Exemple

« 2 est-il racine de $x^2 - 3x + 7$? »

Réponse : On substitue x par 2 dans l'expression donnée :

$$\begin{aligned} 2^2 - 3 \times 2 + 7 &= 4 - 6 + 7 \\ &= 5 \\ &\neq 0 \end{aligned}$$

Donc 2 n'est pas racine du polynôme $x^2 - 3x + 7$.

Trouver la forme factorisée à partir d'une racine

Si une racine nous est donnée, on peut trouver la seconde par identification.

Exemple : Factoriser $-4x^2 + 16x + 20$ sachant que -1 est une racine.

On sait d'après l'énoncé que $-4x^2 + 16x + 20 = -4(x+1)(x-\alpha)$ où α est la 2nde racine que nous cherchons.
Si nous développons $-4(x+1)(x-\alpha)$ nous obtenons :

$$\begin{aligned} -4(x+1)(x-\alpha) &= -4(x^2 - \alpha x + x - \alpha) \\ &= -4(x^2 + x(1-\alpha) - \alpha) \\ &= -4x^2 - 4x(1-\alpha) - 4\alpha \end{aligned}$$

Par identification, c'est-à-dire en regardant les coefficients, on s'aperçoit que :

$$\begin{cases} -4(1-\alpha) = 16 \\ \quad\quad\; 4\alpha = -20 \end{cases}$$

On peut prendre l'équation que l'on veut pour trouver α : la seconde par exemple nous donne $\alpha = \dfrac{20}{-4} = -5$.
On en déduit que la seconde racine est -5.

Représentation graphique

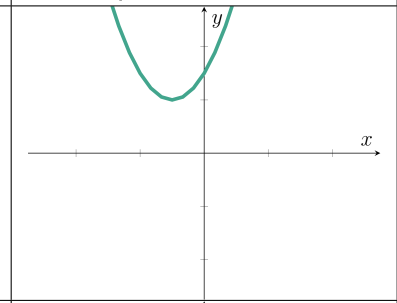
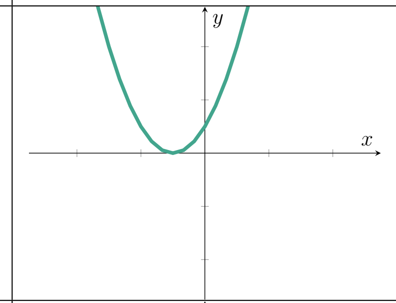
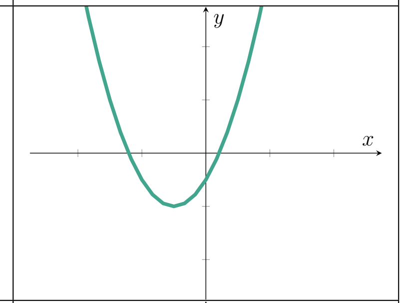
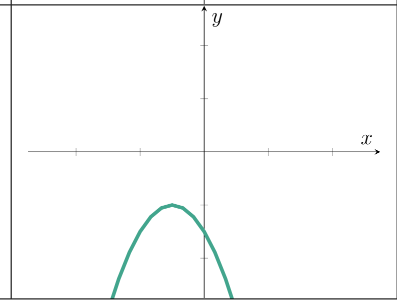
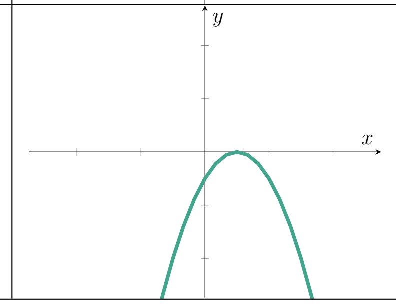
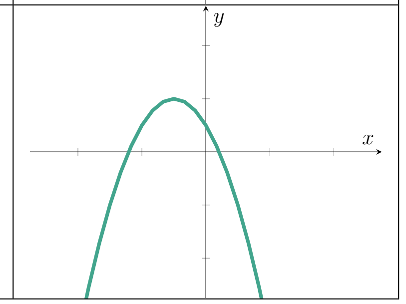
La fonction parabolique

On considère la fonction polynôme du 2nd degré :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

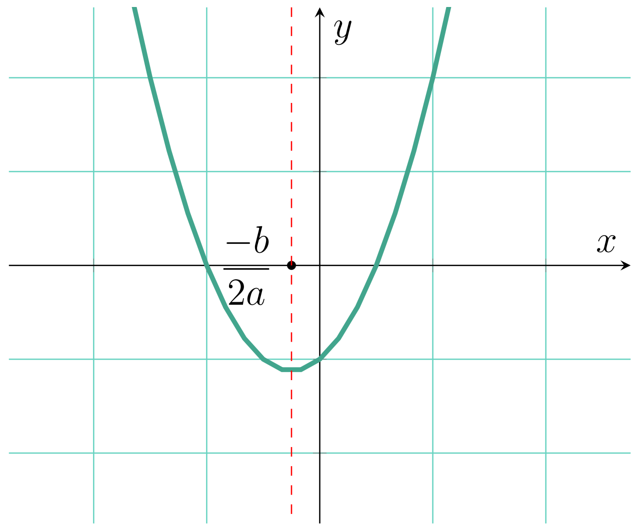
On appelle la représentation graphique d'une fonction polynôme du 2nd degré une **parabole**.

— Le sens de variation de f dépend uniquement du signe de a.
— Le signe de f dépend du signe de a ainsi que des racines de f.

	pas de racine	Une racine	Deux racines
$a > 0$			
$a < 0$			

Sommet et axe de symétrie

La fonction polynôme du 2nd degré admet pour **axe de symétrie** $x = -\dfrac{b}{2a}$ (forme développée) ou $x = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$ (forme factorisée).



Son sommet a pour coordonnées $\left(\dfrac{-b}{2a} \,;\, f\left(\dfrac{-b}{2a}\right)\right)$

Tableaux de variations

— Si $a > 0$, la fonction f a pour tableau :