Solution de l'exercice 2

1. Puisqu'il s'agit d'obtenir une tonne d'aliment, en appelant respectivement, X_1, X_2 et X_3 les fractions d'orge, d'arachide et de sésame dans la dite tonne, on doit avoir

   $X_1 + X_2 + X_3 = 1$, qui sera une contrainte de notre problème.

   Remarque : On peut parler soit en fraction de tonne, soit en pourcentage, c'est équivalent.
   Par ailleurs, l'aliment doit contenir au moins 22% de protéines. D'où la contrainte :
   $12X_1 + 52X_2 + 42X_3 \geq 22$.

   Et de même, pour les graisses, on doit avoir :
   $2X_1 + 2X_2 + 10X_3 \geq 3,6$.

   D'autre part, comme on désire fabriquer le produit à coût minimal, on devra minimiser la somme :
   $25X_1 + 41X_2 + 39X_3$.

   Soit, en récapitulant, le programme linéaire :

$$\begin{cases} Minimiser \quad z = 25X_1 + 41X_2 + 39X_3 \\ \\ \begin{array}{lrcrcrcll} Avec & X_1 & + & X_2 & + & X_3 & = & 1 & (1) \\ & 12X_1 & + & 52X_2 & + & 42X_3 & \geq & 22 & (2) \\ & 2X_1 & + & 2X_2 & + & 10X_3 & \geq & 3,6 & (3) \end{array} \\ \\ \qquad X_1 \geq 0 \quad , \quad X_2 \geq 0 \quad , \quad X_3 \geq 0 \quad (4) \end{cases}$$

2. En tenant compte de la contrainte d'égalité, on remarque qu'on peut réduire le nombre de variables du problème en écrivant :
   $X_1 = 1 - X_2 - X_3$

   La fonction à optimiser devient alors
   $z = 25(1 - X_2 - X_3) + 41X_2 + 39X_3$.

   Soit
   $z = 25 + 16X_2 + 14X_3$

   Comme il s'agit de faire varier X_2 et X3, la constante 25 n'intervient pas et la fonction à optimiser est:

   $Min\, 16X_2 + 14X_3$

   Sous les contraintes
   $12(1 - X_2 - X_3) + 52X_2 + 42X_3 \geq 22$

   $2(1 - X_2 - X_3) + 2X_2 + 10X_3 \geq 3,6$

   $X_2, X_3 \geq 0$.

   Mais, la contrainte X_1 =0 du problème initial ne saurait être omise, et elle s'écrit alors :

   $1 - X_2 - X_3 \geq 0$.

   Soit aussi :
   $X_2 + X_3 \leq 1$.

   Soit en récapitulant, le programme linéaire suivant :

$$\begin{cases} Minimiser \quad z = 16X_2 + 14X_3 \\ \\ \begin{array}{lrcrcrl} Avec & 40X_2 & + & 30X_3 & \geq & 10 & (ou 4X_2 + 3X_3 \geq 1) \\ & & & 8X_3 & \geq & 1,6 & (ou X_2 \geq 0,2) \\ & X_2 & + & X_3 & \leq & 1 & \end{array} \\ \\ \qquad X_2 \geq 0 \quad , \quad X_3 \geq 0 \end{cases}$$

Fermer