OU-Notes

JE Beasley

OU-Notes sont une série de notes d'introduction sur des sujets qui relèvent de la rubrique générale du champ des opérations de recherche (OR). Ils étaient à l'origine utilisés par moi dans une introduction ou un cours que je donne à l'Imperial College. Ils sont maintenant disponibles pour une utilisation par les élèves et les enseignants intéressés ou sous réserve de ce qui suit conditions .

Une liste complète des rubriques disponibles dans OU-Notes peut être trouvé ici .

Exemples de formulation de programmation linéaire

Exemple de programmation linéaire 1996 examen MBA

Un avion cargo a trois compartiments pour le stockage de marchandises: avant, centrale et arrière. Ces compartiments ont les limites suivantes sur le poids et l'espace:

Compartiment	Capacité de poids (tonnes)	capacité spatiale (mètres cubes)
De face	dix	6 800
Centre	16	8700
Arrière	8	5300

En outre, le poids de la cargaison dans les compartiments respectifs doit être la même proportion de la capacité de poids de ce compartiment pour maintenir l'équilibre du plan. Les quatre cargaisons suivantes sont disponibles pour l'expédition sur le prochain vol:

Cargaison	Poids (tonnes)	Volume (mètres / tonne cubes)	Bénéfice (£ / tonne)
C1	18	480	310
C2	15	650	380
C3	23	580	350
C4	12	390	285

Toute proportion de ces cargaisons peut être acceptée. L'objectif est de déterminer *combien (* le cas échéant) de chaque C1 de charge, doivent être acceptés C2, C3 et C4 et *comment distribuer* chacun d'entre les compartiments de sorte que le bénéfice total pour le vol est maximisée.

- Formulez le problème ci-dessus comme un programme linéaire
- Quelles hypothèses sont faites dans la formulation de ce problème comme un programme linéaire? Décrivez brièvement les
- avantages de l'utilisation d'un logiciel pour résoudre le programme linéaire au-dessus, sur une approche de jugement à ce problème.

Solution

Variables

Nous devons décider combien de chacun des quatre cargaisons de mettre dans chacun des trois compartiments. Par conséquent laisser: x_{ij} le nombre de tonnes de marchandises i (i = 1,2,3,4 pour C1, C2, C3 et C4, respectivement) qui est placé dans le compartiment j (j = 1 pour Front, j = 2 pour le centre et j = 3 pour arrière) où x_{ij} > = 0 i = 1,2,3,4; j = 1,2,3 Notez ici que nous sommes explicitement dit que nous pouvons diviser les cargaisons en toutes proportions (fractions) que nous aimons.

Contraintes

- ne peuvent pas emballer plus de chacun des quatre cargaisons que nous avons x disponibles $_{11}$ + X_{12} + X_{13}

<= 18 x_{21} + X_{22} + X_{23} <= 15 x_{31} + X_{32} + X_{33} <= 23 x_{41} + X_{42} + X_{43} <= 12

- la capacité de charge de chaque compartiment doit être respecté x_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41}

<= 10 x_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} <= 16 x_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} <= 8

- la capacité du volume (espace) de chaque compartiment doit être respectée 480x_{11} + 650x_{21}

+ 580X_{31} + 390x_{41} <= 480x 6800 $_{12}$ + 650x_{22} + 580X_{32} + 390x_{42} <= 8700 480x_{13} + 650x_{23} + 580X_{33} + 390x_{43}

<= 5300

- le poids de la cargaison dans les compartiments respectifs doit être la même proportion de la capacité de poids de ce compartiment pour maintenir l'équilibre de l'avion [x_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41}] / 10 = [x_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42}] / 16 = [x_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43}

Objectif

L'objectif est de maximiser le profit total, soit 310 Maximisez [x_{11}+ X_{12}+ X_{13}] + 380 x [$_{21}$+ X_{22}+ X_{23}] + 350 x [$_{31}$+ X_{32}+ X_{33}] + 285

x [$_{41}$+ X_{42}+ X_{43}]

Les hypothèses de base sont les suivantes:

- que chaque cargaison peut être divisé en ce que les proportions / fractions que nous désirons que chaque cargaison peut être divisé
- entre deux ou plusieurs compartiments si nous le désirons que la cargaison peut être emballé dans chaque compartiment (par
- exemple, si la cargaison était sphérique, il ne serait pas possible pour emballer un compartiment à la capacité de volume, un espace libre est inévitable dans l'emballage sphère) toutes les données / chiffres donnés sont exacts
-

Les avantages de l'utilisation d'un logiciel pour résoudre le programme linéaire au-dessus, plutôt qu'une approche de jugement sont les suivants:

- maximiser réellement profit, plutôt que de simplement croire que notre solution de jugement maximise le profit (on peut avoir un mauvais jugement, même si nous avons un MBA!)
- rend la cargaison chargement d'une décision que nous pouvons résoudre de manière opérationnelle courante sur un ordinateur, plutôt que d'avoir à faire preuve de jugement chaque fois que nous voulons résoudre

