

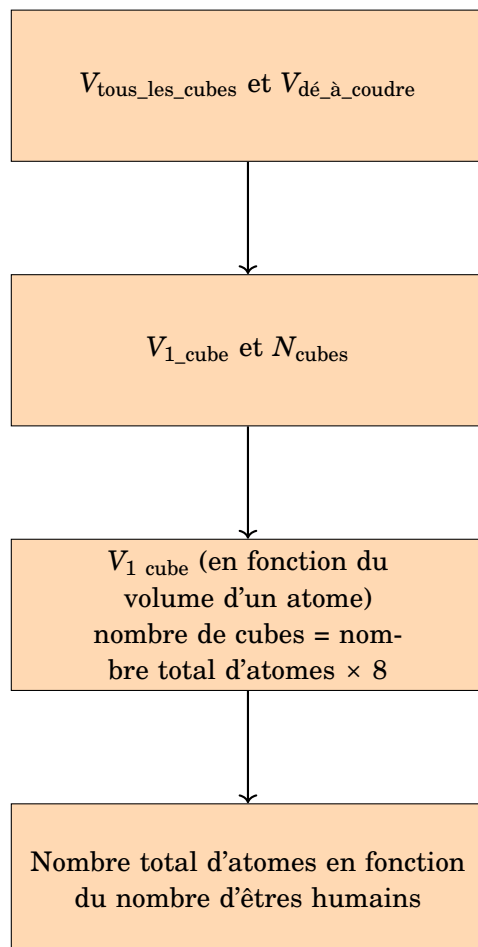
Chapitre 4 : L'atome - Projet de fin de chapitre - CORRECTION

N. Bancel

Septembre 2024

Méthode

Dans ce genre de problème, il faut se créer ses questions intermédiaires soi-même, **en commençant par la fin**. Puis reprendre le sujet en entier et répondre aux questions une par une.



On groupe tous les atomes de l'univers dans des petits cubes qui contiennent 8 atomes. Il faut déterminer le volume de tous ces petits cubes (cela correspond à la place que prennent tous les atomes de l'univers) et comparer ce volume au volume d'un dé à coudre

Pour déterminer V_{cubes} , il faut calculer le volume d'un cube, puis le multiplier par le nombre total de cubes.

On sait que dans un petit cube, on peut placer 8 atomes.

Le nombre total d'atomes dans l'univers est calculé comme le nombre d'atomes dans un être humain multiplié par le nombre d'êtres humains sur Terre.

Réponse

0.1 Combien y a-t-il d'atomes dans le corps humain ?

Raisonnement

On procède par type d'atome (Carbone, Oxygène, Hydrogène, Azote)

$$N_{\text{atomes de carbone}} = \frac{m_{\text{carbone dans le corps}}}{m_{\text{atome de carbone}}}$$

$m_{\text{atome de carbone}}$ nous est donné dans l'énoncé : $m_{\text{atome de carbone}} = 20 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Il faut donc trouver la masse de carbone que nous avons dans le corps. On connaît la masse du corps d'un humain (on la note m_{humain} , et elle vaut 50kg en moyenne d'après l'énoncé) et on sait aussi que 20% de cette masse est composée de carbone (d'après l'énoncé aussi : on note cette variable $\text{perc_massique}_{\text{carbone}}$). On en déduit que

$$m_{\text{carbone dans le corps}} = m_{\text{humain}} \times \text{perc_massique}_{\text{carbone}}$$

$$\begin{aligned} N_{\text{atomes de carbone}} &= \frac{m_{\text{carbone dans le corps}}}{m_{\text{atome de carbone}}} \\ &= \frac{m_{\text{humain}} \times \text{perc_massique}_{\text{carbone}}}{m_{\text{atome de carbone}}} \end{aligned}$$

On fait la même chose avec les autres types d'atomes

$$\begin{aligned} N_{\text{atomes d'oxygène}} &= \frac{m_{\text{oxygène dans le corps}}}{m_{\text{atome d'oxygène}}} \\ &= \frac{m_{\text{humain}} \times \text{perc_massique}_{\text{oxygène}}}{m_{\text{atome d'oxygène}}} \\ N_{\text{atomes d'hydrogène}} &= \frac{m_{\text{hydrogène dans le corps}}}{m_{\text{atome de hydrogène}}} \\ &= \frac{m_{\text{humain}} \times \text{perc_massique}_{\text{hydrogène}}}{m_{\text{atome d'hydrogène}}} \\ N_{\text{atomes d'azote}} &= \frac{m_{\text{azote dans le corps}}}{m_{\text{atome de azote}}} \\ &= \frac{m_{\text{humain}} \times \text{perc_massique}_{\text{azote}}}{m_{\text{atome d'azote}}} \end{aligned}$$

Le nombre total d'atomes dans le corps humain s'exprime par

$$N_{\text{total_atome_par_humain}} = N_{\text{atomes de carbone}} + N_{\text{atomes d'oxygène}} + N_{\text{atomes d'hydrogène}} + N_{\text{atomes d'azote}}$$

