



Escuela de Caminos
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
UPC BARCELONATECH

Modelización y Análisis del comportamiento dinámico de suelos ensayados en la columna resonante

Trabajo realizado por:

Nicolás Guido Bolcatto

Dirigido por:

Alberto Ledesma Villalba

Antonio Lloret Morancho

Máster en:

Ingeniería del Terreno

Barcelona, 27 de Septiembre de 2019

Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental

TRABAJO FINAL DE MASTER

Resumen

La evidencia experimental muestra que el comportamiento de los suelos en pequeñas deformaciones (entre 10^{-6} y 10^{-3}) es fuertemente no lineal. El ámbito de las pequeñas deformaciones en el diseño y análisis geotécnico es esencial para evitar potenciales errores en las formulaciones analíticas y numéricas utilizadas para la estimación de deformaciones y desplazamientos en el terreno. Esto incluye numerosos problemas de ingeniería tales como estructuras de retención, fundaciones, túneles, taludes, etc. bajo solicitaciones estáticas y dinámicas.

En este trabajo se analizan los modelos utilizados para describir la respuesta elástica no lineal de los suelos en el ámbito de las pequeñas deformaciones y se pone énfasis en el ensayo de columna resonante en laboratorio, habitualmente utilizado para determinar la rigidez y el amortiguamiento en este rango. Posteriormente se formula e implementa en MATLAB un modelo unidimensional no lineal que representa la respuesta observable de una muestra de suelo en el citado ensayo. Finalmente se configura un modelo tridimensional en PLAXIS3D que representa una muestra sometida a las solicitaciones del ensayo.

De los resultados obtenidos de ambos modelos se extraen conclusiones relevantes en cuanto a la interpretación de las observaciones en laboratorio y su aplicación en los modelos constitutivos no lineales para suelos. En particular, se extraen relevantes conclusiones sobre las definiciones de amortiguamiento histerético y viscoso en problemas dinámicos, y su influencia en la formulación y resolución de problemas dinámicos en la Ingeniería del Terreno.

Palabras clave: columna resonante, comportamiento no lineal, histéresis, amortiguamiento, Plaxis

Abstract

Experimental evidence shows that for strains ranging between 10^{-6} and 10^{-3} , soils present highly nonlinear behaviour. Accounting for small-strain behaviour in geotechnical analysis and design is essential to avoid potential errors in analytical and numerical estimation of strains and displacements in engineering practice. This includes both static and dynamic loading in retaining walls, foundations, tunnels, slopes, and many other geotechnical structures.

In this document nonlinear elastic constitutive models representing soil behaviour at small strains are analyzed. The resonant column (RC) test is then reviewed in its formulation and interpretation, as it is usually used to characterize nonlinear soil behaviour in the small-strain range. Afterwards, a one-dimensional nonlinear model representing the behaviour of samples in the RC test is formulated and implemented in MATLAB. Finally, a three-dimensional model in PLAXIS is defined, representing a sample under strain and stress states in the cited test, and based on the built-in HS-Small model.

Results obtained from both models are analyzed in order to draw conclusions on laboratory test results interpretation. The use of these results as inputs to nonlinear constitutive models for both static and dynamic problems is discussed. In particular, relevant conclusions are formulated on the definitions of hysteretic and viscous damping and their influence in the results obtained when analyzing dynamic problems in geotechnical engineering.

Keywords: resonant column, nonlinear behaviour, hysteretic, viscous, damping, Plaxis

Agradecimientos

Este trabajo ha sido posible gracias al apoyo y la dedicación de diversas personas, a quienes deseo agradecer profundamente.

A mis tutores, Alberto Ledesma y Antonio Lloret, por el apoyo brindado durante todo el desarrollo de este trabajo. Por el imprescindible y constante aporte de ideas y consejos gracias a los que pude sortear los problemas que se presentaron en cada paso de su elaboración, por su buena predisposición y por su contribución fundamental a mi formación académica y profesional como docentes del Máster en Ingeniería del Terreno.

Al Estado Argentino, que a través del Programa BEC.AR me dio la posibilidad de vivir la inolvidable experiencia de formarme en Europa durante dos años, adquiriendo nuevos conocimientos con los que anhelo enriquecer el desarrollo tecnológico y científico argentino. A la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Rosario y a sus docentes, por formación de base de altísimo nivel (pública y gratuita) recibida, que he confirmado e implementado durante el desarrollo de este Máster. En particular, a Silvia Angelone y a Marta Pagola, quienes a través de su sostén y su confianza me han permitido efectuar mis primeros aportes a la docencia universitaria.

A Pablo Torres y Hugo Vercelli, por la confianza y apoyo desde los primeros momentos de mi desarrollo profesional y la transmisión constante de sus conocimientos y experiencia en incontables aspectos para mi crecimiento dentro del medio.

A Chantal Iungman, mi compañera incondicional y pilar fundamental desde hace casi 10 años y sin la cual no podría haber completado esta tarea. Su apoyo, calidez, cariño y paciencia durante estos años han sido indudablemente esenciales para alcanzar cada uno de los objetivos que se me han presentado, especialmente en los momentos de frustración y dificultad.

A mi padre, mi madre y mi hermano, por acompañarme desde que tengo uso de razón en cada nuevo proyecto o desafío y por siempre motivarme a la superación, a creer en mí mismo y a crecer como profesional, pero sobre todas las cosas, a crecer como persona. A mis tíos, primos y abuelos por su infinito cariño y acompañamiento. Gracias por hacerme sentir orgulloso de mi familia.

A quienes estuvieron a mi lado para escuchar mis dudas, consultas e inquietudes y darme una palabra de aliento: mis amigos, los que del mismo modo me acompañarán siempre, incluso con el Océano Atlántico de por medio.

Barcelona, Septiembre de 2019

Índice

1. INTRODUCCIÓN	11
1.1. Objetivos del TFM.....	13
1.2. Estructura del trabajo.....	14
2. PROPIEDADES DINÁMICAS DE LOS SUELOS	16
2.1. Aspectos generales	16
2.2. Módulo de corte.....	18
2.2.1. Módulo de corte a pequeñas deformaciones (G_{\max})	20
2.2.2. Reducción del módulo de corte	22
2.3. Amortiguamiento.....	26
2.3.1. Amortiguamiento viscoso a pequeñas deformaciones	26
2.3.2. Amortiguamiento histerético.....	30
3. MODELIZACIÓN CONSTITUTIVA DE LA RESPUESTA ELÁSTICA NO LINEAL	32
3.1. Introducción.....	32
3.2. El modelo de bloques de Simpson.....	33
3.3. Modelos elásticos no lineales unidimensionales de corte cíclico.....	34
3.4. Modelo SSOM.....	37
3.4.1. Formulación básica	37
3.4.2. Rigidez tangente	40
3.4.3. Inconsistencias	41
3.5. Modelo HS-Small	42
3.5.1. Modelo Hardening-Soil.....	42
3.5.1.1. Aspectos básicos.....	42
3.5.1.2. Trayectorias desviadoras	44
3.5.1.3. Trayectorias de compresión.....	45
3.5.2. Integración HS-SSOM	48
3.6. Modelos de tipo “non-Masing”	50
4. ENSAYO DE COLUMNA RESONANTE	52
4.1. Aspectos generales	52
4.2. Interpretación clásica.....	54
4.2.1. Módulo de corte	55
4.2.2. Deformación de corte media	58
4.2.3. Factor de amortiguamiento.....	60
4.2.3.1. Método del medio ancho de banda (“half-bandwidth method”)	60

4.2.3.2.	Método de vibraciones libres (“free-decay method”).....	62
4.3.	Nueva interpretación.....	63
4.3.1.	Formulación teórica.....	63
4.3.2.	Procedimientos de calibración del equipo.....	67
5.	MODELO NUMÉRICO UNIDIMENSIONAL	68
5.1.	Introducción.....	68
5.2.	Modelo lineal.....	69
5.3.	Modelo no lineal.....	71
6.	MODELO TRIDIMENSIONAL	74
6.1.	Introducción.....	74
6.2.	Geometría y elementos constitutivos.....	74
6.3.	Condiciones de contorno	78
6.4.	Estados tensionales	78
6.4.1.	Efecto de la preparación de la muestra.....	79
6.4.1.1.	Muestra preacondicionada.....	79
6.4.1.2.	Muestra no preacondicionada.....	80
6.4.2.	Efecto de la presión de confinamiento	81
6.4.3.	Torque estático	82
6.4.4.	Torque dinámico	84
6.5.	Parámetros del material	85
6.5.1.	Modelo elástico lineal	86
6.5.2.	Modelo HS-Small.....	87
6.6.	Tipos de análisis.....	88
7.	RESULTADOS	90
7.1.	Modelo lineal unidimensional	90
7.2.	Modelo no lineal unidimensional	91
7.2.1.	Respuesta en el dominio de las frecuencias	91
7.2.2.	Régimen permanente. Evolución de la rigidez y el amortiguamiento	93
7.2.3.	Correlación entre la frecuencia de resonancia y la deformación	99
7.2.4.	Régimen transitorio. Factor de amortiguamiento.....	100
7.3.	PLAXIS3D	104
7.3.1.	Análisis estático.....	104
7.3.1.1.	Modelo elástico lineal.....	104
7.3.1.2.	Modelo HS-Small	107
7.3.1.2.1.	Análisis de trayectorias de carga, inversión y recarga.....	107

7.3.1.2.2.	Módulo secante y deformación.....	109
7.3.1.2.3.	Evolución de las tensiones principales	112
7.3.1.2.4.	Variación de la rigidez dentro de la sección.....	113
7.3.1.2.5.	Muestras no preconditionadas.....	117
7.3.2.	Análisis dinámico.....	118
7.3.2.1.	Modelo elástico lineal.....	118
7.3.2.2.	Modelo HS-Small	119
8.	CONCLUSIONES Y PROPUESTAS DE INVESTIGACIÓN A FUTURO	123
9.	REFERENCIAS	131
ANEXO A: Desarrollo del esquema de función de transferencia		
ANEXO B: Procedimientos de calibración del equipo de columna resonante		
ANEXO C1: Código del programa del modelo 1D lineal en MATLAB		
ANEXO C2: Código del programa del modelo 1D no lineal en MATLAB		

Índice de Figuras

Figura 1. Respuesta mecánica en ciclos de deformación de pequeña amplitud (izquierda, caso (a)) y de moderada amplitud (derecha, caso (b)).	12
Figura 2. Velocidad de ondas de compresión vs. Grado de saturación [4].	17
Figura 3. Reducción del módulo de corte y ciclo de histéresis [4].	17
Figura 4. Definición de módulo secante y módulo tangente.	18
Figura 5. Módulo de corte vs. deformación y ensayos adecuados por rango [8].	19
Figura 6. Variación de “k” con respecto al índice de plasticidad [4].	21
Figura 7. Influencia del tiempo de confinamiento en el módulo de corte a pequeñas deformaciones [4].	22
Figura 8. Módulo de corte normalizado e índice de plasticidad [5].	23
Figura 9. G / G_{\max} según la expresión (2.2.6) [6].	24
Figura 10. Umbrales de deformación [1].	25
Figura 11. Umbrales de deformación en función del índice de plasticidad [1].	26
Figura 12. Amortiguamiento según la formulación de Rayleigh y Lindsay.	29
Figura 13. Ciclo de histéresis y amortiguamiento.	30
Figura 14. Factor de amortiguamiento e índice de plasticidad [5].	31
Figura 15. Modelo de bloques de Simpson [15].	34
Figura 16. Curva tensión-deformación en estado de compresión triaxial [19].	38
Figura 17. Relación hiperbólica tensión-deformación en el modelo Hardening Soil [24].	43
Figura 18. Curvas de fluencia para endurecimiento por tensiones desviadoras para $m = 0.5$ [24].	45
Figura 19. Módulo de rigidez edométrica en el modelo Hardening Soil [24].	46
Figura 20. Zona elástica y superficies de fluencia por endurecimiento desviador y por compresión en HS [24].	47
Figura 21. Degradación plástica en carga noval y degradación elástica en recarga [24].	49
Figura 22. Amortiguamiento según modelos tipo Masing y resultados experimentales [13].	51
Figura 23. Esquema mecánico del ensayo de columna resonante con excitación torsional, base fija y extremo superior libre [26].	52
Figura 24. Disposición de la instrumentación del ensayo [26].	53
Figura 25. Solicitación torsional en un elemento de barra.	55
Figura 26. Patrón de deformación en el ensayo de columna resonante [26].	59
Figura 27. Condición de resonancia en un diagrama excitación-respuesta.	60
Figura 28. Método del medio ancho de banda.	61
Figura 29. Método de vibraciones libres.	63
Figura 30. Esquema de 1 grado de libertad representado por la función de transferencia (adaptado de [9]).	65
Figura 31. Geometría de $\frac{1}{4}$ de muestra.	75

Figura 32. Geometría de la muestra (izquierda) y detalle de la naturaleza de los segmentos rectos (derecha).....	75
Figura 33. Elemento tetraédrico de 10 nodos [34].	77
Figura 34. Mallado obtenido.	77
Figura 35. Zona elástica producida por el estado tensional de compactación.....	80
Figura 36. Preacondicionamiento.....	80
Figura 37. Superficies de fluencia obtenidas por la aplicación de presión isotrópica.....	81
Figura 38. Presión isotrópica (de cámara).....	82
Figura 39. Distribución de tensiones tangenciales sobre la cabeza de la muestra.....	83
Figura 40. Patrón de tensiones sobre la cabeza de la muestra.	84
Figura 41. Señal dinámica armónica en el dominio del tiempo.	84
Figura 42. Comparación de resultados solución analítica vs. modelo numérico lineal de 1 GDL.....	90
Figura 43. Curvas de respuesta en frecuencia según el modelo numérico implementado en MATLAB ($\gamma_{0,7} = 1 \times 10^{-4}$; $D_{\min} = 1\%$).	92
Figura 44. Curvas de respuesta en frecuencia para pequeños valores de par torsor ($G_0 = 100$ MPa; $\gamma_{0,7} = 1 \times 10^{-4}$; $D_{\min} = 1\%$).	93
Figura 45. Señal de respuesta del modelo no lineal para $T_0 = 1 \times 10^{-5}$ Nm / $f = 51$ Hz ($G_0 = 100$ MPa ; $\gamma_{0,7} = 1 \times 10^{-4}$; $D_{\min} = 1\%$).	93
Figura 46. Evolución del factor de amortiguamiento y el módulo de corte en función del tiempo.	94
Figura 47. Valores asumidos por G y D en distintas zonas de la señal de respuesta.	94
Figura 48. Módulos de corte a deformación media para el modelo numérico no lineal ($\gamma_{0,7} = 1 \times 10^{-4}$; $D_{\min} = 1\%$).	95
Figura 49. Relación entre módulo y frecuencia de resonancia normalizados.	96
Figura 50. Factor de amortiguamiento vs. frecuencia de resonancia ($G_0 = 100$ MPa ; $\gamma_{0,7} = 1 \times 10^{-4}$; $D_{\min} = 1\%$).	97
Figura 51. Factor de amortiguamiento vs. frecuencia de resonancia ($G_0 = 100$ MPa ; $\gamma_{0,7} = 1 \times 10^{-4}$; $D_{\min} = 0\%$).	98
Figura 52. Relación entre la frecuencia de resonancia y la deformación ($D_{\min} = 1\%$).	99
Figura 53. Vibraciones libres para la medición del factor de amortiguamiento ($T_0 = 0.05$ Nm ; $f = 35.4$ Hz ; $D_{\min} = 1\%$; $\gamma_{0,7} = 1 \times 10^{-4}$).	101
Figura 54. Evolución de D para un material histerético en vibraciones libres.	102
Figura 55. Valores de D obtenidos mediante vibraciones libres para el 1º ciclo y promedio de 5, 10 y 20 ciclos. $D_{\min} = 1\%$ (izquierda) y $D_{\min} = 0\%$ (derecha). ($G_0 = 100$ MPa ; $\gamma_{0,7} = 1 \times 10^{-4}$).	102
Figura 56. Rotación pico en función del número de ciclos en vibraciones libres. $D_{\min} = 1\%$ (izquierda) y $D_{\min} = 0\%$ (derecha). ($G_0 = 100$ MPa ; $\gamma_{0,7} = 1 \times 10^{-4}$).	103
Figura 57. Patrón de desplazamientos en 3 dimensiones (izquierda) y esquema de desplazamientos en planta (derecha) para un par torsor $T = 0,25$ Nm y $G = 75$ MPa.....	105

Figura 58. Patrón de desplazamientos en una sección vertical.	105
Figura 59. Patrón de variación para los invariantes de deformación $(\epsilon_1 - \epsilon_3)/2$ (izquierda) y de tensión..	106
Figura 60. Relación T vs. θ calculada en el modelo y según modelo analítico de barra torsionada.	106
Figura 61. Par torsor vs. deformación de corte media (negro: Modelo HS-Small ; gris: elasticidad lineal) para presiones de confinamiento de 50, 100 y 200 kPa.	107
Figura 62. Lazos de histéresis para T = 0,20 Nm y p = 50 y 200 kPa.....	108
Figura 63. Lazos de histéresis para T = 0,20 / 0,30 y p = 100 kPa.....	108
Figura 64. Error relativo entre deformación media y promedio.....	110
Figura 65. Módulo de corte normalizado (numérico y teórico).	111
Figura 66. Tensiones principales promedio.	112
Figura 67. Rotación de las tensiones principales.	112
Figura 68. Módulo de corte inicial y secante vs. par torsor en la etapa de inversión y p = 100 kPa.....	113
Figura 69. Evolución del módulo de corte secante (sección transversal en el centro de la probeta) para carga inicial (fila 1), inversión (fila 2) y recarga (fila 3) con par torsor aumentando de izquierda a derecha (p = 100 kPa).	114
Figura 70. Número de puntos plastificados vs. deformación media para tres presiones de confinamiento.	115
Figura 71. Puntos elásticos (izquierda) y plastificados en elevación (centro) y en planta (derecha).	116
Figura 72. 1° y 2° ciclo de histéresis en una muestra no preacondicionada.	117
Figura 73. Rotación en la cabeza de la muestra vs. frecuencia para diferentes niveles de excitación.	118
Figura 74. Módulos de corte vs. frecuencia de resonancia para modelos 1D y 3D.	120
Figura 75. Frecuencia vs. rotación para modelos 1D y 3D con $D_{\min} = 0\%$ (arriba) y $D_{\min} = 1\%$ (abajo).	120
Figura 76. Amplitud de par torsor y rotación en la muestra para condiciones de resonancia.	121

1. INTRODUCCIÓN

El comportamiento dinámico de los suelos es un área de interés fundamental en el campo de la Ingeniería del Terreno y la Ingeniería Sísmica. Las acciones dinámicas que se inducen en una masa de suelo pueden tener diversos orígenes: sismos, cimentaciones de maquinarias, cargas vehiculares y ferroviarias, explosiones, etc. Cada uno de estos “inputs” dinámicos está caracterizado por un determinado contenido de frecuencias y diferentes amplitudes de desplazamiento, velocidad o aceleración. La respuesta de un suelo frente a estas acciones depende de sus propiedades físicas y mecánicas, como así también de la geometría del problema y la naturaleza de las acciones y las ondas mecánicas transmitidas.

Las propiedades dinámicas de los suelos han sido intensamente estudiadas en el ámbito de la Ingeniería Sísmica, tanto a partir de pruebas de campo como de laboratorio. Un aspecto fundamental de los suelos en relación a estas propiedades dinámicas es su alta variabilidad en función del nivel de deformación experimentado. La posibilidad de evaluar la rigidez de una masa de suelo frente a distintas excitaciones y a diversos niveles de deformación ha permitido descubrir que estos materiales se vuelven cada vez más deformables (o menos rígidos) a medida que aumenta la deformación experimentada.

El comportamiento mecánico de los suelos se suele dividir en dos campos fundamentales:

- El ámbito de las pequeñas deformaciones, donde el interés se centra en estudiar las deformaciones experimentadas en el terreno bajo solicitaciones de servicio moderadas, con el objeto de estudiar la serviciabilidad de las obras de ingeniería en sus condiciones normales de operación.
- El ámbito de las grandes deformaciones o del estudio de las roturas, donde el interés se centra en analizar la respuesta del terreno en condiciones extremas, con el objeto de determinar márgenes de seguridad adecuados de las obras frente a estos eventos, o bien analizar las causas de una falla catastrófica ya ocurrida, o predecir las consecuencias de una que pudiese ocurrir.

En el primer ámbito es común utilizar modelos constitutivos elásticos lineales o no lineales que permiten estudiar las deformaciones producidas en función del cambio en el estado tensional del terreno. En un problema dinámico, cuando los esfuerzos y deformaciones se hacen mayores, suelen aparecer deformaciones irreversibles (en condiciones drenadas) y aumentos de las presiones intersticiales (en condiciones no drenadas) que no pueden ser predichas con modelos constitutivos elásticos, y obligan al uso de modelos más avanzados de tipo elastoplásticos.

Por otra parte, y por razones históricas, en la dinámica de suelos se suele representar el estado de deformación del terreno y su rigidez a partir de los esfuerzos y deformaciones cortantes:

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \quad (1.1.1)$$

Donde G es el módulo elástico de corte, τ es el esfuerzo cortante y γ es la deformación de corte.

Esto se debe fundamentalmente al hecho de que en las acciones sísmicas suele predominar la componente horizontal de las aceleraciones, la cual induce esfuerzos de corte horizontales en el terreno, donde normalmente predominan las cargas verticales debido a la gravedad.

En función de lo desarrollado hasta aquí, es posible realizar una primera definición de rangos de deformación ([1]):

- a) $\gamma < 10^{-5}$ Comportamiento reversible lineal e independiente del número de ciclos aplicados.
- b) $10^{-5} < \gamma < 10^{-3}$ Comportamiento reversible no lineal, histerético e independiente del número de ciclos aplicados.
- c) $\gamma > 10^{-3}$ Comportamiento reversible o irreversible no lineal, histerético y dependiente del número de ciclos aplicados.

En la **Figura 1** se muestra esquemáticamente la respuesta de un suelo para los casos a) y b), en términos de una determinada sollicitación aplicada y la deformación registrada. En el caso a) la rigidez es aproximadamente constante y por lo tanto se aprecia sólo un pequeño lazo de histéresis. En el caso b) donde la amplitud de deformación es mayor, la degradación de la rigidez también lo es y en consecuencia existe un lazo de histéresis que encierra un área mayor.