- problèmes qui peuvent être formulés de manière appropriée en tant que programmes linéaires sont presque toujours mieux résolus par les ordinateurs que par les gens
- peut effectuer une analyse de sensibilité très facilement à l'aide d'un ordinateur

---

Exemple de programmation linéaire 1995 examen MBA

Décrivez brièvement les principales étapes dans l'utilisation de la modélisation mathématique pour la gestion de soutien. Une conserverie exploite deux usines de mise en conserve. Les producteurs sont prêts à fournir des fruits frais dans les montants suivants:

- S1: 200 tonnes à 11 £ / tonne S2: 310
- tonnes à £ 10 / tonne S3: 420 tonnes à £ 9
- / tonne les frais d'expédition en £ par

tonne sont:

	Pour: Une plante	usine B
De: S1	3	3.5
S2	2	2,5
S3	6	4

capacités des installations et des coûts de main-d'œuvre sont les suivants:

	A l'usine	usine B
Capacité	460 tonnes	560 tonnes
Coût du travail	£ 26 / tonne	£ 21 / tonne

Les conserves de fruits sont vendus à 50 £ / tonne aux distributeurs. La société peut vendre à ce prix tout ce qu'ils peuvent produire.

L'objectif est de trouver le meilleur mélange des quantités fournies par les trois producteurs aux deux usines afin que l'entreprise maximise ses profits.

- Formulez le problème comme un programme linéaire et expliquer
- Expliquer la signification des valeurs associées aux deux contraintes de capacité et l'offre végétale

- Quelles hypothèses avez-vous fait pour exprimer le problème comme un programme linéaire

Solution

Les principales étapes de l'utilisation des modèles mathématiques pour la gestion de soutien sont les suivants:

- 1. Identification des problèmes
  - Diagnostic du problème de ses symptômes, sinon évidente (c.-à-quel est le problème?) Délimitation du
  - sous-problème à étudier. Souvent, nous devons ignorer les parties de l'ensemble du problème.
  - Mise en place d'objectifs, les limites et les exigences.
- 2. Formulation comme un modèle mathématique
- 3. la validation du modèle (ou validation de l'algorithme)
  - la validation du modèle consiste à exécuter l'algorithme pour le modèle sur l'ordinateur afin d'assurer:
    - les données d'entrée est exempt d'erreurs
    - le programme informatique est sans bug (ou tout au moins il n'y a pas de bugs en cours) le programme
    - informatique représente correctement le modèle que nous essayons de valider
    - les résultats de l'algorithme semblent raisonnables (ou si elles sont surprenantes, nous pouvons au moins comprendre pourquoi ils sont surprenants).
- 4. Solution du modèle
  - progiciels standard, ou des algorithmes spécialement développés, peuvent être utilisés pour résoudre le modèle.
  - Dans la pratique, une « solution » implique souvent de nombreuses solutions sous diverses hypothèses pour établir la sensibilité.
- 5. Mise en œuvre
  - Cette phase peut impliquer la mise en œuvre des résultats de l'étude ou la mise en œuvre du *algorithme* pour résoudre le modèle comme un outil opérationnel (habituellement dans un paquet d'ordinateur).

Pour formuler le problème dans la question comme un programme linéaire nous devons définir:

- contraintes
- variables
- objectives

Variables

Nous devons décider combien de fournir de chacun des trois producteurs à chacune des deux usines de mise en conserve. Par conséquent, soit x_{ij} le nombre de tonnes fournies par producteur i (i = 1,2,3 pour S1, S2 et S3, respectivement) pour l'établissement j (j = 1 pour les plantes A et j = 2 pour des plantes B) où $x_{ij} >= 0$ i = 1,2,3; j = 1,2

Contraintes

- ne peut pas fournir plus d'un producteur dispose - une offre contrainte $x_{11} + X_{12} <= 200$ $x_{21} +$

$X_{22} <= 310$ $x_{31} + X_{32} <= 420$

- la capacité de chaque plante doit être respectée - une contrainte de capacité $x_{11} + X_{21} + X_{31} <= 460$

$X_{12} + X_{22} + X_{32} <= 560$

Objectif

L'objectif est de maximiser le profit total, soit

maximiser les revenus - coûts d'approvisionnement des producteurs - producteur coût d'expédition - le coût de la main-d'œuvre de l'usine

et c'est

Agrandir 50SUM {i = 1,2,3} SUM {1,2} j = x_{ij} - 11 (x_{11}+ X_{12}) - 10 (x_{21}+ X_{22}) - 9 (x_{31}+ X_{32}) - 3x_{11} - 2x_{21} - 6x_{31}
- 3.5x_{12} - 2,5x_{22} - 4x_{32} - 26SUM {i = 1,2,3} x_{i1} - 21SUM {i = 1,2,3} x_{i2}

