D Trigonometría

Ángulos

Los ángulos se pueden medir en grados o en radianes (abreviado como rad). El ángulo dado por una revolución completa contiene 360°, que es igual a 2π rad. Por tanto,

1 $$\boxed{\pi \text{ rad} = 180°}$$

y

2 $$1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ} \approx 57.3° \qquad 1° = \frac{\pi}{180} \text{ rad} \approx 0.017 \text{ rad}$$

EJEMPLO 1

a) Encuentre la medida en radianes de 60°. b) Exprese $5\pi/4$ rad en grados.

SOLUCIÓN

a) La ecuación 1 o 2 indica que para convertir de grados a radianes multiplicamos por $\pi/180$. Por tanto,

$$60° = 60\left(\frac{\pi}{180}\right) = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

b) Para convertir de radianes a grados multiplicamos por $180/\pi$. Entonces,

$$\frac{5\pi}{4} \text{ rad} = \frac{5\pi}{4}\left(\frac{180}{\pi}\right) = 225°$$

En Cálculo se usan radianes para medir ángulos, excepto cuando se indique de otra manera. La siguiente tabla da la correspondencia entre medidas de grados y radianes de algunos ángulos comunes.

Grados	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
Radiantes	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

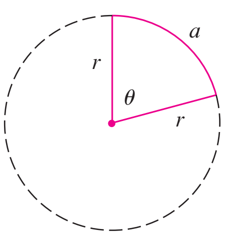


FIGURA 1

La figura 1 muestra un sector de círculo con ángulo central θ y radio r que subtiende un arco de longitud a. Como la longitud del arco es proporcional al tamaño del ángulo, y como todo el círculo tiene circunferencia $2\pi r$ y ángulo central 2π, se tiene

$$\frac{\theta}{2\pi} = \frac{a}{2\pi r}$$

Al despejar θ y a de esta ecuación, se obtiene

3 $$\boxed{\theta = \frac{a}{r}} \qquad \boxed{a = r\theta}$$

Recuerde que las ecuaciones 3 son válidas sólo cuando θ se mida en radianes.

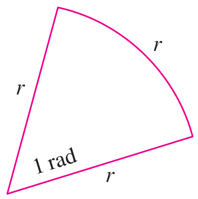


FIGURA 2

En particular, poniendo $a = r$ en la ecuación 3, se ve que un ángulo de 1 rad es el ángulo subtendido en el centro de un círculo de un arco igual en longitud al radio del círculo (figura 2).

EJEMPLO 2

a) Si el radio de un círculo es 5 cm, ¿qué ángulo está subtendido por un arco de 6 cm?
b) Si un círculo tiene radio de 3 cm, ¿cuál es la longitud de un arco subtendido por un ángulo central de $3\pi/8$ rad?

SOLUCIÓN

a) Usando la ecuación 3 con $a = 6$ y $r = 5$, ese ángulo es

$$\theta = \tfrac{6}{5} = 1.2 \text{ rad}$$

b) Con $r = 3$ cm y $\theta = 3\pi/8$ rad, la longitud del arco es

$$a = r\theta = 3\left(\frac{3\pi}{8}\right) = \frac{9\pi}{8} \text{ cm}$$

La **posición estándar** de un ángulo se presenta cuando pone su vértice en el origen de un sistema de coordenadas y su lado inicial sobre el eje positivo de las x, como se ve en la figura 3. Se obtiene un ángulo **positivo** cuando el lado inicial gira en sentido contrario al de las manecillas del reloj hasta que coincida con el lado terminal. Del mismo modo, se obtienen ángulos **negativos** por rotación en el sentido de las manecillas del reloj, como en la figura 4.

