Reconnaître une suite arithmétique

Suite définie explicitement

Une suite donnée sous forme explicite peut être une suite arithmétique. Par exemple la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u(n) = n + 4$ est une suite arithmétique. Comment le prouver ?

1. Exprimer $u(n+1)$.
2. Calculer $u(n+1) - u(n)$.
3. Si le résultat est une constante, *ie.* si le résultat ne dépend pas de la variable n, alors la suite est arithmétique.

Exemple

« Montrer que la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u(n) = n + 4$ est une suite arithmétique. »

Réponse :

1. $u(n+1) = (n+1) + 4 = n + 1 + 4 = n + 5$
2. $u(n+1) - u(n) = (n+5) - (n+4) = n + 5 - n - 4 = 1$.
3. Comme le résultat de $u(n+1) - u(n)$ est une constante (1), la suite est arithmétique de raison 1. On peut donc réécrire u sous la forme :

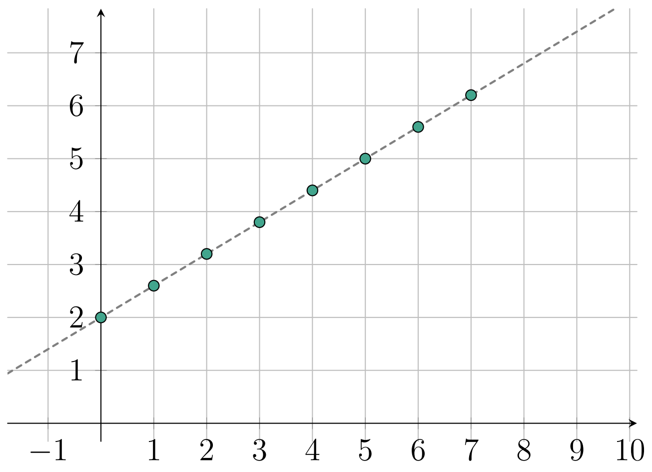
$$u(n+1) = u(n) + 1$$

Reconnaître une suite arithmétique graphiquement

Graphiquement, une suite arithmétique sera un ensemble de points alignés.

Exemple

La suite u représentée graphiquement ci-dessous est une suite arithmétique car l'ensemble des points est aligné.



Suites géométriques

Définition

On dit qu'une suite est **géométrique** quand on passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre. Ainsi, pour tout n :

$$\boxed{u(n+1) = u(n) \times q}$$

On appelle ce nombre q **la raison de la suite géométrique**.

Exemple

— La suite $u(n+1) = u(n) \times 7$ est une suite géométrique dont la raison est 7.
— La suite $u(n) = -6 \times u(n-1)$ est une suite géométrique dont la raison est -6.

Remarque

Nous nous limiterons cette année aux suites géométriques dont la raison est positive

Monotonie

— Si $q > 1$, la suite est strictement croissante.
— Si $0 < q < 1$, la suite est strictement décroissante.

Exemple

La suite u définie par tout entier naturel par $u(n+1) = 5u(n)$ est une suite croissante.

La suite v définie par tout entier naturel par $v(n+1) = \dfrac{v(n)}{2}$ est une suite décroissante.

Reconnaître une suite géométrique

Suite définie explicitement

Une suite donnée sous forme explicite peut être une suite géométrique. Par exemple la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u(n) = 4^n$ est une suite géométrique. Comment le prouver ?

1. Exprimer $u(n+1)$.
2. Calculer $\dfrac{u(n+1)}{u(n)}$.
3. Si le résultat est une constante alors la suite est géométrique.