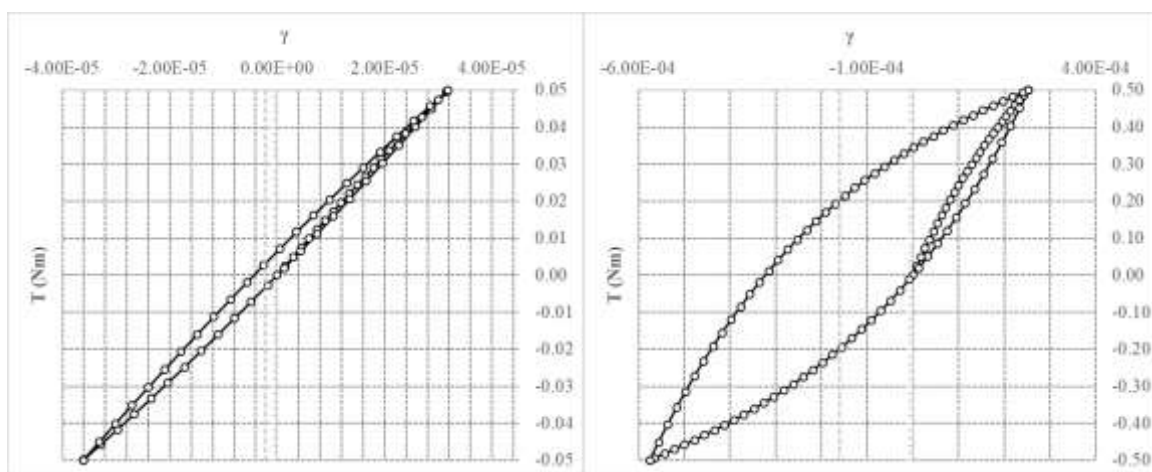


Figura 1. Respuesta mecánica en ciclos de deformación de pequeña amplitud (izquierda, caso (a)) y de moderada amplitud (derecha, caso (b)).

El área del lazo de histéresis está directamente relacionada al segundo concepto más relevante de la dinámica de suelos luego del módulo de corte: el coeficiente de amortiguamiento. Este coeficiente constituye una medida de la capacidad del suelo de disipar energía mecánica mediante deformación. A mayor deformación, mayor es la capacidad de un suelo de disipar dicha energía.

El caso c) involucra otros tipos de mecanismos, donde la respuesta del suelo depende de la cantidad de ciclos de carga aplicados y no forma parte del alcance de este trabajo.

Uno de los ensayos de laboratorio más ampliamente difundidos para el estudio de las propiedades dinámicas de los suelos en condiciones de deformación pequeña a moderada es el ensayo de columna resonante. En este ensayo, una probeta de suelo cilíndrica es sometida inicialmente a una presión de confinamiento isótropa hasta que se completa la consolidación de la misma. Posteriormente, se aplica una excitación dinámica armónica de tipo torsional sobre la cara superior de la muestra, cuya frecuencia e intensidad se puede ir variando. La respuesta es evaluada en términos de la frecuencia de excitación a la cual se produce el fenómeno de resonancia en el equipo para distintos niveles de intensidad de la misma, y la deformación de corte cíclica producida en dichas condiciones. A partir de ello es posible determinar el módulo de corte (G) del material para distintos niveles de deformación de corte y de presión de confinamiento aplicada. Asimismo, es posible evaluar el factor de amortiguamiento del suelo (D) en estas condiciones, a partir de la observación del decaimiento gradual en la respuesta en condiciones de vibración libre.

1.1. Objetivos del TFM

En este trabajo se propone la configuración de dos modelos numéricos:

- Un modelo unidimensional que representa el ensayo de columna resonante.
- Un modelo tridimensional de elementos finitos mediante el software PLAXIS3D, que permita representara el ensayo de columna resonante y analizar el comportamiento interno en la muestra.

Los objetivos principales del desarrollo de estos modelos son:

- Evaluar la capacidad o aptitud de distintos modelos constitutivos para reproducir los resultados observados en el ensayo de laboratorio. En particular se hace uso del modelo constitutivo elástico lineal y de modelos elásticos no lineales. En PLAXIS3D se hace uso del modelo elastoplástico HS-Small.

- Establecer una relación entre los resultados observables en los ensayos de laboratorio y los parámetros de los modelos constitutivos que producen dicha respuesta en los modelos numéricos.
- Comprobar con la ayuda de los modelos no lineales la idoneidad de la interpretación tradicional del ensayo, que se hace en función del modelo elástico lineal.

Los objetivos específicos o particulares son:

- Investigar las tensiones y deformaciones desarrolladas en la muestra.
- Evaluar las condiciones tensionales en la interfase entre la muestra y el cabezal del equipo.
- Analizar el concepto de amortiguamiento medido en el ensayo con respecto al que utilizan los modelos constitutivos.

1.2. Estructura del trabajo

Este trabajo se divide en 7 capítulos.

En el Capítulo 1 se introducen conceptos básicos sobre la temática a tratar y se plantean los objetivos generales y particulares del TFM. Se contextualizan los modelos numéricos a desarrollar dentro del ámbito del estudio de las propiedades dinámicas de los suelos.

En el Capítulo 2 se realiza una descripción de las principales propiedades dinámicas de los suelos. En primer lugar se desarrollan aspectos generales de la respuesta dinámica de los suelos, para luego analizar en detalle tres aspectos fundamentales:

- El módulo de corte máximo (a muy pequeñas deformaciones) y la influencia de distintas propiedades y parámetros de estado en su valor.
- La reducción del módulo de corte en función de la deformación.
- El amortiguamiento.

En el Capítulo 3 se realiza un análisis y descripción general de los modelos constitutivos elásticos no lineales que se utilizan para describir la respuesta dinámica de los suelos bajo deformaciones pequeñas a moderadas. En particular, se realiza una descripción detallada del funcionamiento del modelo HS-Small, que constituye uno de los puntos fundamentales de este trabajo.

En el Capítulo 4 se realiza una descripción detallada del ensayo de columna resonante en laboratorio. En primer lugar se desarrollan los aspectos teóricos fundamentales que hacen a su ejecución e interpretación de resultados. En segundo lugar se compara el enfoque clásico o

tradicional del análisis de resultados con el nuevo enfoque, planteado en la Norma ASTM D4015-15, y que difiere sustancialmente del anterior.

En el Capítulo 5 se desarrollan los aspectos generales de planteamiento del modelo numérico unidimensional, el cual se implementa en MATLAB. Para la evaluación del funcionamiento se utiliza el modelo constitutivo elástico lineal en primera instancia, y luego un modelo constitutivo elástico no lineal que incorpora la variación del módulo de corte con la deformación y el amortiguamiento histerético. Para este modelo se analizan distintas instancias de funcionamiento en condiciones estacionarias y transitorias, variación de la frecuencia de resonancia con la intensidad de la sollicitación, etc.

En el Capítulo 6 se desarrollan los aspectos generales de planteamiento del modelo numérico en PLAXIS3D, justificando la elección de parámetros geométricos y mecánicos adoptados, como así también el planteamiento de distintas instancias de análisis. Estas instancias buscan en primer lugar validar la respuesta del modelo para representar el ensayo de laboratorio, para lo cual se hace uso del modelo constitutivo elástico lineal. En segundo lugar se busca verificar la capacidad del modelo HS-Small para representar la variación de rigidez con la deformación en condiciones estáticas. En tercer lugar se hace uso del mismo modelo bajo condiciones dinámicas de modo tal de investigar la variación de rigidez asociada a la condición de resonancia en función de la intensidad de la excitación.

En el Capítulo 7 se exponen y analizan los resultados obtenidos en cada una de las instancias propuestas en los Capítulos 5 y 6.

En el Capítulo 8 se exponen las conclusiones generales del trabajo y se plantean futuras líneas de investigación a desarrollar.

Adicionalmente, se incluyen 4 anexos (A, B, C1 y C2) en los cuales se incluyen desarrollos teóricos y otros aspectos no fundamentales abordados en el desarrollo del TFM. En el Anexo A se presenta el desarrollo teórico del esquema de función de transferencia para el análisis de los resultados del ensayo de columna resonante. En el Anexo B se resumen los procedimientos de calibración normalizados para dicho ensayo. En los Anexos C1 y C2 se resumen los códigos de MATLAB correspondientes a los modelos unidimensionales desarrollados (lineal y no lineal respectivamente).

2. PROPIEDADES DINÁMICAS DE LOS SUELOS

2.1. Aspectos generales

Para evaluar el efecto de las acciones dinámicas que afectan a un determinado problema geotécnico, es necesario definir las propiedades relevantes de los suelos que definen la correspondiente respuesta. El estudio de estas propiedades ha sido objeto de interés para numerosos investigadores en las últimas décadas, destacándose los trabajos de Kokusho et al [2] , Sun et al [3], Dobry y Vucetic [4], Vucetic y Dobry [5], Ishibashi y Zhang [6], Vucetic et al [7] y Lanzo y Vucetic [8].

Las acciones dinámicas suelen incidir de manera relativamente rápida sobre la estructura de un suelo, tanto para suelos de grano fino como de grano grueso. Esto hace que el tipo de sollicitación determine un comportamiento no drenado, tanto para acciones de compresión como de corte. Si se considera un suelo saturado sometido a una acción cíclica de compresión en condiciones no drenadas, el efecto producido es un aumento reversible de la presión intersticial, debido a la gran diferencia de compresibilidad entre el agua y el esqueleto del suelo. De esta forma, no se produce un cambio de presión efectiva apreciable, y la rigidez a compresión queda definida por el módulo de compresión del fluido intersticial (en general, agua). Al disminuir el grado de saturación, esta compresibilidad debe aumentar de forma apreciable, porque la rigidez a compresión del fluido intersticial se ve reducida (mezcla agua-aire).

Esto se ve reflejado en la velocidad de las ondas de compresión en función del grado de saturación, que se observa en la **Figura 2**. La velocidad de transmisión de ondas de compresión para un grado de saturación igual a la unidad es de alrededor de 5000 pies/s (aproximadamente 1500 m/s), que coincide con la velocidad de transmisión de ondas de compresión en el agua. Para un grado de saturación levemente menor, se observa una drástica reducción de la velocidad de ondas de compresión.

Por otro lado, este comportamiento tenso-deformacional en compresión presenta una marcada linealidad, sin reducción apreciable de la rigidez con la deformación, y en consecuencia sin disipación de energía.

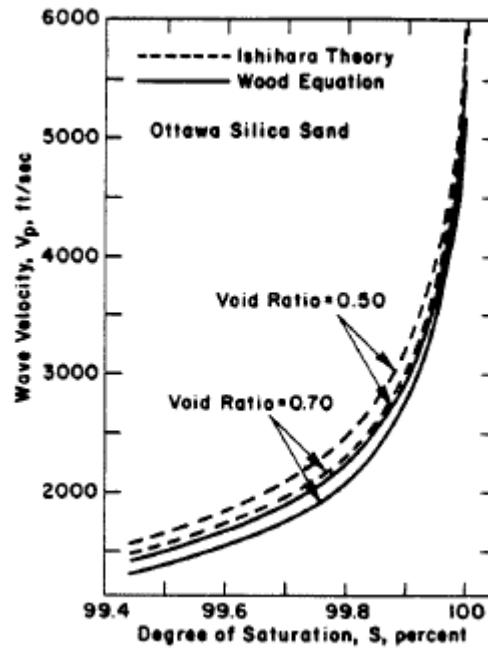


Figura 2. Velocidad de ondas de compresión vs. Grado de saturación [4].

El comportamiento frente a solicitaciones de corte es marcadamente diferente, debido a que el agua no presenta resistencia al corte, con lo cual ésta es aportada exclusivamente por el esqueleto del suelo. La respuesta tenso-deformacional, en consecuencia, es marcadamente no lineal, con degradación de la rigidez con la deformación, y comportamiento histerético irreversible con disipación de energía, como se observa en la **Figura 3**.

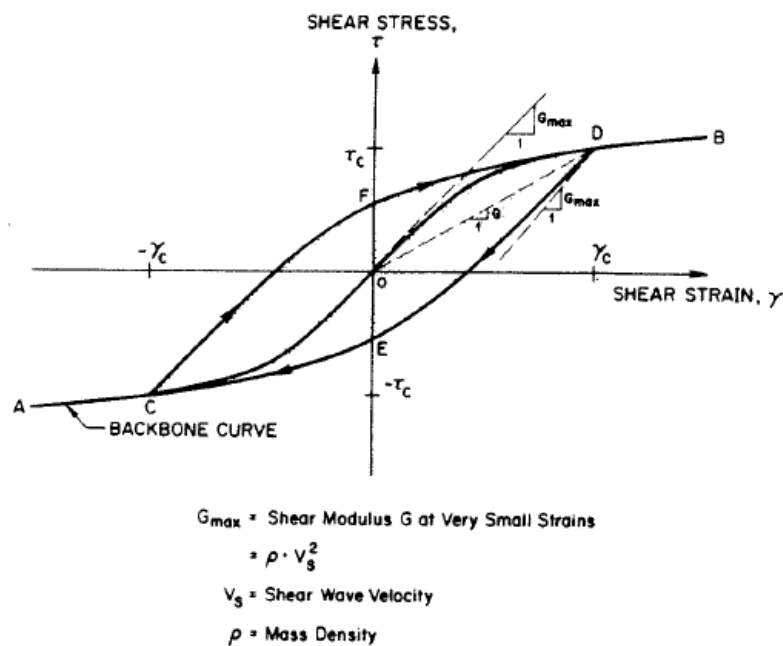


Figura 3. Reducción del módulo de corte y ciclo de histéresis [4].

Debido a la naturaleza de las ondas de corte producidas por la acción sísmica, que en general constituyen el origen principal de los desplazamientos y aceleraciones horizontales producidos en el terreno, se ha dado históricamente relevancia a este tipo de sollicitación. Por dicha razón, resulta interesante estudiar la evolución del módulo de corte con la deformación de corte asociada, como así también el amortiguamiento, que está asociado al área encerrada por los ciclos de histéresis, como el representado en la **Figura 3**.

2.2. Módulo de corte

En términos de rigidez, el parámetro fundamental que permite describir el comportamiento de un suelo frente a acciones dinámicas impuestas es el módulo de corte (G). Este módulo relaciona directamente la tensión de corte aplicada sobre un elemento del medio poroso (τ) y su deformación de corte (γ):

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \quad (2.2.1)$$

Según como se calcule, este módulo puede ser secante o tangente. El módulo secante es aquel que se obtiene de trazar una recta entre el origen y un punto sobre la curva tensión deformación en un gráfico $\tau - \gamma$. El módulo tangente es aquel que se obtiene de trazar la recta tangente (pendiente instantánea) a la curva tensión-deformación en un determinado punto de la misma. En la **Figura 4** se representa el significado de cada uno de estos módulos.

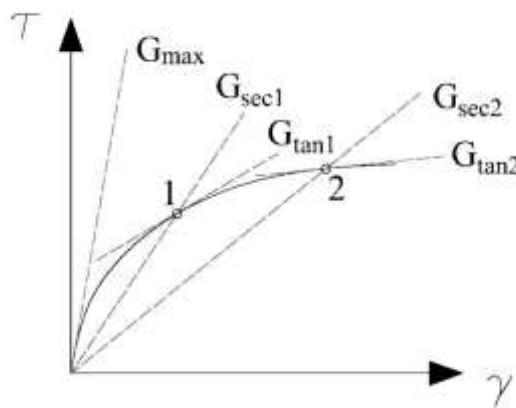


Figura 4. Definición de módulo secante y módulo tangente.

Queda claro entonces que el valor del módulo de corte, ya sea este secante o tangente, se reduce a medida que aumenta la deformación de corte. Esto hace que para su cálculo se requiera de la evaluación simultánea de la deformación de corte, y de un proceso iterativo asociado. Así, existirá

un valor máximo del módulo de corte G_{\max} (a muy pequeñas deformaciones) y valores cada vez menores al incrementarse la deformación.

En este trabajo, a menos que se indique expresamente, el término “módulo de corte” se refiere a la definición de módulo de corte secante.

En la **Figura 5** se presenta esquemáticamente una curva típica de reducción de módulo, junto con los rangos habituales de los ensayos de campo y laboratorio que cubren los diferentes niveles de deformación.

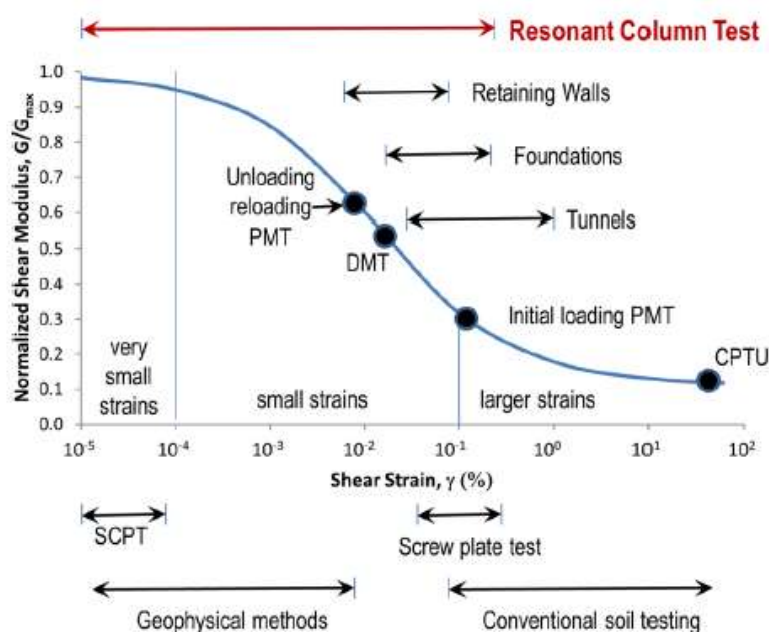


Figura 5. Módulo de corte vs. deformación y ensayos adecuados por rango [8].

Las curvas típicas como la representada en la **Figura 5** se pueden trazar alternativamente indicando en el eje de las ordenadas el módulo de corte normalizado, que se define como la relación entre el módulo de corte (secante o tangente) a una dada deformación y el módulo de corte a pequeñas deformaciones (G/G_{\max}).

El ensayo de columna resonante, en particular, cubre un amplio espectro de deformaciones, que además permite investigar la variación del módulo de corte en el rango donde se produce la mayor parte de su reducción. Así, es posible obtener mediciones de módulo de corte a deformaciones menores que con ensayos triaxiales, aunque no menores a las que se obtienen con ensayos sísmicos.

2.2.1. Módulo de corte a pequeñas deformaciones (G_{\max})

El módulo de corte a pequeñas deformaciones, o módulo de corte máximo representa la rigidez cortante del suelo a muy pequeñas deformaciones, donde no existe desplazamiento relativo entre las partículas del suelo, y por lo tanto depende de:

- La presión de confinamiento efectiva media.
- La relación de sobreconsolidación (OCR).
- La naturaleza de los contactos entre las partículas
- La fábrica o arreglo de las partículas, caracterizada por el índice de vacíos.
- La rigidez elástica de las partículas sólidas.

El valor de este módulo se puede determinar mediante ensayos que permiten producir un nivel de deformación pequeño, que en general debe ser menor a 10^{-5} (o en términos porcentuales, $10^{-3} \%$). Estos son ensayos dinámicos donde se produce una excitación cíclica de corte y se mide la velocidad de transmisión de las ondas de corte (V_s). El módulo de corte asociado se puede obtener si se conoce la densidad del medio (ρ), a partir de la expresión

$$G = V_s^2 \rho \quad (2.2.2)$$

Los ensayos típicos de esta categoría son los ensayos de columna resonante y aquellos que utilizan elementos bender (laboratorio) o los de tipo geofísico (ensayos in situ).

A partir de la experiencia acumulada en la medición del módulo de corte máximo de diferentes suelos, se han desarrollado expresiones empíricas que lo relacionan con los distintos factores enumerados previamente, y que de forma general adquieren la forma general dada por ([10],[11]):

$$G_{\max} = A \times OCR^k \times F(e) \times \left(\frac{p'}{p_{ref}} \right)^n p_{ref} \quad (2.2.3)$$

Donde

A y n son parámetros del suelo.

OCR es la relación de sobreconsolidación.

k es un factor que depende del índice de plasticidad del suelo.

$F(e)$ es una función del índice de vacíos.

p' es la presión efectiva media.

p_{ref} es una presión de referencia (en general 100 kPa),

Los parámetros A y n pueden ser obtenidos para un determinado suelo a partir de ensayos a distintas presiones de confinamiento efectivas. El valor de n suele adoptarse igual a 0,50, aunque puede determinarse en función de los resultados experimentales. La expresión (1.3) indica que el valor de G_{max} aumenta con la presión de confinamiento efectiva.

Los valores de k en función del índice de plasticidad se indican en la **Figura 6**. Estos valores surgen de los trabajos de Hardin y Drnevich, que determinaron que el módulo de corte máximo crece con el grado de sobreconsolidación cuando el suelo presenta plasticidad ($IP > 0$), y este efecto es mayor cuanto mayor es IP . Para suelos no plásticos ($IP = 0$), el grado de sobreconsolidación no tiene efecto sobre G_{max} .

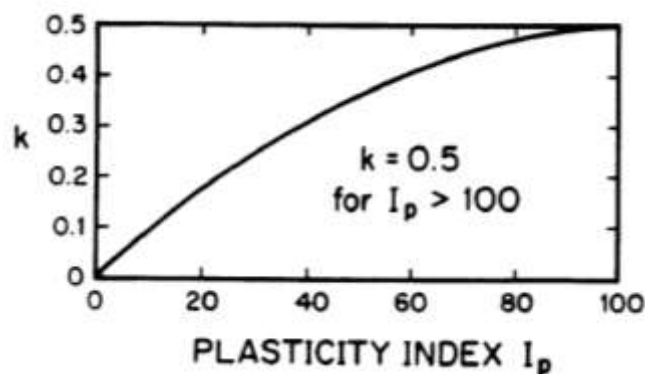


Figura 6. Variación de “k” con respecto al índice de plasticidad [4].

Distintas expresiones para la función $F(e)$ han sido publicadas por numerosos investigadores. Una de las más utilizadas es la propuesta por Hardin y Black [10] para arcillas normalmente consolidadas:

$$F(e) = \frac{(2.97 - e)^2}{1 + e} \quad (2.2.4)$$

Esta expresión indica que los valores de G_{max} disminuyen cuando aumenta el índice de vacíos.