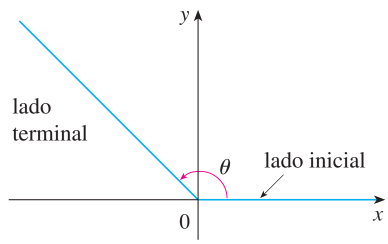


FIGURA 3 $\theta \geqslant 0$

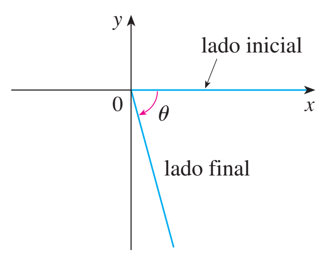


FIGURA 4 $\theta < 0$

La figura 5 muestra varios ejemplos de ángulos en posición estándar. Note que ángulos diferentes pueden tener el mismo lado terminal. Por ejemplo, los ángulos $3\pi/4$, $-5\pi/4$ y $11\pi/4$ tienen los mismos lados inicial y terminal porque

$$\frac{3\pi}{4} - 2\pi = -\frac{5\pi}{4} \qquad \frac{3\pi}{4} + 2\pi = \frac{11\pi}{4}$$

y 2π rad representa una revolución completa.

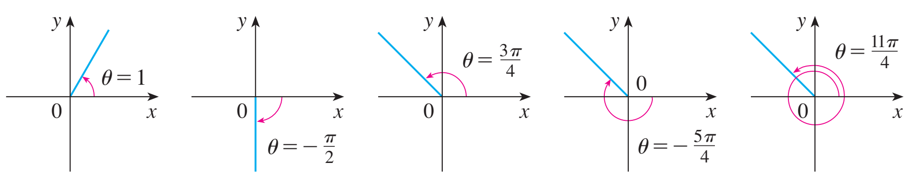


FIGURA 5
Ángulos en posición estándar

Funciones trigonométricas

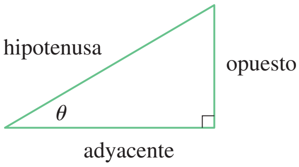


FIGURA 6

Para un ángulo agudo θ, las seis funciones trigonométricas se definen como las razones entre longitudes de lados de un triángulo rectángulo, como sigue (figura 6).

$$\boxed{4} \qquad \sen \theta = \frac{\text{op}}{\text{hip}} \qquad \csc \theta = \frac{\text{hip}}{\text{op}}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{ady}}{\text{hip}} \qquad \sec \theta = \frac{\text{hip}}{\text{ady}}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{op}}{\text{ady}} \qquad \cot \theta = \frac{\text{ady}}{\text{op}}$$

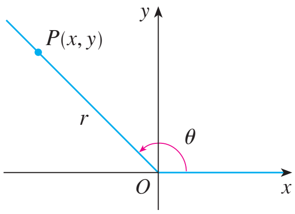


FIGURA 7

Esta definición no aplica a ángulos obtusos o negativos, de modo que para un ángulo general θ en posición estándar haga que $P(x, y)$ sea cualquier punto en el lado terminal de θ y que r sea la distancia $|OP|$, como en la figura 7. Entonces se define

$$\boxed{5} \qquad \sen \theta = \frac{y}{r} \qquad \csc \theta = \frac{r}{y}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} \qquad \sec \theta = \frac{r}{x}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} \qquad \cot \theta = \frac{x}{y}$$

Si en la definición 5 hacemos $r = 1$ y dibujamos un círculo unitario con centro en el origen e indicamos θ como en la figura 8, entonces las coordenadas de P son $(\cos \theta, \sen \theta)$.

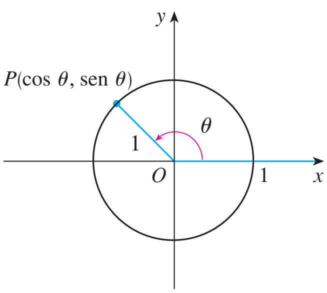


FIGURA 8

Como la división entre 0 no está definida, $\tan \theta$ y $\sec \theta$ no están definidas cuando $x = 0$ y $\csc \theta$ y $\cot \theta$ no están definidas cuando $y = 0$. Note que las definiciones en $\boxed{4}$ y $\boxed{5}$ son consistentes cuando θ es un ángulo agudo.

