

## EXEMPLE

« Calculer l'espérance dans l'exemple précédent. »

**Réponse :**  $E(X) = -5 \times \frac{2}{5} + 1 \times \frac{1}{2} + 10 \times \frac{1}{10} = -\frac{1}{2}$ . On peut donc « espérer » perdre 50 centimes par partie.

## ARBRE DE PROBABILITÉS

### PROPRIÉTÉ

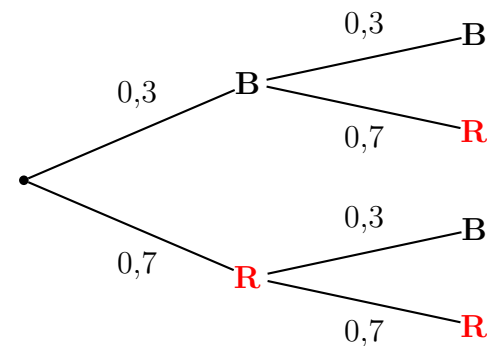
Lorsqu'une expérience aléatoire comprend plusieurs épreuves / étapes, on peut modéliser celle-ci à l'aide d'un arbre de probabilités.

Chaque épreuve ayant plusieurs issues possibles, on représente ces issues par des branches. On étend ensuite l'arbre pour chaque épreuve.

## EXEMPLE

« Une urne contient une 3 boules blanches et 7 boules rouges. On procède à deux tirages avec remise. Représenter cette situation par un arbre de probabilités. »

**Réponse :**



### PROPRIÉTÉ

Pour calculer la probabilité d'un événement à l'aide d'un arbre de probabilités :

1. on repère les chemins correspondant à cet événement,
2. pour chaque chemin, on calcule la probabilité de celui-ci en multipliant les probabilités de chacune des branches,
3. et enfin on additionne la probabilité de chaque chemin.

## EXEMPLE

« Dans l'exemple précédent quelle est la probabilité de tirer une boule rouge et une boule blanche ? »

**Réponse :**  $p = 0,3 \times 0,7 + 0,7 \times 0,3 = 0,42$ .

## ÉPREUVES DE BERNOULLI

### DÉFINITION

- On appelle **épreuve de Bernoulli** une expérience aléatoire à deux issues.
- On associe **S** (pour succès) à une de ces issues, **E** ou  $\bar{S}$  à l'autre (pour échec).
- La répétition de  $n$  épreuves de Bernoulli **identiques et indépendantes** s'appelle un **schéma de Bernoulli**.

## ARBRE

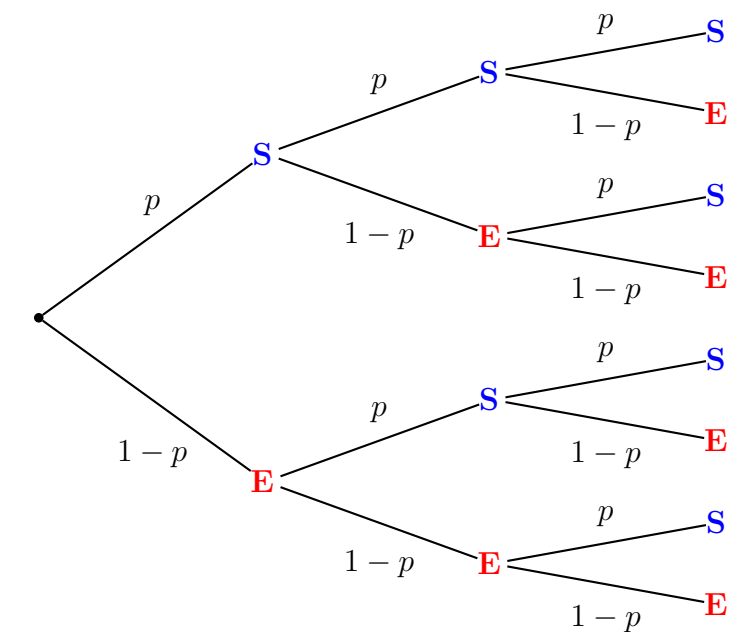


Schéma de Bernoulli avec  $n = 3$

## EXEMPLE

« Pierre lance un dé. Il gagne à chaque fois qu'un 1 ou un 6 apparaît. Il joue trois fois de suite. Soit  $X$  la variable aléatoire associée au nombre de succès.

- Montrer que l'expérience aléatoire est une répétition d'épreuve de Bernoulli.
- Calculer  $P(X = 2)$ .

**Réponse :** L'expérience aléatoire est la répétition de 3 épreuves identiques et indépendantes à 2 issues possibles (succès : Pierre tombe sur un 1 ou un 6 ; échec : Pierre tombe sur un 2, 3, 4 ou 5). On a bien une répétition d'épreuves de Bernoulli.

Il y a 3 chemins possibles, chacun ayant une probabilité de  $\frac{2}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{2}{27}$  d'où :

$$P(X = 2) = 3 \times \frac{2}{27} = \frac{2}{9}$$