En general estas expresiones representan adecuadamente el comportamiento dinámico de los suelos en condiciones de ensayo en laboratorio, donde el comportamiento suele ser menos rígido que en condiciones in situ. Sin embargo, se observa que existe un aumento de G_{max} con el tiempo

de aplicación de la presión efectiva de confinamiento [4]. Este aumento está asociado a la compresión secundaria que tiene lugar luego del final de la consolidación primaria, donde el índice de vacíos se reduce a presión efectiva media constante, generando una presión de preconsolidación “aparente” de mayor valor.

La tasa de incremento de G_{\max} , denominada N_G se suele expresar en función del valor de dicho módulo obtenido a los 1000 y 10000 minutos de aplicada la presión de confinamiento (aproximadamente 17 y 170 horas), tal como se muestra en la **Figura 7**.

$$N_G = \Delta G / G_{1000} \quad (2.2.5)$$

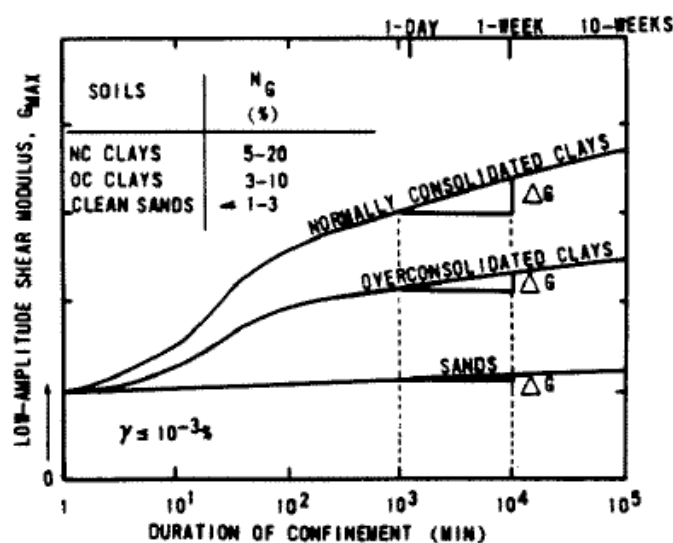


Figura 7. Influencia del tiempo de confinamiento en el módulo de corte a pequeñas deformaciones [4].

Se observa que el efecto es mucho más relevante para arcillas normalmente consolidadas, menor para arcillas sobreconsolidadas, y aún menor para arenas.

2.2.2. Reducción del módulo de corte

Como se ha visto, el valor módulo de corte se ve reducido a medida que aumenta la deformación de corte, de forma fuertemente no lineal. El principal mecanismo que produce la reducción es el deslizamiento relativo entre partículas. Para deformaciones muy pequeñas, el comportamiento es aproximadamente elástico y lineal según un módulo igual a G_{\max} .

La forma más usual de expresar la evolución del módulo de corte con la deformación es a través de la definición de un módulo de corte normalizado G/G_{\max} . Así, el valor del módulo para una

dada deformación queda expresado como una fracción de su valor máximo para pequeñas deformaciones.

La influencia de dos parámetros fundamentales en el valor del módulo de corte normalizado G/G_{\max} para un valor dado de la deformación ha sido resumida por Dobry y Vucetic [5] e Ishibashi y Zhang [6]:

- G/G_{\max} depende en gran medida del valor del índice de plasticidad. Los suelos con mayor índice de plasticidad presentan valores de módulo de corte normalizado más elevados para una determinada deformación que los poco plásticos. La relación es más o menos independiente con respecto a la relación de preconsolidación. En la **Figura 8** se resumen curvas normalizadas típicas para distintos valores del índice de plasticidad
- El efecto de la presión efectiva de confinamiento es mayor en los suelos no plásticos o de baja plasticidad que en los suelos de mayor plasticidad. A mayor presión de confinamiento, el valor del módulo de corte normalizado aumenta a igualdad de deformación e índice de plasticidad.

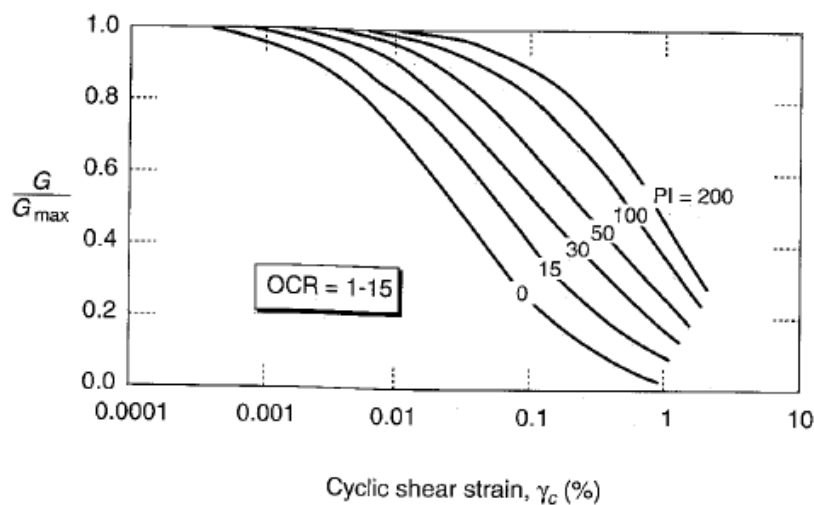


Figura 8. Módulo de corte normalizado e índice de plasticidad [5].

Ishibashi y Zhang [6] propusieron una expresión para el módulo de corte normalizado que combina los efectos del índice de plasticidad y la presión de confinamiento media efectiva:

$$\frac{G}{G_{\max}} = K(\gamma, IP) \times (\sigma'_m)^{m(\gamma, IP) - m_0} \quad (2.2.6)$$

Donde

$$K(\gamma, IP) = 0.5 \left\{ 1 + \tanh \left[\ln \left(\frac{0.000102 + n(IP)}{\gamma} \right)^{0.492} \right] \right\}$$

$$m(\gamma, IP) - m_0 = 0.272 \left\{ 1 - \tanh \left[\ln \left(\frac{0.000556}{\gamma} \right)^{0.4} \right] \right\} \exp(-0.0145 IP^{1.3})$$

$$n(IP) = \begin{cases} 0 & IP = 0 \\ 3.37 \times 10^{-6} IP^{1.404} & 0 < IP \leq 15 \\ 7.0 \times 10^{-7} IP^{1.976} & 15 < IP \leq 70 \\ 2.7 \times 10^{-5} IP^{1.115} & IP > 70 \end{cases}$$

En la **Figura 9** se muestra la influencia de la presión de confinamiento en el módulo de corte normalizado para dos valores del índice de plasticidad según la expresión (2.2.6). Como se observa, el efecto es mayor cuando el índice de plasticidad es menor.

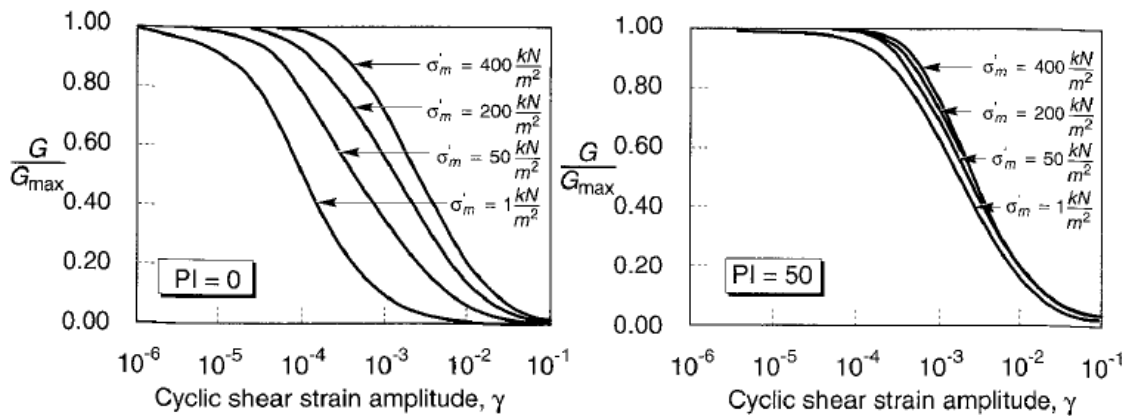


Figura 9. G / G_{max} según la expresión (2.2.6) [6].

Con el objeto de caracterizar la respuesta cíclica de un suelo, Vucetic [1] define dos umbrales ('threshold') de deformación:

- Umbral lineal de deformación (γ_{li}): Es aquel por debajo del cual la respuesta del suelo es elástica y lineal.
- Umbral volumétrico de deformación (γ_{vi}): Es aquel por encima del cual los sucesivos ciclos de carga producen una modificación de la microestructura del suelo, que lleva a deformaciones volumétricas en condiciones drenadas o variación de las presiones intersticiales en condiciones no drenadas.

El umbral lineal de deformación suele definirse como aquel para el cual la relación G/G_{\max} es de entre 0,95 y 0,99. Es útil a efectos de dividir la zona de muy pequeñas deformaciones, donde se puede considerar válida la teoría elástica lineal.

El umbral volumétrico de deformación es importante, ya que define si la microestructura de un suelo se ve afectada de forma significativa por los sucesivos ciclos de carga dinámica. Aquellas porciones del terreno que experimenten una deformación mayor a este umbral desarrollarán deformaciones volumétricas acumuladas a lo largo de los sucesivos ciclos en condiciones drenadas, o una acumulación de presiones intersticiales en condiciones no drenadas. En este último caso, se pueden desencadenar el fenómeno de licuefacción.

En la **Figura 10** se esquematizan las zonas definidas por los umbrales descriptos.

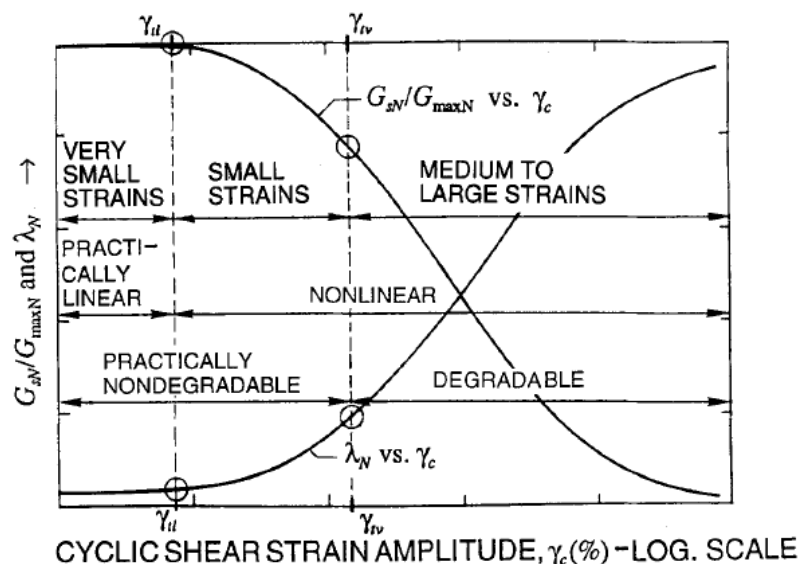


Figura 10. Umbrales de deformación [1].

En la **Figura 11** se esquematiza la variación de la deformación correspondiente a cada umbral en función del índice de plasticidad del suelo. Se observa que el valor de deformación correspondiente a cada umbral es mayor para suelos de mayor plasticidad.

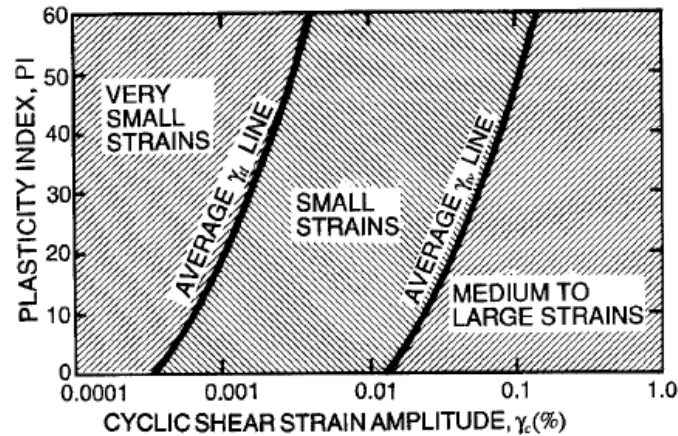


Figura 11. Umbrales de deformación en función del índice de plasticidad [1].

En este trabajo se centra el interés en el rango de deformación por debajo del umbral volumétrico, donde la rigidez varía de forma no lineal, pero donde sucesivos ciclos de carga no afectan la microestructura del suelo.

Otros factores que influyen en menor forma sobre la evolución de G/G_{\max} en función de la deformación son [12]:

- El índice de vacíos (G/G_{\max} aumenta con el índice de vacíos).
- La edad geológica (G/G_{\max} puede aumentar con la edad geológica).
- La cementación (G/G_{\max} puede aumentar con la cementación).

2.3. Amortiguamiento

2.3.1. Amortiguamiento viscoso a pequeñas deformaciones

En un sistema dinámico, el amortiguamiento constituye una medida de la capacidad de dicho sistema para disipar energía. En vibraciones libres, este efecto está asociado a una reducción gradual en la amplitud de oscilación con el tiempo. En vibraciones forzadas, el amortiguamiento ocasiona una reducción en la amplitud de oscilación con respecto a la que tendría el mismo sistema dinámico en ausencia de amortiguamiento.

Tradicionalmente, el amortiguamiento que presenta un sistema dinámico real se suele modelizar mediante un amortiguador viscoso, que produce una fuerza opuesta a la excitación que depende de la velocidad del sistema en cada instante. Esto se puede expresar en la ecuación de equilibrio dinámico para vibraciones forzadas en un sistema de un grado de libertad mediante el coeficiente de amortiguamiento c :

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = Q_0 \sin(\omega t + \delta) \quad (2.3.1)$$

Donde

m es la masa o inercia del sistema (kg)

c es el coeficiente de amortiguamiento del sistema (kg/s)

k es la rigidez del sistema (N/m)

Q_0 es fuerza estática externa aplicada (N)

ω es la frecuencia angular de la fuerza externa aplicada (rad/s)

t es la variable tiempo (s)

δ es el ángulo de fase de la fuerza externa aplicada (rad)

\ddot{u} es la aceleración del sistema (m/s²)

\dot{u} es la velocidad del sistema (m/s)

u es el desplazamiento del sistema (m)

El coeficiente de amortiguamiento c brinda poca información por sí mismo. Es más común relacionarlo con el coeficiente de amortiguamiento crítico, dado por:

$$c_c = 2\sqrt{km} \quad (2.3.2)$$

Este valor crítico indica una importante diferencia en la respuesta dinámica de un oscilador. Si el coeficiente de amortiguamiento es menor a este valor, el sistema será subamortiguado, si coincide con dicho valor será críticamente amortiguado, y si es mayor será sobreamortiguado. En el primer caso la respuesta a una excitación puntual presentará oscilaciones que decaen gradualmente, mientras que en el último no existirá oscilación alguna. En general el amortiguamiento en los suelos es pequeño frente a su inercia y su rigidez, y por lo tanto podemos idealizar sistemas donde el amortiguamiento es menor al valor crítico. Esto significa que en suelos, en general observaremos oscilaciones que disminuyen de amplitud con el tiempo.

La definición más útil para expresar esta propiedad es el factor de amortiguamiento (damping ratio):

$$D = \frac{c}{c_c} \quad (2.3.3)$$

Como en suelos este valor suele ser menor a la unidad, se lo expresa comúnmente en términos porcentuales.

La mayor parte de los códigos de elementos finitos que utilizan la integración en el dominio del tiempo para analizar problemas dinámicos (por ejemplo PLAXIS3D) utilizan la formulación de Rayleigh y Lindsay [13]. En esta formulación, el coeficiente de amortiguamiento se define a partir de la rigidez y de la masa del sistema. Cuando se generaliza a sistemas de más de un grado de libertad, la rigidez, masa y amortiguamiento de dichos sistemas se expresa en forma matricial. Así, la matriz de amortiguamiento resulta igual a una combinación lineal de las matrices de rigidez y de masa:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (2.3.4)$$

Donde α y β son escalares definidos positivos.

El factor de amortiguamiento calculado mediante esta formulación depende del contenido de frecuencias de la excitación que actúa sobre el sistema. Esto contradice directamente la evidencia experimental, que indica que el amortiguamiento a pequeñas deformaciones en suelos es aproximadamente constante.

Para salvar esta dificultad, es posible formular el amortiguamiento con base en las frecuencias naturales del sistema para dos modos i y j de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} D_i \\ D_j \end{bmatrix} = \frac{1}{4\pi} \begin{bmatrix} \frac{1}{f_i} & f_i \\ \frac{1}{f_j} & f_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} \quad (2.3.5)$$

Donde

D_i y D_j son los factores de amortiguamiento para los modos naturales i y j .

f_i y f_j son las frecuencias naturales de los modos i y j .

La frecuencia natural del modo “ n ” para un estrato de suelo homogéneo de potencia H y velocidad de ondas de corte V_s es :

$$f_n = (2n - 1) \frac{V_s}{4H} \quad (2.3.6)$$

En general se suele utilizar la frecuencia correspondiente al primer modo natural del estrato (modo fundamental, $n=1$), y una frecuencia superior que puede ser la correspondiente a la frecuencia predominante de la excitación aplicada. El factor de amortiguamiento para ambas frecuencias se adopta con el mismo valor. De este modo, definidas las dos frecuencias y el valor del factor de amortiguamiento para ambas, queda definida la función que relaciona dicho factor con la frecuencia de oscilación, como se observa en la **Figura 12**, para los casos de $D = 5\%$ para frecuencias definidas en 5 y 10 Hz, y $D = 2.5\%$ para frecuencias definidas en 0.5 y 10 Hz.

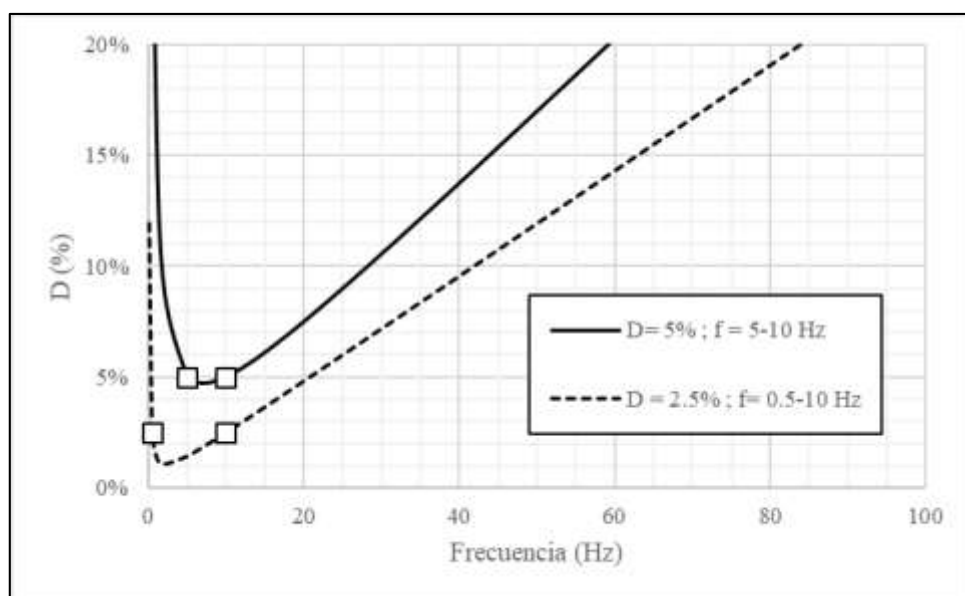


Figura 12. Amortiguamiento según la formulación de Rayleigh y Lindsay.

Resulta evidente que en cualquier caso, al aplicar la formulación indicada, existirá un amortiguamiento elevado para frecuencias por fuera del rango especificado. Por ejemplo, si para el caso de $D = 5\%$ en la **Figura 12** la señal de excitación tiene un contenido apreciable de frecuencias por debajo de 0.5 Hz o por encima de 10 Hz, la modelización de la respuesta filtrará el efecto de las mismas, ya que el amortiguamiento para dichas frecuencias será marcadamente mayor al 5% especificado. Este es un efecto artificial producido por la formulación y que no se corresponde con la realidad, donde los suelos muestran un amortiguamiento más o menos constante para un amplio rango de frecuencias.

Históricamente, la formulación de Rayleigh ha sido utilizada para explicar el amortiguamiento a pequeñas deformaciones, donde el comportamiento de los suelos se puede aproximar de forma adecuada mediante un modelo elástico lineal para el cual no existe histéresis en un ciclo de

deformación. Como el amortiguamiento de tipo viscoso es independiente de la deformación, es posible combinarlo con la formulación de tipo histerética, que considera la no linealidad material y la aparición de amortiguamiento para mayores deformaciones.

Así, el amortiguamiento viscoso puede definirse como el amortiguamiento a pequeñas deformaciones, que se debe adicionar al amortiguamiento producido por la disipación de energía en un ciclo de histéresis para mayores deformaciones. Sin embargo, la interpretación del amortiguamiento a pequeñas deformaciones está fuertemente limitado por los métodos de medición e interpretación en laboratorio, que se desarrollan en el Capítulo 4.

2.3.2. Amortiguamiento histerético

Debido al comportamiento no lineal que experimenta un suelo sometido a un ciclo de deformación, tal como se presentó en la **Figura 3**, existe una disipación de energía que está directamente relacionada con el área encerrada por el lazo de histéresis.

El factor de amortiguamiento en este caso se define como la relación entre la energía disipada durante un ciclo de histéresis completo de oscilación W_D (área del lazo AB en la **Figura 13**) y el máximo trabajo de deformación elástica desarrollado durante el ciclo W_S , que corresponde al área del triángulo sombreado en la **Figura 13**.

$$D = \frac{W_D}{2\pi W_S} = \frac{A_{lazo}}{2\pi G_{sec} \gamma_{sec}^2} \quad (2.3.7)$$

Donde G_{sec} es el módulo de corte secante a deformación de corte γ_{sec} .

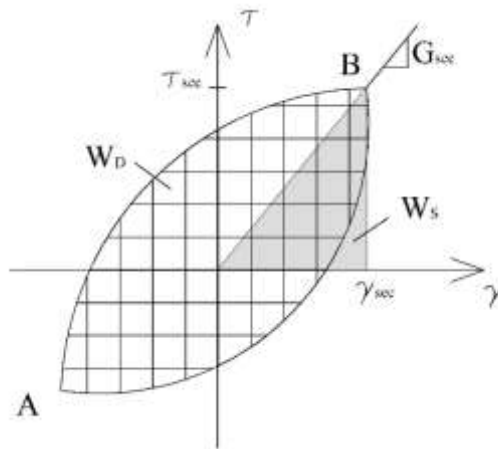


Figura 13. Ciclo de histéresis y amortiguamiento.

