

h. Soit a un nombre réel. Tracer sur votre calculatrice les courbes représentatives des fonctions $f(x) = ax^2$ en prenant pour a les valeurs ci-dessous :

a	2	2,5	3	0,6	0,2	0,01
-----	---	-----	---	-----	-----	------

Comparez ces courbes représentatives à celle de la fonction carrée.

i. Faites de même avec les valeurs de a ci-dessous.

a	-2	-2,5	-3	-0,6	-0,2	-0,01
-----	----	------	----	------	------	-------

2. L'arche de Saint-Louis : une parabole ?

La Gateway Arch est située dans le centre-ville de Saint-Louis dans l'État du Missouri, aux États-Unis. Symbole de la ville, cette arche recouverte d'acier inoxydable mesure 192 mètres de hauteur, ce qui en fait le plus grand monument qui peut se visiter dans l'État, la plus grande arche du monde et le monument artificiel le plus haut du pays. Elle est consacrée à la conquête de l'Ouest, comme le mémorial dont elle fait partie.

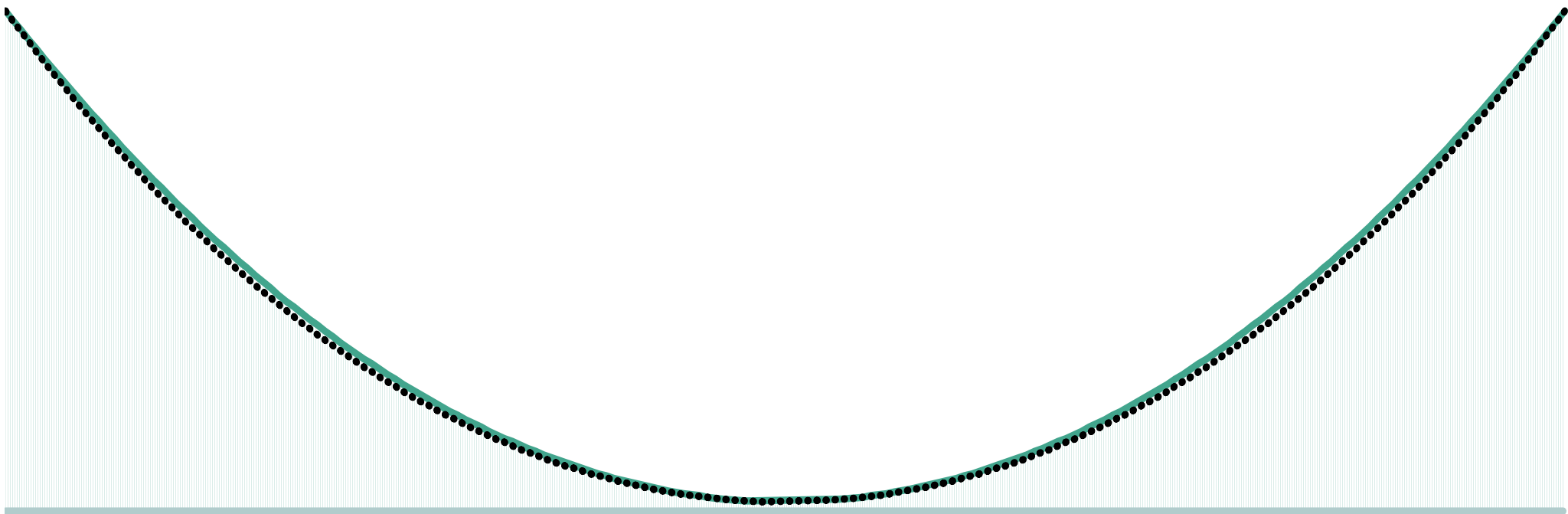
Nous allons dans cette activité essayer de modéliser l'arche de Saint-Louis à l'aide d'une fonction du type $f(x) = ax^2 + b$, comme représentée ci-contre.

a. D'après les conclusions tirées de la partie précédente, quel doit être le signe de a pour obtenir la courbe représentée ci-contre ?

b. La courbe doit avoir son maximum en $x = 0$. Comme sa hauteur maximale est de 192m, déterminer la valeur de b dans $f(x) = ax^2 + b$.

