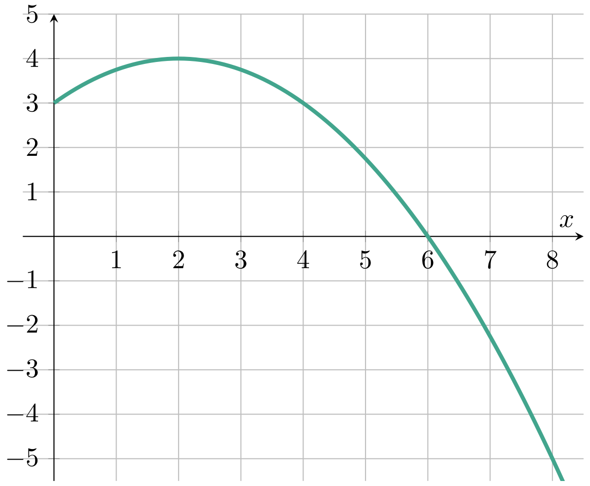


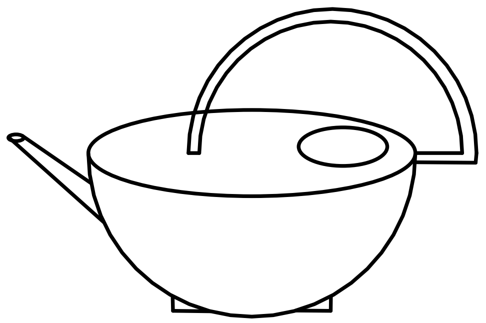
3. Montrer que, pour tout réel $x \geq 0$:

$$h(x) = -0{,}25(x-6)(x+2).$$

4. À l'aide du tableau de signes de h déterminer sur quelle distance la hauteur du jet sera positive ou nulle.

122

La théière de Marianne Brandt est une pièce iconique du style Bauhaus. Son corps est une demi-sphère. Dans cet exercice nous allons nous intéresser au volume de cette théière en fonction de son rayon. Ci-dessous est une vue schématisée de cette théière :



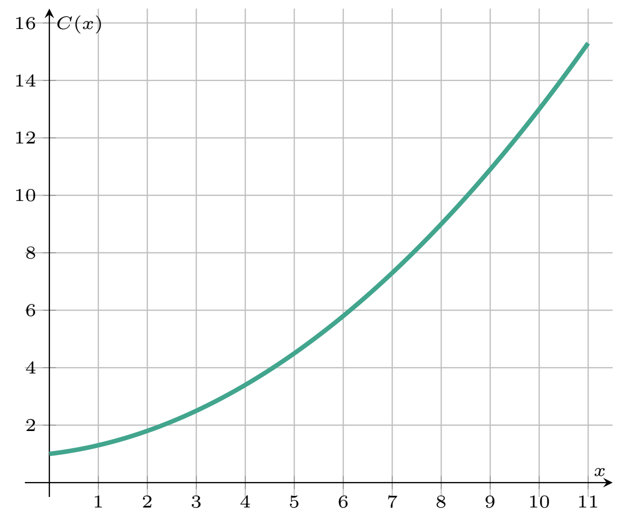
1. Quelle est la forme de la section d'une sphère par un plan ?
2. Rappeler la formule du volume d'une boule.
3. On pose $V(x)$ le volume en litre de la théière en fonction de son rayon en centimètres. Exprimer $V(x)$ en fonction de x.
4. A l'aide votre calculatrice, remplir le tableau de valeurs ci-dessous (on arrondira les résultats à 10^{-1} près) :

x	0	3	5	8	11	14
$V(x)$						

5. Pour quel rayon le volume de la théière sera de 75cl ?

123

Une designer indépendante fabrique des tables de chevets. Le coût de fabrication de ces tables, que l'on notera $C(x)$, exprimé en centaines d'euros, est fonction de la quantité x produite. Ce coût de fabrication est représenté ci-dessous.



1. Déterminer par lecture graphique,
   (a) Le coût de fabrication de 8 tables.
   (b) La quantité fabriquée pour un coût de fabrication de 1300 euros.
2. La recette totale obtenue pour une production de x tables est exprimée en centaines d'euros par $R(x) = 2{,}25x$.
   (a) Déterminer le coût de production de 10 tables.
   (b) Déterminer la recette obtenue en vendant 10 tables.
   (c) En déduire le bénéfice obtenu si elle vend 10 tables.
3. On pose

$$C(x) = 0{,}1x^2 + 0{,}2x + 1.$$

   (a) Exprimer le bénéfice

$$B(x) = R(x) - C(x)$$

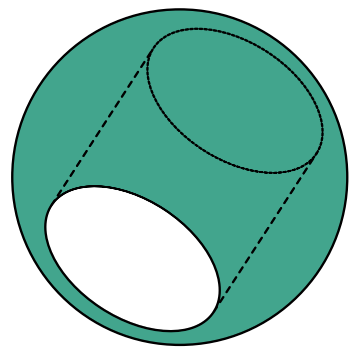
   en fonction du nombre de tables vendues.
   (b) Pour combien de tables le bénéfice est-il maximal ?
   (c) Montrer que

$$B(x) = -0{,}1(x-20)\left(x - \frac{1}{2}\right).$$

   (d) En déduire les valeurs de x pour lesquelles elle réalisera un bénéfice.

