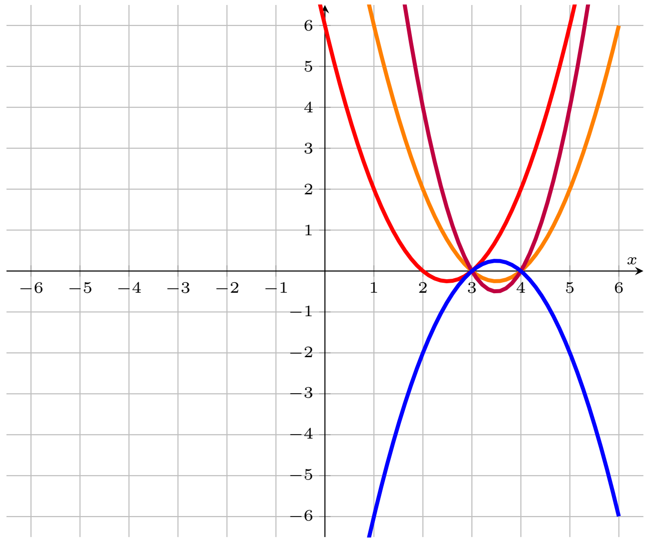
1. Calculer l'image de 4 par f.
2. Montrer que 3 est solution de l'équation $f(x) = 0$.
3. En déduire une forme factorisée de $f(x)$.
4. Donner le tableau de signes de f sur l'intervalle $[-6\,;\,6]$.
5. Parmi les quatre courbes suivantes laquelle représente graphiquement la fonction f ? Justifier.



116

Un styliste fabrique des sacs qu'il met en vente à un prix de 140 euros pièce. Le coût de production en euros de x sacs est modélisé par la fonction :

$$C(x) = x^2 + 80x + 500$$

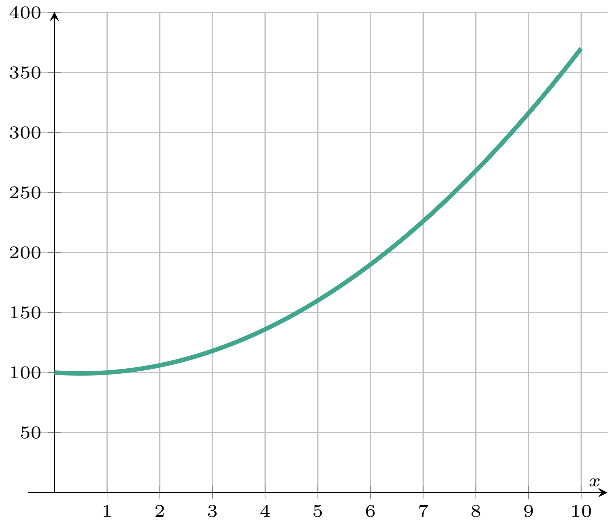
pour un nombre de sacs compris entre 0 et 80.

On note $R(x)$ le chiffre d'affaires en euros du styliste pour la vente de x sacs.

1. Exprimer le chiffre d'affaires $R(x)$ fonction de x.
2. Pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,80]$, on pose $B(x) = R(x) - C(x)$ le bénéfice réalisé par le styliste.
   (a) Montrer que $B(x) = -x^2 + 60x - 500$.
   (b) Calculer $B(10)$.
   (c) En déduire une factorisation de $B(x)$.
3. (a) Établir le tableau de variations de B sur [0,80]
   (b) Pour quel nombre de sacs vendus le styliste réalisera un profit maximal ? Quel sera alors la valeur de ce profit ?

117

Une entreprise fabrique x tonnes de peinture où x est compris entre 0 et 10 . On suppose que toute la production est vendue. Le coût total de fabrication, exprimé en milliers d'euros, est fonction de la quantité x produite. On le note $C(x)$. Il est représenté ci-dessous.



1. Déterminer par lecture graphique,
   (a) Le coût de fabrication de 3 tonnes de peinture.
   (b) La quantité fabriquée pour un coût de fabrication de 160 000 euros.
2. La recette totale obtenue pour une production de x tonnes est exprimée en milliers d'euros par $R(x) = 37x$.
   (a) Déterminer le coût de production de 2 tonnes de produit.
   (b) Déterminer la recette obtenue en vendant 2 tonnes de produit.
   (c) En déduire le bénéfice obtenu si l'entreprise vend 2 tonnes de produit.
3. On pose

$$C(x) = 3x^2 - 3x + 100.$$

   (a) Exprimer le bénéfice

$$B(x) = R(x) - C(x)$$

   en fonction du nombre de tonnes de peintures vendues.
   (b) Pour quelle production en tonnes le bénéfice est-il maximal ?
   (c) Montrer que

$$B(x) = -3(x-10)\left(x - \frac{10}{3}\right).$$

   (d) En déduire les valeurs de x pour lesquelles l'entreprise réalisera un bénéfice.

