

## Devoir sur table N°1 - Chapitre sur les fonctions

N. Bancel

2 Octobre 2024

**La calculatrice n'est pas autorisée**

### Exercice 1 - Elements de cours et rappels

- (1 point) Un polynôme de degré 2 s'écrit sous la forme  $ax^2 + bx + c$ , avec  $a$ ,  $b$ , et  $c$  réels et  $a \neq 0$ . Déterminer les coefficients  $a$ ,  $b$ , et  $c$  pour les polynômes  $g$  et  $h$  définis sur  $\mathbb{R}$  par
  - $g(x) = 3x^2 - 2$
  - $h(x) = (x - 4)(5 - 2x)$
- (0.5 points) Quelle est la forme graphique (entre Forme 1, ou Forme 2) de la courbe représentative dans un repère orthonormé de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = -3x^2 + x - 2$  ? Une justification est demandée

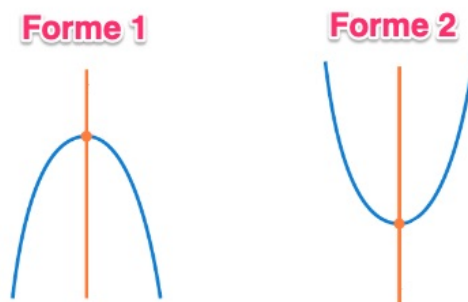
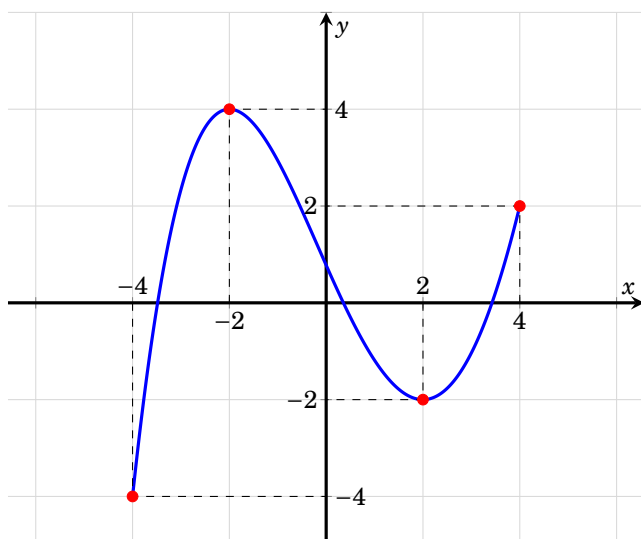


Figure 1: Formes de paraboles

- (0.5 points) Donner la solution de l'équation dans  $\mathbb{R}$  :  $2x - 5 = -4x + 13$
- (1 point) Factoriser l'expression  $(5x - 2)(x + 4) + 6(5x - 2)$
- (1 point) Dessiner le tableau de variation de la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[-4; 4]$ , et représentée dans le graphique ci-dessous :



$x$	...	...	...	...
$f(x)$				

6. (1 point) Dresser le tableau de signe de la fonction  $k$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $k(x) = 3(x-4)(x+1)$ . **Attention : le tableau ci-dessous est indicatif, il se peut qu'il manque quelques éléments dessus. A vous de les trouver**

$x$	...	...	...	...
$k(x)$	...	...	...	...

## 1 Exercice 2 - Etude d'une fonction

1. (2 points) Montrer que la fonction  $f(x) = -2x^2 - 4x + 16$  peut s'écrire sous la forme

$$-2(x-2)(x+4)$$

- (1 point) En déduire les solutions de l'équation  $f(x) = 0$
- (1 point) Quelle est l'image de  $x = 3$  par la fonction  $f$  ?
- (1 point) Le point  $A$  de coordonnées  $(-1; 18)$  appartient-il à la courbe représentative de  $f$  ? Qu'en est-il du point  $B$  de coordonnées  $(0; 14)$  ? Justifier
- (2 points) Construire le tableau de signe de la fonction  $f$  sur le domaine de définition  $\mathcal{D} = ]-\infty; +\infty[$
- (1 point) En déduire les solutions de l'inéquation

$$f(x) \geq 0$$

On prendra le soin de bien écrire les intervalles

7. (1 point) L'extremum de la fonction (c'est-à-dire le maximum ou le minimum - on déterminera ce qu'il en est dans la question suivante)  $f$  est atteint en  $x = -1$ . Dessiner le tableau de variation de la fonction  $f$ . **[Bonus à 0.5 point]** (*sauter cette question bonus si vous n'avez pas la réponse, n'y passez pas trop de temps*) : à partir de la forme développée de la fonction  $f$ , comment aurions-nous pu trouver que l'extremum était atteint en  $x = -1$  ?
8. (1 point) (Cette question se décompose en 3 sous questions)
- Quel est le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = 20$  ?
  - Quel est le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = 18$  ?
  - Quel est le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = 2$  ?

