BACCALAUREAT 3 - 1ères STD2A
Date de l'épreuve : 30 Avril 2025
Matière: Mathématiques
Durée de l'épreuve : 2 heures
Classe : 1ère STD2A
Nom de l'enseignant : Nicolas Bancel
L'usage de la calculatrice en mode examen est autorisée : OUI

Collège Lycée Suger **Mathématiques**

Année 2024-2025 - 3ème trimestre **1ères STD2A**

BAC Blanc

N. Bancel

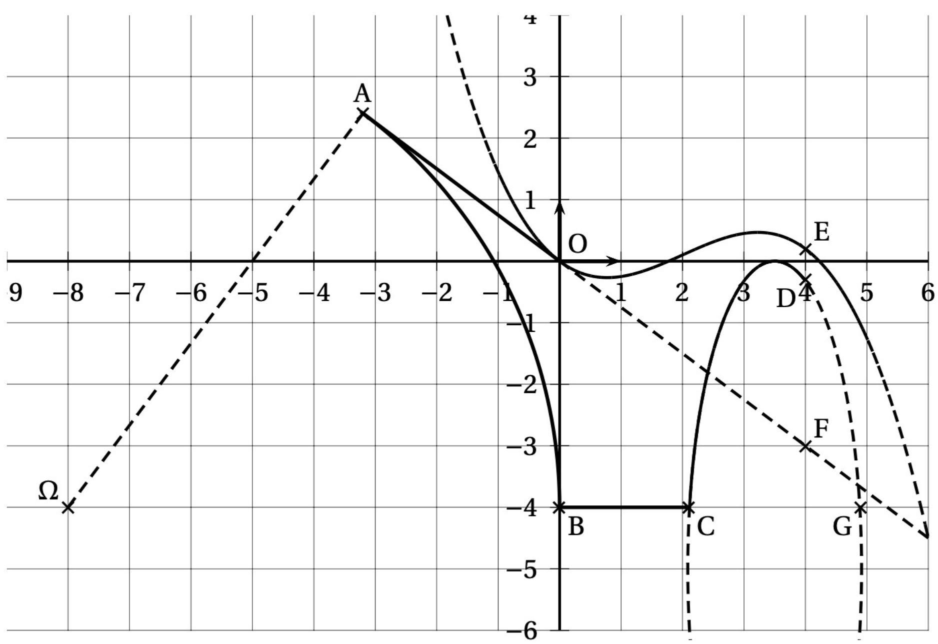
30 Avril 2025

Durée : 2 heures. La calculatrice en mode examen est autorisée
Une réponse donnée sans justification sera considérée comme fausse.
Total sur 23 points (la note sera ramenée sur 20)

Exercice 1 : L'arrosoir (16 points)

Extrait du BAC Juin 2018 Métropole - La réunion

Un bureau de design doit créer un arrosoir pour une célèbre enseigne. Le profil de l'arrosoir est composé de six éléments géométriques. Le plan étant muni d'un repère orthonormal $\left(O;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, les six éléments géométriques qui composent l'arrosoir sont représentés en gras dans la figure ci-dessous.



- L'ensemble constitué du segment $[OA]$ et de l'arc de cercle de centre Ω reliant les points A et B représente le *bec verseur* de l'arrosoir ;
- la courbe reliant les points O et E représente le *col* de l'arrosoir ;
- l'arc d'ellipse reliant les points C et D représente l'*anse* de l'arrosoir.

Dans cet exercice, on étudie le bec verseur, le col et l'anse de l'arrosoir.

Partie A : Etude du bec verseur (2.5 points)

On admet que le point A a pour coordonées $A(-3.2;2.4)$

1. (0.5 points) Déterminer les coordonées des points O et Ω

2. (1 point) Déterminer les coordonées des vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{\Omega A}$

3. (1 point) En utilisant la formule en annexe, démontrer que les droites (OA) et (ΩA) sont perpendiculaires.

