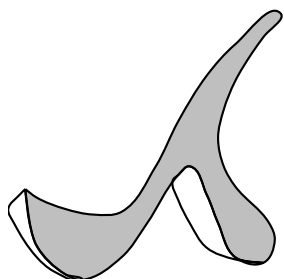


Les trois parties sont indépendantes



Partie A : Étude de la fonction associée au profil de l'assise

Le profil de l'assise du fauteuil peut être modélisé par un arc de parabole notée \mathcal{P} dont une équation est de la forme $y = ax^2 + bx + 4$ où a et b sont deux nombres réels à déterminer.

Dans le repère orthonormé d'axes (Ox) et (Oy) d'origine $O(0; 0)$, la courbe \mathcal{P} passe par les points $A(-4; 4)$ et $B(3; 9,25)$.

- On considère la fonction f définie sur $[-4; 3]$ par :

$$f(x) = 0,25x^2 + x + 4.$$

- Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[-4; 3]$.
- À l'aide de la calculatrice, recopier et compléter le tableau de valeurs de la fonction f ci-dessous.
- Compléter le tracé avec la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[-4; 3]$.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$								

Partie B : Étude de la fonction associée au profil des pieds du fauteuil

Le profil d'une partie des pieds du fauteuil peut être modélisé par la courbe représentative de la fonction g définie sur $[-4; 3,5]$ par :

$$g(x) = -\frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{2}x + 2.$$

- (a) Démontrer que

$$g'(x) = -\frac{3}{8}(x-2)(x+2)$$

- Dresser le tableau de variations de la fonction g sur $[-4; 3,5]$.

- À l'aide de la calculatrice, recopier et compléter le tableau de valeurs de la fonction g ci-dessous (valeurs arrondies à 10^{-1} près).

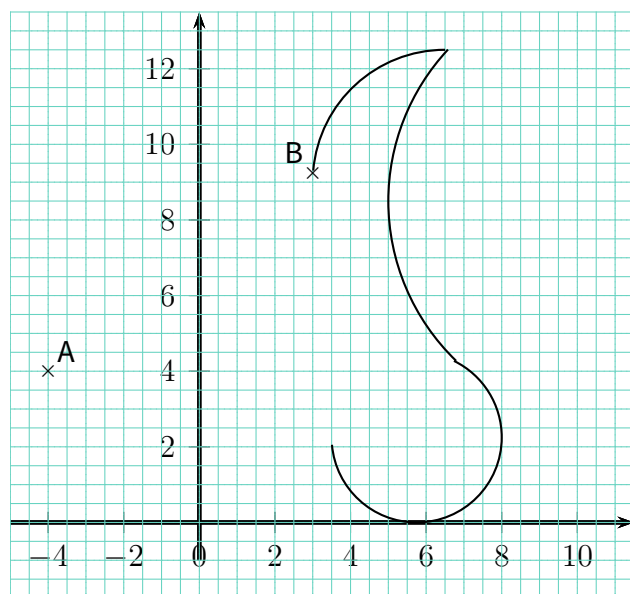
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
$g(x)$								

- Comparer $f(-4)$ et $g(-4)$. Que peut-on en conclure graphiquement ?
- Compléter le tracé avec la courbe représentative de la fonction g sur l'intervalle $[-4; 3,5]$.

Partie C : Étude de l'indice de confort

L'indice de confort du fauteuil se mesure à l'aide de l'angle noté α formé par les tangentes à l'arc de parabole \mathcal{P} aux points A et B . Le fauteuil se verra décerner le label « confort + » si l'angle α a une mesure comprise entre 60° et 70° .

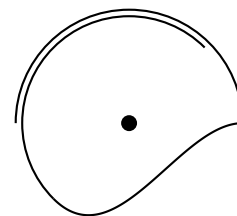
- Déterminer le coefficient directeur de la tangente à \mathcal{P} en A et le coefficient directeur de la tangente à \mathcal{P} en B .
- On considère le point $C(-0,5; 0,5)$. Vérifier que (AC) est la tangente à \mathcal{P} en A et que (BC) est la tangente à \mathcal{P} en B . Tracer ces deux tangentes sur la figure ci-dessous.



Télécharger le graphique

102

Un designer-graphiste a imaginé le logo ci-dessous. Il est constitué de deux demi-cercles concentriques et d'une courbe. L'objectif de cet exercice est de reproduire ce logo.



On souhaite construire la base du logo avec un raccordement lisse en O .

Soit f la fonction définie sur $[0; 5]$ par

$$f(x) = -0,072x^3 + 0,64x^2 - x.$$

On note \mathcal{C}_f la courbe représentant la fonction f dans le repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) à la fin de l'exercice. On a placé les points $A(5; 2)$ et $B(-1; 2)$ puis on a tracé le demi-cercle supérieur joignant les points A et B .

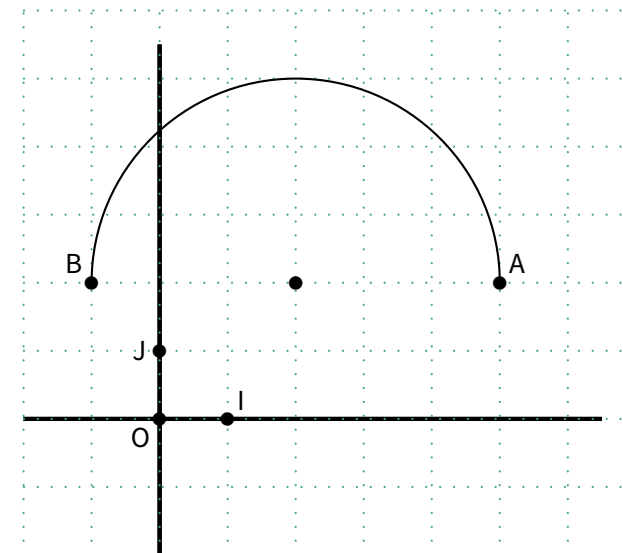
- Justifier que la courbe \mathcal{C}_f passe par les points O et A .
- On note f' la fonction dérivée de la fonction f .
 - Calculer $f'(x)$.
 - Déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse 0.
 - Calculer $f'(5)$ et donner une interprétation graphique du résultat obtenu.
- Vérifier que :

$$f'(x) = 0,008(5-x)(27x-25).$$

- En déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 5]$.
- Compléter le tableau de valeurs de la fonction f (on arrondira à 10^{-3} près).

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$					1,632	

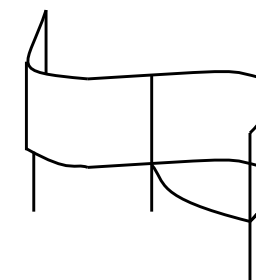
- Compléter le logo en traçant \mathcal{C}_f



Télécharger le graphique

103

Un designer de l'entreprise « Duo » lance un projet de fauteuil double (figure ci-dessous). Le profil du dossier de ce fauteuil est modélisé mathématiquement. On se propose d'en effectuer le tracé dans cet exercice.



Le profil de l'un des deux dossiers de ce fauteuil peut être modélisé par un arc de parabole noté \mathcal{P}_f dont l'équation est de la forme $y = -x^2 + 6x - 8$.

On considère la fonction f définie sur $[2; 4]$ par :

$$f(x) = -x^2 + 6x - 8.$$

- Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[2; 4]$. Justifier.
- Recopier et compléter, à l'aide de la calculatrice, le tableau de valeurs de la fonction f ci-dessous (on laissera les valeurs exactes).

x	2	2,5	2,75	3	3,25	3,5	4
$f(x)$							