PRÁCTICA 1 - Números Complejos

1. Calcular:

   a) $(6,2)-(3,\frac{2}{3})$
   b) $(4,-1)\cdot(-2,3)$
   c) $(1+i)^2$
   d) $\frac{(3+i)^2+(1-i)^2-2\cdot(2+i)}{4+2i}$
   e) $1_{\frac{\pi}{2}}1_{\frac{3\pi}{2}}$
   f) $3_{\frac{\pi}{5}}:4$

2. Representar gráficamente y escribir en forma polar y trigonométrica cada uno de los siguientes números complejos:

   a) $\sqrt{3}-i$
   b) $\frac{1+i}{1-i}$
   c) -1
   d) $-2+6i^{10}$

3. Representar gráficamente y escribir en forma binómica los siguientes números complejos:

   a) 3
   b) 1_{-45°
   c) $\sqrt{2}_{420^\circ}$
   d) $3(\cos\frac{\pi}{6}+i\operatorname{sen}\frac{\pi}{6})$

4. ¿Cuántos números complejos verifican $Re(z)=2\sqrt{3}$ y $|z|=9$? ¿Cuáles son? Expresarlos en forma binónica, polar y trigonométrica.

5. Indicar si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Justificar las respuestas.

   a) Si $z=a+bi,\ a,b\in\mathbb{R}$ entonces $|a|\leq|z|$.
   b) $arg(z)=arg(\bar{z})\quad\forall\,z\in\mathbb{C}$.
   c) $\exists\,z\in\mathbb{C}\,/\,arg(z)=arg(\bar{z})$.
   d) Si $z=-4(\cos\frac{7\pi}{3}+i\operatorname{sen}\frac{7\pi}{3})$ entonces $arg(z)=\frac{7\pi}{3}$.

6. Expresar en forma polar los resultados de las operaciones indicadas:

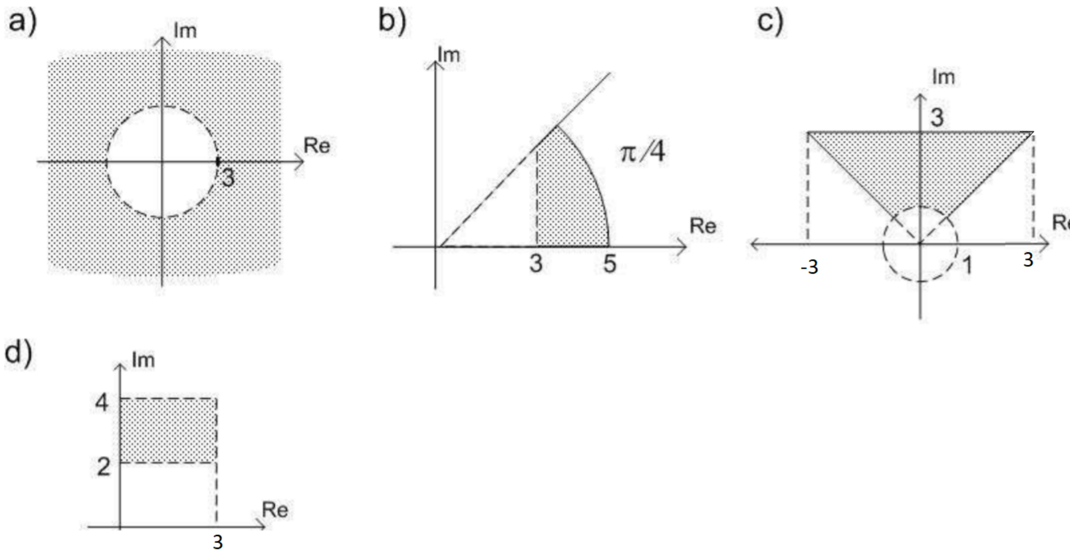
   a) $2\cdot(2\sqrt{3}-2i)\cdot(1+i)$
   b) $(-1+\sqrt{3}i)^6$
   c) $2_{30^\circ}+5_{315^\circ}$
   d) $\frac{6_{60^\circ}\,\frac{1}{2}_{30^\circ}}{\frac{1}{4}_{\frac{\pi}{4}}}$

7. *a*) Representar gráficamente los siguientes conjuntos:
      1) $A_1=\{z\in\mathbb{C}\,/\,|z|=1\}$.
      2) $A_2=\{z\in\mathbb{C}\,/\,arg(z)=\frac{\pi}{6}\}$.
      3) $A_3=\{z\in\mathbb{C}\,/\,|z|=2\,,\,\frac{\pi}{4}\leq arg(z)\leq\frac{\pi}{2}\}$.
      4) $A_4=\{z\in\mathbb{C}\,/\,1<Re(z)\leq 3\,,\,2\leq Im(z)\leq 4\}$.
      5) $A_5=\{z\in\mathbb{C}\,/\,|z-i|=|z+i|\}$.

   b) Dar en cada uno de los casos anteriores dos números complejos que pertenezcan y dos que no pertenezcan al conjunto indicado.

ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Av. Pellegrini 250. Rosario
+54 0341 - 480 2649 internos 216 - 119

8. Caracterizar las siguientes regiones graficadas mediante un subconjunto de $\mathbb{C}$.



9. Hallar las soluciones reales de cada una de las ecuaciones lineales con dos incógnitas a coeficientes en $\mathbb{C}$:

   a) $x + iy = 1$
   b) $ix + y = 1 + i$
   c) $(1 + i)x + (2 - i)y = 7$
   d) $(3 + i)(x + iy) = 6 + 2i$

10. Hallar las soluciones complejas de cada una de las ecuaciones lineales con una incógnita a coeficientes en $\mathbb{C}$:

   a) $z = 1$
   b) $(3 + i)\, z = 4i$
   c) $(3 + i)\, z = 6 + 2i$
   d) $4iz = 7 + 2i - 6z$

11. Calcular

   a) $\sqrt{2i}$
   b) $\sqrt[3]{-27}$
   c) $\sqrt[5]{-\sqrt{2} - \sqrt{2}i}$
   d) $\sqrt[4]{1}$
   e) $\sqrt[3]{-1}$
   f) $\sqrt[6]{-i}$

12. Resolver las siguientes ecuaciones:

   a) $z^5 - 32 = 0$
   b) $z + \bar{z} = 5 + 3i$
   c) $(i - 1) - z^3 = 0$
   d) $1 + z^4 + i = 0$

13. Resolver las siguientes ecuaciones:

   a) $z^2 - (2 + i)z - 7i = 0$
   b) $z^2 - (3 - 2i)z + 5 - 5i = 0$
   c) $z^4 + z^2 + i = 0$