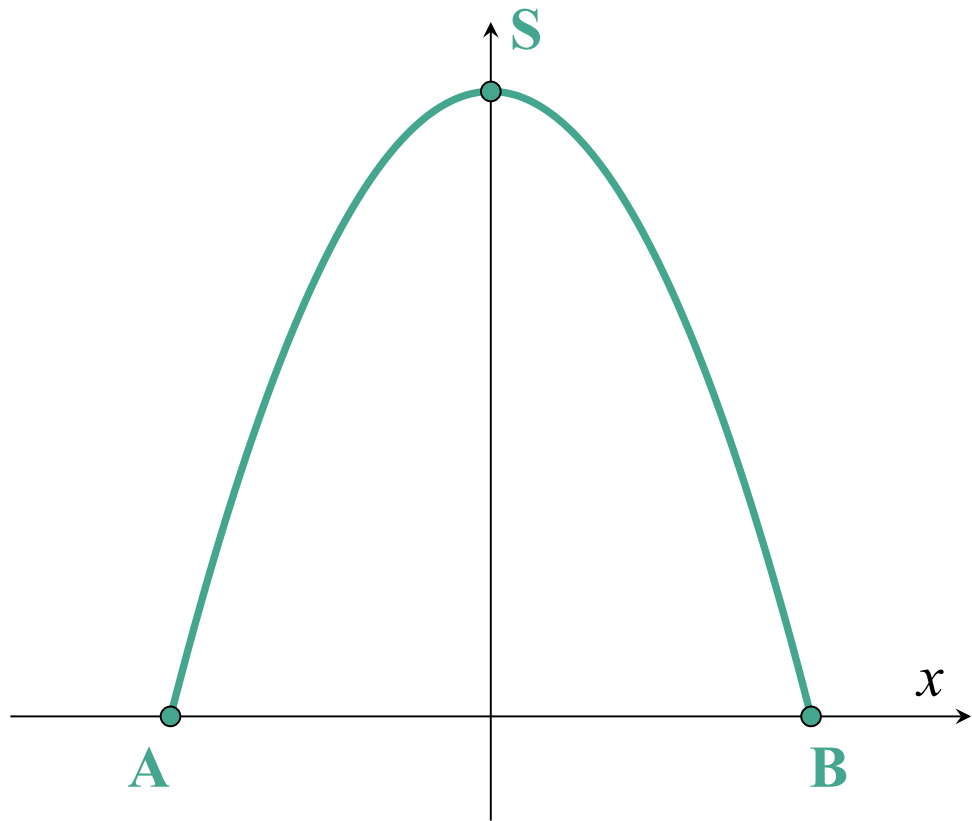
La largeur de l'arche, soit la longueur séparant chaque pied de celle-ci au sol, est égale à sa hauteur 192m. On cherche à déterminer la valeur de a permettant d'obtenir la bonne largeur au sol.

c. Justifier que l'équation à résoudre pour trouver a



En haut :
Comparaison de la fonction chaînette (en noir) avec la fonction carrée (en vert)

En bas :
Représentation graphique de la courbe $f(x) = ax^2 + b$



est $0 = a \times 96^2 + 192$.

d. Résoudre cette équation et en déduire la fonction f représentant l'arche de Saint-Louis.

e. Ci-dessous sont données les valeurs de la hauteur de l'arche, en mètres, arrondis au dixième, en fonction de sa distance au centre, en mètres.

x	- 96	- 40	-10	0	10	40	96
h	0	128,0	145,9	192	145,9	128,0	0

Comparer ces valeurs à celles de $f(x)$ pour les valeurs de x données. Peut-on dire que la modélisation de l'arche de Saint-Louis à l'aide de la fonction $f(x) = ax^2 + b$ est adaptée ?

L'arche de Saint-Louis suit une forme dite de « chaînette renversée ». Cette forme, qui ressemble à la parabole mais qui est plus aplatie au centre, est celle que prend une chaîne suspendue par ses extrémités et soumise à la gravité. La chaînette renversée, quant à elle, est la forme prise par une arche dont la stabilité est assurée par son propre poids. On parle alors de structure autoportante. C'est au physicien anglais Robert Hooke qu'on doit la découverte, dans les années 1670, de cette « forme optimale d'un arc », qui permettra à des architectes comme Antoni Gaudí de concevoir lors structures architecturales, avec, pour celui-ci, des structures inversées conçues à partir de chaînes suspendues.