Solution de l'exercice 3

1. Le programme linéaire s'écrit :

$$\begin{cases} Maximiser \quad z = -3X_1 - 4X_2 - X_3 - 2X_4 - 0,8X_5 \\ \\ \begin{array}{llcccccccccccccc} Avec & (1) & 0,4X_1 & + & 0,5X_2 & + & 0,12X_3 & + & 0,3X_4 & & & & & = & 21,5 \\ & (2) & & & & & & & 0,14X_4 & + & 0,7X_5 & & & = & 21 \\ & (3) & & & 0,4X_2 & + & & & 0,4X_4 & & & & & = & 1,2 \\ & (4) & 0,6X_1 & + & 0,1X_2 & + & 0,88X_3 & + & 0,16X_4 & + & 0,3X_5 & + & X_6 & = & 56,3 \\ & & X_1 \geq 0 & , & X_2 \geq 0 & , & X_3 \geq 0 & , & X_4 \geq 0 & , & X_5 \geq 0 & , & X_6 \geq 0 & & \end{array} \end{cases}$$

2. On constate que la solution proposée vérifie les contraintes : elle est donc admissible. La valeur de la fonction économique pour cette solution est de 186 F.
La matrice B correspondant aux variables non utiles X_1, X_2, X_5, X_6 est définie par :

$$B = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,7 & 0 \\ 0 & 0,4 & 0 & 0 \\ 0,6 & 0,1 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}$$

Comme son déterminant vaut -0,112, elle est inversible ; la solution proposée est donc de base.
Partant d'une base initiale formée de variables artificielles, en faisant successivement entrer les variables X_1, X_2, X_5 et X_6 dans la base (par exemple), on obtient le tableau du simplexe correspondant à cette solution de base:

i		1	2	3	4	5	6	Ui	
1		1	0	0,3	-0,5	0	0	50	
2		0	1	0	1	0	0	3	
5		0	0	0	0,2	1	0	30	
6		0	0	0,7	0,3	0	1	17	
	Dj	0	0	-0,1	0,66	0	0	186	z

Comme D4 est positif, la solution n'est pas optimale.
Une autre manière, plus rapide, d'obtenir ce tableau, consiste à remarquer (sachant que la base consiste en X_1, X_2, X_5 et X_6) que X_6 n'est pas présent dans (4) : cette équation servira donc à exprimer X_6 ; puis (3) pour exprimer X_2, (2) pour X_5 et enfin (1) pour X_1.

Fermer