Les valeurs doubles associées aux contraintes d'approvisionnement et de la capacité des usines dans la solution optimale du programme ci-dessus linéaire nous dire de combien la valeur de fonction objectif optimale changera si nous changeons le côté droit des contraintes correspondantes Les hypothèses de base sont:

- peut expédier d'un producteur toute quantité que nous désirons pas de perte
- de poids dans le traitement à l'usine sans perte de poids dans l'expédition
- peut vendre tout ce que nous produits
-
- toutes les données / chiffres donnés sont exacts

Exemple de programmation linéaire 1993 examen UG

Le directeur de production d'une usine chimique tente de mettre au point un modèle de changement de sa main-d'œuvre. Chaque jour de chaque semaine de travail est divisée en trois périodes de décalage de huit heures (00: 01-08: 00, 08: 01-16: 00, 16: 01-24: 00) dénotées par nuit, jour et tard respectivement. L'usine doit être occupé à tout moment et le nombre minimum de travailleurs requis pour chacun de ces postes sur une semaine de travail est comme ci-dessous:

	lun	You are	mer	Thur	ven	Sam	Soleil
Nuit	5	3	2	4	3	2	2
journée	sept	8	9	5	sept	2	5
En retard	9	dix	dix	sept	11	2	2

L'accord syndical régissant les changements acceptables pour les travailleurs est la suivante:

1. Chaque travailleur est affecté au travail *Soit* un quart de nuit *ou* un changement de jour *ou* un changement tardif et une fois travailleur a été affecté à un quart de travail, ils doivent rester tous les jours au même poste qu'ils travaillent.

2. Chaque travailleur travaille quatre jours consécutifs au cours d'une période de sept jours.

Au total, il y a actuellement 60 travailleurs.

- Formulez le problème du gestionnaire de la production en tant que programme linéaire.
- Commentaire sur les avantages / inconvénients que vous prévoyez de formuler et de résoudre ce problème comme un programme linéaire.

Solution

Variables

L'accord syndical est telle que tout travailleur ne peut commencer leurs quatre jours de travail consécutifs sur l'un des sept jours (du lundi au dimanche) et dans l'un des trois quarts de huit heures (la nuit, le jour, fin). Laisser:

Lundi 1 jour être, mardi être jour 2, ..., dimanche sera jour 7 jours soit 1 quart de travail, jour soit 2 changement, retard changement 3 alors les variables

sont les suivantes: N_{ij} le nombre de travailleurs *départ* leurs quatre jours de travail consécutifs sur jour i (i = 1, ..., 7) et le décalage (j = 1, ..., 3)

Notez ici que strictement ces variables doivent être entier mais, comme nous dit explicitement de formuler le problème en tant que programme linéaire en partie (a) de la question, nous leur permettons de prendre des fractions.

Contraintes

- limite supérieure du nombre total de travailleurs de 60 SUM {i = 1 à

7} {SUM j = 1 à 3} N_{ij} <= 60

puisque chaque travailleur peut commencer sa semaine de travail qu'une seule fois au cours des sept jours, trois quart de travail, semaine

- limite inférieure du nombre total de travailleurs requis pour chaque jour / période de LAGE D_{ij} soit le (connu) le nombre de

travailleurs requis au jour i (i = 1, ..., 7) et la période de décalage (j = 1, ..., 3)
par exemple D_{53} = 11 (vendredi, fin),

puis les contraintes sont

Lundi: N_{1j} + N_{7J} N_{+6j} N_{+5j} > = D_{1j} j = 1, ..., 3

Mardi: N_{2j} N_{+1j} + N_{7J} N_{+6j} > = D_{2j} j = 1, ..., 3

Mercredi: N_{3j} N_{+2j} N_{+1j} + N_{7J} > = D_{3j} j = 1, ..., 3 jeudi:

N_{4j} N_{+3j} N_{+2j} N_{+1j} > = D_{4j} j = 1, ..., 3

Vendredi: N_{5j} N_{+4j} N_{+3j} N_{+2j} > = D_{5j} j = 1, ..., 3

Samedi: N_{6j} N_{+5j} N_{+4j} N_{+3j} > = D_{6j} j = 1, ..., 3

Dimanche: N_{7J} N_{+6j} N_{+5j} N_{+4j} > = D_{7J} j = 1, ..., 3

La logique ici est simple, par exemple le mercredi (jour 3) les travailleurs quart de travail le jour j 3 soit commencé le mercredi (jour 3, N_{3j}) ou le mardi (jour 2, N_{2j}) ou le lundi (jour

1, N_{1j}) ou le dimanche (jour 7, N_{7J}) - de sorte que la somme de ces variables est le nombre total des travailleurs en service sur les jours 3 à décalage j et ceci doit être au moins le nombre minimum requis (D_{3j}).

Objectif

Il ressort de la question que l'objectif du directeur de production est tout simplement de trouver un calendrier réalisable si un objectif est possible. Logiquement cependant qu'il pourrait être intéressé à réduire la taille de la population active de sorte que la fonction objective pourrait être: minimiser SOMME {i = 1 à 7} {SUM j = 1 à 3} N_{ij}

où toutes les variables N_{ij} >= 0 et continue (par exemple peut prendre des fractions). Ceci complète la

formulation du problème comme un programme linéaire.