Partie B : Etude du col de l'arrosoir (13.5 points)

La courbe qui représente le col de l'arrosoir est un arc de la courbe représentative d'une fonction polynôme f de degré 3 définie, pour tout nombre réel x, par

$$f(x) = -0.1x^3 + 0.6x^2 + ax + b,$$

où a et b sont des nombres réels à déterminer. On appelle F la courbe représentative de la fonction f.

1. **Contrainte 1 :** le point O appartient à la courbe F ;
2. **Contrainte 2 :** la droite (OA) est tangente à la courbe F au point O.

1. (0.5 points) Montrer que $b = 0$.

2. (1 point) Déterminer l'expression de $f'(x)$, dérivée de f.

3. (2.5 points) Détermination de la valeur de a
   (a) (2 points) Démontrer que la droite (OA) a pour équation $y = -0,75x$.
   (b) (0.5 points) En utilisant la formule de la dérivée, en évaluant sa valeur en 0, et en se souvenant de son interprétation géométrique, en déduire la valeur de a.

4. (5.5 points) On admet pour la suite que

$$f(x) = -0.1x^3 + 0.6x^2 - 0.75x$$

   et que l'arc de F correspondant au col est défini pour $x \in [0;4]$.
   (a) (1 point) Déterminer la dérivée de f notée $f'(x)$
   (b) (1.5 points) Soient x_1 et x_2 les deux valeurs :

$$x_1 = \frac{4-\sqrt{6}}{2} \approx 0,78, \qquad x_2 = \frac{4+\sqrt{6}}{2} \approx 3,22.$$

   Démontrer que x_1 est une racine de la dérivée $f'(x)$ (c'est-à-dire que $f'(x_1) = 0$). On admettra que $f'(x_2) = 0$
   (c) (1 point) En déduire que $f'(x)$ peut s'écrire sous la forme

$$f'(x) = -\frac{3}{10}\left(x - \frac{4-\sqrt{6}}{2}\right)\left(x - \frac{4+\sqrt{6}}{2}\right).$$

   (d) (2 points) Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0;4]$ et en déduire le tableau de variations de f.

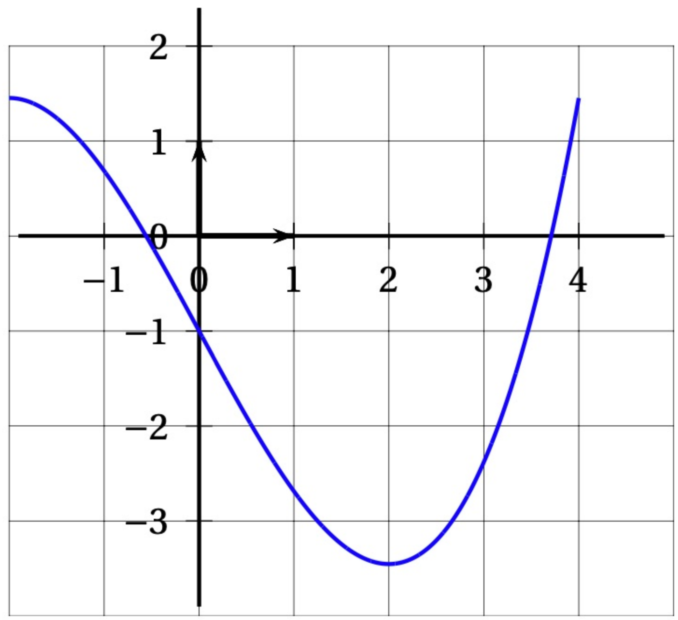
5. (2 points) Compléter le tableau de valeurs de l'annexe 1 (arrondir au dixième).

6. (2 points) Placer les points obtenus dans le repère de l'annexe 1 puis tracer l'arc de F représentant le col.

Exercice 2 - QCM et questions courtes (3 points)

Pour chaque question, déterminer la bonne réponse et justifier pourquoi

1. (1 point) La courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2;4]$ est donnée ci-dessous.



