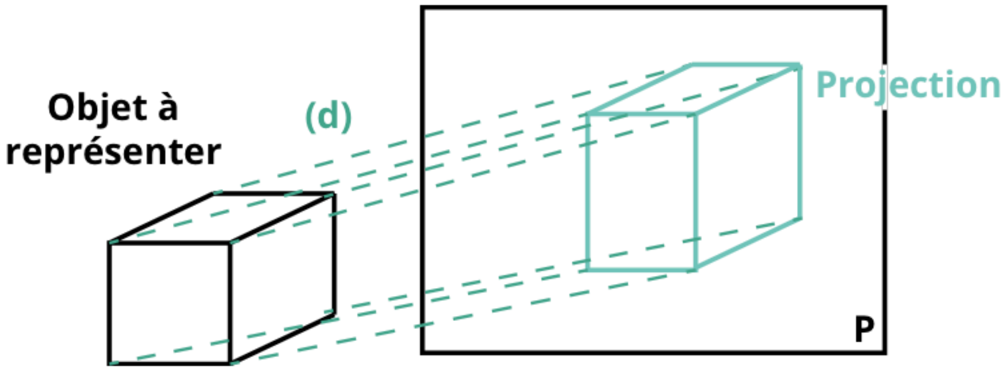
PERSPECTIVE ET SECTIONS

I. Perspective:

La perspective consiste à représenter sur une surface (soit en deux deux dimensions) la vue d'objets à trois dimensions. Nous nous intéresserons cette année aux perspectives parallèles, en particulier la perspective cavalière. La perspective centrale sera abordée en terminale.

1. La perspective parallèle:
La perspective parallèle est une forme de perspective obéissant aux deux règles suivantes:
- la représentation d'une droite restera une droite,
- Le parallélisme sera conservé.

La perspective parallèle peut être vue comme la projection sur un plan P suivant une direction donnée (d).

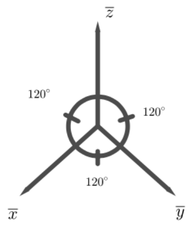


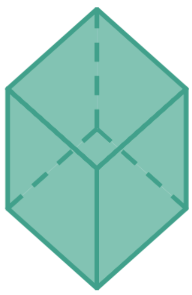
Exemple:
Le dessin ci-dessous est une représentation en perspective parallèle: la représentation d'une droite reste une droite et le parallélisme est conservé.

Remarque:
Ainsi, la perspective parallèle est similaire au phénomène d'ombre sur une surface produite par une source lumineuse à l'infini.
La surface où est projetée l'ombre est le plan mentionné ci-dessus; les rayons lumineux d'une source lumineuse à l'infini étant tous parallèles, on peut les modéliser par une droite (d) et ses parallèles.

2. Caractérisation:
Une perspective parallèle est entièrement déterminée par l'image d'un repère orthonormé (Ox, Oy, Oz). Elle sera ainsi caractérisée par l'angle entre les images des axes et le rapport le rapport de réduction appliqué à chacun de ces axes.

Exemple:
La perspective ci-dessous, appelée perspective isométrique, accorde la même importance à chacun des axes. Ainsi l'angle entre les images de (Ox), (Oy), (Oz) est le même, égal à $120°$. Le rapport de réduction est le même suivant chaque axe.





3. Propriétés:

— L'image d'une droite étant une droite, la perspective parallèle **«conserve» l'alignement**
— L'image de deux droites parallèles sont **deux droites parallèles.**
— L'image du milieu d'un segment est le milieu du segment image et plus généralement **les rapports de longueurs sont conservés**
.
— Tout objet situé dans un plan parallèle au plan de projection a une image « en vraie grandeur ». Les angles et les distances sont alors conservés. **Un objet parallèle au plan de projection est dit frontal**

4. Méthode:💙

La conservation du parallélisme est le moyen le plus visible permettant de distinguer, au premier coup d'oeil, la perspective parallèle de la perspective centrale.