Certains des avantages et des inconvénients de résoudre ce problème en tant que programme linéaire sont les suivants:

- vraiment besoin de valeurs variables qui sont entier des travailleurs se termineront toujours le week-end de travail comment nous
- choisissons les travailleurs à utiliser, par exemple, si N_{43} = 7 dont 7 travailleurs font que nous choisissons de commencer leur semaine de
- travail le jour 4 quart de travail 3

- ce qui se passe si les travailleurs ne parviennent pas à rapport (par exemple, si elles sont malades) - nous peut être inférieur au nombre minimum requis
- l'approche nous permet ci-dessus pour traiter le problème de façon systématique ont le potentiel de réduire la
- taille de la population active en plus efficacement les correspondant ressources aux besoins

en mesure d'étudier les changements (par exemple dans les modèles de changement, les travailleurs nécessaires par jour, etc.) très facilement.

Exemple de programmation linéaire 1991 examen UG

Une entreprise fabrique quatre produits (1,2,3,4) sur deux machines (X et Y). Le temps (en minutes) pour traiter une unité de chaque produit sur chaque machine est représentée ci-dessous:

		Machine X	Y
Produit	1	dix	27
	2	12	19
	3	13	33
	4	8	23

Le bénéfice par unité pour chaque produit (1,2,3,4) est de £ 10, £ 12, £ 17 et £ 8 respectivement. Produit 1 doit être produit sur *tous les deux* machines X et Y mais les produits 2, 3 et 4 peuvent être réalisés sur une ou l'autre machine.

L'usine est très faible et cela signifie que l'espace est très limité. Seulement une semaine de production est stocké dans 50 mètres carrés de surface au sol, où la surface au sol occupée par chaque produit est de 0,1, 0,15, 0,5 et 0,05 (mètres carrés) pour les produits 1, 2, 3 et 4 respectivement.

Les exigences des clients signifient que la quantité de produit 3 produit doit être lié à la quantité de produit 2 produit. Au cours d'une semaine environ deux fois plus d'unités de produits 2 devraient être produits en tant que produit 3.

Machine X est hors d'action (pour la maintenance / en raison de la rupture) 5% du temps et de la machine Y 7% du temps.

En supposant une semaine de travail de 35 heures à long formuler le problème de la façon de fabriquer ces produits en tant que programme linéaire.

Solution

Variables

Essentiellement, nous nous intéressons à la quantité produite sur chaque machine. Par conséquent laisser: x_i = quantité

de produit i (i = 1,2,3,4) produite sur la machine X par semaine y_i = quantité de produit i (i = 2,3,4) produite sur la machine

Y par semaine où $x_{je} >= 0$ i = 1,2,3,4 et $y_{je} >= 0$ i = 2,3,4

Notez ici que le produit 1 doit être traité sur les deux machines X et Y nous ne définissons pas y_1.

Contraintes

- espace au sol

$0,1x_1 + 0,15 (x_2 + y_2) + 0,5 (x_3 + y_3) + 0,05 (x_4 + y_4) <= 50$

- exigences des clients $x_2 + y_2 = 2$

$(x_3 + y_3)$

Notez ici que ce n'est une approximation (± 5% par exemple) contrainte que nous pourrions faire mieux pour exprimer cette contrainte comme

$0.95 [2 (x_3 + y_3)] <= X_2 + y_2 <= 1,05 [2 x (_3 + y_3)]$

- 10x temps disponible $_1 + 12x_2 + 13x_3 + 8 x_4 <= 0,95 (35) (60)$ (machine à

X) $27x_1 + 19y_2 + 33y_3 + 23y_4 <= 0,93 (35) (60)$ (machine à Y)

Objectif

maximiser le profit, à savoir

maximiser $10x_1 + 12 (x_2 + y_2) + 17 (x_3 + y_3) + 8 (x_4 + y_4)$

Exemple de programmation linéaire 1987 examen UG

Une entreprise planifie son calendrier de production au cours des six prochains mois (il est actuellement la fin du mois 2). La demande (en unités) pour son produit sur cette échelle de temps, comme indiqué ci-dessous:

Mois	3	4	5	6	sept	8
Demande	5000	6000	6500	7000	8000	9500

La société a actuellement en stock: 1000 unités qui ont été produites au mois 2; 2000 unités qui ont été produites au cours du mois 1; 500 unités ont été produites en mois 0. La société ne peut produire jusqu'à 6000 unités par mois et le directeur général a déclaré que les stocks doivent être construits pour aider à satisfaire la demande dans les mois à 5, 6, 7 et 8. Chaque unité produit coûts £ 15 et le coût de la tenue des stocks est estimé à 0,75 £ par unité par mois (en fonction du stock détenu au début de chaque mois).