   1. $f'(x) \geq 0$ sur $[-2;1]$
   2. $f'(x) > 0$
   3. $f'(x) < 0$ sur $[-2;2]$
   4. $f'(3) > 0$

2. (1 point) On considère la suite u_n définie par

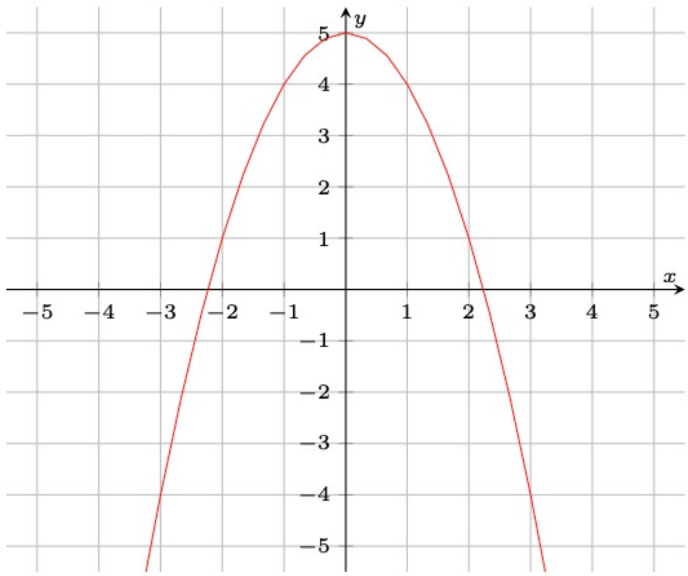
$$\begin{cases} u_0 = 9, \\ u_n = 4u_{n-1} + 2 \end{cases}$$

   Déterminer la valeur de u_2

3. (1 point) Lire graphiquement

   1. l'image de 3
   2. l'image de -1
   3. le ou les antécédents de 5
   4. le ou les antécédents de -4

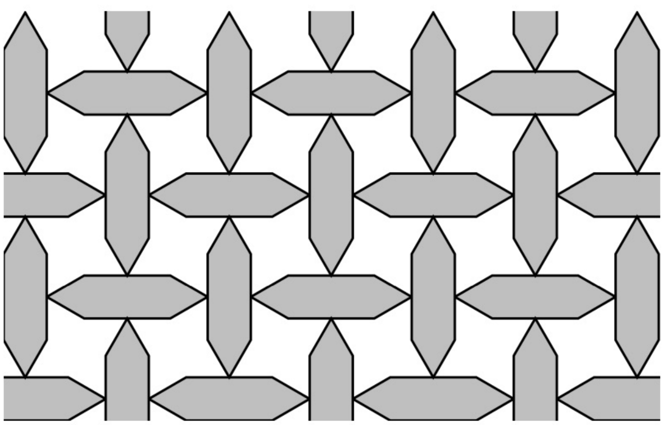
   par la fonction f représentée graphiquement ci-dessous.

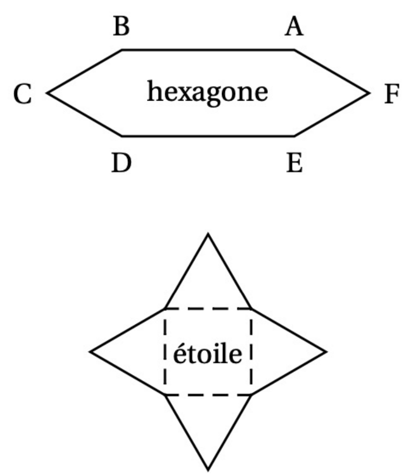


Exercice 3 - Pavage (4 points)

Extrait du BAC Septembre 2018 Métropole - La réunion

Le pavage représenté ci-dessous à gauche a été réalisé à l'aide des deux motifs "hexagone" et "étoile" représentés ci-dessous à droite.