Remarque:
Comme la perspective parallèle permet de donner une impression de relief tout en conservant les proportions dans une direction donnée, elle est particulièrement utilisée en dessin technique (ingénierie) et en architecture.

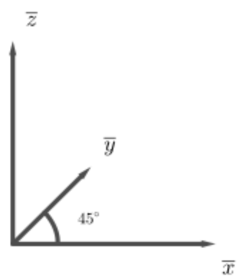
II. Une perspective parallèle: la perspective cavalière:

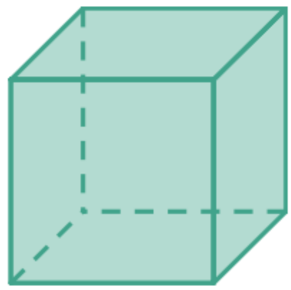
1. Définition :

La perspective cavalière est une perspective parallèle pour laquelle le plan de projection est un plan de face, c'est-à-dire un plan perpendiculaire au sol.

Soit (Ox) l'axe horizontal, parallèle au sol, et (Oz) l'axe vertical, perpendiculaire au sol. En perspective cavalière l'angle entre ces deux axes reste de $90°$. Le rapport de réduction suivant ces deux axes est le même, ce qui veut dire que les objets ne sont pas déformés suivant ces deux directions.

L'axe (Oy), perpendiculaire à (Ox) et (Oz), fait un angle arbitraire avec l'axe (Ox). Le plus souvent cet angle est de $45°$ou 30°. Le rapport de réduction est lui aussi arbitraire, mais le plus souvent fixé à $0{,}5$ ou $0{,}7$.





2. Vocabulaire:

On appelle **plan frontal** un plan parallèle au plan de face et **fuyante** toute droite orthogonale au plan de face (ie. parallèle à l'axe (Oy)).

L'angle constant que font les fuyantes avec une droite horizontale sur le plan de représentation s'appelle **l'angle de fuite.**

Exemple:

« Représenter un cube ABCDEFGH, de cm en perspective cavalière où les plans ABCD et EFGH sont parallèles au plan de face.

Réponse :

Nous utiliserons les conventions suivantes

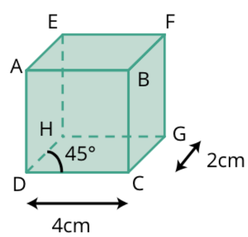
— angle de fuite de $45°$;

— rapport de réduction suivant l'axe (Oy) de 0.5.

.

Comme les plans ABCD et EFGH sont des plans frontaux, ils ne sont pas déformés. Les angles droits sont conservés tout comme les longueurs. Les arêtes parallèles à l'axe (Oy) feront un angle de $45°$ avec l'axe (Ox) et mesureront $4 \times 0{,}5 = 2cm$

. Nous obtenons alors le dessin ci-dessous

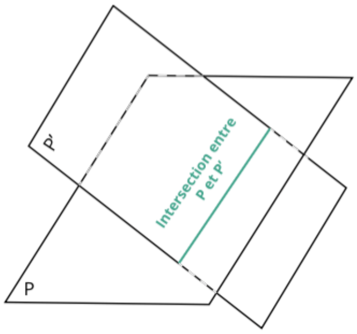


Exercices 2; 3 et 4 page 32

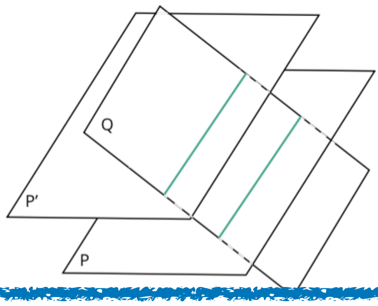
III. Sections

1. Rappels :

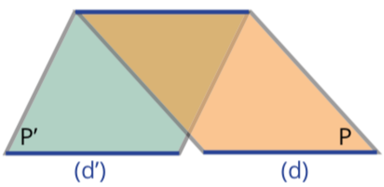
— Un plan est déterminé par trois points ou deux droites ou deux vecteurs.
— Deux plans sont parallèles disjoints s'ils n'ont aucun point en commun.
— Si deux plans ne sont pas parallèles leur intersection est une droite



— Soit deux plans parallèles P et P'. Les droites d'intersections de chacun de ces plans avec un troisième plan Q sont parallèles.