Resulta evidente que el coeficiente de amortiguamiento para una determinada forma del lazo de histéresis aumentará a medida que lo haga la deformación de corte, lo cual resulta opuesto a lo que ocurre con el módulo de corte. Por otro lado, queda claro la formulación viscosa expuesta en el punto 2.3.1 no es útil a efectos de representar este comportamiento, ya que en la misma no existe dependencia de la deformación.

Además de aumentar con la deformación, la evidencia experimental [5] indica que el factor de amortiguamiento decrece con el índice de plasticidad para un dado nivel de deformación. Esto es consistente con la influencia de IP sobre el módulo de corte, teniendo en cuenta que a mayor rigidez secante el amortiguamiento será menor. Este efecto se puede observar en la **Figura 14**.

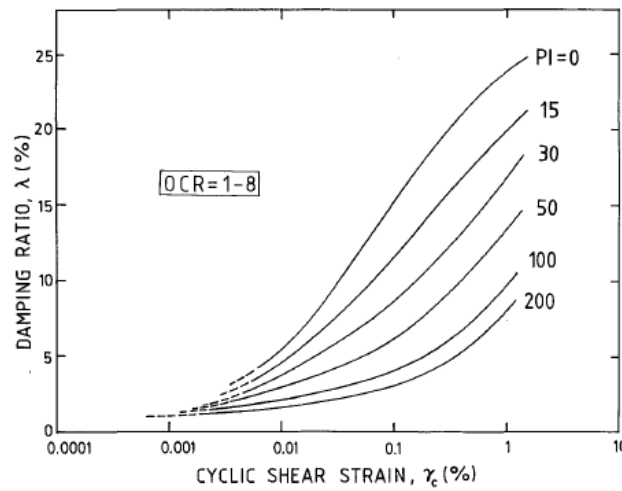


Figura 14. Factor de amortiguamiento e índice de plasticidad [5].

De manera similar que para el módulo de corte, el aumento de la presión de confinamiento reduce el factor de amortiguamiento para una determinada deformación de corte. El efecto es mayor para arenas y suelos de baja plasticidad que para suelos de alta plasticidad.

Ishibashi y Zhang [6] propusieron una expresión para el factor de amortiguamiento en función del índice de plasticidad y el módulo de corte normalizado calculado mediante la expresión (2.2.6):

$$D = 0.333 \frac{1 + \exp(-0.0145IP^{1.3})}{2} \left[0.586 \left(\frac{G}{G_{\max}} \right)^2 - 1.547 \frac{G}{G_{\max}} + 1 \right] \quad (2.3.8)$$

Otros factores que influyen en menor forma sobre la evolución de D son [12]:

- El índice de vacíos (D disminuye con el índice de vacíos).
- La edad geológica (D disminuye con la edad geológica).
- La cementación (D puede disminuir con la cementación).

3. MODELIZACIÓN CONSTITUTIVA DE LA RESPUESTA ELÁSTICA NO LINEAL

3.1. Introducción

Hasta este punto, el módulo de corte y el factor de amortiguamiento han sido tratados por separado como parámetros o propiedades de un suelo. Sin embargo, para describir el comportamiento tenso-deformacional de un suelo en el rango de pequeñas deformaciones y sometido a carga cíclica, es necesario formular un modelo constitutivo de tipo elástico no lineal donde exista la posibilidad de que ocurran reversiones de tensión o deformación.

Un modelo elástico no lineal que se centre en el análisis del comportamiento del suelo en pequeñas deformaciones debe poder reproducir los siguientes aspectos [14]:

- Comportamiento tenso-deformacional no lineal y reversible.
- Comportamiento histerético durante ciclos simétricos y asimétricos de cargas estáticas y dinámicas.
 - Reversibilidad en ciclos cerrados.
 - Diferencia de rigidez en carga y descarga.
 - Disipación de energía en ciclos cerrados.

En esta descripción no se tiene en cuenta que el comportamiento real del suelo también debe incluir a las deformaciones plásticas, y los consecuentes efectos de endurecimiento, reblandecimiento, creep, etc. Estos aspectos corresponden a modelos elastoplásticos o hipoplásticos que permiten formular el comportamiento de los suelos en un sentido más amplio.

En este trabajo se centra el análisis en los modelos elásticos no lineales orientados a estudiar la respuesta de suelos en pequeñas deformaciones, en relación a los efectos de no linealidad reversible en la rigidez y disipación de energía en ciclos de histéresis. Por esta razón no se desarrollan modelos que incluyen otros aspectos relevantes en la dinámica de suelos, como los modelos endocrónicos que permiten reproducir la acumulación de deformaciones plásticas en ciclos de carga y descarga en condiciones drenadas o la acumulación de presiones intersticiales en condiciones no drenadas.

Otro aspecto saliente de los modelos elásticos no lineales para pequeñas deformaciones es que la mayoría están planteados en términos de tensiones y deformaciones de corte. Esto se debe fundamentalmente a que la no linealidad en pequeñas deformaciones fue estudiada originalmente

en relación a la dinámica de suelos y la Ingeniería Sísmica, que habitualmente estudian la transmisión de esfuerzos de corte a lo largo de un perfil del terreno. Por otro lado, también es cierto que las deformaciones de corte tienen una mayor influencia relativa que las deformaciones volumétricas en la reducción de la rigidez con la deformación.

3.2. El modelo de bloques de Simpson

En la “Rankine Lecture” de 1992, Simpson [15] presentó una analogía muy interesante en relación al comportamiento elástico no lineal de los suelos en pequeñas deformaciones.

Según Simpson, este comportamiento se puede asimilar al de una persona arrastrando un conjunto de bloques, cada uno de los cuales está conectado a una cadena de determinada longitud. Algunas de estas cadenas se relajan cuando la persona que las arrastra cambia de dirección, pero en la medida en que esta dirección de arrastre se mantenga, se volverán a tensar para seguir dicha dirección. La medida en que estas cadenas se tensan y relajan depende de los cambios de dirección de la persona que arrastra los bloques y de la longitud de las cadenas.

Simpson sugiere que la persona arrastrando los bloques representa un punto en el espacio de tensiones y los bloques representan porciones de un elemento de suelo. Los bloques arrastrados cuando las cadenas están tensadas representan las deformaciones plásticas, mientras que los bloques con cadenas relajadas representan las deformaciones elásticas. Así, el comportamiento puramente elástico queda representado por el movimiento de la persona que arrastra los bloques cuando todas las cadenas están relajadas.

Con una selección apropiada de los tamaños de bloque y de la longitud de las cadenas es posible construir una curva de reducción de la rigidez con la deformación, como se muestra en la **Figura 15**. Las cadenas más cortas representan el comportamiento a pequeñas deformaciones y las cadenas más largas representan el comportamiento a mayores deformaciones. La historia de deformaciones queda definida por la posición en cada instante de los bloques en el espacio de deformaciones.

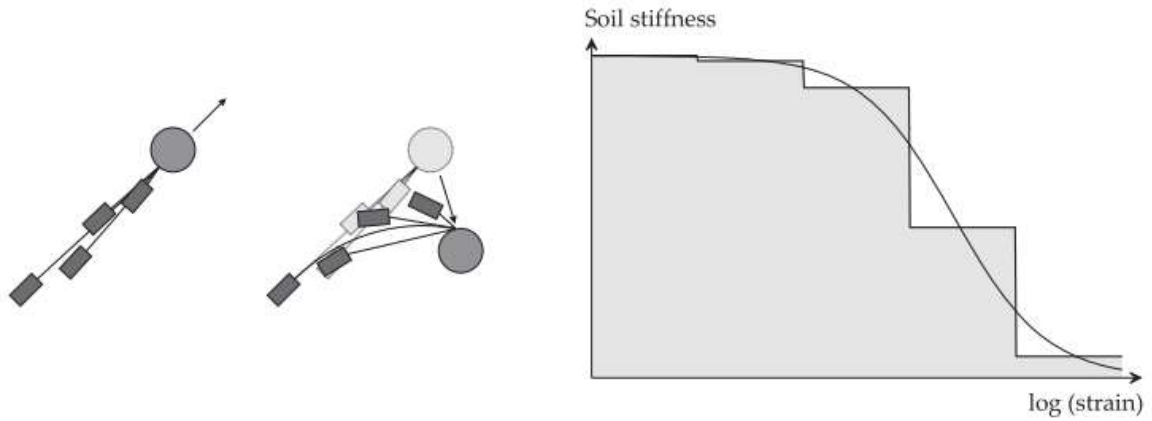


Figura 15. Modelo de bloques de Simpson [15].

Este tipo de modelo es útil en términos conceptuales, aunque su aplicación directa no está muy difundida en la práctica.

3.3. Modelos elásticos no lineales unidimensionales de corte cíclico

Los modelos elásticos no lineales típicos utilizados para representar adecuadamente la relación tensión de corte-deformación de corte cíclica en una dimensión son de tipo hiperbólico. En su forma más general, el modelo hiperbólico se puede expresar según:

$$\tau = \frac{\gamma G_{\max}}{1 + \beta \left(\frac{\gamma}{\gamma_r} \right)^s} \quad (3.3.1)$$

Donde:

τ es la tensión de corte.

γ es la deformación de corte.

γ_r es la deformación de corte de referencia.

G_{\max} es el módulo de corte a pequeñas deformaciones.

β y s son parámetros adimensionales de ajuste.

La expresión (3.3.1) es conocida como Modelo de Kondner-Zelasko Modificado (MKZ) [16], en referencia al modelo original del mismo nombre, donde $\beta = s = 1$. Este último también es

conocido como modelo de Hardin-Drnevich [17], el cual originalmente adoptaba la deformación de corte de referencia igual a la de falla del material.

En el estudio de problemas dinámicos donde las deformaciones son marcadamente menores a las de falla es común utilizar una deformación de corte de referencia menor a la de falla. Santos y Correia [18] descubrieron que los efectos de la plasticidad y la presión de confinamiento sobre la forma de la curva de módulo de corte normalizado se pueden simplificar si se considera una deformación de corte normalizada igual a:

$$\gamma^* = \frac{\gamma}{\gamma_{0.7}} \quad (3.3.2)$$

Donde $\gamma_{0.7}$ es la deformación de corte para la cual $G/G_{\max} = 0.70$.

Este parámetro de deformación $\gamma_{0.7}$ está íntimamente relacionado al concepto de umbral volumétrico de deformación de corte descrito por Vucetic [1] y definido en Capítulo 2, que representa el límite por encima del cual la estructura del suelo comienza a sufrir cambios irreversibles. La elección de un único valor de referencia para definir la curva de degradación responde a cuestiones de practicidad, y se debe tener presente que el valor de $\gamma_{0.7}$ en ningún caso es equivalente a la definición de umbral volumétrico.

Santos y Correia analizaron los resultados obtenidos por Vucetic y Dobry [5] e Ishibashi y Zhang [6] y obtuvieron una única curva de degradación del módulo mediante ajuste por mínimos cuadrados, para suelos con IP entre 0% y 50% y presiones de confinamiento de entre 1 kPa y 400 kPa. Esta relación, en términos de tensión-deformación resulta:

$$\tau = \frac{\gamma G_{\max}}{1 + 0.385 \frac{\gamma}{\gamma_{0.7}}} \quad (3.3.3)$$

Ya sea que se utilice una relación general como la dada por (3.3.1) o una relativamente más simple como la (3.3.3), la misma constituye la relación tensión-deformación para carga noval. Esta relación se conoce como “back-bone curve”, y su expresión general es:

$$\tau = F_{bb}(\gamma) \quad (3.3.4)$$

Para completar la descripción del comportamiento tenso-deformacional de tipo histerético que se observa cuando existen cambios en la dirección de las tensiones y ciclos asociados de carga-

descarga, es necesario formular una serie de reglas de comportamiento. El conjunto de estas reglas se conoce como Reglas de Masing extendidas, y se citan a continuación:

- 1) Para carga noval siempre se cumple la relación dada por (3.3.3).
- 2) Si ocurre una reversión de tensiones en un determinado punto “R”, las curvas de descarga o recarga resultan de aplicar un factor igual a 2 a la curva inicial (back-bone curve), tomando como referencia el punto de reversión correspondiente. Matemáticamente, esto resulta

$$\tau - \tau^R = 2F_{bb} \left(\frac{\gamma - \gamma^R}{2} \right) \quad (3.3.5)$$

- 3) Si las curvas de descarga y recarga intersectan la curva de carga inicial $\tau = F_{bb}(\gamma)$ retoman la misma.
- 4) Si las curvas de descarga y recarga intersectan otras curvas de descarga y recarga anteriores, retoman dichas curvas.

La regla 2) indica que, si se produce una reversión en la trayectoria de esfuerzos, la rigidez vuelve a su valor máximo inicial.

Las reglas 3) y 4) permiten reproducir cualquier trayectoria de tensiones, ya que impiden el cruce de unas trayectorias con otras. Esto es útil para la generalización multiaxial de los modelos de tipo elástico no lineal, donde pueden existir trayectorias asimétricas complejas, cuya interacción debe ser controlada por estas reglas.

El amortiguamiento histerético que resulta de aplicar la primera y segunda regla de Masing en un ciclo cerrado de carga con deformación máxima γ_c , y cuando se utiliza el modelo propuesto por Santos y Correia se puede calcular según:

$$D = \frac{W_D}{2\pi W_S}$$

$$W_D = \frac{4G_{\max}\gamma_{0.7}}{0.385} \left(2\gamma_c - \frac{\gamma_c}{1 + \gamma_{0.7}/0.385\gamma_c} - \frac{2\gamma_{0.7}}{0.385} \ln \left(1 + \frac{0.385\gamma_c}{\gamma_{0.7}} \right) \right) \quad (3.3.6)$$

$$W_S = \frac{1}{2} G_S \gamma_c^2 = \frac{G_{\max}\gamma_c^2}{2 + 2 \frac{0.385\gamma_c}{\gamma_{0.7}}}$$

Donde $G_s = \frac{G_{\max}}{1 + 0.385 \frac{\gamma_c}{\gamma_{0.7}}}$ es el módulo de corte secante a la deformación γ_c .

El modelo de Santos y Correia define el valor de la constante en el denominador igual a 0.385 como consecuencia del análisis de resultados de ensayos y la aplicación de un ajuste por mínimos cuadrados. Este valor no produce exactamente un módulo de corte igual al 70% del valor máximo cuando $\gamma = \gamma_{0.7}$, sino que para ello el valor de la constante debería ser igual a $4/7 = 0.429$ (el valor obtenido del módulo de corte al adoptar 0.385 como constante es igual a 72,2% del valor máximo). Sin embargo, la desviación entre una y otra expresión es despreciable y por lo tanto no tiene relevancia en la práctica.

Como se ha visto hasta aquí, los modelos elásticos no lineales unidimensionales orientados a la sollicitación de corte cíclico consideran que los aspectos fundamentales que gobiernan la respuesta en dichas condiciones son:

- La influencia de las presiones de confinamiento, el índice de plasticidad, la relación de sobreconsolidación y el índice de poros inicial en la rigidez al corte a pequeñas deformaciones (G_{\max}).
- La degradación del módulo de corte secante con la deformación de corte, y la reversibilidad asociada a los cambios de dirección de las sollicitaciones. En estos modelos no hay acoplamiento de deformaciones volumétricas y de corte.
- El carácter histerético del amortiguamiento observado en ciclos cerrados de deformación. Este carácter histérico se revela independiente de la frecuencia de la sollicitación aplicada, en contrapartida a lo que define el modelo de Rayleigh desarrollado previamente.

3.4. Modelo SSOM

3.4.1. Formulación básica

El modelo SSOM (Small Strain Overlay Model) fue ideado por Benz et al ([19] y [20]) como un modelo elástico no lineal que puede incluirse dentro de un marco constitutivo dado por un modelo elastoplástico multiaxial como el Hardening Soil [21] o el Cam-Clay [22]. En la formulación original de estos modelos, la parte elástica en procesos de descarga y recarga está representada por una única rigidez que es constante con la deformación. En el caso del Hardening-Soil, el parámetro E_{ur} es la pendiente de la recta secante al ciclo de histéresis observado en el plano q - ϵ obtenido en

un ensayo en condiciones de compresión triaxial, tal como se observa en la **Figura 16**. Esto significa que se ignora la variación de rigidez a lo largo del proceso de descarga/recarga en zona elástica, y consecuentemente no se reproduce el efecto de histéresis. Toda la información que se obtiene al aplicar una única rigidez elástica es la magnitud relativa de las deformaciones elásticas y plásticas obtenidas en el ciclo.

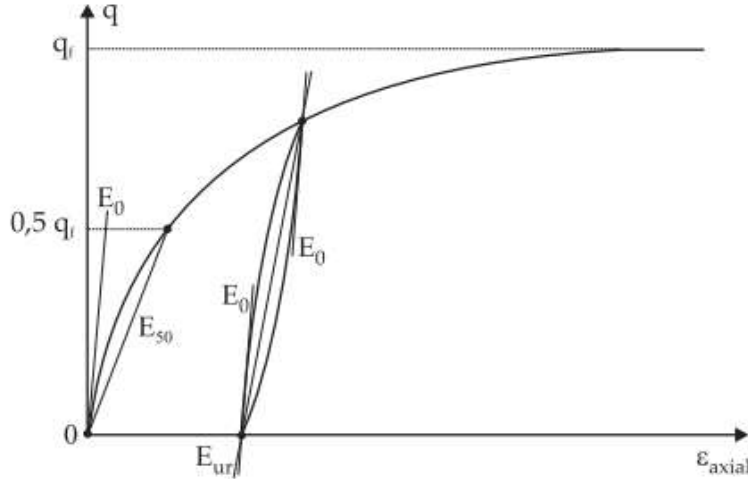


Figura 16. Curva tensión-deformación en estado de compresión triaxial [19].

El modelo SSOM se encarga de monitorear las deformaciones y cuando estas sean pequeñas, aplicar un incremento de la rigidez compatible con la teoría de pequeñas deformaciones vista en el Capítulo 2. Para deformaciones mayores el modelo no actúa, aunque sigue monitoreando las deformaciones para detectar reversiones en el proceso de carga.

El modelo SSOM ignora cualquier efecto producido por la historia de tensiones isotrópicas y deformaciones volumétricas, centrándose en los aspectos que hacen a la historia de deformaciones desviadoras.

Sea H_{kl} un tensor de deformaciones que memoriza la historia de deformaciones desviadoras, y $\Delta \underline{e} = (d\underline{\varepsilon} - Id\underline{\varepsilon}_{oct})$ el tensor de deformaciones desviadoras. Si se resuelve el problema de valores propios dado por:

$$(\Delta e_{kl} - \lambda^{(m)} \delta_{kl}) S_l^{(m)} = 0 \quad (3.4.1)$$

Se puede obtener un conjunto de vectores ortogonales S_{lm} . Se puede definir entonces una transformación tanto para el incremento de deformaciones desviadoras como para la historia de deformaciones:

$$\Delta e_{kl} = S_{km} e_{mn} S_{nl} \quad (3.4.2)$$

$$H_{kl} = S_{km} H_{mn} S_{nl} \quad (3.4.3)$$

Este último tensor no es diagonal, pero se puede lograr que lo sea añadiendo una deformación hidrostática unitaria. La desviación del tensor de historia con respecto al estado hidrostático viene dado entonces por los términos de su diagonal H_{kk} .

En términos del modelo conceptual de bloques de Simpson, el modelo SSOM utiliza 3 bloques independientes. Cada uno de los bloques esta asociado a una de las direcciones principales del tensor de deformaciones desviadoras y memoriza únicamente su último punto de reversión.

El criterio para determinar si se ha producido una reversión en la dirección se basa en el signo que indican los términos de la diagonal H_{kk} y sus valores propios λ . Cuando los signos son diferentes, se verifica que ha existido reversión. En dicho caso se produce un “reset” del tensor de historia, para lo cual se define una matriz diagonal de transformación dada por:

$$\begin{aligned} T_{11} &= \frac{1}{\sqrt{H_{11} + 1}} \left(1 + u(\lambda^{(1)} H_{11}) \left(\sqrt{H_{11} + 1} - 1 \right) \right) \\ T_{22} &= \frac{1}{\sqrt{H_{22} + 1}} \left(1 + u(\lambda^{(2)} H_{22}) \left(\sqrt{H_{22} + 1} - 1 \right) \right) \\ T_{33} &= \frac{1}{\sqrt{H_{33} + 1}} \left(1 + u(\lambda^{(3)} H_{33}) \left(\sqrt{H_{33} + 1} - 1 \right) \right) \end{aligned} \quad (3.4.4)$$

Donde $u(x)$ es la función de Heaviside, dada por:

$$u(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x < 0 \\ 1 & \text{para } x \geq 0 \end{cases} \quad (3.4.5)$$

La historia de tensiones actualizada queda definida por:

$$H_{kl}^* = T_{km} (H_{mn} + \delta_{mn}) T_{nl} - \delta_{kl} \quad (3.4.6)$$

Se define entonces la variable de historia principal del modelo SSOM a partir del tensor de historia actualizado y el tensor de tasa de cambio de la deformación desviadora:

$$\gamma_{HIST} = \sqrt{3} \frac{\|\Delta e_{km} H_{ml}^*\|}{\|\Delta e_{kl}\|} \quad (3.4.7)$$

Donde $\|\cdot\|$ es el operador de Hilbert-Schmidt: $\|A\| = \sqrt{a_{ij} a_{ij}}$

En términos geométricos, el parámetro de historia resulta de proyectar la historia de deformaciones dada por \underline{H} sobre la dirección actual de la deformación desviadora dada por $\Delta \underline{e}$.

El parámetro de historia de tensiones se utiliza para definir la rigidez, como se detalla en la próxima sección.