Partie A : Les motifs - Rappels de collège (1 point)

Rappel : un angle plat mesure 180 degrés. La somme des mesures des angles d'un triangle est de 180 degrés

1. (1 point) L'hexagone $ABCDEF$ est constitué d'un rectangle $ABDE$ tel que $AB = 4\,\text{cm}$ et $BD = 2\,\text{cm}$. Les triangles AEF et BCD sont équilatéraux et situés à l'extérieur du rectangle $ABDE$. Déterminer la mesure, en degrés, de l'angle $\widehat{CDE}$.

Partie B : Etude du pavage (3 points)

1. (1 point) Donner une transformation du plan qui permet de passer du motif "hexagone" numéroté 1 au motif "hexagone" numéroté 2.

2. (2 points) On peut passer du motif "hexagone" numéroté 1 au motif "hexagone" numéroté 3 en appliquant successivement deux transformations du plan. Quelles sont ces transformations ?

Annexe

Exercice 1 - Partie A - Question 3

Deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ de coordonnées

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_{AB} \\ y_{AB} \\ z_{AB} \end{pmatrix}$$

et

$$\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} x_{CD} \\ y_{CD} \\ z_{CD} \end{pmatrix}$$

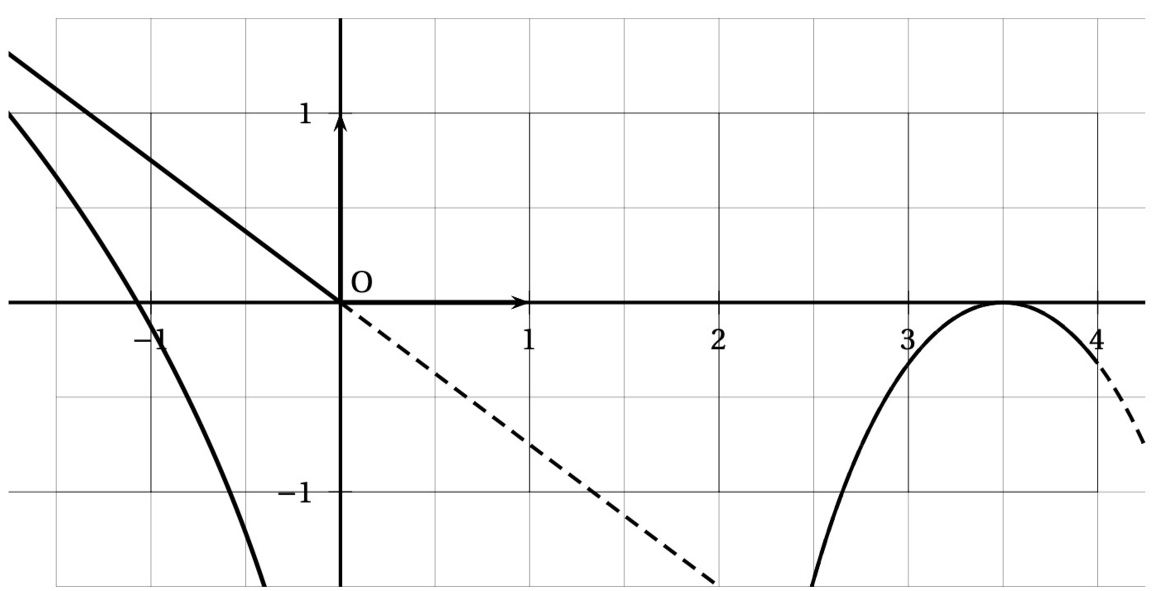
sont orthogonaux (cad qu'ils sont perpendiculaires) si et seulement si leur produit scalaire est égal à 0, c'est-à-dire :

$$x_{AB} \cdot x_{CD} + y_{AB} \cdot y_{CD} + z_{AB} \cdot z_{CD} = 0$$

Exercice 1 - Partie B - Question 5 (tableau de valeurs)

x	0	0,5	1	2	2,5	3	3,5	4	
$f(x)$									

Exercice 1 - Partie B - Question 6 (Tracé de la courbe)



Exercice 3 - Partie B