

## Solution de l'exercice 5

1. En programmation linéaire, l'utilisation directe des valeurs absolues n'est pas admise. On peut contourner cette difficulté en introduisant des variables supplémentaires qui représentent des expressions en valeur absolue :

$$X_i = |a \sin(t_i) + b \operatorname{tg}(t_i) + c - Q_i| \text{ pour } i = 1, 2, \dots, n$$

Cette introduction entraîne  $2n+3$  contraintes :

$$a, b, c \geq 0$$

$$X_i \geq a \sin(t_i) + b \operatorname{tg}(t_i) + c - Q_i$$

$$X_i \geq -a \sin(t_i) - b \operatorname{tg}(t_i) - c + Q_i$$

pour  $i = 1, 2, \dots, n$

Sous ces contraintes, il faut minimiser la fonction économique  $X_1 + X_2 + \dots + X_n$ .

Ce programme est clairement linéaire. On doit noter toutefois que le système d'inéquation ci-dessus n'implique pas  $X_i = |a \sin(t_i) + b \operatorname{tg}(t_i) + c - Q_i|$  ;

mais plutôt

$$X_i \geq |a \sin(t_i) + b \operatorname{tg}(t_i) + c - Q_i|.$$

Toutefois, le fait qu'on cherche à minimiser la somme de  $X_i$ , qui sont nécessairement non négatifs, entraîne que chaque  $X_i$  doit avoir la plus petite valeur possible et ceci n'est vrai que si chaque  $X_i$  vaut

$$|a \sin(t_i) + b \operatorname{tg}(t_i) + c - Q_i|.$$

Nous aurons donc le programme linéaire suivant :

Minimiser  $z = X_1 + X_2 + \dots + X_n$  sous

$$X_i \geq a \sin(t_i) + b \operatorname{tg}(t_i) + c - Q_i$$

$$X_i \geq -a \sin(t_i) - b \operatorname{tg}(t_i) - c + Q_i$$

pour  $i = 1, 2, \dots, n$

$$a, b, c \geq 0.$$

Notons que ce programme linéaire possède  $n+3$  inconnues.

2. De même, la fonction économique d'un programme linéaire ne peut directement faire appel à un maximum. Appelons Y ce maximum et introduisons les variables  $X_i$  avec les contraintes précédentes. Le problème est alors de minimiser Y sous

$$Y \geq X_i$$

$$X_i \geq a \sin(t_i) + b \operatorname{tg}(t_i) + c - Q_i$$

$$X_i \geq -a \sin(t_i) - b \operatorname{tg}(t_i) - c + Q_i$$

pour  $i = 1, 2, \dots, n$

$a, b, c \geq 0$ .

Le raisonnement précédent implique qu'à l'optimum, Y devient égal à

$$\max_{i=1,2,\dots,n} [a \sin(t_i) + b \operatorname{tg}(t_i) + c - Q_i].$$

[Fermer](#)