- **Théorème du toit :**❤️
soit deux plans sécants P et P'. Si P contient une droite (d) et P' une droite (d') qui sont parallèles, alors l'intersection de P et P' sera parallèle à (d) et (d').



2. Présentation

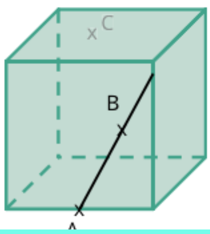
Pour tracer la section d'un volume par un plan, dans le cas où le volume étudié est constitué uniquement de faces planes, il nous faudra tracer, sur chacune des faces coupées par le plan, un segment, car l'intersection de deux plans est une droite.
Pour tracer ce segment il nous faudra deux points. Ces deux points appartiendront à la fois à l'une, au moins, des faces du volume, et au plan d'intersection.

Pour chaque exercice de ce type, un certain nombre de ces points sera donné. Notre but est d'avoir deux
points par face.

3. Méthode : cas des surfaces planes💙

- Si on a déjà deux points sur une face qui appartiennent au plan de section : il suffit de les relier.

Dans la figure ci-dessous, on considère la section du cube par le plan (ABC) où les points A et B sont situés sur la face avant et le point C est situé sur la face arrière.

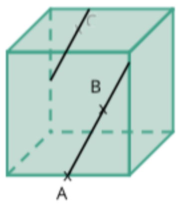


« Les points A et B appartiennent à la fois à la face du volume et au plan d'intersection. L'intersection entre deux plans étant une droite, on en déduit que la droite (AB) représente la section du volume et du plan sur la face avant.»

— Dans le cas où il n'y a qu'un point sur une face appartenant au plan de section, **on cherchera un plan parallèle pour lequel la droite d'intersection existe.**
. Si c'est le cas, il suffit de tracer la parallèle à cette droite passant par le point en question.

« La face avant et la face arrière du cube étant parallèles, alors, tout plan ABC qui coupe la face avant, coupera également la face arrière, et les droites d'intersections correspondantes seront parallèles. »

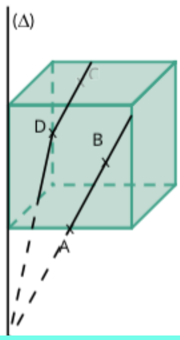
On sait que le point C appartient au plan de section et à la face arrière, donc la parallèle à (AB) devra passer par C. Nous obtenons ainsi la section du volume et du plan sur la face arrière.



- Si une face n'a qu'un point appartenant au plan de section, mais pas de segment tracé sur une face parallèle nous devons utiliser **le théorème du toit.**

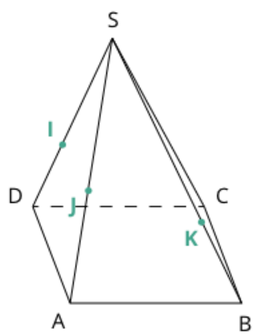
.
La face de gauche contient un point grâce à la dernière construction. Pour utiliser le théorème du toit nous devons :
1. Chercher un plan qui contient déjà un tracé de section et qui intersecte la face de gauche. La ace de devant est une bonne candidate.
2. On trace l'intersection entre ces deux plans que l'on nommera (Δ). Ici l'intersection est évidente. Le théorème du toit est trivial.
3. On prolonge le segment (AB) jusqu'à qu'il coupe(Δ). On obtient ainsi un point qui appartient à la face de devant, au plan de section et à la face de gauche.

4. Il suffit alors de relier le nouveau point avec le point de la face de gauche car ils appartiennent Tous les deux au plan de section et à la face de gauche.