Si θ es un número, la convención es que $\sen \theta$ quiere decir el ángulo cuya medida en *radianes* es θ. Por ejemplo, la expresión sen 3 implica que está tratando con un ángulo de 3 rad. Cuando se busca una aproximación de este número con calculadora, debe recordar poner la calculadora en el modo de radianes, y entonces obtiene

$$\sen 3 \approx 0.14112$$

Si deseamos conocer el seno del ángulo de 3° escribiríamos sen 3° y, con la calculadora en el modo de grados, encontramos que

$$\sen 3^\circ \approx 0.05234$$

Las razones trigonométricas exactas para ciertos ángulos se pueden leer de los triángulos de la figura 9. Por ejemplo,

$$\sen \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \sen \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \qquad \sen \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\tan \frac{\pi}{4} = 1 \qquad \tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} \qquad \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

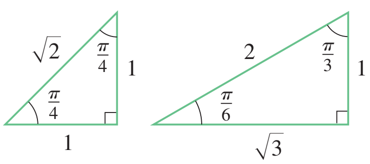


FIGURA 9

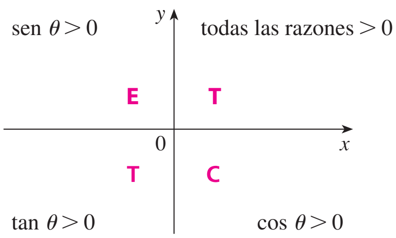


FIGURA 10

Los signos de las funciones trigonométricas, para ángulos en cada uno de los cuatro cuadrantes, pueden recordarse por medio de la regla "Todos los Estudiantes Toman Cálculo" que se ilustra en la figura 10.

EJEMPLO 3 Encuentre las razones trigonométricas exactas para $\theta = 2\pi/3$.

SOLUCIÓN En la figura 11 vea que un punto de la recta terminal para $\theta = 2\pi/3$ es $P(-1, \sqrt{3})$. Por tanto, tomando

$$x = -1 \qquad y = \sqrt{3} \qquad r = 2$$

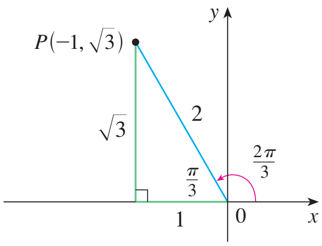


FIGURA 11

en las definiciones de las razones trigonométricas, tenemos

$$\operatorname{sen}\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \cos\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} \qquad \tan\frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3}$$

$$\csc\frac{2\pi}{3} = \frac{2}{\sqrt{3}} \qquad \sec\frac{2\pi}{3} = -2 \qquad \cot\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

La tabla siguiente da algunos valores de sen θ y cos θ hallados con el método del ejemplo 3.

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sen θ	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
cos θ	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0	1

EJEMPLO 4 Si $\cos\theta = \frac{2}{5}$ y $0 < \theta < \pi/2$, encuentre las otras cinco funciones trigonométricas de θ.

SOLUCIÓN Como $\cos\theta = \frac{2}{5}$, marcaríamos la hipotenusa con longitud 5 y el lado adyacente con longitud 2 en la figura 12. Si el lado opuesto tiene longitud x, entonces el teorema de Pitágoras da $x^2 + 4 = 25$, así, $x^2 = 21$, $x = \sqrt{21}$. Ahora podemos usar el diagrama para escribir las otras funciones trigonométricas:

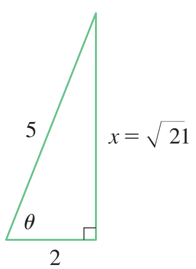


FIGURA 12

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\sqrt{21}}{5} \qquad \tan\theta = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

$$\csc\theta = \frac{5}{\sqrt{21}} \qquad \sec\theta = \frac{5}{2} \qquad \cot\theta = \frac{2}{\sqrt{21}}$$

EJEMPLO 5 Use una calculadora para aproximar el valor de x en la figura 13.

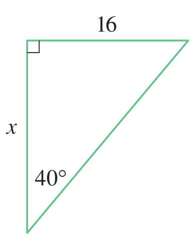


FIGURA 13

SOLUCIÓN Del diagrama

$$\tan 40° = \frac{16}{x}$$

Por tanto,

$$x = \frac{16}{\tan 40°} \approx 19.07$$

Identidades trigonométricas

Una identidad trigonométrica es una relación entre las funciones trigonométricas. Las más elementales son las siguientes, que son consecuencias inmediatas de las definiciones de las funciones trigonométricas.

