Séquence:
Généralités sur les fonctions

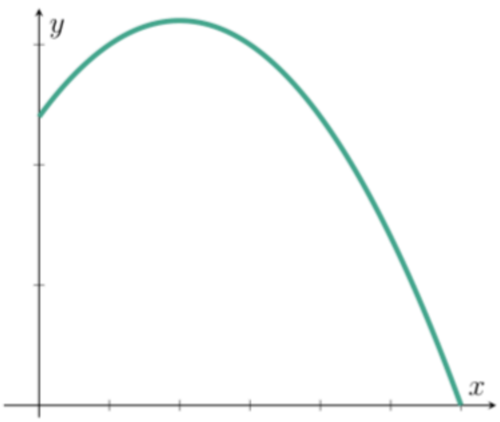
1. Généralité sur les fonctions:

a. Définition :

Une fonction modélise la dépendance d'une quantité vis à vis d'une autre.
On note $f(x)$ cette fonction où x est la variable dont dépend la quantité étudiée.

b. Exemple:

On s'intéresse à la trajectoire d'un ballon dans l'air lors d'un lancer franc au basketball :



On s'aperçoit que sa hauteur dépend de la distance par rapport au lanceur. On peut modéliser cela par une fonction f qui associe la hauteur à x la distance par rapport au lanceur. Ici cette fonction sera :

$$f(x) = -x^2 + 4x + 12$$

Que l'on pourra noter également sous la forme :

$$f : x \mapsto -x^2 + 4x + 12$$

2. Image antécédent et représentation graphique:

a. Vocabulaire:

En prenant une valeur a réelle et en calculant $f(a)$ on obtient l' **image de a par la fonction f,** on dit que a est un **antécédent.**

Exemple:

Dans l'exemple précédent $f(2) = 16$. On dit que 16 est l'**image de** de 2 et que 2 est l'**antécédent** de 16 par la fonction f.

b. Propriété:

Pour calculer une **image** on substitue x par la valeur donnée dans $f(x)$.
Pour trouver un **antécédent** on doit résoudre une équation.

Exemple :

Pour calculer l'image de 2 par la fonction $f(x) = -x^2 + 4x + 12$, on remplace x par 2 :

$$\begin{aligned} f(2) &= -2^2 + 4 \times 2 + 12 \\ &= -4 + 8 + 12 \\ &= 16 \end{aligned}$$

L'image de 2 est donc 16.

Pour trouver l'antécédent de 8 par la fonction $g(x) = 3x - 7$, on résout :

$$\begin{aligned} & 3x - 7 = 8 \\ \Longleftrightarrow \quad & 3x = 8 + 7 \\ \Longleftrightarrow \quad & 3x = 15 \\ \Longleftrightarrow \quad & x = \frac{15}{3} \\ \Longleftrightarrow \quad & x = 5 \end{aligned}$$

Exercices 1 à 6 page 108 à chercher

c.Représentation graphique:

Pour tracer la représentation graphique de la fonction f, que l'on nomme **courbe représentative** de f, ou tout simplement C_f :

1. on prend plusieurs valeurs de x (dans le domaine de définition de f).
2. Pour chacune de ces valeurs on calcule l'image $f(x)$.
3. Les points de coordonnées $(x; f(x))$ seront les points de la représentation graphique de f. Il suffit de les placer et de les relier pour obtenir C_f.

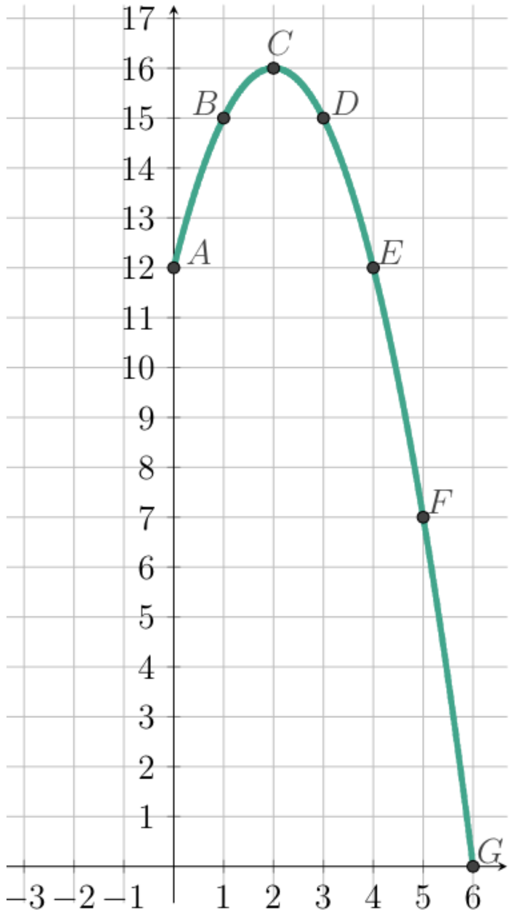
Exemple:

Dans l'exemple précédent , tracer la courbe représentative graphique de $f(x) = -x^2 + 4x + 12$

On construit un tableau de valeurs

x	0	1	2	3	4	5	6
f(x)	12	15	16	15	12	7	0

On place les points obtenus et les relie



Point sur la courbe:

Pour vérifier qu'un point de coordonnées $(a; b)$ appartient à la courbe C_f on calcule $f(a)$ et on regarde si le résultat est égal à b.

