

8INF852
Métaheuristiques en optimisation



Travail Final – Rapport intermédiaire

Le problème de classification ou localisation (p-median)

Le problème de localisation est un problème assez courant que l'on retrouve dans un certain nombre d'activités. On peut facilement représenter ce problème avec un graphe. Certains nœuds sont appelés des centres et le but est de relier tous les nœuds au centre le plus proche. Il faut donc déterminer quels nœuds permettent de minimiser la distance à parcourir entre les nœuds et les centres.

On retrouve ce problème pour par exemple l'établissement d'un entrepôt qui doit desservir le maximum de clients ou en informatique pour réaliser des clusters. Une problématique un peu plus complexe est de rajouter la concurrence pour trouver le meilleur endroit où établir une boutique.

Le but est donc de minimiser les distances entre les nœuds et les centres :

$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij}$$

La fonction montre que l'on parcourt une matrice de distance d , et une matrice qui indique si un lien est présent entre un centre et un nœud.

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad \forall j = 1, 2, \dots, n,$$

(2) Voilà les contraintes liées au problème. L'équation (2) indique que chaque nœud est lié à un et seul centre. L'équation (3) assure qu'un nœud est lié à

$$0 \leq x_{ij} \leq y_i, \quad \forall i = 1, 2, \dots, m, \quad \forall j = 1, 2, \dots, n,$$

(3) un autre nœud seulement si l'autre nœud est un

$$\sum_{i=1}^m y_i = p,$$

(4) centre. L'équation (4) indique qu'il y a p centres.

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

(5) Enfin, (5) chaque nœud dans le vecteur y est soit un centre (=1), soit un nœud (=0).

Les instances de problèmes

Je n'ai pas encore fait de choix sur quel instance précise je vais travailler. Mais les tests sont actuellement faits sur la première instance disponible.

J'utilise les instances corrigées de OR-Library pour réaliser les tests. La première ligne donne, dans l'ordre, le nombre de nœuds du graphe, ensuite, le nombre total d'arc fournis dans le fichier, puis le nombre de centre et enfin la solution optimale, ou au moins la meilleure solution. La deuxième ligne indique les nœuds qui correspondent au centre, et enfin les lignes suivantes indiquent les arcs. Le premier et le deuxième nombre indiquent respectivement le début et la fin de l'arc et le troisième nombre le poids de cet arc.

Ces fichiers sont différents de ceux proposés par OR-Library sur deux points, ils intègrent directement la fonction objective dans le fichier et les nœuds correspondant au centre sont indiqués.

Enfin, je pense utiliser deux fichiers avec un nombre d'entités de 100 et de 200, avec le minimum et le maximum de centre, un fichier avec 300 entités et peut-être un fichier avec 400 entités.

L'implémentation

Le programme commence par lire le fichier de tests et met les premières informations dans une classe « Problem ». Celle-ci contient les informations du problème comme le nombre de nœuds, le nombre de centre ou encore la matrice d'adjacence. Chaque arc est ajouté dans la matrice. Le graphe est considéré comme étant non orienté, chaque poids est ajouté dans pour les deux sens. Ensuite, l'algorithme de Floyd-Warshall est appliqué sur la matrice pour avoir coût total du chemin entre deux nœuds, et cela pour chaque nœud.

Pour implémenter la solution, j'ai fait le choix de partir sur une matrice de $m \times n$, m étant le nombre de centre et n , le nombre de nœuds. La matrice est initialisée à 0, et un 1 est mis si un nœud est relié à un centre. Un nœud n'est relié qu'à un seul centre et un centre peut être relié à plusieurs nœuds. Dans la classe solution, on retrouve aussi une méthode permettant de créer une nouvelle solution et une autre permettant d'évaluer celle-ci. La première lie un aléatoirement chaque entité à un centre. La deuxième regarde les liaisons, et calcul la fonction objective.

J'ai effectué un test sur une boucle de 10000 essais, avec la meilleure solution qui est sauvegardée.

	<u>Pmed1n</u>	<u>Pmed5n</u>	<u>Pmed6n</u>
Moyenne :	10772	11425	12006
<u>Fct Objectif :</u>	10088	11561	11972
	10906	11422	12035
	10960	11344	12067
	11019	11436	12051
	10886	11363	11908

Je ne trouve pas ces résultats cohérents. Tout d'abord, ils sont assez éloignés de la fonction objectif optimal, ensuite, la variation n'est pas très grande à chaque génération d'une solution, entre 14000 et 10000 pour tous les tests. Et enfin, ils sont assez proches, quel que soit le fichier utilisé. Je pense que le problème doit venir soit de l'implémentation et de la vision au niveau de la matrice des coûts, soit au niveau du calcul de la fonction objectif.

Je vais partir sur l'implémentation de la recherche par tabou et la mise en place de l'algorithme génétique pour ce problème. Je n'ai pas encore réfléchi sur la recherche par tabou mais plus sur l'algorithme génétique. Chaque chromosome sera un centre et contiendra les villes auquel il est lié. Je n'ai pas encore d'idée pour la méthode de croisement, mais la mutation se fera sur l'inversement de deux liens. Enfin, le remplacement se fera sur le principe que chaque individu a une certaine chance correspondant à son fitness, et un tirage au sort sera mis en place pour choisir la nouvelle population.

Bibliographie

- Alcaraz, J., Landete, M., & Monge, J. F. (2012, Octobre 1). Problem, Design and analysis of hybrid metaheuristics for the Reliability p-Median. *European Journal of Operational Research*, 222(1), 54-64. Récupéré sur <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221712003098>
- Baray, J. (s.d.). *Le modèle p-médian et sa résolution*. Récupéré sur Ecole Européenne d'Etudes Avancées: <http://eeea.fr/docs/ModeleP-Median.pdf>
- Hansen, P., & Mladenovic, N. (2007, Aout 22). Complement to a comparative analysis of heuristics for the p-median problem. *Statistics and Computing*, 18(1), 41-46. Récupéré sur <https://link.springer.com/article/10.1007/s11222-007-9036-9>
- Mladenovic, N., Brimberg, J., Hansen, P., & Moreno-Pérez, J. (2007, Juin 16). The p-median problem: A survey of metaheuristic approaches. *European Journal of Operational Research*, 179(3), 927-939. Récupéré sur <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221706000750>
- Saez-Aguado, J., & Trandafir, P. C. (2012, Juillet 16). Some heuristic methods for solving p-median problems with a coverage constraint. *European Journal of Operational Research*, 220(2), 320-327. Récupéré sur <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221712001282>