6
$$\csc\theta = \frac{1}{\operatorname{sen}\theta} \qquad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} \qquad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$
$$\tan\theta = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} \qquad \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\operatorname{sen}\theta}$$

Para la siguiente identidad consulte de nuevo la figura 7. La fórmula de la distancia (o, lo que es lo mismo, el teorema de Pitágoras) dice que $x^2 + y^2 = r^2$. Por tanto,

$$\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = \frac{y^2}{r^2} + \frac{x^2}{r^2} = \frac{x^2 + y^2}{r^2} = \frac{r^2}{r^2} = 1$$

Por tanto, ha demostrado una de las identidades trigonométricas más útiles:

7
$$\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

Si ahora dividimos ambos lados de la ecuación 7 entre $\cos^2\theta$ y usamos las ecuaciones 6, obtenemos

8
$$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$$

Del mismo modo, si dividimos ambos lados de la ecuación 7 entre $\operatorname{sen}^2\theta$, obtenemos

9
$$1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$$

Las identidades

10a
$$\operatorname{sen}(-\theta) = -\operatorname{sen}\theta$$

10b
$$\cos(-\theta) = \cos\theta$$

Las funciones impares y las pares se estudian en la sección 1.1.

demuestran que seno es una función impar y coseno es una función par. Se demuestran fácilmente al trazar un diagrama que indique θ y $-\theta$ en posición estándar (véase el ejercicio 39).

Como los ángulos θ y $\theta + 2\pi$ tienen el mismo lado terminal

11
$$\operatorname{sen}(\theta + 2\pi) = \operatorname{sen}\theta \qquad \cos(\theta + 2\pi) = \cos\theta$$

Estas identidades muestran que las funciones seno y coseno son periódicas con periodo 2π.

Las identidades trigonométricas restantes son consecuencias de dos identidades básicas llamadas **fórmulas de la adición:**

12a $$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

12b $$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

Las pruebas de estas fórmulas de la adición se compendian en los ejercicios 85, 86 y 87.

Al sustituir $-y$ por y en las ecuaciones 12a y 12b y usar las ecuaciones 10a y 10b, obtenemos las siguientes **fórmulas de la sustracción:**

13a $$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

13b $$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

A continuación, dividiendo las fórmulas de las ecuaciones 12 o ecuaciones 13, obtenemos las fórmulas correspondientes para $\tan(x \pm y)$:

14a $$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

14b $$\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$$

Si ponemos $y = x$ en las fórmulas de la adición $\boxed{12}$, obtenemos las **fórmulas de doble ángulo:**

15a $$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

15b $$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

A continuación, con el uso de la identidad $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, obtenemos las siguientes fórmulas alternativas de las fórmulas de doble ángulo para $\cos 2x$:

16a $$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

16b $$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$

Si ahora despejamos $\cos^2 x$ y $\sin^2 x$ de estas ecuaciones, obtenemos las siguientes **fórmulas de semiángulo**, que son útiles en cálculo integral:

17a $$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

17b $$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

Por último se expresan las **fórmulas del producto**, que se pueden deducir de las ecuaciones 12 y 13:

18a $$\operatorname{sen} x \cos y = \tfrac{1}{2}[\operatorname{sen}(x + y) + \operatorname{sen}(x - y)]$$

18b $$\cos x \cos y = \tfrac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

18c $$\operatorname{sen} x \operatorname{sen} y = \tfrac{1}{2}[\cos(x - y) - \cos(x + y)]$$

Hay otras numerosas identidades trigonométricas, pero las presentadas aquí son las que se usan con más frecuencia en Cálculo. Si el lector olvida cualquiera de ellas, recuerde que todas se pueden deducir de las ecuaciones 12a y 12b.

EJEMPLO 6 Encuentre todos los valores de x del intervalo $[0, 2\pi]$ tales que $\operatorname{sen} x = \operatorname{sen} 2x$.

SOLUCIÓN Usando la fórmula de doble ángulo (15a), reescriba la ecuación dada como

$$\operatorname{sen} x = 2 \operatorname{sen} x \cos x \qquad \text{o} \qquad \operatorname{sen} x(1 - 2 \cos x) = 0$$

Por tanto, hay dos posibilidades:

$$\operatorname{sen} x = 0 \qquad \text{o} \qquad 1 - 2\cos x = 0$$

$$x = 0, \pi, 2\pi \qquad\qquad \cos x = \tfrac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$$

La ecuación dada tiene cinco soluciones: 0, $\pi/3$, π, $5\pi/3$ y 2π.