Exemple:

Dans l'exemple précédent le point $(2; 8)$ appartient-il à la courbe C_f .

On calcule $f(2)$: $-2^2 + 4 \times 2 + 12 = -4 + 8 + 12 = 16$

Or $16 \neq 8$ donc le point $(2; 8)$ n'appartient pas à C_f.

Exercices 7 , 8 et 11 page 108-109 à chercher

3. Résolution graphique:

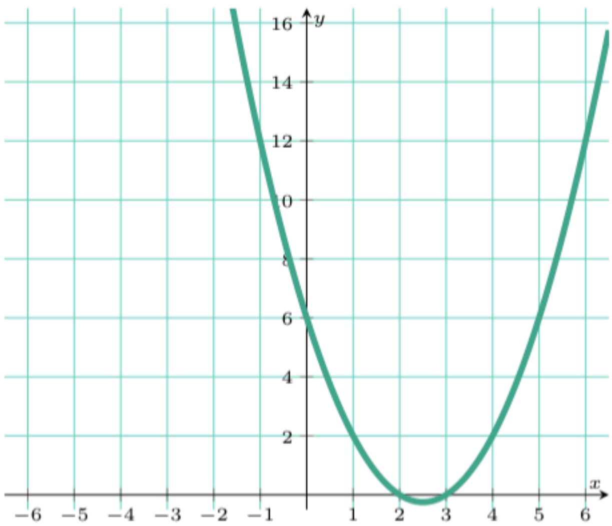
a. Résolution d'une équation graphiquement:

Pour résoudre une équation du type $f(x) = k$ où k est un nombre :

1. on trace la droite $y = k$ et on cherche les points d'intersections de cette droite avec la courbe représentative de f.
2. Les abscisses de ces points d'intersections seront les solutions de cette équation.

b. Exemple:

« On cherche à résoudre $x^2 - 5x + 6 = 2$. Ci-dessous on donne la représentation graphique de $f(x) = x^2 - 5x + 6$. En déduire les solutions de l'équation donnée. »



Solution:
En traçant la droite d'équation $y = 2$, on s'aperçoit qu'il y a deux points d'intersections avec la courbe C_f. L'abscisse de ces points d'intersections sont 1 et 4. D'où $S = \{1;4\}$

Exercices 15, 16 et 17 page 118 à chercher

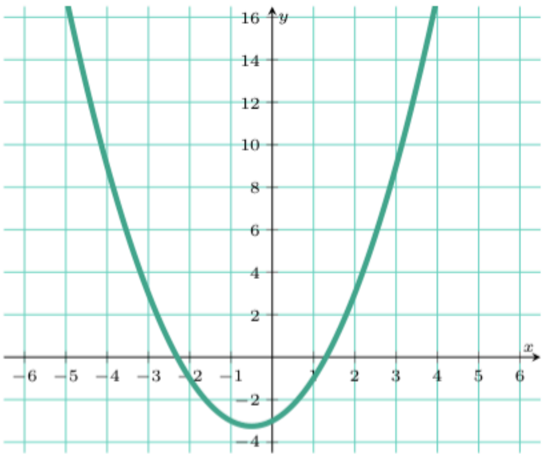
4. Résolution d'une inéquation graphiquement:

Pour résoudre une équation du type $f(x) \geq k$ ou $f(x) \leq k$ ou $f(x) > k$ ou $f(x) < k$, où k est un nombre :

1. on répète les même étapes que pour la résolution graphique d'une équation.
2. Si on cherche à résoudre $f(x) \geq k$ ou $f(x) > k$ on cherchera l'intervalle des x pour lequel la courbe C_f est au-dessus de la droite tracée.
3. Si on cherche à résoudre $f(x) \leq k$ ou $f(x) < k$ on cherchera l'intervalle des x pour lequel la courbe C_f est en-dessous de la droite tracée.

Remarque:
Le plus souvent la solution sera un intervalle.

« Ci-dessous on donne la représentation graphique de $f(x) = x^2 + x - 3$. Résoudre $x^2 + x - 3 > 3$. »



Solution :
En traçant la droite $y = 3$ on s'aperçoit que la courbe est au - dessus de la droite sur les intervalles :

$]-\infty; -3\,[$ et $]\,2; +\infty\,[$. D'où $S =]-\infty; -3\,[\,\cup\,]\,2; +\infty\,[$.

Exercices 18 , 19 et 21 page 120