

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura

Departamento de Matemática - Escuela de Ciencias Exactas y Naturales

ANÁLISIS MATEMÁTICO II

Licenciatura y Profesorado en Física, Licenciatura en Ciencias de la Computación, Licenciatura y Profesorado en Matemática - Año 2021

CUESTIONARIO DEL APUNTE 1.

Decida si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique convenientemente. En el caso Falso debe aportar un contraejemplo.

- 1. Sea f una función acotada en el intervalo [a,b]. Entonces existe una partición P, tal que $L(f,P) \geq U(f,P)$.
- 2. Si f es integrable en el intervalo [a, b], entonces f es continua en [a, b].
- 3. Si f es integrable en [a, b] entonces para cada $\varepsilon > 0$ y para cada partición vale

$$U(f, P) - L(f, P) < \varepsilon$$
.

4. La función f(x) = -x es integrable en cualquier intervalo [a, b] y la integral vale

$$\int_{a}^{b} f(x) dx = -\frac{b^2}{2} + \frac{a^2}{2}.$$

5. La función $f(x) = x^3$ es integrable en cualquier intervalo [0, b] y la integral vale

$$\int_0^b f(x) \, dx = \frac{b^4}{4}.$$

6. Si $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ y $a \leq c < d \leq b$ y f es integrable sobre [a, b] entonces f es integrable sobre [c, d] y

$$\int_a^d f(x) \, dx \le \int_a^b f(x) \, dx.$$

7. Como en el item anterior, pero suponemos que además f es no negativa en [a,b] entonces

$$\int_{c}^{d} f(x) dx \le \int_{a}^{b} f(x) dx.$$

8. (para trabajar más...) Consideremos el intervalo [a,b] y n puntos $S = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ en (a,b). Sea f definida en [a,b], de modo que sabemos que f es continua en [a,b]-S. Entonces f es integrable en [a,b].