D Ejercicios

1-6 Convierta de grados a radianes.

1. $210°$ **2.** $300°$ **3.** $9°$

4. $-315°$ **5.** $900°$ **6.** $36°$

7-12 Convierta de radianes a grados.

7. 4π **8.** $-\frac{7\pi}{2}$ **9.** $\frac{5\pi}{12}$

10. $\frac{8\pi}{3}$ **11.** $-\frac{3\pi}{8}$ **12.** 5

13. Encuentre la longitud de un arco de círculo subtendido por un ángulo de $\pi/12$ rad si el radio del círculo es 36 cm.

14. Si un círculo tiene radio 10 cm, encuentre la longitud del arco subtendido por un ángulo central de 72°.

15. Un círculo tiene radio de 1.5 m. ¿Qué ángulo está subtendido en el centro del círculo por un arco de 1 m de largo?

16. Encuentre el radio de un sector circular con ángulo $3\pi/4$ y 6 cm de longitud de arco.

17-22 Trace, en posición estándar, el ángulo cuya medida está dada.

17. $315°$ **18.** $-150°$ **19.** $-\frac{3\pi}{4}$ rad

20. $\frac{7\pi}{3}$ rad **21.** 2 rad **22.** -3 rad

23-28 Encuentre las razones trigonométricas exactas para el ángulo cuya medida en radianes está dada.

23. $\frac{3\pi}{4}$ **24.** $\frac{4\pi}{3}$ **25.** $\frac{9\pi}{2}$

26. -5π **27.** $\frac{5\pi}{6}$ **28.** $\frac{11\pi}{4}$

29-34 Encuentre las razones trigonométricas restantes.

29. $\operatorname{sen}\theta = \frac{3}{5}, \quad 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

30. $\tan\alpha = 2, \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

31. $\sec\phi = -1.5, \quad \frac{\pi}{2} < \phi < \pi$

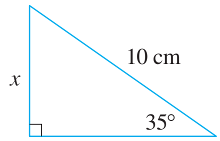
32. $\cos x = -\frac{1}{3}, \quad \pi < x < \frac{3\pi}{2}$

33. $\cot\beta = 3, \quad \pi < \beta < 2\pi$

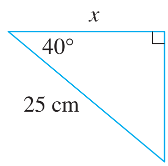
34. $\csc\theta = -\frac{4}{3}, \quad \frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$

35-38 Encuentre, correcta a cinco lugares decimales, la longitud del lado marcado con x.

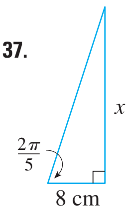
35.



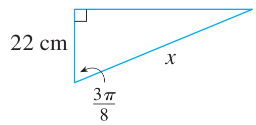
36.



37.



38.



39-41 Demuestre estas ecuaciones.

39. a) Ecuación 10a b) Ecuación 10b

40. a) Ecuación 14a b) Ecuación 14b

41. a) Ecuación 18a b) Ecuación 18b
c) Ecuación 18c

42-58 Demuestre las identidades.

42. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \operatorname{sen} x$

43. $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$ **44.** $\operatorname{sen}(\pi - x) = \operatorname{sen} x$

45. $\operatorname{sen}\theta \cot\theta = \cos\theta$ **46.** $(\operatorname{sen} x + \cos x)^2 = 1 + \operatorname{sen} 2x$

47. $\sec y - \cos y = \tan y \operatorname{sen} y$

48. $\tan^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha = \tan^2\alpha \operatorname{sen}^2\alpha$

49. $\cot^2\theta + \sec^2\theta = \tan^2\theta + \csc^2\theta$

50. $2\csc 2t = \sec t \csc t$

51. $\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$

52. $\frac{1}{1 - \operatorname{sen}\theta} + \frac{1}{1 + \operatorname{sen}\theta} = 2\sec^2\theta$

53. $\operatorname{sen} x \operatorname{sen} 2x + \cos x \cos 2x = \cos x$

54. $\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen}^2 y = \operatorname{sen}(x + y)\operatorname{sen}(x - y)$

55. $\frac{\operatorname{sen}\phi}{1 - \cos\phi} = \csc\phi + \cot\phi$

56. $\tan x + \tan y = \dfrac{\operatorname{sen}(x+y)}{\cos x \cos y}$

57. $\operatorname{sen} 3\theta + \operatorname{sen} \theta = 2 \operatorname{sen} 2\theta \cos \theta$

58. $\cos 3\theta = 4 \cos^3\theta - 3 \cos \theta$

59-64 Si $\operatorname{sen} x = \frac{1}{3}$ y $\sec y = \frac{5}{4}$, donde x y y se encuentran entre 0 y $\pi/2$, evalúe la expresión.

