Réponse :

$$f'(x) = -12x + 9$$

On obtient alors le tableau de signes de f' ci-dessous, dont on déduit le tableau de variation de f :

x	$-\infty$		$\frac{3}{4}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{147}{8}$	$\searrow$	

Remarque

Là où la dérivée s'annule on observe le plus souvent un maximum ou un minimum.

Mais ce n'est pas toujours le cas : par exemple $f(x) = x^3$ a une dérivée $f'(x) = 3x^2$ qui est nulle lorsque $x = 0$. Mais $x = 0$ n'est ni un minimum, ni un maximum.

Exemple

Dans l'exemple précédent, $f'\left(\frac{3}{4}\right) = 0$, et f atteint bien son maximum en $x = \frac{3}{4}$.

Tangente et fonction dérivée

Taux de variation

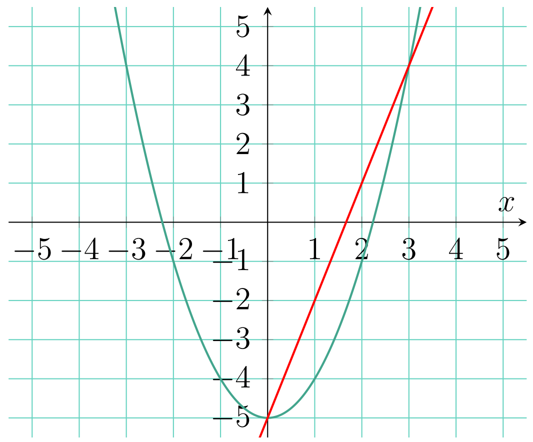
Soit f une fonction et a et b deux réels appartenant à l'ensemble de définition de f.

Le taux de variation de f entre a et b est le quotient :

$$\boxed{\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}}$$

Exemple

Soit la fonction $f(x) = x^2 - 5$. Calculer son taux de variation entre 0 et 3.



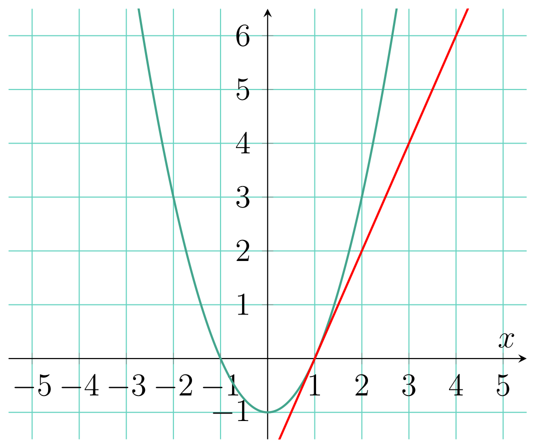
Réponse :

$$\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{4 - (-5)}{3} = 3$$

Nombre dérivé

On appelle **nombre dérivée de f en** a, noté $f'(a)$, la limite, quand elle existe, du taux de variation lorsque b tend vers a :

$$\boxed{f'(a) = \lim_{b \to a} \frac{f(b) - f(a)}{b - a}}$$



Vocabulaire

La tangente à une courbe en un de ses points est une droite qui « touche » la courbe au plus près au voisinage de ce point

Propriété

Soit f une fonction. Si la courbe représentative de f, notée C_f, admet une tangente au point d'abscisse $x = a$, alors le coefficient directeur de cette tangente sera le nombre dérivé $f'(a)$.

On peut maintenant calculer ce dernier en :