3.4.2. Rigidez tangente

El modelo SSOM utiliza una generalización de los modelos uniaxiales vistos en 3.3 para definir el módulo de corte secante:

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + 0.385 \frac{\gamma_{HIST}}{\gamma_{0.7}}} \quad (3.4.8)$$

Para la formulación en elemento finitos se debe determinar el módulo de corte tangente, que resulta de derivar la expresión correspondiente al módulo de corte secante por la deformación de corte:

$$G_s = \frac{G_{\max}}{1 + 0.385 \frac{\gamma_{HIST}}{\gamma_{0.7}}} \rightarrow G_t = \frac{G_{\max}}{\left(1 + 0.385 \frac{\gamma_{HIST}}{\gamma_{0.7}}\right)^2} \quad (3.4.9)$$

En cada paso de cálculo, se debe actualizar el valor de este módulo tangente según:

$$G_t^{i+1} = \frac{G_{\max}}{\gamma_{HIST}^{i+1} - \gamma_{HIST}^i} \left(\frac{\gamma_{HIST}^{i+1}}{1 + \frac{0.385 \gamma_{HIST}^{i+1}}{\gamma_{0.7}}} - \frac{\gamma_{HIST}^i}{1 + \frac{0.385 \gamma_{HIST}^i}{\gamma_{0.7}}} \right) \quad (3.4.10)$$

Donde i e $i+1$ son respectivamente, los pasos de cálculo previo y actual.

El módulo de corte tangente puede reducirse notablemente con la deformación, invadiendo la zona en la cual se producen deformaciones plásticas irreversibles, y ya no tiene sentido hablar de un modelo elástico no lineal. Cuando se combina el modelo SSOM con un modelo elastoplástico como el Hardening-Soil, esto significa que el módulo de corte tangente debe estar limitado por un valor inferior, como se verá más adelante.

Los parámetros del modelo, en consecuencia, son 3:

- El módulo de corte máximo a pequeñas deformaciones (G_{\max}).

- La deformación de corte correspondiente al 70% del módulo de corte máximo ($\gamma_{0.7}$).
- El coeficiente de Poisson considerado constante (ν).

El módulo volumétrico tangente resulta igual a:

$$K_t = G_t \frac{2(1+\nu)}{3(1-2\nu)} \quad (3.4.11)$$

3.4.3. Inconsistencias

Las reglas de Masing, enunciadas en 3.3, indican las condiciones que deben cumplir las trayectorias de carga, descarga y recarga en un modelo elástico no lineal ([23]). Se analiza en este punto si el modelo SSOM cumple o no con estas reglas:

- 1) Regla 1: Para carga noval, se debe cumplir $\tau = F_{bb}(\gamma)$.

Esta regla se verifica, ya que en condiciones de carga noval, el modelo SSOM adopta $G = G_{\max}$ y su correspondiente curva de reducción, que establece una relación biunívoca con el parámetro de historia para carga monotónica.

- 2) Regla 2: Si ocurre una reversión de tensiones, las curvas de descarga o recarga resultan de aplicar un factor igual a 2 a la curva inicial (back-bone curve), tomando como referencia el punto de reversión correspondiente. Esta regla se verifica parcialmente, ya que el modelo asume una escala de 2 pero no sobre la curva de carga noval sino sobre el parámetro $\gamma_{0.7}$.
- 3) Reglas 3 y 4: Si las curvas de descarga y recarga intersectan la curva de carga inicial $\tau = F_{bb}(\gamma)$ retoman la misma. Además, si las curvas de descarga y recarga intersectan otras curvas de descarga y recarga anteriores, retoman dichas curvas.

Estas reglas no se cumplen, ya que el modelo SSOM no guarda un registro completo de la memoria en el espacio de tensiones, sino que únicamente dispone de información sobre las 3 direcciones principales de deformación desviadora.

El incumplimiento de la 3ª y 4ª regla de Masing implica que el modelo SSOM no puede reproducir el comportamiento histerético del terreno bajo cargas cíclicas asimétricas o no periódicas.

Por otro lado, la utilización de la expresión (3.4.11) para calcular el módulo volumétrico tangente (o eventualmente su contraparte secante) implica que este módulo se reduce con la deformación desviadora. Esto contradice la evidencia experimental, que indica que el módulo elástico

volumétrico aumenta con la presión media (o deformación volumétrica) y no se ve significativamente afectado por los esfuerzos y deformaciones desviadoras.

3.5. Modelo HS-Small

3.5.1. Modelo Hardening-Soil

3.5.1.1. Aspectos básicos

El modelo HS-Small resulta de combinar el modelo SSOM con el modelo Hardening-Soil, que es un modelo elastoplástico de endurecimiento isotrópico de doble superficie de fluencia. El modelo HS, a diferencia de los modelos de plasticidad perfecta, asume la posibilidad de que la superficie de fluencia se expanda en el espacio de tensiones (endurecimiento) debido a la ocurrencia de deformaciones plásticas ([19]).

El modelo HS diferencia dos tipos de endurecimiento: el endurecimiento por ocurrencia de deformaciones plásticas desviadoras (shear hardening) y el endurecimiento por ocurrencia de deformaciones volumétricas plásticas (compression hardening) como el que ocurre en carga virgen isotrópica o edométrica.

Cuando se somete un espécimen de suelo a un ensayo triaxial drenado, la respuesta viene dada por una reducción gradual de la rigidez y el desarrollo simultáneo de deformaciones plásticas. El modelo HS asume que esta reducción de rigidez se produce según una ley hiperbólica dada por:

$$-\varepsilon_1 = \frac{1}{E_i} \frac{q}{1 - q/q_a} \quad (3.5.1)$$

Donde:

$$E_i = \frac{2E_{50}}{2 - R_f}$$

La expresión (3.5.1) es válida cuando $q < q_f$. Esta tensión desviadora última viene dada por:

$$q_f = \frac{2 \sin \phi}{1 - \sin \phi} (c \cot \phi - \sigma'_3) \quad (3.5.2)$$

Donde c y ϕ son los parámetros de corte del material y σ'_3 es la tensión principal efectiva menor (corresponde a la presión de confinamiento en un ensayo triaxial).

El modelo utiliza la ley de falla de Mohr-Coulomb y una relación de falla R_f , que relaciona la tensión desviadora última q_f con el valor asintótico q_a al cual tiende la relación hiperbólica tensión-deformación, tal como se ilustra en la **Figura 17**.

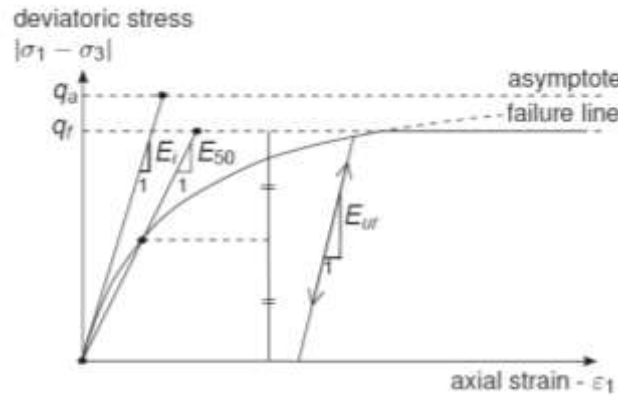


Figura 17. Relación hiperbólica tensión-deformación en el modelo Hardening Soil [24].

Cuando $q = q_f$, se satisface el criterio de falla, y se produce fluencia plástica perfecta. El valor de R_f en general se adopta por defecto igual a 0,90.

El parámetro E_{50} es el que define la forma de la relación hiperbólica en carga virgen y corresponde a la rigidez secante al 50% de la tensión de falla q_f . Su determinación puede hacerse a partir de ensayos triaxiales convencionales en laboratorio.

El valor de E_{50} en suelos depende de la presión media. En general, a mayor presión media se obtiene una mayor rigidez. El modelo HS utiliza un valor de referencia E_{50}^{ref} válido para una determinada presión de referencia p^{ref} (por defecto igual a 100 kPa) y la siguiente expresión para ajustar su valor:

$$E_{50} = E_{50}^{ref} \left(\frac{c \cos \phi - \sigma'_3 \sin \phi}{c \cos \phi + p^{ref} \sin \phi} \right)^m \quad (3.5.3)$$

Donde m es un parámetro que indica el nivel de dependencia de la rigidez con el confinamiento. Para señalar un comportamiento logarítmico como el que se observa en arcillas blandas, se utiliza un valor unitario. Para suelos de mayor rigidez como arenas o arcillas preconsolidadas en general $0.5 < m < 1.0$.

Para trayectorias de descarga y recarga se utiliza el módulo E_{ur} según lo indicado en la **Figura 17**, y que a diferencia de E_{50} , sí constituye un módulo elástico secante real. Su dependencia respecto al estado de confinamiento se hace de forma análoga:

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref} \left(\frac{c \cos \phi - \sigma_3' \sin \phi}{c \cos \phi + p^{ref} \sin \phi} \right)^m \quad (3.5.4)$$

Por defecto, PLAXIS utiliza un valor $E_{ur}^{ref} = 3E_{50}^{ref}$.

3.5.1.2. Trayectorias desviadoras

Para trayectorias de tipo desviador en carga virgen existen deformaciones elásticas y plásticas. La función de fluencia plástica por corte se define a partir de:

$$f = \bar{f} - \gamma^p \quad (3.5.5)$$

Donde

$\bar{f} = \frac{2}{E_i} \frac{q}{1 - q/q_a} - \frac{2q}{E_{ur}}$ es una función de las tensiones que representa la parte plástica, y

$\gamma^p = -(2\varepsilon_1^p - \varepsilon_v^p)$ es una función de las deformaciones plásticas.

Para carga virgen, resulta $\bar{f} = \gamma^p$ y si se considera que $\varepsilon_v^p \approx 0$ (suelos duros):

$$\varepsilon_1^p = \frac{1}{2} \bar{f} = \frac{1}{E_i} \frac{q}{1 - q/q_a} - \frac{q}{E_{ur}} \quad (3.5.6)$$

Las deformaciones plásticas resultan:

$$-\varepsilon_1^e = \frac{q}{E_{ur}}; \quad -\varepsilon_2^e = -\varepsilon_3^e = -\nu_{ur} \frac{q}{E_{ur}} \quad (3.5.7)$$

Se verifica entonces que la suma de deformaciones elásticas y plásticas devuelve la relación hiperbólica básica. En realidad, las deformaciones volumétricas plásticas bajo carga virgen desviadora no son nulas, pero si son mucho menores a las deformaciones desviadoras en condiciones de carga triaxial, lo cual produce una curva hiperbólica como la propuesta.

Para un dado valor del parámetro plástico γ^p , la condición de fluencia $\bar{f} = 0$ genera una curva de fluencia en el espacio p'-q. El valor del parámetro plástico está en consecuencia directamente

relacionado a la fricción movilizada. Debido a la dependencia de los parámetros con el confinamiento, la forma de estas curvas depende del parámetro m . Cuando $m = 1$, se obtienen líneas rectas, pero cuando el valor es menor se obtienen líneas ligeramente curvadas, como se observa en la **Figura 18** para un valor $m = 0.50$.

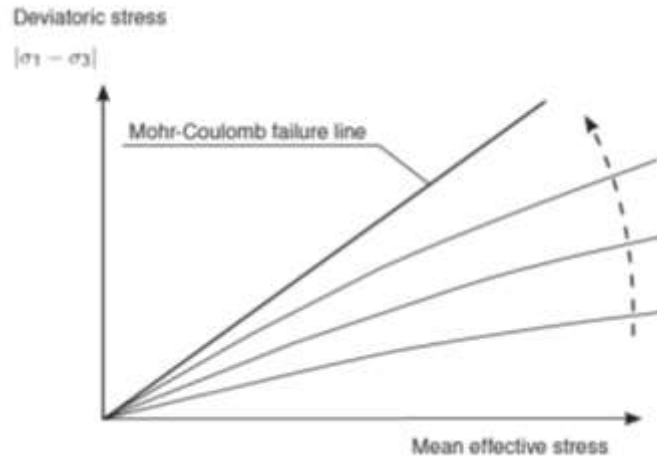


Figura 18. Curvas de fluencia para endurecimiento por tensiones desviadoras para $m = 0.5$ [24].

Las deformaciones volumétricas plásticas, por otra parte, se pueden determinar en base a una ley de dilatancia, dada por:

$$\varepsilon_v^p = \sin \psi_m \dot{\gamma}^p \quad (3.5.8)$$

Donde ψ_m es el ángulo de dilatancia movilizado. Las particularidades sobre la ley de dilatancia no se desarrollan extensivamente en este trabajo, debido a que el principal interés se centra en las deformaciones elásticas.

3.5.1.3. Trayectorias de compresión

Las superficies de fluencia descritas en el punto anterior no permiten explicar las deformaciones volumétricas que se producen en condiciones compresión isotrópica o edométrica. A estos fines, el modelo HS utiliza un parámetro independiente de rigidez edométrica:

$$E_{oed} = E_{oed}^{ref} \left(\frac{c \cos \phi - \frac{\sigma_3'}{K_0^{NC}} \sin \phi}{c \cos \phi + p^{ref} \sin \phi} \right)^m \quad (3.5.9)$$

La rigidez edométrica a la presión de referencia es la rigidez tangente que se obtiene en un ensayo edométrico a dicha presión, como se indica en la **Figura 19**. El coeficiente de empuje horizontal utilizado en la expresión (3.5.9) relaciona las tensiones principales según:

$$\sigma_1' = \frac{\sigma_3'}{K_0^{NC}} = p^{ref} \quad (3.5.10)$$

PLAXIS asume un valor por defecto $K_0^{NC} = 1 - \sin \phi$, aunque es posible utilizarlo como parámetro independiente. Sin embargo, no todos los valores son válidos debido a la interdependencia entre parámetros, y por lo tanto el rango posible para el mismo está limitado.

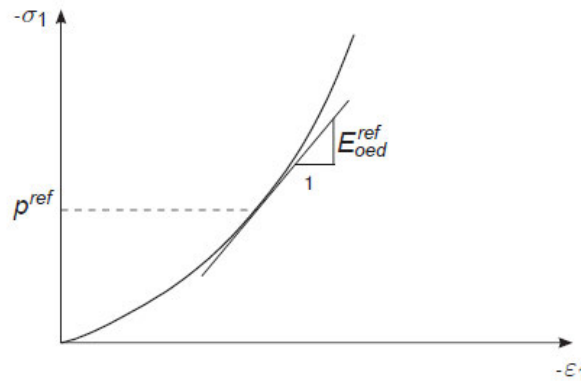


Figura 19. Módulo de rigidez edométrica en el modelo Hardening Soil [24].

El módulo edométrico controla las deformaciones que se producen bajo trayectorias de compresión y está directamente relacionada al segundo tipo de superficie de fluencia que define el modelo HS, conocida como “Cap Yield Surface”. Esta superficie se define según:

$$f_c = \frac{\bar{q}^2}{M^2} + (p')^2 - p_p^2 = 0 \quad (3.5.11)$$

Donde

$$p' = \frac{\sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3'}{3}$$

$$\bar{q} = \sigma_1' + (\alpha - 1)\sigma_2' - \alpha\sigma_3' \quad ; \quad \alpha = \frac{3 + \sin \phi}{3 - \sin \phi}$$

p_p es la presión de preconsolidación isotrópica, que define el tamaño de la superficie de fluencia volumétrica.

M es un parámetro adicional que se relaciona directamente con K_0^{NC} .

La variación de la deformación volumétrica plástica se relaciona con la variación de la presión de preconsolidación isotrópica según:

$$\varepsilon_v^{pc} = \frac{K_s / K_c - 1}{K_s^{ref}} \left[\left(\frac{p_p + c \cot \phi}{p^{ref} + c \cot \phi} \right)^{-m} \right] \dot{p}^p \quad (3.5.12)$$

Donde

$K_s^{ref} = \frac{E_{ur}^{ref}}{3(1-2\nu_{ur})}$ es el módulo volumétrico de descarga/recarga a la presión de referencia.

$K_s / K_c \approx \frac{E_{ur}^{ref}}{E_{oed}^{ref}} \left(\frac{K_0^{NC}}{1 + 2K_0^{NC}} \right) (1 - 2\nu_{ur})$ es la relación entre el módulo volumétrico en hinchamiento isotrópico y el correspondiente a compresión isotrópica virgen.

Para establecer la relación entre el estado de tensiones y el tamaño de la superficie de fluencia volumétrica, el modelo HS adopta la siguiente definición de relación de preconsolidación:

$$OCR = \frac{p^p}{p_{eq}} \quad (3.5.13)$$

Donde $p_{eq} = \sqrt{\frac{\bar{q}^2}{M^2} + (p')^2}$

En este contexto, la superficie de fluencia de tipo volumétrica en el espacio p' - q es una elipse cuyo eje horizontal depende de la presión de preconsolidación isotrópica, y cuyo semieje vertical es igual a Mp^p . En la **Figura 20** se esquematizan en conjunto las superficies de fluencia descriptas, dentro de la cual se encuentra la zona elástica, tanto en el plano p' - q como en el espacio tridimensional de tensiones.

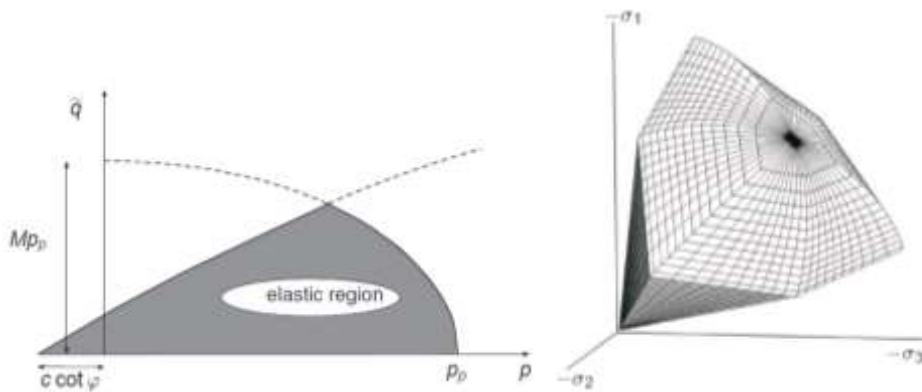


Figura 20. Zona elástica y superficies de fluencia por endurecimiento desviador y por compresión en HS [24].

La diferenciación entre superficies de fluencia por trayectorias desviadoras y de compresión que hace el modelo HS es importante a la hora de estudiar el comportamiento dentro de la zona elástica que definen las correspondientes superficies de fluencia. La historia de tensiones de un determinado elemento de suelo determina el tamaño de esta zona elástica y en consecuencia el entorno de actuación del modelo SSOM que se introduce para configurar el modelo HS-Small, que se desarrolla a continuación.

3.5.2. Integración HS-SSOM

El modelo HS-Small, implementado en PLAXIS, resulta de la combinación del modelo SSOM con el modelo Hardening-Soil. Para ello se agregan dos parámetros, que son aquellos que permiten definir el comportamiento en pequeñas deformaciones según SSOM:

- El módulo de corte a muy pequeñas deformaciones (G_{\max} o G_0)
- La deformación de corte de referencia para un valor del 70% del módulo de corte a muy pequeñas deformaciones ($\gamma_{0.7}$)

La definición del módulo de corte se realiza de la misma forma que el resto de los módulos definidos para el Hardening Soil, para una presión de referencia y su correspondiente ajuste en función del estado tensional:

$$G_{\max} = G_{\max}^{ref} \left(\frac{c \cos \phi - \sigma'_3 \sin \phi}{c \cos \phi + p^{ref} \sin \phi} \right)^m \quad (3.5.14)$$

Donde G_{\max}^{ref} es el módulo de corte definido a una presión de referencia igual a p^{ref} (por defecto, $p^{ref} = 100 \text{ kPa}$). La deformación de referencia $\gamma_{0.7}$ se considera independiente de la presión media.

Los módulos secante y tangente definidos en (3.4.9) no tienen un límite inferior definido, y las correspondientes curvas de reducción alcanzan zonas en las cuales se producen deformaciones tanto elásticas como plásticas. Como se ha visto, el modelo SSOM sólo analiza la parte elástica de las deformaciones, y por lo tanto debe existir un límite inferior para el módulo de corte tangente en dicho modelo, de forma tal de hacerlo compatible con el modelo elastoplástico en el cual se introduce (en este caso el Hardening Soil).

- El límite inferior del módulo de corte tangente G_t viene dado por el módulo de corte en descarga-recarga del modelo Hardening Soil:

$$G_t \leq G_{ur} \quad \text{Donde} \quad G_{ur} = \frac{E_{ur}}{2(1+\nu_{ur})} \quad \text{y} \quad G_t = \frac{E_t}{2(1+\nu_{ur})}$$

- El límite superior de la deformación de corte queda definido por:

$$\gamma_{cut-off} = \frac{1}{0.385} \left(\sqrt{\frac{G_0}{G_{ur}}} - 1 \right) \gamma_{0.7}$$

De esta forma, el funcionamiento del modelo de pequeñas deformaciones sólo está activo mientras el módulo de corte tangente sea mayor o igual al correspondiente a la descarga-recarga del modelo Hardening-Soil, y se desactiva cuando se superan las deformaciones que producen este último valor. El modelo de pequeñas deformaciones vuelve a estar activo una vez que se detecta un cambio en la dirección de las deformaciones en una o más direcciones, según el esquema definido en 3.4.1.

La utilización del modelo SSOM dentro de un marco elastoplástico como el Hardening-Soil hace que en condiciones de carga noval a partir de un punto de tensiones ubicado sobre la superficie de fluencia, la degradación de la rigidez secante producida por el endurecimiento plástico supera a la que se produce por la no linealidad elástica, como se esquematiza en la **Figura 21**.

Debido a este efecto, es relevante que para analizar únicamente el comportamiento del modelo SSOM cuando se utiliza como parte elástica del HS, sea necesario asegurar que el estado de tensiones se mantiene siempre dentro de la superficie de fluencia dada por el HS. Esta es la única forma de asegurar que el endurecimiento plástico no tiene influencia sobre la degradación de la rigidez elástica producida por deformación.

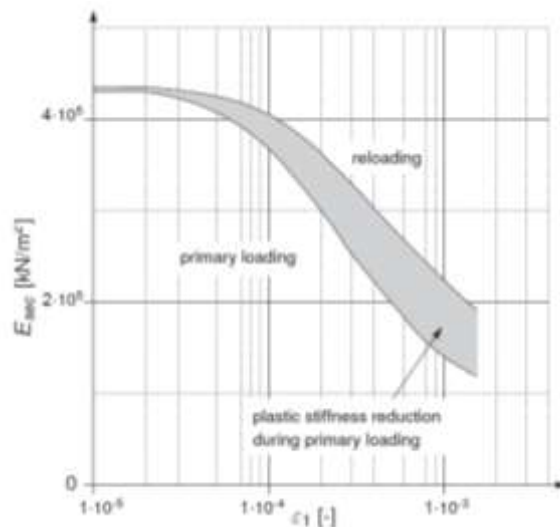


Figura 21. Degradación plástica en carga noval y degradación elástica en recarga [24].