59. $\operatorname{sen}(x + y)$

60. $\cos(x + y)$

61. $\cos(x - y)$

62. $\operatorname{sen}(x - y)$

63. $\operatorname{sen} 2y$

64. $\cos 2y$

65-72 Encuentre todos los valores de x del intervalo $[0, 2\pi]$ que satisfagan la ecuación.

65. $2 \cos x - 1 = 0$

66. $3 \cot^2 x = 1$

67. $2 \operatorname{sen}^2 x = 1$

68. $|\tan x| = 1$

69. $\operatorname{sen} 2x = \cos x$

70. $2 \cos x + \operatorname{sen} 2x = 0$

71. $\operatorname{sen} x = \tan x$

72. $2 + \cos 2x = 3 \cos x$

73-76 Encuentre todos los valores de x del intervalo $[0, 2\pi]$ que satisfagan la desigualdad.

73. $\operatorname{sen} x \leqslant \frac{1}{2}$

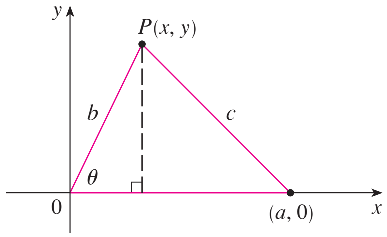
74. $2 \cos x + 1 > 0$

75. $-1 < \tan x < 1$

76. $\operatorname{sen} x > \cos x$

83. Demuestre la **ley de cosenos:** si un triángulo tiene lados con longitudes a, b y c, y θ es el ángulo entre los lados con longitudes a y b, entonces

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$$

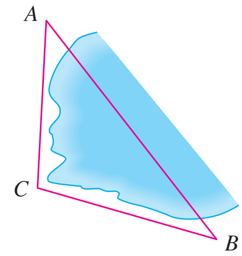


[*Sugerencia:* introduzca un sistema de coordenadas de modo que θ esté en una posición estándar como en la figura. Exprese x y y en términos de θ y luego use la fórmula de la distancia para calcular c.]

84. Para hallar la distancia $|AB|$ de una orilla a otra de una pequeña ensenada, se localiza un punto C como en la figura y se registran las siguientes mediciones:

$$\angle C = 103° \qquad |AC| = 820 \text{ m} \qquad |BC| = 910 \text{ m}$$

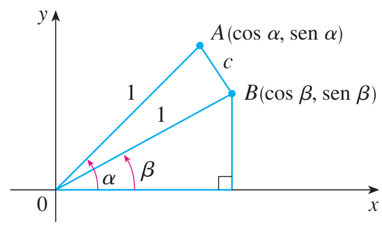
Utilice la ley de cosenos del ejercicio 83 para hallar la distancia pedida.



85. Use la figura para demostrar la fórmula de la sustracción

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \, \cos \beta + \operatorname{sen} \alpha \, \operatorname{sen} \beta$$

[*Sugerencia:* calcule c^2 en dos formas (usando la ley de cosenos del ejercicio 83 y también usando la fórmula de la distancia) y compare las dos expresiones.]



86. Use la fórmula del ejercicio 85 para demostrar la fórmula de la adición para coseno (12b).

87. Use la fórmula de la adición para coseno y las identidades

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \operatorname{sen} \theta \qquad \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta$$

para demostrar la fórmula de la sustracción para la función seno.

88. Demuestre que el área de un triángulo con lados de longitudes a y b y con ángulo incluido θ es

$$A = \tfrac{1}{2}ab \operatorname{sen} \theta$$

89. Encuentre el área del triángulo ABC, correcta a cinco lugares decimales, si

$$|AB| = 10 \text{ cm} \qquad |BC| = 3 \text{ cm} \qquad \angle ABC = 107°$$