La société a un problème majeur avec la détérioration des stocks en ce que l'inspection des stocks qui a lieu à la fin de chaque mois de stock identifie ruinées régulièrement (calcul des coûts de l'entreprise £ 25 par unité). On estime que, en moyenne, indique que 11% des unités en stock qui ont été produites au mois t sont ruinés l'inspection des stocks à la fin du mois t; 47% des unités en stock qui ont été produites au cours du mois sont ruinés t-1; 100% des unités en stock qui ont été produites au mois t-2 sont ruinés. L'inspection des stocks pour le mois 2 est sur le point de se produire. La société veut un plan de production pour les six prochains mois qui évite les ruptures de stock. Formulez leur problème comme un programme linéaire.

En raison du problème de la détérioration des stocks le directeur général envisage de diriger que les clients doivent toujours être fournis avec le plus ancien stock disponible. Comment cela affectera votre formulation du problème?

Solution

Variables

Soit P_t la production (unités) mois t (t = 3, ..., 8) I_{il} le nombre d'unités en stock au *fin* du mois t qui ont été produites au

cours du mois i (i = t, T-

1, t-2) S_{il} le nombre d'unités en stock au *début* de t mois qui ont été produites au cours du mois i (i = t-1, t-2) d_{il} soit la

demande en mois t remplies de produit en unités mois i (i = t, t-1, t-2)

Contraintes

- limite de production P_t <=

6000

- stock initial position I_{22} = 1000

I_{12} = 2000 I_{02} = 500

- relation stock d'ouverture au mois t à stock de clôture dans les mois précédents $S_{t-1, t} = 0.89 I_{t-1, t-1}$

$S_{t-2, t} = 0.53 I_{t-2, t-1}$

- équation de continuité d'inventaire où nous *présumer* nous pouvons répondre à la demande au mois t de la production au mois t. Soit D_t représenter le (connu) la demande pour le produit au mois t (t = 3,4, ..., 8), puis

clôture = stock d'ouverture + production - la demande et nous avons $I_{t,}$

$_{t}$ = 0 + P_t - ré $_{, t}$

je $_{t-1, t}$ = $S_{t-1, t}$ + 0 - d $_{t-1, t}$

je $_{t-2, t}$ = $S_{t-2, t}$ + 0 - d $_{t-2, t}$

où d $_{, t}$ + ré $_{t-1, t}$ + ré $_{t-2, t}$ = ré $_t$

- pas les ruptures de stock

tous les stocks (I, S) et les variables d> = 0

Objectif

On peut supposer que pour minimiser les coûts et cela est donné par SUM {t = 3 à 8} 15P_t + SUM {t = 3 à 9} 0,75 ($S_{t-1, t} + S_{t-2, t}$) + SOMME {t = 3 à 8} 25

($0.11 I_{t, t} + 0.47 I_{t-1, t} + 1.0 I_{t-2, t}$)

Note parce que nous avons dit de formuler ce problème comme un programme linéaire nous supposons toutes les variables sont fractionnels - en réalité, ils sont susceptibles d'être assez grand et donc c'est une approximation raisonnable

Pour effectuer (également un problème se produit avec trouver des valeurs entières qui satisfont à (par exemple) $S_{t-1, t} = 0.89I_{t-1, t-1}$ à moins que cela est supposé).

Si nous voulons nous assurer que la demande est satisfaite de la plus ancienne stock, nous pouvons conclure que c'est *déjà* pris dans la solution numérique à notre formulation du problème depuis (clairement), il aggrave l'objectif de stocks d'âge inutilement et ainsi à minimiser les coûts, nous fournirons automatiquement (via le d_{il} les variables) le stock le plus ancien premier à répondre à la demande (bien que les besoins de directeur à la gestion *dire* les employés d'émettre d'abord le plus ancien stock).

Exemple de programmation linéaire 1986 examen UG

Une entreprise assemble quatre produits (1, 2, 3, 4) de composants livrés. Le bénéfice par unité pour chaque produit (1, 2, 3, 4) est de £ 10, £ 15, £ 22 et £ 17 respectivement. La demande maximale dans la semaine suivante, pour chaque produit (1, 2, 3, 4) est de 50, 60, 85 et 70 unités, respectivement. Il y a trois étages (A, B, C) dans l'assemblage manuel de chaque produit et les hommes-heures requis pour chaque étage par unité de produit sont présentées ci-dessous:

			produit 1		
			2	3	4
Étape	UNE	2	2	1	1
	B	2	4	1	2
	C	3	6	1	5

Le temps nominal disponible dans la semaine suivante pour l'assemblage à chaque étage (A, B, C) est de 160, 200 et 80 heures-homme, respectivement.

Il est possible de faire varier les hommes-heures consacrées à l'assemblage à chaque étape de telle sorte que les travailleurs déjà employés sur la scène B assemblée pourrait dépenser jusqu'à 20% de leur temps sur scène Un ensemble et les travailleurs déjà employés sur scène C assemblage pourrait dépenser jusqu'à 30 % de leur temps lors de l'assemblage de l'étape A.