En el modelo HS-Small, cuando se produce un ciclo de carga y descarga entre una deformación de corte γ_c y su contraparte negativa $-\gamma_c$, el área del lazo de histéresis viene dado por:

$$E_D = \frac{4G_{\max}\gamma_{0.7}}{a} \left(2\gamma_c - \frac{\gamma_c}{1 + \frac{\gamma_{0.7}}{a\gamma_c}} - \frac{2\gamma_{0.7}}{a} \ln \left(1 + \frac{a\gamma_c}{\gamma_{0.7}} \right) \right) \quad (3.5.15)$$

Por otra parte, la energía elástica almacenada a la deformación γ_c resulta:

$$E_S = \frac{1}{2} G_{\sec} \gamma_c^2 = \frac{G_{\max} \gamma_c^2}{2 + 2a \frac{\gamma_c}{\gamma_{0.7}}} \quad (3.5.16)$$

En consecuencia, el factor de amortiguamiento asociado a la deformación indicada es:

$$D = \frac{E_D}{4\pi E_S} \quad (3.5.17)$$

La expresión (3.5.17) sólo es válida si no se supera una deformación de corte dada por:

$$\gamma_{\lim} = \frac{\gamma_{0.7}}{a} \left(\sqrt{\frac{G_{\max}}{G_{ur}}} - 1 \right) \quad (3.5.18)$$

Esta deformación coincide con el momento en el cual el módulo de corte se reduce al valor de G_{ur} , donde se pierde la regularidad del ciclo de histéresis según lo previsto por las reglas de Masing.

3.6. Modelos de tipo “non-Masing”

Los modelos hiperbólicos como el SSOM deberían ser capaces de predecir adecuadamente la respuesta tanto en términos de la rigidez al corte como del amortiguamiento para todos los niveles de deformación. Sin embargo, la evidencia experimental indica que no es posible realizar un adecuado ajuste simultáneo del módulo y del factor de amortiguamiento.

Este hecho se basa en una deficiencia intrínseca de los modelos de tipo Masing, que generan lazos de histéresis más grandes que los observados realmente para un dado nivel de deformación, lo cual deriva en valores del factor de amortiguamiento más elevados que los reales para deformaciones medias y elevadas, como se observa en la **Figura 22**.

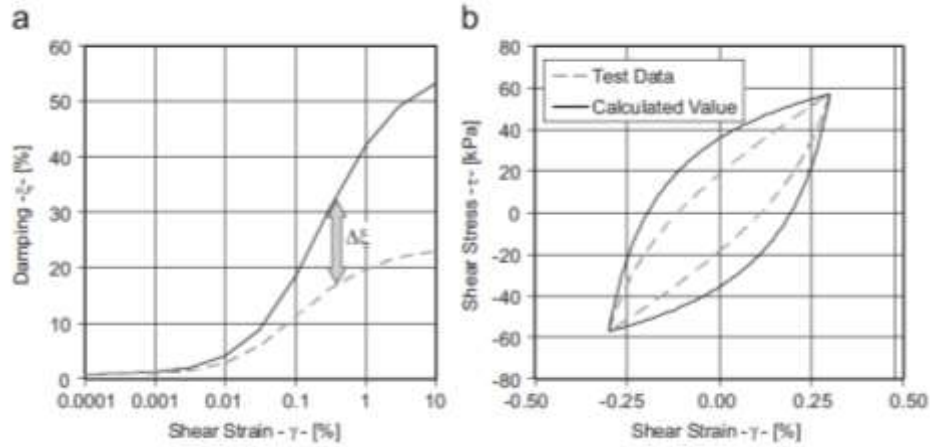


Figura 22. Amortiguamiento según modelos tipo Masing y resultados experimentales [13].

Darendeli [25] propuso un factor de corrección del factor de amortiguamiento obtenido del lazo de histéresis en función del nivel de deformación cíclica:

$$D_{corr} = DF(\gamma_c) D_{ma \sin g} \quad (3.6.1)$$

$$DF(\gamma_c) = b \times \left(\frac{G(\gamma_c)}{G_0} \right)^{0.1} \quad (3.6.2)$$

Donde

D_{corr} es el valor corregido del factor de amortiguamiento

$D_{ma \sin g}$ es el valor del factor de amortiguamiento obtenido del lazo de histéresis

DF es el factor de corrección para una deformación cíclica γ_c

b es un factor de ajuste que depende de distintos factores (plasticidad, presión media, etc.)

El modelo definido por (3.6.1) y (3.6.2) es un modelo de tipo empírico que permite ajustar los valores de amortiguamiento previstos por modelo de tipo Masing a los resultados experimentales observados en laboratorio.

Existen además otros modelos más sofisticados [13] que hacen uso de un mayor número de parámetros para lograr un mejor ajuste. En particular se puede citar el propuesto por Phillips y Hashash (p_1 , p_2 y p_3 son parámetros a ajustar):

$$D_{corr} = DF(\gamma_c) D_{ma \sin g} \quad (3.6.3)$$

$$DF(\gamma_c) = p_1 - p_2 \times \left(1 - \frac{G(\gamma_c)}{G_0} \right)^{p_3} \quad (3.6.4)$$

4. ENSAYO DE COLUMNA RESONANTE

4.1. Aspectos generales

El ensayo de columna resonante es un ensayo de laboratorio que permite determinar las propiedades dinámicas de un suelo sobre una probeta de pequeñas dimensiones para un amplio rango de deformaciones, como se indicó en la **Figura 5**. Este ensayo presenta diferentes alternativas posibles en cuanto a la disposición de las condiciones de contorno y la naturaleza de la excitación aplicada.

En este trabajo se analiza exclusivamente la variante que utiliza una excitación torsional sobre la cabeza de una probeta cilíndrica, que se encuentra libre en dicho extremo y fija en el extremo inferior. El esquema correspondiente se presenta en la **Figura 23**, donde se observa que además de la probeta cilíndrica, es relevante la masa e inercia polar del cabezal que se utiliza para transmitir el par torsor a la misma.

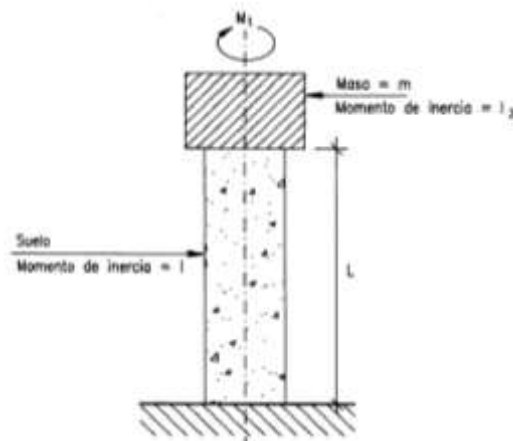


Figura 23. Esquema mecánico del ensayo de columna resonante con excitación torsional, base fija y extremo superior libre [26].

La excitación se produce mediante un sistema de bobinas alimentadas por corriente alterna a frecuencia variable que producen un campo electromagnético. Dicho campo electromagnético incide sobre un conjunto de imanes solidarios al cabezal superior. La geometría y disposición de las bobinas y los imanes hace que el cabezal oscile cíclicamente a la frecuencia de la corriente de alimentación. Esta oscilación se transmite como par torsor a la probeta por rozamiento sobre la cara superior de la misma.

La impedancia eléctrica del sistema es prácticamente constante en el rango de frecuencias usuales (10 Hz a 100 Hz), lo cual permite asegurar la linealidad entre la corriente eléctrica aportada y el

par torsor inducido [26]. En la **Figura 24** se muestra la disposición de la instrumentación de ensayo, que incluye todos los componentes necesarios para ejecutar el ensayo.

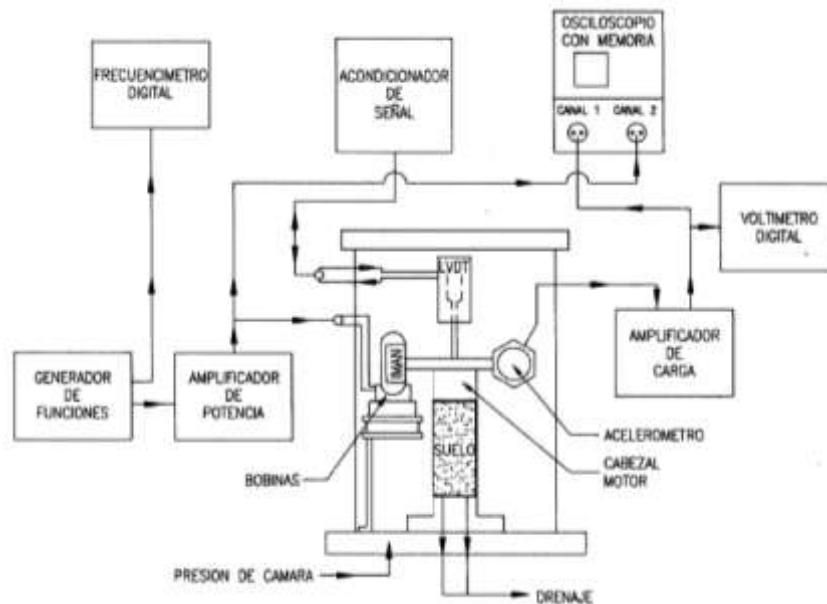


Figura 24. Disposición de la instrumentación del ensayo [26].

Además del sistema que alimenta las bobinas, se utiliza un osciloscopio con dos canales. En uno de los canales se mide la señal de entrada que produce la excitación torsional y en el otro se mide la respuesta en términos de la aceleración lineal registrada por un acelerómetro montado sobre el cabezal a una determinada distancia del eje de la probeta.

De manera previa a la ejecución del ensayo, la probeta se coloca dentro de una membrana que se sella en ambos extremos con aros de goma. Posteriormente es sometida a una presión de confinamiento isotrópica que produce su consolidación, para lo cual se utiliza una cámara que permite aplicar dicha presión con agua o con aire. En la base de la muestra se ubica una línea de drenaje que permite el escape del agua intersticial. Por último, sobre el cabezal se monta un LVDT que permite registrar el asentamiento experimentado por la probeta durante el proceso de consolidación.

El desarrollo original del ensayo se debe en gran medida a los trabajos de Hardin y Drnevich [27] y Drnevich et al [28], que resultaron en la publicación de la Norma ASTM D4015 en el año 1981, cuya última versión modificada data del año 2007 [29]. En el año 2015 se publicó una nueva versión de la misma [30] con cambios estructurales fundamentales, basados en los trabajos de Werden et al [31] y Drnevich et al [9]. Las modificaciones más importantes que fueron introducidas son:

- La remoción de la Norma de las condiciones de borde libre-libre y la excitación longitudinal, por tener poco uso en la práctica. En consecuencia, la nueva Norma sólo considera dispositivos de tipo torsional donde la base es fija y la excitación se aplica en el cabezal superior.
- La modificación del procedimiento de interpretación y procesamiento de resultados, incorporando el enfoque de “función de transferencia”. El desarrollo teórico de este enfoque se desarrolla más adelante.
- La incorporación de un nuevo tipo de dispositivo, que posee un transductor de medición del torque en la base de la probeta (Dispositivo Tipo 2). Este dispositivo es relativamente reciente y no se cuenta aún con experiencia en el mismo. Por lo tanto en este trabajo no se hace referencia al mismo.

Debido a que los resultados obtenidos en el ensayo de columna resonante hasta el presente se han realizado mediante la interpretación clásica, se desarrollan sus aspectos más relevantes antes de introducir los detalles de la nueva interpretación.

Por su vigencia actual y debido a que están basados en el método de la “función de transferencia”, se exponen únicamente los procedimientos de calibración del equipo incluidos en la nueva interpretación.

4.2. Interpretación clásica

El ensayo de columna resonante se basa en provocar la vibración torsional de la muestra cilíndrica de suelo en su modo fundamental de vibración. Para ello es necesario aplicar una excitación torsional de tipo sinusoidal y ajustar la frecuencia de la excitación hasta que se produce la resonancia.

La frecuencia de resonancia dependerá de las propiedades del suelo y de la intensidad de la deformación. El par torsor no se mide directamente, sino que se aprovecha el hecho de que en condiciones de resonancia existe una relación directa entre el módulo de corte y la frecuencia de oscilación, lo cual permite un cálculo directo de dicho módulo.

Por otra parte, el coeficiente de amortiguamiento se puede estimar en base a dos métodos: el del medio ancho de banda (“half-bandwidth method”) y el de vibraciones libres (“free-decay method”).

4.2.1. Módulo de corte

La velocidad de transmisión de ondas de corte en un medio elástico, continuo, homogéneo e isótropo es:

$$V_s = \sqrt{G/\rho} \quad (4.2.1)$$

Donde:

G es el módulo de corte (MPa)

ρ es la densidad del medio (kg/m³)

Si se analiza el problema mecánico de transmisión de ondas torsionales en una barra de un material de este tipo, se observa que al aplicar un par torsor T a una distancia x del origen, se produce un giro θ alrededor del eje. En una sección ubicada a una distancia Δx respecto de la anterior, el par torsor resulta igual a $T + \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)\Delta x$ y el giro correspondiente es igual a $\theta + \left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)\Delta x$, como se observa en la **Figura 25**.

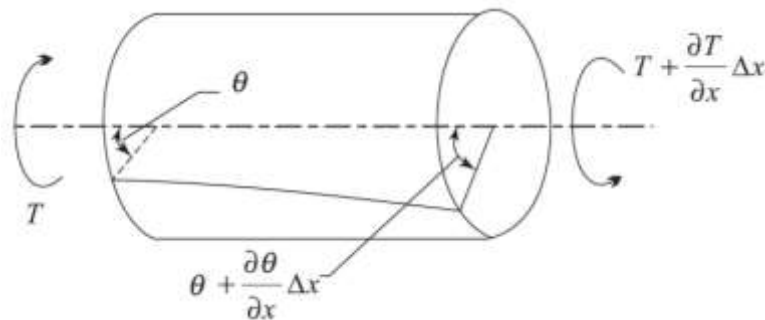


Figura 25. Solicitación torsional en un elemento de barra.

Aplicando la condición de equilibrio, resulta:

$$-T + \left(T + \frac{\partial T}{\partial x}\Delta x\right) = J_s \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (4.2.2)$$

Donde

$J_s = \rho I_p \Delta x$ es el momento de inercia polar de la barra (kgm²).

ρ es la densidad del material (kg/m³).

$I_p = \frac{\pi d^4}{32}$ es el momento de área polar de la barra (m⁴).

d es el diámetro de la barra (m).

Para un material elástico con módulo de corte G el momento torsor se relaciona con la distorsión angular según:

$$T = GI_p \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (4.2.3)$$

Combinando las expresiones (4.1.2) y (4.1.3) resulta:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = V_s^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (4.2.4)$$

La ecuación diferencial (4.2.4) representa la propagación de ondas torsionales en una barra elástica. La solución general a este problema en términos dinámicos se puede expresar según:

$$\theta(x, t) = \Theta(x) (A_1 \sin(\omega_n t) + A_2 \cos(\omega_n t)) \quad (4.2.5)$$

Donde

$\theta(x, t)$ es el giro experimentado por la barra en la sección de coordenada x en el tiempo t (rad).

$\Theta(x)$ es la amplitud de giro (rad).

ω_n es la frecuencia natural de vibración (Hz).

A_1 y A_2 son constantes.

Si se sustituye la expresión (4.2.5) en la (4.2.4) se obtiene:

$$\Theta(x) \omega_n^2 + \frac{G}{\rho} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = 0 \quad (4.2.6)$$

En términos de la velocidad de ondas de corte resulta:

$$\frac{\partial^2 \Theta(x)}{\partial x^2} + \Theta(x) \frac{\omega_n^2}{V_s^2} = 0 \quad (4.2.7)$$

La solución correspondiente a la ecuación (4.2.7) es:

$$\Theta(x) = B_1 \sin\left(\frac{\omega_n x}{V_s}\right) + B_2 \cos\left(\frac{\omega_n x}{V_s}\right) \quad (4.2.8)$$

Las constantes B_1 y B_2 se puede determinar a partir de las condiciones de contorno. En el cabezal superior, ésta viene dada por el momento torsor aplicado. En la base, viene dada por la restricción al giro. Resulta:

- $\Theta(x=0) = 0 \rightarrow B_2 = 0$.
- En $x = L$, el cabezal produce un par torsor.

El valor de este par torsor viene dado por:

$$T = -J_m \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (4.2.9)$$

Donde J_m es el momento de inercia polar del cabezal (kgm^2), cuya masa es m .

La deformación angular, por otra parte, se puede expresar como:

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{T}{GI_p} \quad (4.2.10)$$

Combinando las expresiones (4.2.5), (4.2.8) y (4.2.10) resulta:

$$\begin{aligned} \frac{T}{GI_p} &= \frac{\partial \theta}{\partial x} = \left(\frac{\partial \Theta}{\partial x} \right) (A_1 \text{sen}(\omega_n t) + A_2 \cos(\omega_n t)) = \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left[B_1 \text{sen} \left(\frac{\omega_n x}{V_s} \right) \right] (A_1 \text{sen}(\omega_n t) + A_2 \cos(\omega_n t)) = \\ &= \left(\frac{B_1 \omega_n}{V_s} \right) \left[\cos \left(\frac{\omega_n x}{V_s} \right) \right] (A_1 \text{sen}(\omega_n t) + A_2 \cos(\omega_n t)) \end{aligned} \quad (4.2.11)$$

Y resulta:

$$\begin{aligned} T &= -J_m \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = -J_m \left[B_1 \text{sen} \left(\frac{\omega_n x}{V_s} \right) \right] \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) (A_1 \text{sen}(\omega_n t) + A_2 \cos(\omega_n t)) \\ &= J_m \omega_n^2 B_1 \text{sen} \left(\frac{\omega_n x}{V_s} \right) (A_1 \text{sen}(\omega_n t) + A_2 \cos(\omega_n t)) \end{aligned} \quad (4.2.12)$$

Combinando (4.2.11) y (4.2.12):

$$\frac{GI_p}{V_s} \cos \left(\frac{\omega_n x}{V_s} \right) = J_m \omega_n \text{sen} \left(\frac{\omega_n x}{V_s} \right) \quad (4.2.13)$$

Para $x = L$:

$$GI_P = J_m \omega_n V_S \tan\left(\frac{\omega_n L}{V_S}\right) \quad (4.2.14)$$

Y como $V_S = \sqrt{G/\rho}$ resulta:

$$\begin{aligned} V_S^2 \rho I_P &= J_m \omega_n V_S \tan\left(\frac{\omega_n L}{V_S}\right) \\ \frac{\rho I_P}{J_m} &= \frac{\omega_n}{V_S} \tan\left(\frac{\omega_n L}{V_S}\right) \rightarrow \frac{L \rho I_P}{J_m} = \frac{J_s}{J_m} = \frac{L \omega_n}{V_S} \tan\left(\frac{\omega_n L}{V_S}\right) \end{aligned} \quad (4.2.15)$$

Donde $L \rho I_P = J_s$ es el momento de inercia polar de la barra en el ensayo (kgm^2). Haciendo

$L \omega_n / V_S = \alpha$, se obtiene:

$$\frac{J_s}{J_m} = \alpha \tan \alpha \quad (4.2.16)$$

Esta última es una ecuación implícita que puede resolverse por iteración. A partir de ello se puede calcular:

$$V_S = \frac{\omega_n L}{\alpha} = \frac{2\pi f_n L}{\alpha} \quad (4.2.17)$$

$$G = \rho V_S^2 = 4\pi^2 \frac{f_n^2 L^2}{\alpha^2} \rho \quad (4.2.18)$$

Así, a partir de la densidad de la muestra, su longitud, la frecuencia de resonancia del sistema y la relación entre el momento polar de inercia del cabezal y de la muestra, se obtienen el módulo de corte y la velocidad de transmisión de ondas de corte.

4.2.2. Deformación de corte media

El par torsor aportado por el sistema de excitación produce una deformación de corte que es nula en el eje de la probeta y máxima en la superficie lateral externa, y que además varía en función de la altura considerada, tal como se indica en la **Figura 26**.

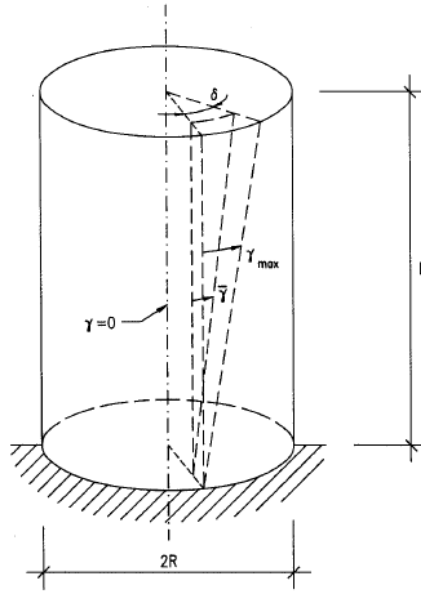


Figura 26. Patrón de deformación en el ensayo de columna resonante [26].

Bajo este esquema, la deformación angular media (que es el valor utilizado para representar los resultados) se calcula según:

$$\bar{\gamma} = \frac{2}{3} \gamma_{\max} = \frac{2}{3} \frac{r \delta}{L} \quad (4.2.19)$$

Donde δ es el ángulo de giro en la cabeza de la muestra y r es el radio de la probeta.

El ángulo de giro en la cabeza de la muestra se obtiene midiendo la aceleración lineal a una cierta distancia fija respecto del eje, mediante un acelerómetro solidario al cabezal. La relación entre la aceleración medida y el ángulo de giro resulta:

$$\delta = \frac{a}{R_{acc} (2\pi f)^2} = \frac{k_{acc} \times V_{pp}^{out}}{(2\pi f)^2} \quad (4.2.20)$$

Donde:

a es la aceleración lineal registrada en el acelerómetro (m/s^2).

R_{acc} es la distancia entre el acelerómetro y el eje de rotación (m).

f es la frecuencia de oscilación (Hz). Corresponde a la frecuencia de resonancia en dicha condición.

k_{acc} es una constante de calibración del acelerómetro ($\text{m/s}^2/\text{Volts}$).

V_{pp}^{out} es el voltaje pico-pico a la salida del acelerómetro (Volts).

El cálculo de la deformación media es necesario para evaluar la evolución del módulo de corte (y también del amortiguamiento) con el nivel de deformación de corte. Para ello se busca la frecuencia de resonancia para distintos niveles de intensidad de la excitación (par torsor). Este par torsor no se mide directamente, sino que a cada escalón de medición se incrementa el voltaje aportado por el sistema de excitación. Este voltaje es directamente proporcional al par torsor inducido.