118

On se place dans un repère orthonormé $(O\,;\,I\,;\,J)$. Montrer qu'il existe une infinité de paraboles qui coupent l'axe des abscisses en $x = 2$ et $x = 4$.

119

ABC est un triangle rectangle isocèle en A avec AB $=$ 5cm. On place un point M sur le segment [AB] et un point N sur le segment [AC] de telle sorte que AM $=$ AB. On souhaite que l'aire de AMN soit égale à 2 cm². On note AM $= x$.

1. Réaliser un figure avec AM $=$ 1cm et une autre avec AM $=$ 2cm.
2. On note $f(x)$ l'aire du triangle AMN exprimée en cm².
   (a) Donner une expression de $f(x)$.
   (b) Quel est l'ensemble de définition f ?
3. Remplir le tableau de valeurs ci-dessous (les résultats seront arrondis à 10^{-1}).

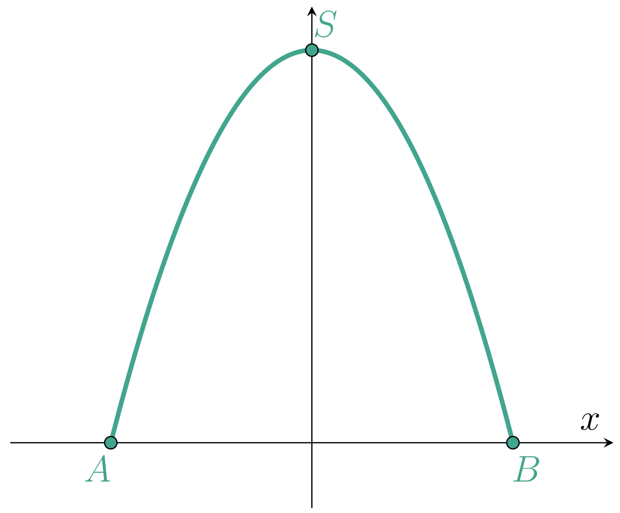
x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$						

4. Tracer la courbe représentative de la fonction sur l'ensemble de définition.
5. Trouver graphiquement la (les) longueur(s) de OM telle(s) que l'aire du triangle OMN soit égale à 2cm².

120

Le viaduc de Garabit, représenté au début de ce chapitre, fut conçu par Gustave Eiffel et terminé en 1884. Sa base est de forme parabolique. Nous modéliserons celle-ci par une fonction de la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des réels. Nous allons chercher dans cet exercice à déterminer a, b et c.

L'unité est la dizaine de mètre sur chacun des axes. La fonction est représentée ci-dessous :



La largeur de cette base parabolique est de 160m. On a donc $A(-8\,;\,0)$ et $B(8\,;\,0)$.

1. Déterminer $f(-8)$ et $f(8)$.
2. En déduire que l'on a $64a + 8b + c = 0$ et $64a - 8b + c = 0$.
3. Montrer que $b = 0$ et $64a + c = 0$.
4. Le sommet de la parabole est situé à une hauteur de 50m de la base. Montrer que $c = 5$.
5. En déduire une expression de f.

121

Dans le cadre d'un projet d'installation d'une fontaine sur la place principale d'une grande ville, un designer urbain s'intéresse à la trajectoire des jets d'eau. Il s'aperçoit qu'ils suivent une trajectoire parabolique et représente l'un de ces jets graphiquement. La figure ci-dessous est la reproduction de cette étude. La trajectoire du jet est donnée par la fonction $h(x)$ qui représente la hauteur en mètres du jet en fonction de sa distance à l'origine x en mètre également :

$$h(x) = -0{,}25x^2 + x + 3$$

1. Quelle est la hauteur du jet à une distance $x = 2$ de l'origine ?
2. La courbe représentative de la fonction h est tracée ci-dessous. À quelle distance de l'origine le jet sera à une hauteur de 3 mètres ?