Solution de l'exercice 1

Formalisation du problème

$$\begin{cases} Maximiser \quad z = 1700X_1 + 3200X_2 \\ \\ Avec \quad \begin{array}{rcrcl} & & 3X_2 & \leq & 39 \\ 1,5X_1 & + & 4X_2 & \leq & 60 \\ 2X_1 & + & 3X_2 & \leq & 57 \\ 3X_1 & + & 2X_2 & \leq & 70 \\ 3X_1 & & & \leq & 57 \end{array} \\ \\ \qquad X_1 \geq 0 \quad , \quad X_2 \geq 0 \end{cases}$$

Le nouveau programme linéaire s'écrit:

$$\begin{cases} Maximiser \quad z = 1700X_1 + 3200X_2 \\ \\ Avec \quad \begin{array}{rcrcll} & & 3X_2 & \leq & 39 & (1)* \\ 1,5X_1 & + & 4X_2 & \leq & 60 & (2)* \\ 2X_1 & + & 3X_2 & \leq & 57 & (3) \\ 3X_1 & + & 2X_2 & \leq & 70 & (4)* \\ 3X_1 & & & \leq & 57 & (5)* \\ & & 5X_2 & \leq & 55 & (6) \\ 12X_1 & + & 36X_2 & \leq & 432 & (7) \\ 8X_1 & & & \leq & 136 & (8) \end{array} \\ \\ \qquad X_1 \geq 0 \quad , \quad X_2 \geq 0 \end{cases}$$

La contrainte (1) entraine $X_2 \leq 13$ et la contrainte (6) $X_2 \leq 11$.

La contrainte (1) est donc redondante. De même (5) entraine $X_1 \leq 19$, mais (8) entraine $X_1 \leq 17$.

Donc la contrainte (5) est redondante.

(2) s'écrit $3X_1 + 8X_2 \leq 120$. (7) s'écrit $3X_1 + 9X_2 \leq 108$.

La contrainte (2) est donc redondante.

(7) s'écrit (7'): $X_1 + 3X_2 \leq 36$. (8) s'écrit $X_1 \quad \leq 17$.

En les additionnant, on obtient $2X_1 + 3X_2 \leq 53$. La contrainte (3) est donc redondante. (6) et (8) s'écrivent (6'): $X_2 \leq 11$ et (8'): $X_1 \leq 17$. Additionnons à (7') l'inégalité (6') et 5 fois l'inégalité (8'). On obtient $6X_1 + 4X_2 \leq 132$
$3X_1 + 2X_2 \leq 66$ La contrainte (4) est donc redondante.

Le problème devient donc:

$$\begin{cases} Maximiser \quad z = 1700X_1 + 3200X_2 \\ \\ Avec \quad \begin{array}{rcrcl} X_1 & & & \leq & 11 \\ & & X_2 & \leq & 17 \\ X_1 & + & 3X_2 & \leq & 36 \end{array} \\ \\ \qquad X_1 \geq 0 \quad , \quad X_2 \geq 0 \end{cases}$$

que le lecteur résoudra aisément: $X_1 = 11$, $X_2 = 25/3$ et $z = 45367F$

Fermer