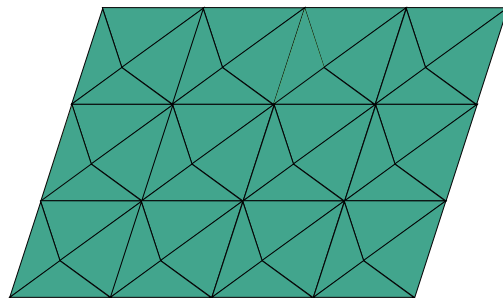


Bien que les deux motifs créés précédemment soient ceux d'un pavage apériodique, il peuvent aussi engendrer un pavage périodique :

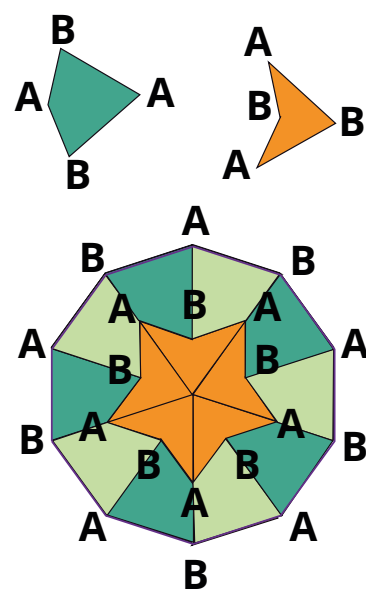


- Dans le pavage ci-dessus :
  - Donner le motif élémentaire et y repérer les cerf-volant et fléchette.
  - Donner les deux vecteurs de bases permettant de paver le plan à partir de ce motif.
- Proposer un autre motif en forme de parallélogramme en utilisant deux cerfs-volants et deux fléchettes
- Construire le pavage correspondant.
- Calculer le rapport entre le nombre de cerfs-volants et le nombre de fléchettes dans le motif et dans votre pavage.

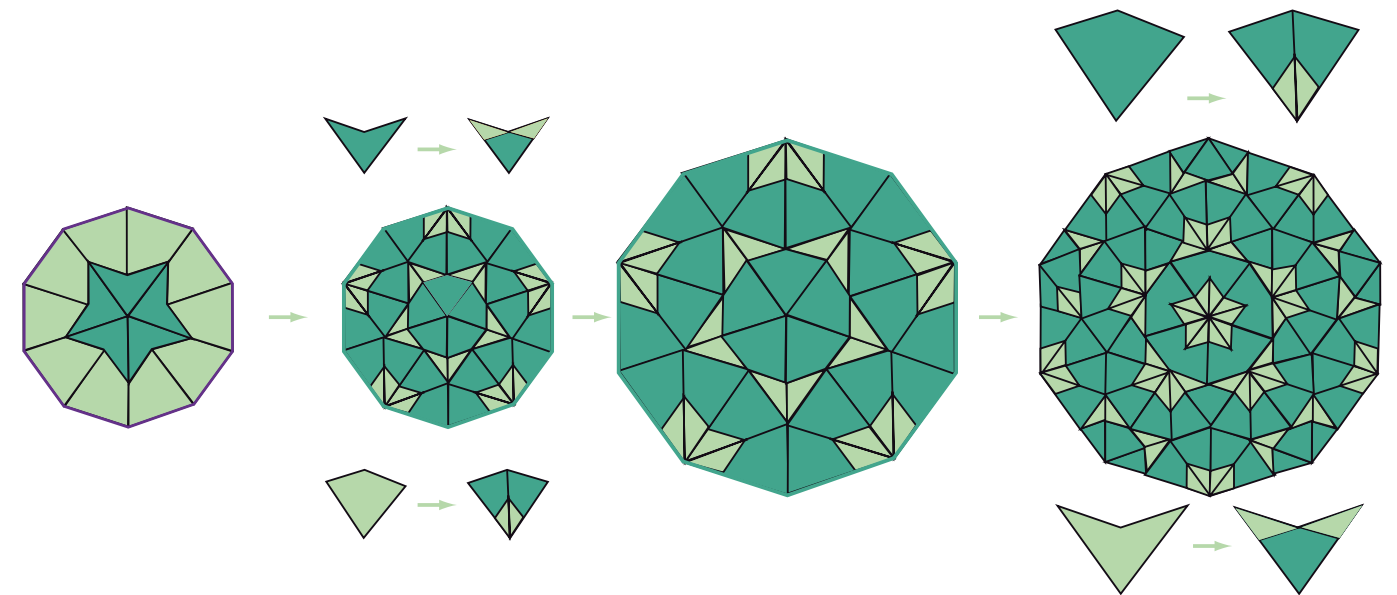
Afin de construire un pavage non périodique, il est nécessaire d'éviter de ne jamais former un parallélogramme avec nos deux motifs élémentaires. Pour s'en assurer, désignons par A et B les sommets de ces derniers et veillons à ne jamais accoler deux sommets qui ne pas la même lettre, comme illustré ci-contre (qui n'est qu'un exemple parmi l'infinité de cas possibles) :

A partir de ce motif nous pouvons construire un pavage en :

- découpant chaque cerf-volant en en deux cerfs-volants et deux demi-fléchettes
- et une fléchette en un cerf-volant et deux demi-fléchettes.



On observe alors que les demi-fléchettes ainsi générées s'associent avec leur voisine pour reconstituer une fléchette complète. On peut alors répéter l'opération après avoir agrandi le pavage afin que les motifs soient de même dimensions que le pavage initial :



- A chaque étape, les longueurs du cerf-volant et de la fléchette sont réduites du même rapport. Donner sa valeur.
- En partant d'un pavage avec deux cerfs-volants et une fléchette :
  - quel sera le nombre de cerfs-volants et de fléchettes après une première subdivision ? Une seconde subdivision ?
  - On note  $c_n$  le nombre de cerfs-volants et  $f_n$  le nombre de fléchettes à la  $n$ -ième subdivision. Calculer les rapports  $\frac{c_n}{f_n}$  pour  $n = 0, n = 1$  et  $n = 2$ .
  - En vous aidant de l'exercice 60 du chapitre *Suites*, conjecturer la valeur de  $\frac{c_n}{f_n}$  lorsque  $n$  sera grand.
  - Le nombre de  $\varphi$  étant un nombre irrationnel, expliquer pourquoi le pavage ne peut pas être périodique.

