Problèmes

62

Un marchand de thé propose des thés de deux types de saveurs : les thés fruités et les thés classiques. Il dispose également de trois types de conditionnement : vrac, sachet individuel et boîte.

Chaque type de thé a :

— soit un conditionnement en vrac ;

— soit un conditionnement en sachet individuel ;

— soit un conditionnement en boîte.

On sait que, dans son stock, 30% des thés sont en sachet individuel, 50% sont en boîte et les autres en vrac. De plus, 70% des thés sont fruités, dont 20% sont en vrac et la moitié en sachet individuel.

1. Compléter le tableau des pourcentages ci-dessous.

	Fruité	Classique	Total
Vrac			
Sachet individuel			
Boîte			
Total			100%

2. Le marchand choisit un thé du stock au hasard. On suppose que chaque thé a la même probabilité d'être choisi.
   (a) Quelle est la probabilité que le marchand choisisse un thé en boîte ?
   (b) Quelle est la probabilité que le marchand choisisse un thé classique en sachet individuel ?
   (c) Déterminer la probabilité de l'événement « le thé est fruité et en sachet individuel » puis interpréter ce résultat.
   (d) Le marchand a choisi un thé en sachet individuel. Quelle est la probabilité qu'il soit fruité ?
3. Pour une création de thé personnalisé, le marchand choisit au hasard et sans remise quatre thés au sein de son stock fruité et en sachet individuel. On admet que le nombre de thés est suffisamment grand pour que le choix d'un thé soit assimilé à un tirage avec remise. Calculer la probabilité qu'au moins un des quatre thés choisis soit en boîte.

63

Sur le trajet séparant son domicile à l'établissement scolaire de son fils, Marc compte 3 feux tricolores. Chacun de ces feux fonctionne de la même manière et ont une probabilité de 0,6 d'être verts lorsque Marc passe devant.

On note V l'événement « Le feu est vert lorsque Marc arrive devant ».

1. Expliquer en quoi l'expérience aléatoire présentée relève d'un schéma de Bernoulli.
2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
3. Quelle est la probabilité pour que Marc ne rencontre aucun feu vert ?
4. Quelle est la probabilité pour que Marc rencontre au moins un feu vert ?
5. On note X le nombre de feu verts que Marc recontre. Quelle est l'espérance de X ?

64

Un designer sous-traite la fabrication de sa lampe phare à une usine. Le pourcentage de lampe présentant un défaut est égal à 5%. On prélève au hasard une lampe dans le stock.

1. Justifier que le choix d'une lampe est modélisé par une épreuve de Bernoulli où le succès est l'événement « La lampe choisie a un défaut », noté S.
   Pour tout événement S, on notera $P(S)$ la probabilité de S et $\overline{S}$ l'événement contraire de S.
   Les résultats devront être donnés sous forme décimale arrondis au millième.
2. Donner le paramètre p de l'épreuve de Bernoulli considérée.
3. On répète 3 fois de manière indépendante cette épreuve. Le stock est suffisamment important pour assimiler le choix à un tirage avec remise.
   (a) Représenter par un arbre de probabilités l'expérience aléatoire.
   (b) Calculer la probabilité de l'événement : « Aucune lampe n'a de défaut ».
   (c) Calculer la probabilité de l'événement : « Une seule lampe a un défaut ».
   (d) Calculer la probabilité de l'événement : « Exactement 3 lampes ont un défaut ».

65

Un élève de TSTD2A postule à deux DNMADE différents. Il estime que pour chacun de ces DNMADE il a la même probabilité de 75% d'être accepté.

On définit l'événement S : « L'élève a été accepté »

1. Expliquer en quoi l'expérience aléatoire présentée relève d'un schéma de Bernoulli.
2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
3. Calculer la probabilité qu'il ne soit accepté que dans une seule école.
4. Calculer la probabilité qu'il soit accepté dans au moins une école.
5. Le père de l'élève lui promet 100 euros s'il est accepté dans les deux écoles, 50 euros pour une seule école et rien s'il n'est accepté nul part. On appelle X la variable aléatoire donnant le nombre d'euros que l'élève peut potentiellement gagner.
   (a) Donner la loi de probabilité de X sous forme de tableau.
   (b) Calculer l'espérance de X. Interpréter ce résultat dans le cadre de l'exercice.

66

Le responsable d'une galerie d'art estime qu'un visiteur sur 10 est susceptible d'acheter une des œuvres présentées. Aujourd'hui trois personnes sont venues. On considère que le choix d'acheter une œuvre est régi par la même probabilité et que le choix de chacun de ces visiteurs est indépendant. On note E l'événement « Une œuvre a été achetée ».

1. Justifier qu'il s'agit de la répétition de trois épreuves aléatoires et indépendantes de Bernoulli dont on donnera le paramètre.
2. Représenter la situation sous la forme d'un arbre de probabilités.
3. On note X la variable associée au nombre de visiteurs ayant acheté une œuvre aujourd'hui.
   (a) Donner la loi de probabilité de X sous forme d'un tableau.
   (b) Interpréter et donner $P(X \leq 2)$.
   (c) Calculer l'espérance de X.

67

5 000 000 de tickets d'un jeu de grattage sont vendus au prix 3 €. Au dos de chaque ticket est indiqué les prix et nombres de tickets gagnants

Montant du gain	Nombre de tickets
10000 €	10
100 €	45
50 €	159
25 €	520
10 €	5800
5 €	150 000
3 €	568 000

On note X la variable aléatoire égale au gain réel d'un joueur ayant acheté un ticket.

1. Préciser les valeurs prises par X.
2. Déterminer la loi de probabilités de X.
3. Calculer la probabilité, arrondie au millième, que le joueur gagne réellement de l'argent en jouant à ce jeu
4. Un joueur achète deux tickets de ce jeu. On note S l'événement « le ticket acheté permet de gagner de l'argent ».
   (a) Expliquer en quoi l'expérience aléatoire présentée relève d'un schéma de Bernoulli.
   (b) Traduire la situation par un arbre de probabilités.
   (c) Déterminer la probabilité que les deux tickets lui permettent de gagner réellement de l'argent.