}u_{i}(t)^{2}\mathbf{n}_{i}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{i}(t) = -\operatorname{sgn}(\Omega_{i})b_{f,i}\Omega_{max,i}^{2}u_{i}(t)^{2}\mathbf{n}_{i}$$

$$u_{i}(t) \approx \frac{1}{\tau_{i}s+1}u_{in,i}(t)$$

$$egin{bmatrix} \mathbf{f}_{total} \ m{ au}_{total} \end{bmatrix} = egin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 \mathbf{f}_i(u_i^2) \ \sum_{i=1}^4 \mathbf{l}_i imes \mathbf{f}_i(u_i^2) + m{ au}_i(u_i^2) \end{bmatrix}$$





#### Dinamica complessiva

$$\begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_B \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdots & \frac{a_{f,i}\Omega_{max,i}^2\mathbf{n}_i}{m} & \cdots \\ \cdots & I_{cm}^{-1} \left[ (\mathbf{l}_i + \Delta \boldsymbol{l}) \times a_{f,i}\Omega_{max,i}^2\mathbf{n}_i - \mathrm{sgn}(\Omega_i)b_{f,i}\Omega_{max,i}^2\mathbf{n}_i \right] & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ u_i^2 \\ \vdots \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ I_{cm}^{-1}(\boldsymbol{\omega}_B \times I_{cm}\boldsymbol{\omega}_B) \end{bmatrix} + \frac{1}{m_{cart}} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{cart} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

#### Identificazione del sistema con filtro di Kalman esteso

#### Semplificazioni

$$a_{f,i}\Omega_{max,i}^2 \approx a_f$$
 $b_{f,i}\Omega_{max,i}^2 \approx b_f$ 
 $\tau_i \approx \tau$ 

#### Linearizzazione

- $I_{cm}^{-1}(\boldsymbol{\omega}_B \times I_{cm}\boldsymbol{\omega}_B) \approx 0$
- muovere il quadrato degli ingressi al modello del motore

Definisco nuovo stato aumentato

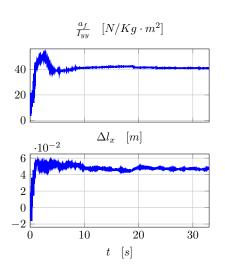
$$\mathbf{x}_{est} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_B & \mathbf{u}_{in} & \boldsymbol{\beta} & \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{15}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \frac{a_f}{m} & \frac{a_f}{I_{xx}} & \frac{a_f}{I_{yy}} & \frac{a_f}{I_{zz}} & \frac{b_f}{I_{zz}} & \Delta l_x & \Delta l_y \end{bmatrix}^T$$

e aggiungo dinamica dei parametri

$$oldsymbol{eta}_{k+1} = oldsymbol{eta}_k \qquad au_{k+1} = au_k$$

Filtro di Kalman esteso

## Risultati sperimentali



- Carrello non in movimento
- Identificazione dei parametri anche con condizioni iniziali molto sbagliate

#### Generatore di traiettorie

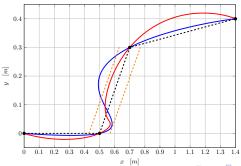
#### Minimizzare funzione costo

min  $\mathbf{c}^T H \mathbf{c} +$ subject to  $A \mathbf{c} \leq \mathbf{b}$ 

$$\mathbf{c}^T H \mathbf{c} + f^T \mathbf{c}$$

$$A_{eq}\mathbf{c} = \mathbf{b}_{eq}$$

- Problema quadratico di programmazione matematica
- Vincoli nei waypoints iniziali e finali
- Vincoli di sicurezza



#### Controllo

#### Definizione degli errori

$$\mathbf{e}_{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_{d}$$

$$\mathbf{e}_{v} = \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_{d}$$

$$\mathbf{e}_{R} = \frac{1}{2} (R_{c}^{T} R - R^{T} R_{C})^{\vee}$$

$$\mathbf{e}_{c} = \boldsymbol{\omega} - R^{T} R_{C} \hat{\boldsymbol{\omega}}_{c}$$

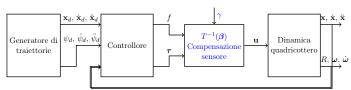
 $R_C$  è tale che  $R_C \in SO(3)$ 

#### Contributo di forza

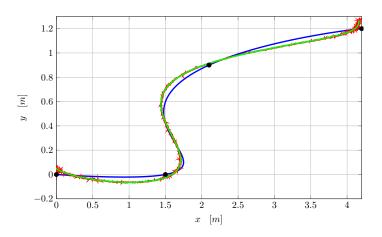
$$f = -(k_x \mathbf{e}_x + k_v \mathbf{e}_v - g \mathbf{e}_3 - \ddot{\mathbf{x}}_d)^T R \mathbf{e}_3$$

#### Contributo di momento torcente

$$\boldsymbol{\tau} = -k_R \mathbf{e}_R - k_\omega \boldsymbol{e}_\omega + \boldsymbol{\omega} \times I_{cm} \boldsymbol{\omega}$$



#### Risultati in simulazione



## Conclusioni e sviluppi futuri

#### Conclusioni

- Identificazione del modello semplificato con filtro di Kalman
- Generatore di traiettorie lisce
- Controllo con compensazione del movimento del sensore

#### Sviluppi futuri

- Identificazione per il modello non lineare
- Imporre vincoli basati sulla dinamica dell'UAV nelle traiettorie
- Controllo in grado di prevedere la dinamica, come MPC

## Grazie per l'attenzione!

## Prometheus mapping drone







## Model Predictive Control (MPC)

#### Definizione

$$\min_{U_{t \to t+N|t}} J_t = \sum_{i=1}^N ||\mathbf{r}_i - \mathbf{x}_i||_{W_x}^2 + \sum_{i=1}^N ||\Delta \mathbf{u}||_{W_u}^2$$
subject to 
$$\mathbf{x}_{t+k+1|t} = A\mathbf{x}_{t+k|t} + B\mathbf{u}_{t+k|t}, \qquad k = 1, \dots, N$$

$$\mathbf{x}_{t+k|t} \in X, \quad \mathbf{u}_{t+k|t} \in U, \qquad k = 1, \dots, N$$

$$\mathbf{x}_{t|t} = \mathbf{x}(t)$$

Pro:

- Include modello motori
- Vincoli negli ingressi

Contro:

- Linearizzazione del modello
- Complessità computazionale

#### Modello lineare più approsimazione piccoli angoli

#### Switching MPC