### Exercice 3 - Polynôme de degré 3 - Interpolation

Soit la fonction polynôme de degré 3  $h$  définie dans  $\mathbb{R}$  par :

$$h(x) = x^3 - 2x^2 - x + d$$

où  $d$  est un paramètre à déterminer. On appelle  $\mathcal{H}$  la courbe représentative de la fonction  $h$ . On souhaite imposer la contrainte suivante : La courbe  $\mathcal{H}$  doit passer par le point  $B$  de coordonnées  $(1, 0)$ .

1. (1 point) Montrer que  $d = 2$
2. (1 point) Montrer que  $h$  peut s'écrire sous la forme factorisée :

$$h(x) = (x - 1)(x - 2)(x + 1)$$

3. (1 point) Quel est le tableau de signe de la fonction  $h$  sur le domaine de définition  $\mathcal{D} = ]-\infty; +\infty[$  ?
4. (1 point) Dans le graphique en dernière page, la courbe verte représente la fonction  $f$  d'équation  $f(x) = x^3 - 2x^2$ . Montrer que la courbe rouge qui représente la fonction  $g$  a pour équation

$$g(x) = x - 2$$

5. (1 point) A partir de la question 3, résoudre l'inéquation suivante dans  $\mathcal{D}$

$$x^3 - 2x^2 \leq x - 2$$

Quelle est l'interprétation graphique des résultats ?

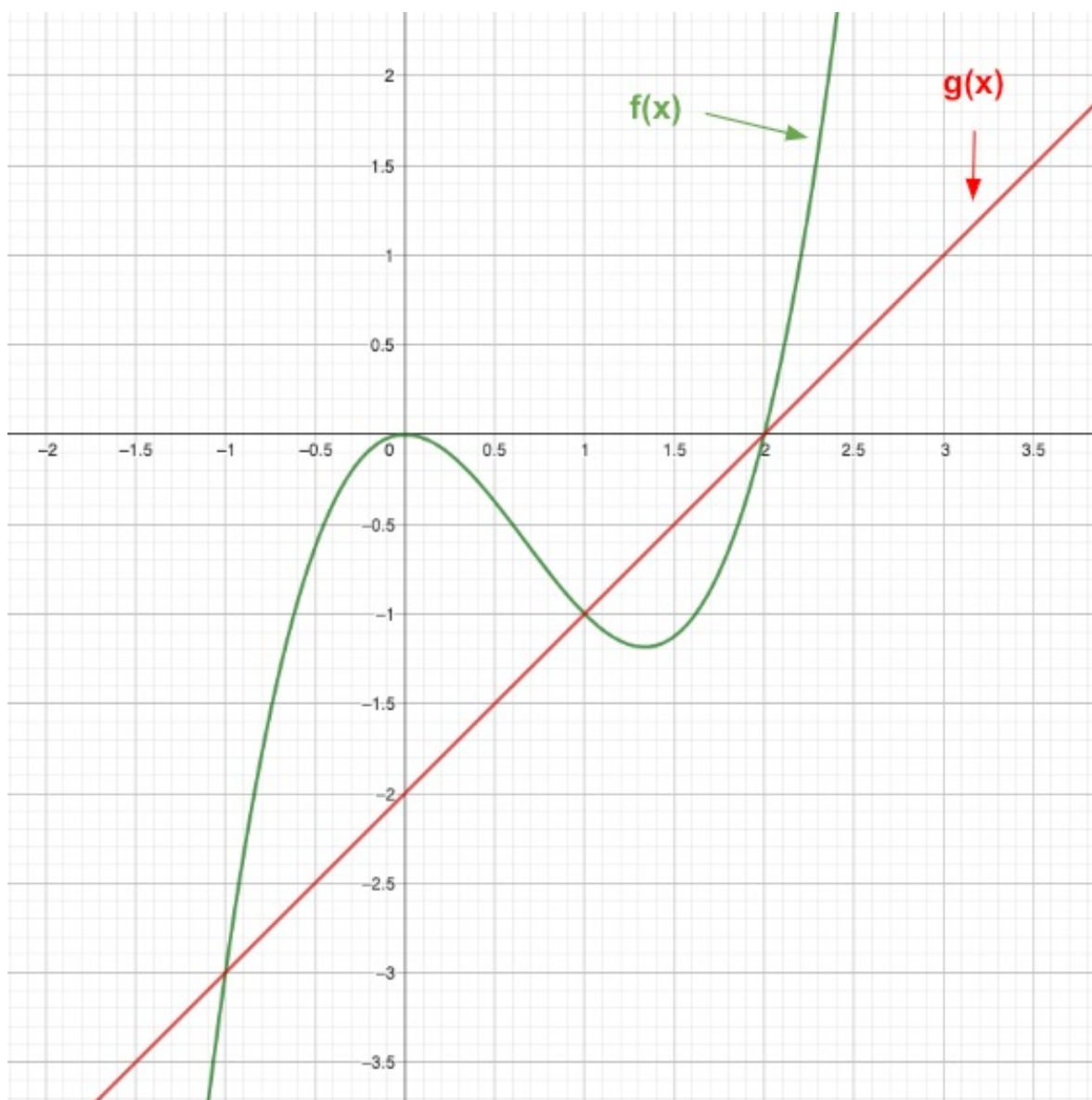


Figure 2: Graphique de l'exercice 3