Les contraintes de production exigent également que le rapport (produit 1 unités assemblées) / (produit 4 unités assemblées) doit se situer entre 0,9 et 1,15.

Formulez le problème de décider combien de produire la semaine prochaine un programme linéaire.

Solution

Variables

Soit x_i = quantité de produit i produite (i = 1,2,3,4) t_{BA} la quantité

de temps transféré de B à A $t_{\text{Californie}}$ la quantité de temps

transféré de C à A

Contraintes

- x demande maximale $_1$ <= 50

x_2 <= 60 x_3 <= 85 x_4 <= 70

- rapport

0.9 <= (x_1/ X_4) <= 1.15

à savoir 0.9x_4 <= X_1 et x_1 <= 1.15x_4

- travail à temps 2x_1 + 2x_2 + X_3 + X_4 <= 160 + t_{BA} + t Californie

2x_1 + 4x_2 + X_3 + 2x_4 <= 200 - t_{BA}

3x_1 + 6x_2 + X_3 + 5x_4 <= 80 - t Californie

- limiter le temps transféré t_{BA} <= 0,2

(200) t Californie <= 0,3 (80)

- toutes les variables> = 0

Objectif

maximiser 10x_1 + 15x_2 + 22x_3 + 17x_4

Notez que nous négligeons le fait que le x je variables doivent être un entier parce que nous avons dit de formuler le problème comme un LP.

Exemple de programmation linéaire

Une entreprise fait trois produits et dispose de 4 postes de travail. Le temps de production (en minutes) par unité produite varie d'un poste de travail (en raison des différents niveaux de dotation), comme illustré ci-dessous:

Station de travail 1
2 3 4

Produit	1	5	sept	4	dix
	2	6	12	8	15
	3	13	14	9	17

De même, le bénéfice (£) contribution (contribution aux coûts fixes) par unité varie d'un poste de travail comme ci-dessous

		Station de travail 1			
			2	3	4
Produit	1	dix	8	6	9
	2	18	20	15	17
	3	15	16	13	17

Si, une semaine, il y a 35 heures de travail disponibles à chaque poste de travail la quantité de chaque produit devrait être produit étant donné que nous avons besoin d'au moins 100 unités de produit 1, 150 unités de produits 2 et 100 unités de produit 3. Formulez ce problème un LP.

Solution

Variables

À première vue, nous essayons de décider comment faire une grande partie de chaque produit. Cependant un examen plus approfondi, il est clair que nous devons décider combien de chaque produit pour chaque poste de travail. Par conséquent, soit x_{ij} = quantité de produit i (i = 1,2,3) au poste de travail fait j (j = 1,2,3,4) par semaine. Bien que (strictement) tous les x_{ij} variables doivent être entier, ils sont susceptibles d'être assez grand et nous laisser prendre des fractions et ignorer toutes les parties fractions dans la solution numérique. Notez aussi que la question nous demande explicitement de formuler le problème comme un LP plutôt que comme une adresse IP.

Contraintes

Nous formulons d'abord chaque contrainte par des mots, puis de façon mathématique.

- limiter le nombre de minutes chaque semaine disponibles pour chaque poste de travail $5x_{11} + 6x_{21} + 13x$

$_{31} <= 35 (60)$ $7x_{12} + 12x_{22} + 14x_{32} <= 35 (60)$ $4x_{13} + 8 x_{23} + 9x_{33} <= 35 (60)$ $10x_{14} + 15x_{24} + 17x_{34} <= 35 (60)$

- Limite inférieure à la quantité totale de chaque produit fabriqué $x_{11} + X_{12} + X_{13} + X$

$_{14} >= 100$ $x_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} >= 150$

$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} >= 100$

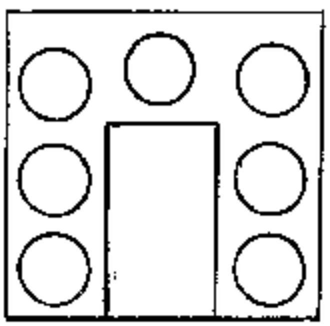
Objectif

On peut supposer que pour maximiser le profit - d'où nous avons Maximize $10x_{11} + 8x_{12} + 6x_{13} + 9x_{14} + 18x_{21} + 20x_{22} + 15x_{23} + 17x_{24} + 15x_{31} + 16x_{32} + 13x_{33} + 17x_{34}$