La condición de resonancia se obtiene haciendo variar la frecuencia de oscilación para cada nivel de excitación elegido, hasta que la respuesta a la salida del acelerómetro presente un retraso de fase de 90° con respecto a la excitación. Esto se verifica en un plano de excitación vs. aceleración de respuesta con la aparición de una elipse, como se indica en la **Figura 27**.

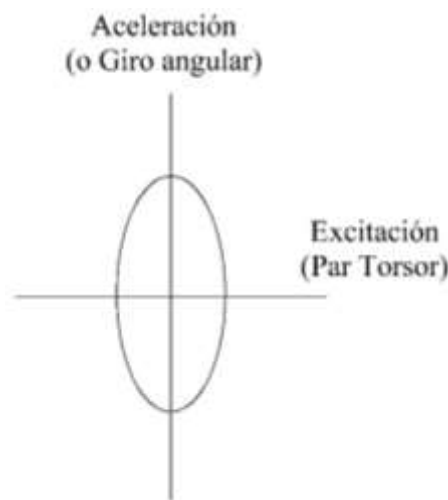


Figura 27. Condición de resonancia en un diagrama excitación-respuesta.

En general se observa que a mayor intensidad en la excitación (y en consecuencia mayor deformación), la frecuencia de resonancia disminuye como consecuencia de la reducción en el módulo de corte. Esto se verá con más detalle en desarrollo de la nueva interpretación del ensayo.

4.2.3. Factor de amortiguamiento

4.2.3.1. Método del medio ancho de banda (“half-bandwidth method”)

El ensayo de columna resonante puede considerarse como un oscilador de un grado de libertad (la rotación en la cabeza de la muestra) en condición de resonancia. La oscilación es de tipo forzada y armónica, dada por la excitación que genera el cabezal, y es también amortiguada debido a la capacidad de disipación de energía que tiene el suelo. El factor de amortiguamiento de un sistema de este tipo en condición de resonancia viene dado por:

$$\theta_{res} = \frac{T_0}{k_\theta} \frac{1}{2D\sqrt{1-D^2}} \quad (4.2.21)$$

Donde

θ_{res} es el giro en la cabeza de la muestra en condición de resonancia (rad).

T_0 es la amplitud del par torsor sinusoidal aplicado (Nm).

$k_\theta = \frac{GI_P}{L}$ es la rigidez torsional de la muestra (Nm).

D es el factor de amortiguamiento.

Si el factor de amortiguamiento es pequeño, la expresión se puede simplificar:

$$\theta_{res} = \frac{T_0}{k_\theta} \frac{1}{2D} \quad (4.2.22)$$

Si ahora se expresa esta relación para una frecuencia tal que $\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}\theta_{res}$ y se opera convenientemente, resulta:

$$\left(\frac{f}{f_n}\right)_{1,2}^2 = (1-2D^2) \pm 2D\sqrt{1+D^2} \quad (4.2.23)$$

Lo cual indica que hay dos frecuencias que cumplen la relación, una menor a la frecuencia de resonancia y la otra mayor, como se indica en la **Figura 28**.

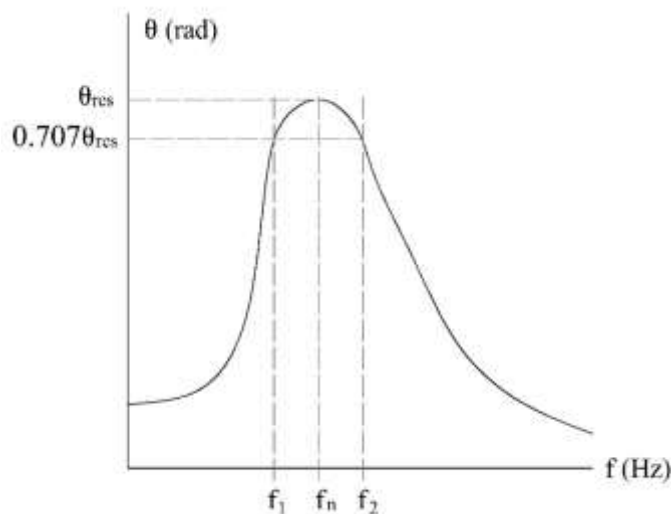


Figura 28. Método del medio ancho de banda.

A partir de (4.2.23) resulta:

$$\left(\frac{f_2}{f_n}\right)^2 - \left(\frac{f_1}{f_n}\right)^2 = 4D\sqrt{1+D^2} \approx 4D \quad (4.2.24)$$

Y a su vez:

$$\left(\frac{f_2}{f_n}\right)^2 - \left(\frac{f_1}{f_n}\right)^2 = \left(\frac{f_2 - f_1}{f_n}\right)\left(\frac{f_2 + f_1}{f_n}\right) \quad (4.2.25)$$

$$\left(\frac{f_2 + f_1}{f_n}\right) \approx 2 \quad (4.2.26)$$

$$\left(\frac{f_2}{f_n}\right)^2 - \left(\frac{f_1}{f_n}\right)^2 \approx 2\left(\frac{f_2 - f_1}{f_n}\right) \quad (4.2.27)$$

Si se combinan (4.2.24) y (4.2.27):

$$4D = 2\left(\frac{f_2 - f_1}{f_n}\right) \rightarrow D = \frac{1}{2}\left(\frac{f_2 - f_1}{f_n}\right) \quad (4.2.28)$$

El factor de amortiguamiento calculado mediante este método presenta un error conceptual básico, porque asume que el sistema es viscoelástico y lineal para todo el rango de frecuencias, de modo tal que la curva de respuesta se asemeja a una campana gaussiana. Como se verá más adelante, la dependencia de la rigidez y el amortiguamiento con la deformación hacen que la respuesta en frecuencias no sea simétrica a ambos lados de la frecuencia resonante, y en consecuencia el método no resulta adecuado (tanto menos adecuado cuanto mayor es la deformación). Este concepto fue desarrollado recientemente por Drnevich y Ashlock [32].

4.2.3.2. Método de vibraciones libres (“free-decay method”)

Si en un determinado momento durante la vibración forzada del sistema se interrumpe la excitación desconectando la energía de alimentación, se produce una oscilación libre y amortiguada en el tiempo. En un sistema sub-amortiguado ($D < 1$) de un grado de libertad en vibración libre, la relación entre amplitudes de giro en dos ciclos sucesivos viene dada por:

$$\mu = \ln\left(\frac{\theta_n}{\theta_{n+1}}\right) = \frac{2\pi D}{\sqrt{1-D^2}} \quad (4.2.29)$$

Y el factor de amortiguamiento resulta aproximadamente:

$$D = \frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{\theta_n}{\theta_{n+1}} \right) \quad (4.2.30)$$

A partir de la lectura de la respuesta en vibraciones libres en el ensayo, es posible identificar estas amplitudes y determinar el factor de amortiguamiento. En la **Figura 29** se esquematiza la forma de este tipo de señal de respuesta.

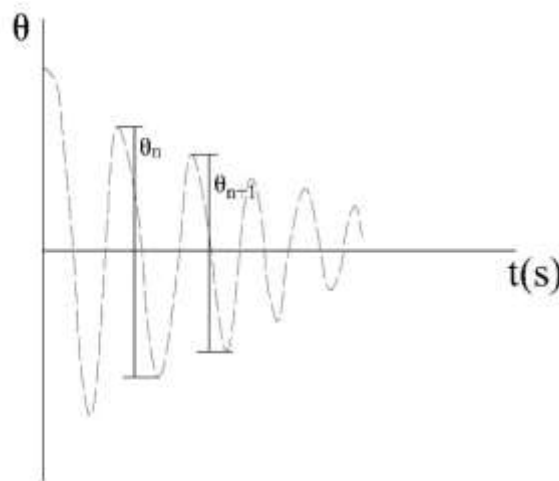


Figura 29. Método de vibraciones libres.

En un ensayo real no se analizan únicamente dos ciclos sucesivos cualesquiera, sino que se busca utilizar toda la información disponible. Para poder analizar adecuadamente los resultados de una serie de ciclos, es posible calcular el decremento logarítmico $\mu = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{\theta_n}{\theta_{n+1}} \right)$ para “n” ciclos en vez de uno. Este decremento puede graficarse en función del número de ciclos considerado en escala logarítmica.

4.3. Nueva interpretación

4.3.1. Formulación teórica

A partir de los trabajos de Werden et al [31] y Drnevich et al [9] se publicó en el año 2015 la nueva versión de la Norma ASTM D4015 [30]. Dicha versión supone un cambio radical en la interpretación de los resultados del ensayo de columna resonante, fundamentalmente en sus aspectos teóricos.

En primer lugar, se ha prescindido del modo de excitación longitudinal, utilizado originalmente para determinar el módulo de Young (E) y el factor de amortiguamiento en compresión. Esto se debe a la verificación por parte de los autores de la Norma de su poco uso en la práctica.

Por otro lado, se debe destacar que los desarrollos presentados en el punto anterior de este trabajo están basados en la transmisión de esfuerzos de torsión en una barra de un material viscoelástico, isótropo y homogéneo. Sin embargo, cuando se aplica una deformación de corte a una muestra de suelo en un ensayo de columna resonante, sus propiedades (módulo de corte y factor de amortiguamiento) varían con el radio desde el eje de la muestra hacia su superficie, debido a la no linealidad del material con la deformación.

En la interpretación clásica, se asume que la muestra es un medio viscoelástico lineal equivalente donde el módulo de corte y el factor de amortiguamiento son constantes y resultan una función del estado tensional (presión de confinamiento) y la magnitud de la deformación.

En la nueva interpretación se utiliza el concepto de “función de transferencia”, cuyo desarrollo analítico se detalla en el Anexo A. Este concepto relaciona el torque aplicado en cada uno de los extremos de la muestra con su correspondiente rotación. De forma matricial, resulta:

$$\begin{bmatrix} T_p \\ T_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 \\ -k_2 & k_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_p \\ \theta_a \end{bmatrix} \quad (4.3.1)$$

$$\text{Donde: } k_1 = \frac{\omega^2 J}{\lambda \tan \lambda} ; k_2 = \frac{\omega^2 J}{\lambda \sin \lambda} ; \lambda = \frac{\omega L}{\sqrt{\frac{G}{\rho}(1+i2D)}} = \frac{\omega L}{\sqrt{\frac{G^*}{\rho}}}$$

Donde J es el momento de inercia polar de la muestra (kgm^2).

El término $G^* = G(1+i2D)$ se denomina módulo de corte complejo.

Para un dispositivo típico donde la base es fija, la rotación θ_p es nula, y la segunda ecuación en la expresión (4.3.1) proporciona la relación torque-rotación en la cabeza de la muestra:

$$T_a = k_1 \theta_a = \frac{\omega^2 J}{\lambda \tan \lambda} \theta_a \quad (4.3.2)$$

Debido a la presencia del cabezal superior con su respectivo momento de inercia polar J_a , su rigidez k_a y amortiguamiento c_a , el torque aplicado total resulta:

$$T_a = \left[-\omega^2 J_a + i\omega c_a + k_a + \frac{\omega^2 J}{\lambda \tan \lambda} \right] \theta_a \quad (4.3.3)$$

En la **Figura 30** se esquematiza el problema representado por la expresión (4.3.3), que se reduce a un sistema dinámico de un grado de libertad.

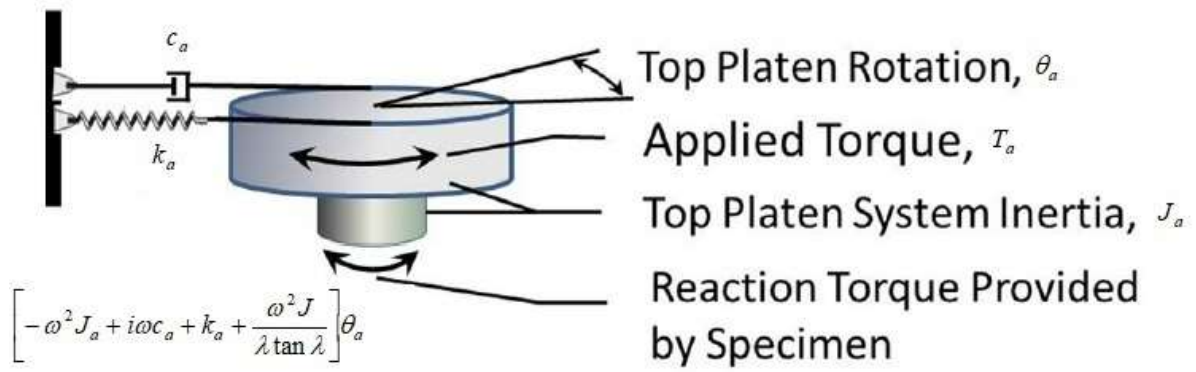


Figura 30. Esquema de 1 grado de libertad representado por la función de transferencia (adaptado de [9]).

La rigidez y el momento de inercia polar del cabezal se relacionan según:

$$k_a = \omega_a^2 J_a \quad (4.3.4)$$

Donde ω_a es la frecuencia natural propia del equipo. Para equipos que no presentan rigidez adicional en el cabezal superior, resulta $\omega_a = 0$.

Se define el factor de inercia del sistema como:

$$T_R = \frac{J_a}{J} \left[1 - \left(\frac{\omega_a}{\omega} \right)^2 \right] \quad (4.3.5)$$

Reordenando y multiplicando por $\omega^2 J_s$:

$$\frac{\theta_a \omega^2 J}{T_a} = \frac{1}{\left[-T_R + i \frac{c_a}{\omega J} + \frac{1}{\lambda \tan \lambda} \right]} \quad (4.3.6)$$

Si se definen:

- Factor de amortiguamiento del equipo: $ADF = \frac{c_a}{\omega J}$
- Factor de magnificación modificado de cálculo: $MMF_{calc} = \frac{\theta_a \omega^2 J}{T_a}$

La expresión (4.3.6) resulta:

$$MMF_{calc} = \frac{1}{\left[-T_R + i ADF + \frac{1}{\lambda \tan \lambda} \right]} \quad (4.3.7)$$

Para un determinado equipo y un ensayo sobre una muestra, todos los términos a la derecha de la expresión (4.3.7) se conocen, excepto por el término complejo λ . Durante el ensayo, la frecuencia de excitación para un dado torque aplicado se ajusta hasta lograr la resonancia y se mide la rotación correspondiente, pudiendo obtenerse el valor del factor de magnificación “medido”:

$$MMF_{med} = J\omega^2 \left[\operatorname{Re}\left(\frac{\theta_a}{T_a}\right) + i \operatorname{Im}\left(\frac{\theta_a}{T_a}\right) \right] \quad (4.3.8)$$

Donde los términos entre corchetes hacen referencia a las partes real e imaginaria del factor entre la rotación y el torque aplicado.

En condición de resonancia el ángulo de fase es de -90° , lo cual implica que la parte real del factor entre la rotación y el torque aplicado es nula. Para otras frecuencias, existe una parte real y otra imaginaria que dependen del ángulo de fase entre la excitación y la respuesta en términos de rotación.

El problema se reduce entonces a encontrar las partes real e imaginaria de λ . Esto se logra haciendo $MMF_{med} = MMF_{calc}$, y a partir de un algoritmo iterativo de optimización no lineal que pueda manejar variables complejas. El programa que realiza dicho procedimiento se ha codificado en Visual Basic haciendo uso de la herramienta Solver de Excel, y se ha creado una Macro que se adjunta a este TFM. El programa utiliza la definición de Factor de Amortiguamiento:

$$DF = \frac{1}{MMF_{med}} - ADF = \frac{T_a}{\theta_a \omega^2 J} - ADF = -T_R + \frac{1}{\lambda \tan \lambda} \quad (4.3.9)$$

$$T_R + iDF = \frac{1}{\lambda \tan \lambda} \quad (4.3.10)$$

El código de resolución utiliza valores semilla de λ_{Re} y λ_{Im} para calcular un valor inicial del término a la derecha de la expresión (4.3.10). Los términos a la izquierda de dicha expresión se obtienen como resultado del ensayo, lo cual permite calcular el error:

$$\varepsilon = (T_R + iDF) - \left(\frac{1}{\lambda \tan \lambda} \right) \quad (4.3.11)$$

Este error se minimiza de forma iterativa a partir de la optimización de λ_{Re} y λ_{Im} . Cuando el error es mínimo, se obtiene el valor verdadero de λ .

Una vez obtenido el valor de λ es posible calcular tanto el módulo de corte como el factor de amortiguamiento en la muestra. Para ello se define el factor adimensional de módulo como función de las partes real e imaginaria de λ :

$$F_a = \operatorname{Re} \left[\frac{1}{\lambda^2} \right] = \frac{\lambda_{\operatorname{Re}}^2 - \lambda_{\operatorname{Im}}^2}{(\lambda_{\operatorname{Re}}^2 + \lambda_{\operatorname{Im}}^2)^2} \quad (4.3.12)$$

El módulo de corte resulta:

$$G = \rho(\omega L)^2 F_a \quad (4.3.13)$$

El factor de amortiguamiento resulta:

$$D = \frac{-\lambda_{\operatorname{Re}} \lambda_{\operatorname{Im}}}{(\lambda_{\operatorname{Re}}^2 - \lambda_{\operatorname{Im}}^2)^2} 100\% \quad (4.3.14)$$

Se observa entonces que el factor de amortiguamiento resulta ser parte de la solución del problema de vibración forzada con amortiguamiento, y no es necesario ejecutar un procedimiento de análisis de vibraciones libres amortiguadas. De todos modos, dicho procedimiento también se encuentra previsto como método adicional en Norma ASTM D4015-e15.

La deformación de corte promedio se calcula según:

$$\gamma_{\operatorname{avg}} = \left(\frac{r_{\operatorname{avg}}}{L} \theta_a \right) \quad (4.3.15)$$

Donde r_{avg} es una fracción del diámetro de la muestra. El valor recomendado por la Norma es $0.4d$ aunque se indica la posibilidad de utilizar valores comprendidos entre $0.33d$ y $0.4d$. En la interpretación clásica, la utilización de la expresión (4.2.19) corresponde a un valor $r_{\operatorname{avg}} = 0.33d$.

4.3.2. Procedimientos de calibración del equipo

En el Anexo B se detallan los procedimientos de calibración del equipo de columna resonante, según lo indicado en la Norma ASTM D4015-e15. Los citados procedimientos incluyen:

- Obtención del momento de inercia polar del cabezal.
- Constante de calibración del acelerómetro y rotación máxima en la cabeza de la muestra.
- Calibración del torque aplicado.
- Amortiguamiento propio del equipo.
 - Método de vibraciones forzadas amortiguadas.
 - Método de vibraciones libres amortiguadas.

5. MODELO NUMÉRICO UNIDIMENSIONAL

5.1. Introducción

Las interpretaciones del ensayo de columna resonante desarrolladas hasta aquí, tanto en su forma clásica como en la nueva formulación, establecen una relación entre el módulo de corte del material y la frecuencia de resonancia obtenida en el ensayo. En el caso de la nueva interpretación, también se establece de forma conjunta el valor del factor de amortiguamiento.

Por otra parte, es posible idealizar el ensayo como un oscilador torsional forzado y amortiguado de 1 grado de libertad, donde el grado de libertad es la rotación en la cabeza de la muestra. Dicho oscilador posee una determinada inercia, una determinada rigidez, un determinado amortiguamiento y una frecuencia natural de oscilación, dados por:

$$\text{Inercia: } J = J_s + J_m \quad (5.1.1)$$

$$\text{Rigidez: } k = \frac{G \times I_p}{L} \quad (5.1.2)$$

$$\text{Amortiguamiento: } c = c_c \times D = 2\sqrt{k(J_m + J_s)} \times D \quad (5.1.3)$$

$$\text{Frecuencia natural: } \omega_n = \sqrt{\frac{k}{J_m + J_s}} = 2\pi f_n \quad (5.1.4)$$

Donde J_m es el momento de inercia polar del cabezal, J_s es el momento de inercia polar de la muestra, G es el módulo de corte del material, I_p es el momento de área de la muestra, L es la altura de la muestra y D es el factor de amortiguamiento del material.

Si este oscilador es sometido a una sollicitación periódica sinusoidal que transmite un torque de amplitud T_0 y frecuencia angular ω , la ecuación de movimiento resulta:

$$J \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + c \frac{\partial \theta}{\partial t} + k\theta = T_0 \times \text{sen}(\omega t) \quad (5.1.5)$$

Donde θ y sus derivadas primera y segunda son respectivamente, la rotación en la cabeza de la muestra, la velocidad angular y la aceleración angular en función del tiempo.

La solución analítica a la expresión (5.1.5) es conocida. Cuando se desprecian los términos transitorios, la solución corresponde al estado de vibración estacionaria y viene dada por:

$$\theta = \frac{T_0 / k}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2D\beta)^2}} \quad (5.1.6)$$

Donde $\beta = \omega / \omega_n$ es el cociente entre la frecuencia angular de la excitación y la frecuencia natural del oscilador. En condición de resonancia, $\beta = 1$ y resulta:

$$\theta = \frac{T_0 / k}{2D} \quad (5.1.7)$$

La expresión (5.1.7) es válida para cualquier valor de la frecuencia de excitación, del par torsor aplicado, de la rigidez torsional y del factor de amortiguamiento.

En la solución analítica presentada, tanto el módulo de corte como el factor de amortiguamiento son constantes y no varían con la rotación en la cabeza de la muestra. Sin embargo, como se ha visto en el Capítulo 2, esto no es cierto para los suelos. Por esa razón, es necesario establecer un modelo no lineal que capture la dependencia de G y D con respecto a la deformación. Este modelo debe ser capaz de predecir la respuesta del suelo en un ensayo de columna resonante: la frecuencia de resonancia debe variar con la intensidad del par torsor, la rigidez debe disminuir con la deformación y el amortiguamiento debe crecer con la deformación. La implementación de este modelo se realiza en MATLAB.

Con el objeto de poder comparar resultados, la no linealidad del material se establece a partir de las ecuaciones del modelo SSOM. Esto permite poder comparar posteriormente los resultados del modelo numérico de un grado de libertad con los de PLAXIS3D (que utiliza el modelo HS-Small, basado en SSOM).

