Fermat

$$\mathbb{N}^n \xrightarrow{(x_0,x_1,\dots,x_{n-1})\mapsto x_0+x_1 i+\cdots+x_{n-1}i^{n-1}} \mathbb{M}_n$$

Pour les nombres multicomplexes $\mathbb{M}_n$, $i^n = -1$ et on définit une pseudo-norme $|x| = \det x$, analogue à la norme Euclidienne en dimension 2. On a $\det x = \sum_{j=0}^{n/2} x_{2j}^n - \sum_{j=0}^{n/2} x_{2j+1}^n + f(x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$ et $|x| \in \pm\mathbb{N}_0$. À noter que $f(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) = 0$ si $n-2$ termes ou plus sont égaux à 0.

$$\mathbb{M}_n \xrightarrow{x\mapsto x^n} \mathbb{M}_n$$

À cette étape, aucun nombre $x^n = a_0 + a_1 i + \cdots + a_{n-1}i^{n-1}$ ne peut satisfaire a_0 et a_2 différents de 0, et tous les autres termes égaux à 0. On peut le démontrer en montrant que les termes $g_0, g_1, \dots, g_{n-1}$ de l'étape suivante ne peuvent satisfaire $g_0, g_2 \neq 0$ et $g_2, \dots, g_{n-1} = 0$. Donc $\det x^n = (\det x)^n = g_0^n + g_2^n + f(g_0, g_1, \dots, g_{n-1})$ où $f(g_0, g_1, \dots, g_{n-1}) \neq 0$.

$$\mathbb{M}_n \xrightarrow{g_0(x_0,x_1,\dots,x_{n-1})+g_1(x_0,x_1,\dots,x_{n-1})i+\dots g_{n-1}(x_0,x_1,\dots,x_{n-1})i^{n-1}\mapsto g_0(1,\frac{x_1}{x_0},\dots,\frac{x_{n-1}}{x_0})+g_1(1,\frac{x_1}{x_0},\dots,\frac{x_{n-1}}{x_0})i+\dots g_{n-1}(1,\frac{x_1}{x_0},\dots,\frac{x_{n-1}}{x_0})i^{n-1}} \mathbb{M}$$

Les fonctions $g_0, g_1, \cdots, g_{n-1}$ sont homogènes car elles résultent de la multiplication des termes de x dans x^n.

$$\mathbb{M}_n \xrightarrow{g_0(1,\frac{x_1}{x_0},\dots,\frac{x_{n-1}}{x_0})+g_1(1,\frac{x_1}{x_0},\dots,\frac{x_{n-1}}{x_0})i+\dots g_{n-1}(1,\frac{x_1}{x_0},\dots,\frac{x_{n-1}}{x_0})i^{n-1}\mapsto(\frac{x_1}{x_0},\dots,\frac{x_{n-1}}{x_0})} \mathbb{Q}_{n-1}$$

$$\mathbb{Q}_{n-1} \xrightarrow{(\frac{x_1}{x_0},\dots,\frac{x_{n-1}}{x_0})\mapsto(x_0,x_1,\dots,x_{n-1})} \mathbb{N}_n$$

Cela démontre une bijection entre $\mathbb{Q}_{n-1}$ et les points rationnels de la surface unitaire de $\mathbb{M}_n$. Ainsi, on exclu la possibilité de l'existence d'un nombre $x \in \mathbb{M}_n$ où $(\det x)^n = y^n + z^n$.