# Serie technologique e3c nº 77 mai 2020

# ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première technologique

## **PARTIE I**

Exercice 1 5 points

Automatismes Sans calculatrice Durée : 20 minutes

|     | Énoncé   | Réponse                                 |
|-----|--|---|
| 1.  | Donner l'écriture décimale exacte de $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} \times 9$ .                                      |   |
| 2.  | Le prix d'un article a été multiplié par 0,98. Quel  |   |
|     | taux d'évolution a subi le prix de cet article?  |   |
| 3.  | Quel est le coefficient multiplicateur qui correspond à une diminution de 30 % suivie d'une diminution de 20 % ? |   |
| 4.  | Déterminer le signe de l'expression $A = 2x + 5$ .   |   |
| 5.  | Développer puis réduire  |   |
| Э.  | $B = 2x^2 + (x-1)(x+1).$   |   |
|     | Pour les questions suivantes on considère la repré   | esentation graphique de la fonction $f$ |
|     | ci-dessous.  | B                                       |
| 6.  | Que vaut $f(1)$ ?  |   |
| 7.  | Quelle est l'image de 5?   |   |
| 8.  | Combien 5 possède-t-il d'antécédents?  |   |
| 9.  | Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < 0$ .   |   |
| 10. | Déterminer l'équation réduite de la droite (AB) par la méthode de votre choix.                                   |   |

#### PARTIE II

# Calculatrice autorisée

Cette partie est composée de trois exercices indépendants

Exercice 2 5 points

Au 1<sup>er</sup> janvier 2019, Sophie installe une éolienne dans son jardin. Une éolienne correctement orientée produit environ 200 kWh/an.

La première année, l'installation produit effectivement cette quantité d'énergie. Pour des raisons liées aux changements climatiques, on estime que la quantité d'énergie produite baissera de 4 % par an au cours des années suivantes.

Pour tout entier  $n \ge 0$ , on note  $u_n$  la quantité d'énergie produite par l'installation durant l'année (2019 + n). On a donc  $u_0 = 200$ .

- 1. a. Quelle est la quantité d'énergie produite par l'installation durant l'année 2020?
  - **b.** Pour tout entier naturel n, exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$ .
  - **c.** Quelle est la nature de la suite  $(u_n)$ ? Préciser ses éléments caractéristiques.

**2.** Pour calculer les termes successifs de la suite  $(u_n)$  Sophie utilise l'algorithme en Python ci-dessous :

```
def production(n):
    u = ...
    k = 0
    while k < n :
        ...
    k = k + 1
    return u</pre>
```

- a. Recopier et compléter cet algorithme.
- **b.** Quelle valeur est renvoyée par l'instruction « production(5) »? Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 3 5 points

Une entreprise qui fabrique et commercialise un produit a une capacité de production limitée à 3,5 tonnes par jour.

Le coût total de fabrication, exprimé en milliers d'euros, pour fabriquer x tonnes de ce produit est noté C(x).

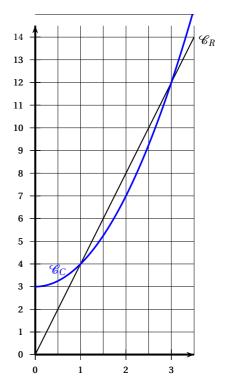
La recette, exprimée en milliers d'euros, obtenue pour x tonnes de produit vendu est notée R(x). Le bénéfice, exprimé en milliers d'euros, obtenu pour x tonnes de produit vendu est noté B(x).

### Partie A

Dans le repère ci-contre, la courbe  $\mathscr{C}_C$  représente la fonction C, et la courbe  $\mathscr{C}_R$  représente la fonction R.

# On utilisera le graphique pour répondre aux questions 1 et 2.

- 1. Quel est le montant en euros de la recette si l'entreprise vend 0,5 tonne de produit? Réalise-t-elle un bénéfice dans ce cas? Justifier votre réponse.
- **2.** Pour quelle(s) quantité(s) de produit l'entreprise est-elle bénéficiaire?



### Partie B

On admet que le bénéfice pour x tonnes de produit vendu est donné par

$$B(x) = -x^2 + 4x - 3$$

où x appartient à l'intervalle [0; 3,5].

- 1. On admet que B est une fonction dérivable sur l'intervalle [0; 3,5] et on note B' sa dérivée. Calculer B'(x).
- **2.** Étudier les variations de la fonction *B* sur l'intervalle [0; 3,5].
- 3. Quel est le bénéfice maximum? Pour quelle quantité de production est-il atteint?

Exercice 4 5 points

Des plats cuisinés d'un certain type sont fabriqués en grandes quantités.

On prélève au hasard un plat d'un lot dans lequel 97 % des plats sont conformes au cahier des charges. On remet le plat dans le lot et on effectue un deuxième prélèvement d'un plat. On refait un troisième prélèvement dans les mêmes conditions.

- 1. Justifier que cette expérience est un schéma de Bernoulli dont on précisera les paramètres.
- 2. Représenter cette expérience par un arbre pondéré.
- **3.** Calculer la probabilité de l'évènement *C* : « les trois plats prélevés sont conformes au cahier des charges ». On donnera une valeur approchée du résultat au millième.
- **4.** On note *X* la variable aléatoire correspondant au nombre de plats conformes.
  - **a.** Déterminer la loi de probabilité de *X*.
  - **b.** Des deux évènements suivants, lequel est le plus probable :  $\{X = 2\}$  ou  $\{X = 3\}$ ?