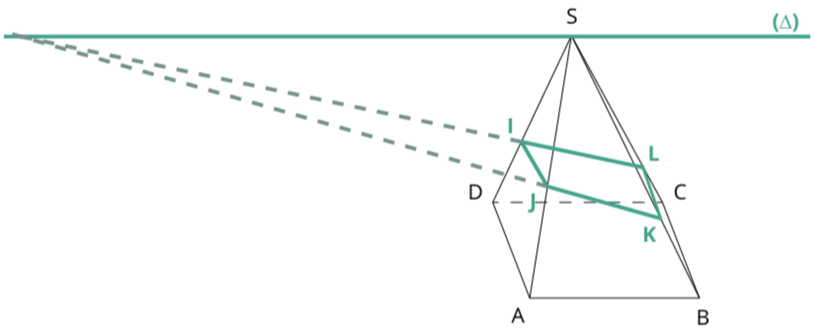


« D'après le théorème du toit : l'arête de droite de la face avant et l'arête de gauche de la face arrière sont deux droites parallèles, alors la droite d'intersection (Δ) de ces deux plans est parallèle à ces deux arêtes. Le point situé à l'intersection de la droite (Δ)et de la droite (AB), appartient, par construction à la face de gauche et au plan de section. On en déduit la section de la face de gauche avec le plan de section »

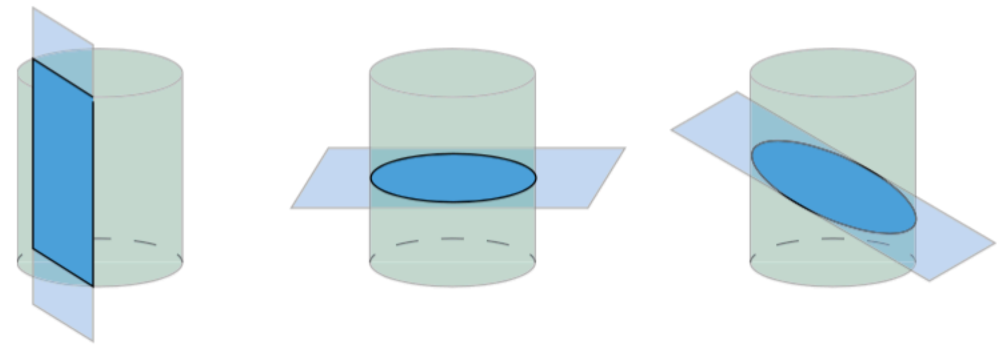
Exemple:
Etudier la section de la pyramide par le plan (IJK)



1. On commence par tracer les segments [IJ] et [JK].
2. Nous ne pouvons pas tracer de section sur la face (SCD) en traçant la parallèle à (JK) car la face
(ABS) n'est pas parallèle à (SCD). Cependant nous pouvons utiliser le théorème du toit
— (SCD) et (SAB) sont sécants en S.
— (AB) et (DC), qui appartiennent respectivement à (SAB) et (SCD), sont parallèles. D'après le théorème du toit, l'intersection de (SDC) et (SAB) est parallèle à ces deux droites.
— Sachant que S est un point d'intersection des deux faces étudiées, nous pouvons tracer leur intersection qui sera parallèle à (AB) et (CD) et qui passera par S. On nomme celle-ci (Δ).
— Il suffit alors de prolonger (JK) jusqu'à (Δ) pour trouver un point qui appartient à la fois au plan de section (puisqu'il est sur (JK)) et à la face (SCD) (puisqu'il est sur (Δ)).
— On relie le point obtenu pour obtenir la section de la face (SCD) avec le plan (IJK).
3. On termine en reliant K et L sur la face (SCB).



4. Cas du cylindre
rois cas sont à distinguer dans le cas de la section d'un cylindre de révolution par un plan :
— si le plan de section est perpendiculaire aux bases, la section sera un rectangle,
— si le plan de section est parallèle aux bases, la section sera un cercle
— et dans les autres cas la section sera une ellipse.



Exercices 8;9;14 et 15 page 35
Problème 21 page 37