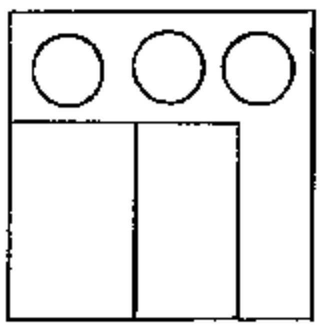
---

problème de planification de la production

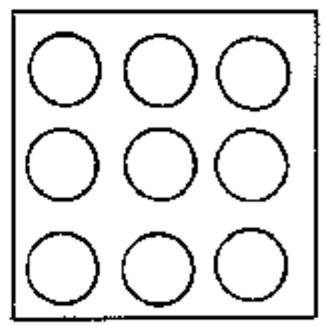
Considérons la production de boîtes de conserve qui sont estampées à partir de feuilles métalliques. Une boîte se compose d'un corps principal et deux extrémités ,. Nous avons 4 modèles possibles de marquage (impliquant 2 différents types (tailles) de tôle). comme indiqué ci-dessous



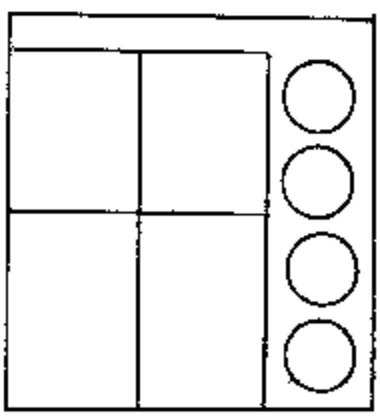
Pattern 1



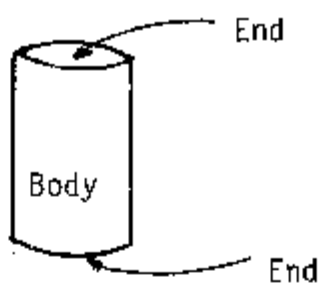
Pattern 3



Pattern 4



Pattern 2



Nous avons les informations suivantes:

	Modèle			
	1	2	3	4

Type de feuille utilisée	1	2	1	1
Nombre de corps principaux	1	4	2	0
Nombre d'extrémités	sept	4	3	9
Montant de la ferraille	s 1	s 2	s 3	
4 s				
Le temps de timbre (heures)	t 1	t 2	t 3	
t 4				

Notez ici que les s je (i = 1,2,3,4) et le t je (i = 1,2,3,4) sont *ne pas* mais les variables constantes (qui ont une valeur connue). Souvent, dans la formulation LP est plus facile d'utiliser un symbole pour un nombre plutôt que d'écrire le nombre en entier chaque fois qu'il se produit dans une contrainte ou dans la fonction objectif. Soit P le bénéfice obtenu de la vente d'une boîte, C le coût par unité de ferraille, T le nombre total d'heures disponibles par semaine, L_1 le nombre de feuilles métalliques de type 1 qui sont disponibles pour l'estampage par semaine et L_2 le nombre de feuilles métalliques de type 2 qui sont disponibles pour l'estampage par semaine.

Au début de la semaine il n'y a rien en stock. Chaque (utilisé) corps principal en stock à la fin de la semaine entraîne un coût-tenue des stocks de c_1. De même, chaque (inutilisé) fin en stock à la fin de la semaine entraîne un coût-tenue des stocks de c_2. On suppose que toutes les boîtes produites sont vendues un semaine cette semaine.

Combien de boîtes de conserve devrait être produit par semaine?

solution de planification de la production

Variables

Soit x je soit le nombre de motifs de type i (i = 1,2,3,4) estampillé par semaine y est le nombre de boîtes produites par semaine

Note x je > = 0 i = 1,2,3,4 et y> = 0 et encore nous supposons que les x je et y sont assez grandes pour des fractions de ne pas être

significative.

Contraintes

- temps disponible $t_1 X_1 + t_2 X_2 + t_3 X$

$_3 + t_4 X_4 <= T$

- la disponibilité feuille $x_1 + X_3 + X_4$

$<= L_1$ (feuille 1) $x_2 <= L_2$ (feuille 2)

- nombre de boîtes produites

$y = \min [(7x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 9x_4) / 2, (x_1 + 4x_2 + 2x_3)]$

où le premier terme de cette expression est la limite imposée à y par le nombre d'extrémités de boîtes produites et le second terme de cette expression est la limite imposée à y par le nombre de corps de boîtes produites. Cette contrainte (en raison de la partie min [,]) ne sont pas une contrainte linéaire.

Objectif

On peut supposer que de maximiser les profits - donc maximiser

chiffre d'affaires - coût de la ferraille - stock principaux organismes inutilisés - tenant coût - fins inutilisées stock - coût de maintien

-à-dire maximiser $Py - C(s_1 X_1 + s_2 X_2 + s_3 X_3 + s_4 X_4) - c_1(X_1 + 4x_2 + 2x_3 - y) - c_2((7x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 9x_4) - 2y)$ Comme il est indiqué ci-dessus c

formulation du problème n'est pas un LP - mais il est relativement facile (pour ce

particulier problème) pour le transformer en un LP en remplaçant le y = min [,] l'équation non linéaire par *deux* équations linéaires.