124

Un créateur propose une lampe dont le design est la résultante de la différence d'une sphère de rayon 10cm, et d'un cylindre de hauteur 20cm et d'un rayon x comme schématisé ci-dessous :



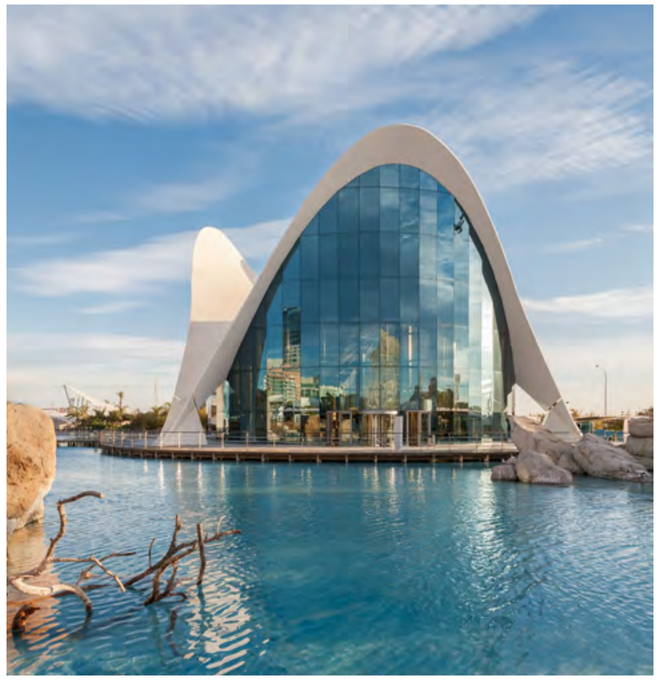
1. Rappeler la formule du volume d'un cylindre.
2. On pose $V(x)$ le volume en litre de la lampe en fonction du rayon du cylindre en centimètres. Exprimer $V(x)$ en fonction de x.
3. A l'aide votre calculatrice, remplir le tableau de valeurs ci-dessous (on arrondira les résultats à 10^{-1} près) :

x	0	3	5	8	11	14
$V(x)$						

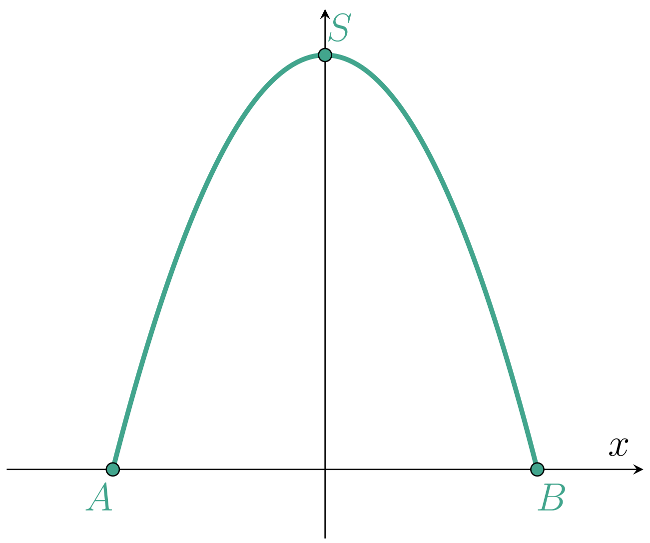
4. Pour quel rayon le volume de la lampe sera de 50cl ?

125

L'Oceanogràfic est un océanarium espagnol situé au sein de la Cité des arts et des sciences de Valence. Sa structure est un assemblage de paraboloïdes. Par conséquent, l'armature de son toit est un ensemble de paraboles. Nous allons modéliser dans cet exercice l'une de ces armatures à l'aide d'une fonction polynôme de degré deux $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des réels.



L'unité est le mètre sur chacun des axes. La fonction est représentée ci-dessous :



La largeur de cette base parabolique est de 18m. On a donc $A(-9\,;\,0)$ et $B(9\,;\,0)$.

1. Déterminer $f(-9)$ et $f(9)$.
2. En déduire que l'on a $81a + 9b + c = 0$ et $81a - 9b + c = 0$.
3. Montrer que $b = 0$ et $81a + c = 0$.
4. Le sommet de la parabole est situé à une hauteur de 21m de la base. Montrer que $c = 21$.
5. En déduire une expression de f.