Serie générale e3c nº 1 année 2021

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première générale

Exercice 1 5 points

Ce QCM comprend 5 questions.

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Les questions sont indépendantes.

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.

Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

| 1. | Pour tout réel x , $e^{2x} + e^{4x}$ est égal à | | | |
|----|---|--|---|---|
| | a. e^{6x} | b. $e^{2x} (1 + e^2)$ | c. $e^{3x} (e^x + e^{-x})$ | d. e^{8x^2} |
| 2. | Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(0; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les | | | |
| | vecteurs \overrightarrow{u} (-5; 2) et \overrightarrow{v} (4; 10) et la droite (<i>d</i>) d'équation : $5x + 2y + 3 = 0$. | | | |
| | a. \overrightarrow{u} et \overrightarrow{v} sont colinéaires | $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ \overrightarrow{u} est un vecteur normal à la droite (d) | $\overrightarrow{\mathbf{c}}$. \overrightarrow{u} et \overrightarrow{v} sont orthogonaux | \overrightarrow{d} . \overrightarrow{u} est un vecteur directeur de (d) |
| 3. | La dérivée f' de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (2x-1)e^{-x}$ est : | | | |
| | a. $2xe^{-x}$ | b. -2e ^{-x} | c. $(-2x+3)e^{-x}$ | d. $2e^{-x} + (2x - 1)e^{-x}$ |
| 4. | Pour tout réel x , on a $sin(\pi + x) =$ | | | |
| | $\mathbf{a.} - \sin(x)$ | $\mathbf{b.}\cos(x)$ | $\mathbf{c.}\sin(x)$ | $\mathbf{d.} - \cos(x)$ |
| 5. | Soit f une fonction définie et dérivable sur \mathbb{R} dont la courbe représentative est donnée cicontre. La tangente à la courbe au point A est la droite T . | | 3 2 1 1 2 1 2 1 2 3 -1 -2 (T) | \mathcal{C}_f |
| | a. $f'(0) = 3$ | b. $f'(0) = \frac{1}{5}$ | c. $f'(0) = 5$ | d. $f'(0) = -5$ |

Exercice 2 5 points

La population d'une ville A augmente chaque année de 2 %.

La ville A avait 4 600 habitants en 2010.

La population d'une ville B augmente de 110 habitants par année.

La ville B avait 5 100 habitants en 2010.

Pour tout entier n, on note u_n le nombre d'habitants de la ville A et v_n le nombre d'habitants de la ville B à la fin de l'année 2010 + n.

- 1. Calculer le nombre d'habitants de la ville A et le nombre d'habitants de la ville B à la fin de l'année 2011
- **2.** Quelle est la nature des suites (u_n) et (v_n) ?
- **3.** Donner l'expression de u_n en fonction de n, pour tout entier naturel n et calculer le nombre d'habitants de la ville A en 2020.
- **4.** Donner l'expression de v_n en fonction de n, pour tout entier naturel n et calculer le nombre d'habitants de la ville B en 2020.
- **5.** Reproduire et compléter sur la copie l'algorithme ci-dessous qui permet de déterminer au bout de combien d'années la population de la ville A dépasse celle de la ville B.

def année ():
$$u = 4600$$

$$v = 5100$$

$$n = 0$$
while ...
$$u = ...$$

$$v = ...$$

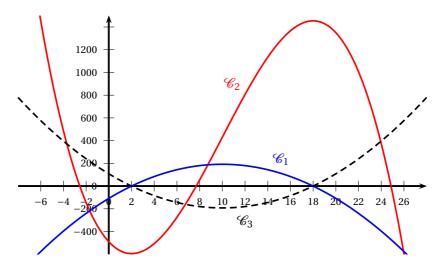
$$return n$$

Exercice 3 5 points

Soit h la fonction définie sur [0; 26] par

$$h(x) = -x^3 + 30x^2 - 108x - 490.$$

- **1.** Soit h' la fonction dérivée de h. Exprimer h'(x) en fonction de x.
- **2.** On note \mathscr{C} la courbe représentative de h et \mathscr{C}' celle de h'.
 - **a.** Identifier \mathscr{C} et \mathscr{C}' sur le graphique orthogonal ci-dessous parmi les trois courbes \mathscr{C}_1 , \mathscr{C}_2 et \mathscr{C}_3 proposées.
 - **b.** Justifier le choix pour \mathscr{C}' .



- **3.** Soit (T) la tangente à \mathscr{C} au point A d'abscisse 0. Déterminer son équation réduite.
- **4.** Étudier le signe de h'(x) puis dresser le tableau de variation de la fonction h sur [0; 26].

Exercice 4 5 points

Une entreprise qui fabrique des aiguilles dispose de deux sites de production, le site A et le site B.

Le site A produit les trois-quarts des aiguilles, le site B l'autre quart.

Certaines aiguilles peuvent présenter un défaut. Une étude de contrôle de qualité a révélé que :

- 2% des aiguilles du site A sont défectueuses;
- 4% des aiguilles du site B sont défectueuses.

Les aiguilles provenant des deux sites sont mélangées et vendues ensemble par lots. On choisit une aiguille au hasard dans un lot et on considère les évènements suivants :

- *A* : l'aiguille provient du site A;
- *B* : l'aiguille provient du site B;
- *D* : l'aiguille présente un défaut.

L'évènement contraire de D est noté \overline{D} .

- 1. D'après les données de l'énoncé, donner la valeur de la probabilité de l'évènement A que l'on notera P(A).
- **2.** Recopier et compléter sur la copie l'arbre de probabilités ci- dessous en indiquant les probabilités sur les branches.
- 3. Quelle est la probabilité que l'aiguille ait un défaut et provienne du site A?
- **4.** Montrer que P(D) = 0,025.
- **5.** Après inspection, l'aiguille choisie se révèle défectueuse. Quelle est la probabilité qu'elle ait été produite sur le site A?