Supposons que nous remplaçons la contrainte

y = min [(7x 4x 1+ 2+ 3+ 3x 9x 4) / 2, (x 1+ 4x 2x 2 + 3)]

(UNE)

par les deux contraintes

y <= (1+ 7x 4x 2+ 3+ 3x 9x 4) / 2 (B)

$y <= (x_1 + 4x_2 + 2x_3)$ (C)

(Qui sont toutes deux contraintes linéaires), alors nous avons un LP et dans la *optimal* solution de ce LP soit:

- contrainte (B) ou de contrainte (C) est satisfaite l'égalité, dans lequel la contrainte de boîtier (A) est également satisfaite l'égalité; ou
- ni contrainte (B), ni contrainte (C) est satisfaite de l'égalité à savoir $y <(7x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 9x_4) / 2$ *et* $y <(x_1 + 4x_2 + 2x_3)$ - mais dans ce cas, nous pouvons augmenter y (sans changer x_{je} valeurs), l'augmentation de la fonction objective (en supposant que $P + c_1 + 2c_2 > 0$) et contredisant la déclaration (ci-dessus) que nous avions déjà la solution optimale.

Par conséquent le cas (b) ne peut pas se produire et ainsi le cas (a) est valide - contrainte remplacement (A) par des contraintes (B) et (C) génère une formulation LP valide du problème.

Notez que ce problème montre que même si notre formulation initiale du problème est non-linéaire, nous pouvons être en mesure de le transformer en un LP.

Notez aussi qu'il est relativement facile d'étendre la formulation LP du problème pour faire face à la situation dans laquelle peuvent corps / extrémités inutilisés à la fin d'une semaine sont disponibles pour la production la semaine suivante.

---

problème de planification de la production

Une entreprise est la production d'un produit qui nécessite, au stade de l'assemblage final, trois parties. Ces trois parties peuvent être produites par deux départements différents comme indiqué ci-dessous.

	Taux de production (unités / h) Partie 1 Partie 2			
	Partie 3			Coût (£ / h)
Département 1	sept	6	9	25,0
Département 2	6	11	5	12.5

Une semaine, 1050 produits finis (assemblées) sont nécessaires (mais jusqu'à 1200 peuvent être produits si nécessaire). Si le département 1 a 100 heures de travail disponible, mais service 2 a 110 heures de travail disponibles, de formuler le problème de minimiser le coût de production des produits finis (assemblés) nécessaires cette semaine comme LP, sous réserve de la contrainte que des moyens d'espace de stockage limité que un total de 200 parties non assemblées (de tout type) peut être stocké à la fin de la semaine.

Note: en raison de la production ainsi est organisée dans les deux départements, il est impossible de produire, par exemple, seulement une ou deux parties dans chaque département, par exemple une heure de travail dans le département 1 produit 7 partie 1 unités, 6 partie 2 unités et 9 partie 3 unités et ce ne peuvent pas être modifiés.

solution de planification de la production

Variables

Nous devons décider de la quantité de temps consacré à la production de pièces dans chaque département (puisque nous, de toute évidence, ne peut pas utiliser tout le temps de travail disponible) et aussi de décider du nombre total de produits finis (assemblés) réalisés. Par conséquent laisser: x_i = nombre d'heures d'utilisation en service i (i = 1,2) y = nombre de produits finis (assemblés) où x fait $_{je}$ > = 0 i = 1,2 et y> = 0 et (comme il est habituel) on suppose que toutes les parties fractionnaires des variables dans la solution numérique de la LP ne sont pas significatives.

Contraintes

- heures de travail x disponible $_1$ <= 100

$x_2 <= 110$

- nombre de produits assemblés produits

$1050 <= y <= 1200$

- les contraintes de production liées aux heures travaillées au nombre de produits assemblés Nous produisons ($7x_1 + 6x_2$) les unités de la

partie 1, ($6x_1 + 11x_2$) partie 2 unités et ($9x_1 + 5x_2$) Partie 3 unités. Maintenant, pour faire en sorte que le nombre de produits assemblés produits est

exactement y nous avons besoin au moins une partie y 1 unités, au moins une partie y 2 unités et au moins une partie y 3 unités. Par conséquent,

nous avons les trois contraintes $7x_1 + 6x_2 >= y$ $6x_1 + 11x_2 >= y$ $9x_1 + 5x_2 >= y$

- le nombre total de parties (de tous types) est produite ($7x_1 + 6x_2$) + ($6x_1 + 11x_2$) + ($9x_1 + 5x_2$) = $22x_1 + 22x_2$. Puisque nous produisons exactement y assembler des produits le nombre de pièces laissées à la fin de la semaine est ($22x_1 + 22x_2$) - 3y et donc la contrainte relative à l'espace de stockage limité est donné par $22x_1 + 22x_2 - 3y <= 200$

Objectif

minimiser $25.0x_1 + 12{,}5x_2$

extensions évidente à ce problème impliquent de plus en plus (à partir de la valeur courante de 3) le nombre de pièces nécessaires pour le produit fini et en modifiant le rapport des pièces utilisées dans un produit fini à partir de sa valeur actuelle de 1: 1: 1.