Application numérique

$$\begin{aligned} N_{\text{atomes de carbone}} &= \frac{50 \times 0.2}{20 \times 10^{-27}} = \frac{10}{20 \times 10^{-27}} = 5.0 \times 10^{26} \\ N_{\text{atomes d'oxygène}} &= \frac{50 \times 0.67}{27 \times 10^{-27}} = \frac{33.5}{27 \times 10^{-27}} = 1.24 \times 10^{27} \end{aligned}$$

$$N_{\text{atomes d'hydrogène}} = \frac{50 \times 0.1}{1.7 \times 10^{-27}} = \frac{5.0}{1.7 \times 10^{-27}} = 2.94 \times 10^{27}$$

$$N_{\text{atomes d'azote}} = \frac{50 \times 0.03}{23 \times 10^{-27}} = \frac{1.5}{23 \times 10^{-27}} = 6.5 \times 10^{25}$$

$$\begin{aligned} N_{\text{total_atome_par_humain}} &= N_{\text{atomes de carbone}} + N_{\text{atomes d'oxygène}} + N_{\text{atomes d'hydrogène}} + N_{\text{atomes d'azote}} \\ &= 5.0 \times 10^{26} + 1.24 \times 10^{27} + 2.94 \times 10^{27} + 6.5 \times 10^{25} \end{aligned}$$

$$N_{\text{total_atome_par_humain}} = 4.73 \times 10^{27}$$

Conclusion / Interprétation

Il y a donc en moyenne 4.73×10^{27} atome dans le corps humain.

0.2 Combien y a-t-il d'atomes dans l'humanité ?

Raisonnement

Pour connaître le nombre d'atomes dans l'humanité, il suffit de multiplier le nombre d'atomes dans le corps humain par le nombre d'humains sur terre. D'après la question précédente, il y a $N_{\text{total_atome_par_humain}} = 4.73 \times 10^{27}$. Et une recherche sur Google nous dit que la terre compte 8.2 milliards (8.2×10^9) d'être humains en 2024 (source : INED).

$$N_{\text{atomes_humanité}} = N_{\text{total_atome_par_humain}} \times N_{\text{humains_sur_terre}}$$

Application numérique

$$N_{\text{atomes_humanité}} = 4.73 \times 10^{27} \times 8.2 \times 10^9$$

$$N_{\text{atomes_humanité}} = 3.88 \times 10^{37}$$

Conclusion / Interprétation

Il y a donc 3.88×10^{37} atomes dans l'humanité.

0.3 Combien y a-t-il de petits cubes ?

Raisonnement

On peut placer 8 atomes par petit cube, donc

$$N_{\text{cubes}} = \frac{N_{\text{atomes_humanité}}}{8}$$

Application numérique

$$N_{cubes} = \frac{3.88 \times 10^{37}}{8}$$
$$N_{cubes} = 4.85 \times 10^{36}$$

Conclusion / Interprétation

Tous les atomes de l'humanité peuvent donc être groupés dans 4.85×10^{36} petits cubes comme ceux du schéma de l'énoncé.

0.4 Quel volume tous ces cubes prend-il ?

Raisonnement

On connaît le nombre de petits cubes qui permettent de regrouper tous les atomes de l'humanité (N_{cubes}). Il faut donc déterminer le volume de chacun des cubes (V_{1_cube}) pour déterminer le volume total occupé par les atomes de l'humanité ($V_{total_atomes_humanité}$)

$$V_{total_atomes_humanité} = N_{cubes} \times V_{1_cube}$$

On peut exprimer le volume d'un cube en fonction du rayon de l'atome (qui est une donnée qui est connue dans la littérature scientifique). Un côté du cube fait tenir 2 atomes, donc correspond à 2 diamètres de l'atome. L'arrête du cube fait donc $2 \times d_{noyau_atome}$ où d_{noyau_atome} est le diamètre du noyau de l'atome. On peut donc dire que :

$$V_{1_cube} = (2 \times d_{noyau_atome})^3$$
$$= 2^3 \times d_{noyau_atome}^3$$
$$V_{1_cube} = 8 \times d_{noyau_atome}^3$$

On peut donc dire que

$$V_{total_atomes_humanité} = 8 \times N_{cubes} \times d_{noyau_atome}^3$$

Application numérique

On sait que $d_{noyau_atome} = 10^{-15} m$, donc

$$V_{total_atomes_humanité} = 8 \times 4.85 \times 10^{36} \times (10^{-15})^3$$
$$= 8 \times 4.85 \times 10^{36} \times 10^{-45}$$
$$= 3.88 \times 10^{-8} m^3$$

0.5 Tous ces petits cubes rentrent-t-il dans un dé à coudre ?

Raisonnement

Autrement dit, le volume occupé par tous les petits cubes qui enferment tous les noyaux d'atomes de l'humanité est-il inférieur au volume d'un dé à coudre ? Pour cela, on a simplement à déterminer si l'inéquation suivante est correcte :

$$V_{\text{total_atomes_humanité}} \leq V_{\text{dé_à_coudre}}$$

Application numérique

En cherchant sur Internet, on trouve que le volume d'un dé à coudre est d'environ 25 mL. En convertissant en m^3 , cela correspond à $2.5 \times 10^{-5} \text{m}^3$.

$$V_{\text{total_atomes_humanité}} = 3.88 \times 10^{-8} \text{m}^3 V_{\text{dé_à_coudre}} = 2.5 \times 10^{-5} \text{m}^3$$

donc

$$V_{\text{total_atomes_humanité}} \leq V_{\text{dé_à_coudre}}$$

Conclusion / Interprétation

On en conclut que tous les noyaux d'atome de l'humanité peuvent bien rentrer dans le volume d'un dé à coudre