5.2. Modelo lineal

Como paso inicial para generar un modelo numérico no lineal, es necesario producir un modelo lineal de base, de modo tal de verificar su correcto funcionamiento antes de avanzar con la no linealidad. Los parámetros de entrada o “inputs” del programa son:

- Módulo de corte (G)
- Amortiguamiento (D)
- Inercia rotacional del cabezal (Jm)
- Diámetro de la muestra ($diam$)
- Altura de la muestra (L)
- Densidad de la muestra (p)

- Amplitud de torque aplicado (T_0)
- Frecuencia de la excitación (f)
- Paso de tiempo (dt)
- Tiempo total de cálculo (tt)
- Tiempo total de carga (tf)

La diferenciación entre los dos últimos parámetros se hace con el objeto de poder introducir una excitación de duración menor al tiempo total de cálculo. Esto permite evaluar el amortiguamiento en vibraciones libres con base en el decaimiento de los picos en la señal de respuesta.

Los parámetros de salida o “outputs” del programa son:

- Amplitud de rotación (rot)
- Serie temporal (t)
- Señal de aceleración rotacional (acc)
- Señal de velocidad rotacional (vel)
- Señal de rotación (u)
- Señal de excitación dinámica aplicada (pt)

El programa utiliza los parámetros de entrada para calcular la inercia, rigidez y amortiguamiento del sistema. Posteriormente establece un esquema de integración temporal por diferencias finitas de tipo Newmark ([33]) con el método de la aceleración promedio ($\beta = 0,25$; $\gamma = 0,50$) según:

$$\begin{aligned}\ddot{u}_{i+1} &= \ddot{u}_i + [(1 - \gamma)\Delta t]\ddot{u}_i + \gamma\Delta t\ddot{u}_{i+1} \\ u_{i+1} &= u_i + \Delta t\dot{u}_i + [(0.5 - \beta)\Delta t^2]\ddot{u}_i + \beta\Delta t^2\ddot{u}_{i+1}\end{aligned}\tag{5.2.1}$$

Donde:

u_i, u_{i+1} Rotación en los instantes “ i ” e “ $i+1$ ”

\dot{u}_i, \dot{u}_{i+1} Velocidad rotacional en los instantes “ i ” e “ $i+1$ ”

$\ddot{u}_i, \ddot{u}_{i+1}$ Aceleración rotacional en los instantes “ i ” e “ $i+1$ ”

Δt Paso temporal de cálculo

El ajuste del error numérico se realiza mediante un esquema iterativo de tipo Newton-Raphson. El programa integra la sollicitación dinámica impuesta con las propiedades del oscilador torsional y calcula las señales del movimiento dinámico. Además determina la amplitud máxima de rotación.

El código implementado en MATLAB se presenta en el Anexo C1 junto con las subrutinas que utiliza para funcionar. A continuación se describen brevemente estas subrutinas:

- RC Properties: esta subrutina utiliza las dimensiones y densidad de la muestra, la inercia rotacional del cabezal y el módulo de corte del material para determinar la inercia rotacional y rigidez del sistema dinámico.
- damp_coef: esta subrutina utiliza la rigidez, inercia rotacional y factor de amortiguamiento para calcular el coeficiente de amortiguamiento del sistema dinámico.
- load_sin_history: esta subrutina calcula la señal sinusoidal del par torsor dinámico aplicado, dada la amplitud, frecuencia y fase.

5.3. Modelo no lineal

En base al modelo lineal descrito previamente se desarrolla en este punto la versión no lineal. El esquema general es el mismo, pero en este caso los valores del módulo de corte (G) y el factor de amortiguamiento (D) no son parámetros de entrada, sino que son variables que evolucionan a lo largo de la serie temporal de cálculo.

El esquema utilizado está basado en el modelo SSOM pero en formato unidimensional, a partir de las ecuaciones ya vistas:

$$G = \frac{G_0}{1 + 0.385 \frac{\gamma}{\gamma_{0.7}}} \quad (5.3.1)$$

$$D = \frac{E_D}{4\pi E_s} \quad (5.3.2)$$

$$E_D = \frac{4G_0\gamma_{0.7}}{0.385} \left(2\gamma - \frac{\gamma}{1 + \frac{\gamma_{0.7}}{0.385\gamma}} - \frac{2\gamma_{0.7}}{0.385} \ln \left(1 + \frac{0.385\gamma}{\gamma_{0.7}} \right) \right) \quad (5.3.3)$$

$$E_s = \frac{1}{2} G \gamma^2 = \frac{G_0 \gamma^2}{2 + 2 \times 0.385 \frac{\gamma}{\gamma_{0.7}}} \quad (5.3.4)$$

$$\gamma_{\lim} = \frac{\gamma_{0.7}}{0.385} \left(\sqrt{\frac{G_0}{G_{ur}}} - 1 \right) \quad (5.3.5)$$

En este modelo, los parámetros de entrada o “inputs” son:

- Módulo de corte máximo o inicial (G_0)
- Módulo de corte mínimo (G_{ur})
- Deformación al 70% del módulo de corte máximo ($\gamma_{0.7}$)
- Inercia rotacional del cabezal (J_m)

- Diámetro de la muestra ($diam$)
- Altura de la muestra (L)
- Densidad de la muestra (p)
- Amplitud de torque aplicado (T_0)
- Frecuencia de la excitación (f)
- Paso de tiempo (dt)
- Tiempo total de cálculo (tt)
- Tiempo total de carga (tf)
- Factor de amortiguamiento mínimo (D_{min})

El factor de amortiguamiento mínimo representa el amortiguamiento propio del sistema y es útil a efectos de regularizar la solución numérica. Este amortiguamiento puede ser nulo o tener un valor pequeño, que se suma al amortiguamiento producido por histéresis.

Los parámetros de salida o “outputs” del programa son:

- Historia de deformaciones (str)
- Historia de rigideces (K)
- Historia de módulos de corte secante (G_s)
- Historia de factores de amortiguamiento (D)
- Amplitud de rotación (amp)
- Serie temporal (t)
- Señal de aceleración rotacional (acc)
- Señal de velocidad rotacional (vel)
- Señal de rotación (u)
- Señal de excitación dinámica aplicada (pt)

Se utiliza el mismo esquema de integración temporal por diferencias finitas de tipo Newmark con el método de la aceleración promedio ($\beta = 0,25$; $\gamma = 0,50$). De igual modo, el ajuste del error numérico se realiza mediante un esquema iterativo de tipo Newton-Raphson. El programa integra la sollicitación dinámica impuesta con las propiedades del oscilador torsional y calcula las señales del movimiento dinámico. Además determina la amplitud máxima de rotación.

El código implementado en MATLAB se presenta en el Anexo C2 junto con las subrutinas ya descriptas y otras que se añaden en el caso no lineal. A continuación se describen brevemente estas nuevas subrutinas:

- RC Strain: esta subrutina toma dos valores de rotación en la cabeza de la muestra junto con el diámetro y la altura, y calcula el diferencial de deformación media en la muestra que se produce al pasar de un estado al otro.
- non_linearGD: esta subrutina toma los parámetros del modelo SSOM (o bien los parámetros de elasticidad no lineal del modelo HS-Small) y un valor de deformación de corte, y calcula los módulos de corte secante y tangente, como así también el factor de amortiguamiento. Por defecto, la subrutina establece un amortiguamiento mínimo nulo, pero el usuario puede especificar un valor mayor a cero.

6. MODELO TRIDIMENSIONAL

6.1. Introducción

El presente capítulo detalla la construcción de un modelo tridimensional de elementos finitos que representa el ensayo de columna resonante en laboratorio. El modelo busca lograr reproducir las observaciones en la ejecución del ensayo de columna resonante en laboratorio, extraer conclusiones sobre el comportamiento de los suelos durante el mismo, y valorar la capacidad de dos modelos constitutivos incluidos en PLAXIS3D para poder simular esta respuesta: el modelo elástico lineal y el modelo HS-Small.

En el punto 6.2 se desarrollan los elementos básicos utilizados para generar la geometría del modelo. En el punto 6.3 se desarrollan los aspectos relativos a las condiciones de contorno del problema. En el punto 6.4 se detallan los estados tensionales que se aplican sobre la muestra en cada etapa y el efecto esperable de cada una de ellos en el comportamiento. En el punto 6.5 se detallan los parámetros utilizados para cada modelo constitutivo utilizado, y en el punto 6.6 se resumen los tipos de análisis llevados a cabo.

6.2. Geometría y elementos constitutivos

Las muestras típicas ensayadas en el laboratorio de Suelos y Rocas de la UPC son cilíndricas, de 3,80 cm. de diámetro y 7,60 cm. de altura. Estas dimensiones son las que definen el contorno del problema. Debido a que PLAXIS3D está basado en un sistema ortogonal de tipo cartesiano (x,y,z), no es posible establecer líneas curvas o un sistema de tipo polar para el análisis y por lo tanto se hace necesario aproximar el contorno del problema mediante segmentos de recta.

Para sortear esta dificultad se dividió la sección circular de la muestra en 40 sectores iguales de 9° de amplitud, de modo tal de que la circunferencia de la muestra en el modelo cuente con 40 segmentos de 3 mm. de largo. Se calcularon las coordenadas de cada punto de la circunferencia, las cuales fueron introducidas manualmente para definir tanto la cara inferior de la muestra (base) como su cara superior (cabeza). Entre las dos caras se definieron 40 superficies rectangulares que ajustan el contorno lateral de la muestra. En la **Figura 31** se observa la geometría de ¼ de una cara de la muestra (10 sectores), donde se aprecia el adecuado ajuste a una circunferencia.

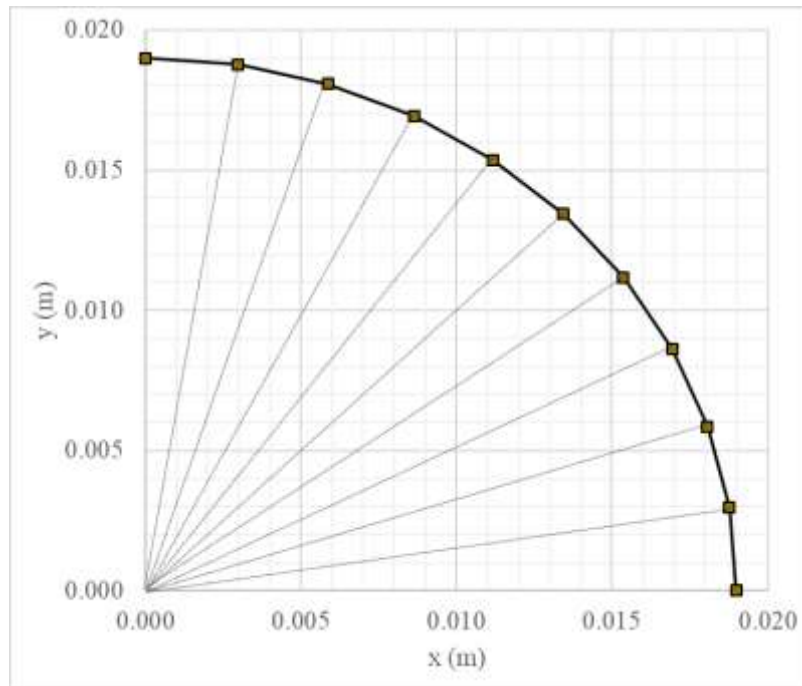


Figura 31. Geometría de $\frac{1}{4}$ de muestra.

La longitud de cada segmento es igual a 0,003 m., con lo cual la circunferencia total mide 0,1193 m. El perímetro de un círculo de igual diámetro que la muestra (0,038 m.) es de 0,1194 m., es decir que el error cometido en la aproximación es de 0,1%.

El modelo queda definido entonces por dos áreas circulares centradas en el origen entre las cotas $z = 0,000$ m. y $z = 0,076$ m. y conectadas por 40 rectángulos de altura 0,076 m. y ancho 0,003 m., como se observa en la **Figura 32**. Se observa en la misma imagen el detalle de los segmentos rectos utilizados.

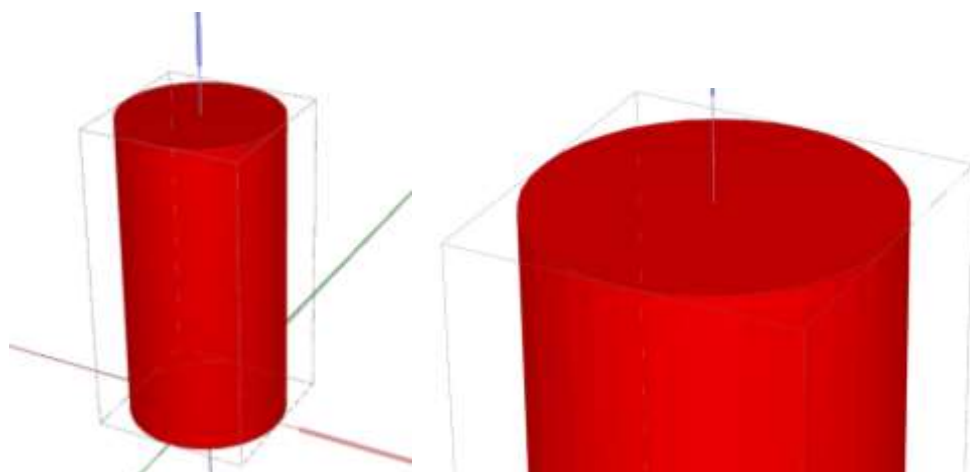


Figura 32. Geometría de la muestra (izquierda) y detalle de la naturaleza de los segmentos rectos (derecha).

Sobre la cara superior de la muestra se agrega un elemento tipo “plate”, cuyo objetivo es representar la presencia del cabezal del ensayo, con su correspondiente momento polar de inercia.

Esta propiedad no se puede definir directamente en PLAXIS3D, sino que resulta ser una función de la masa y el diámetro del “cabezal” ficticio cilíndrico que se coloca en el modelo. El momento polar de inercia de un disco sólido de masa “ m ” y diámetro “ d ” concéntrico con el eje de la muestra es:

$$J = \frac{1}{8}md^2 \quad (6.2.1)$$

El valor adoptado para esta propiedad es el correspondiente al cabezal del equipo de columna resonante utilizado en el laboratorio de Mecánica de Suelos y Rocas de la UPC, que resulta igual a $0,0026 \text{ kgm}^2$. Para conservar la misma sección de la muestra, cuyo diámetro es de $0,038 \text{ m}$., la masa del cabezal ficticio debe ser:

$$m = \frac{8J}{d^2} = \frac{8 \times 0.0026 \text{ kgm}^2}{(0.038 \text{ m})^2} = 14.4 \text{ kg} \quad (6.2.2)$$

En PLAXIS3D no se puede definir directamente la masa, sino que la misma es consecuencia del volumen de cada elemento considerado y de su peso unitario. Conociendo el diámetro del cabezal ficticio y adoptando una altura del mismo igual a 1 cm ., se puede determinar el peso unitario que debe tener el material que lo conforma:

$$\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{m}{\frac{\pi d^2}{4} h} = \frac{14.4 \text{ kg}}{\frac{\pi (0.038 \text{ m})^2}{4} 0.01 \text{ m}} = 1.27 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (6.2.3)$$

$$\gamma = \rho g = 12.45 \times 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

El cabezal se define entonces como un elemento tipo “plate” cuyo diámetro es igual al de la muestra, su altura es igual a 1 cm . y su peso unitario es igual al determinado por la expresión (6.2.3). El material que lo conforma se representa según el modelo elástico lineal y se adopta un módulo elástico elevado ($E = 10 \times 10^9 \text{ kN/m}^2$ y $\nu = 0.15$) de forma tal de que se comporte como elemento rígido.

Como se asigna un valor alto al peso unitario del material del cabezal, se produce un efecto gravitatorio indeseado que originaría una tensión vertical elevada sobre la muestra, debido al peso del cabezal ficticio. Para evitar esto, en todos los análisis donde sea necesario, se asigna un valor nulo al multiplicador “ M_{weight} ” que indica el porcentaje de la masa total del modelo que debe utilizarse en el análisis numérico para calcular las cargas gravitatorias. Esto hace que tampoco se considere el peso de la muestra de suelo, pero como este es muy pequeño frente a las presiones de

confinamiento utilizadas, el error cometido es despreciable. La acción de la gravedad no juega ningún rol en las simulaciones de este trabajo.

La introducción del cabezal en el modelo es estrictamente necesaria para producir la relación de inercia rotacional con respecto a la muestra, lo cual define la frecuencia de resonancia del sistema.

La malla de elementos se articula mediante elementos tetraédricos de 10 nodos previstos en PLAXIS 3D, tal como se observa en la **Figura 33**.

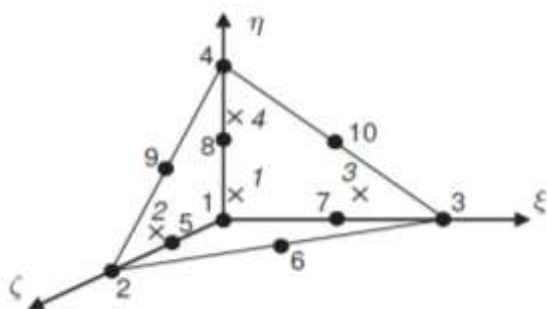


Figura 33. Elemento tetraédrico de 10 nodos [34].

El mallado se realiza utilizando la configuración “Very Coarse”, que le otorga a los elementos el máximo tamaño posible, intentando así minimizar el número de elementos. El resultado correspondiente resulta según el detalle indicado en la **Tabla 1**. Parámetros del mallado.

Nº de elementos	8843
Nº de nodos	14694
Longitud media de elemento	4.564E-3 m
Longitud máxima de elemento	7.879E-3 m
Longitud mínima de elemento	2.038E-3 m

Tabla 1. Parámetros del mallado.

En la **Figura 34** se muestra el mallado obtenido (en rojo el material correspondiente al suelo y en azul el correspondiente al cabezal).

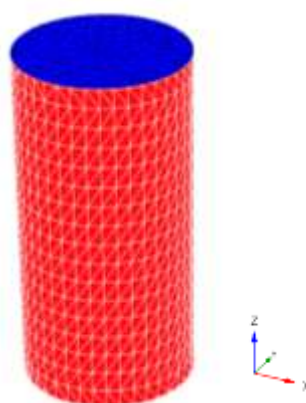


Figura 34. Mallado obtenido.

6.3. Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno del modelo deben reproducir aquellas presentes en el ensayo. En la parte inferior, el rozamiento entre la muestra y la base del equipo asegura que no se produzcan desplazamientos relativos entre ambos. En el modelo, esto se puede representar mediante una restricción al movimiento en todas las direcciones (x,y,z) en toda la superficie de la base inferior.

Las demás superficies del modelo permanecen sin restricciones, aunque en ellas se deben aplicar las presiones que reproduzcan las condiciones del ensayo a cada paso. En la cara superior se supone un acople perfecto entre el cabezal y la muestra, con lo cual no existirá desplazamiento relativo.

En todos los análisis y simulaciones se utilizan tensiones totales, ignorando la posibilidad de que exista agua en el suelo y en consecuencia los posibles cambios de volumen asociados al flujo de agua en condiciones drenadas y el aumento de las presiones intersticiales en condiciones no drenadas. Esto permite mantener el análisis del modelo sin una excesiva complejidad, aunque el software PLAXIS3D permitiría agregar el efecto del agua y el análisis en tensiones efectivas en un análisis posterior.

6.4. Estados tensionales

Sobre la muestra definida según lo expresado en el punto anterior, se deben aplicar una serie de estados tensionales que representen la historia de tensiones experimentada por una muestra antes y durante el ensayo. El primer paso es la preparación de la muestra, la cual puede ser de tipo compactada o bien inalterada. El segundo paso es la aplicación del confinamiento dentro de la cámara del ensayo de columna resonante. El tercer y último paso es la aplicación del torque sobre la cara superior. Si bien el ensayo de columna resonante es un ensayo dinámico, se analiza también el comportamiento del modelo bajo la sollicitación de torque estático, tal como se realiza en un ensayo de corte torsional (Torsional Shear).

El acondicionamiento de la muestra en base las primeras dos etapas únicamente es necesario cuando se utiliza un modelo constitutivo avanzado como es el HS-Small. En el caso del modelo elástico lineal, ni la historia ni el estado actual de tensiones tiene influencia sobre el comportamiento posterior en la tercera etapa, y por lo tanto es posible prescindir de dichas etapas previas.

Las etapas de acondicionamiento de la muestra se utilizan para generar el estado tensional buscado previo a la aplicación del par torsor sobre la cabeza de la muestra. En todos los casos, las

deformaciones y desplazamientos calculados durante las mismas se “reinician” previo a esta última etapa, de modo tal de que la misma se aplique sobre una muestra con las dimensiones definidas inicialmente.

6.4.1. Efecto de la preparación de la muestra

De manera previa a su colocación en el equipo de columna resonante, las muestras son sometidas a un determinado estado tensional. El preacondicionamiento puede tener una importante influencia en el comportamiento posterior.

6.4.1.1. Muestra preacondicionada

Una muestra preacondicionada puede resultar de un procedimiento de compactación dinámico tipo Proctor (compactada mediante un pisón de caída libre en un molde cilíndrico) o bien cuasi-estático (compactada en una prensa de avance lento dentro de un molde cilíndrico).

El análisis preciso de los estados tensionales durante la compactación es complejo, y escapa al alcance de este trabajo. Sin embargo, es posible lograr una aproximación al efecto de preconsolidación producido durante la compactación y posterior descarga si se aplica un determinado estado tensional sobre la muestra. El estado tensional elegido en este trabajo para representar el preacondicionamiento que produce la compactación se basa en una presión vertical de 1000 kPa sobre la cara superior y una presión normal de 500 kPa sobre cada uno de los 40 segmentos rectangulares laterales. La elección de estos valores es arbitraria, y sólo apunta a producir un determinado grado de preconsolidación en el material, con vistas a trabajar posteriormente dentro del rango elástico, evitando la aparición de deformaciones plásticas.

La adopción de una presión vertical igual al doble de la lateral responde a la intención de producir una preconsolidación tanto en términos de la presión media como del esfuerzo desviador, teniendo en cuenta que en el modelo HS las superficies de fluencia asociadas a los cambios de volumen o “Cap” (y por lo tanto a la presión media) son independientes de las superficies de fluencia asociadas a las deformaciones de corte o “Hardening” (y por lo tanto al esfuerzo desviador).

En la **Figura 35** se esquematiza el estado tensional adoptado y la correspondiente zona elástica producida en el modelo HS-Small. Los valores de presión media y esfuerzo desviador aplicados son:

$$p = \frac{1000kPa + 2 \times 500kPa}{3} = 666kPa \quad (6.4.1)$$
$$q = 1000kPa - 500kPa = 500kPa$$

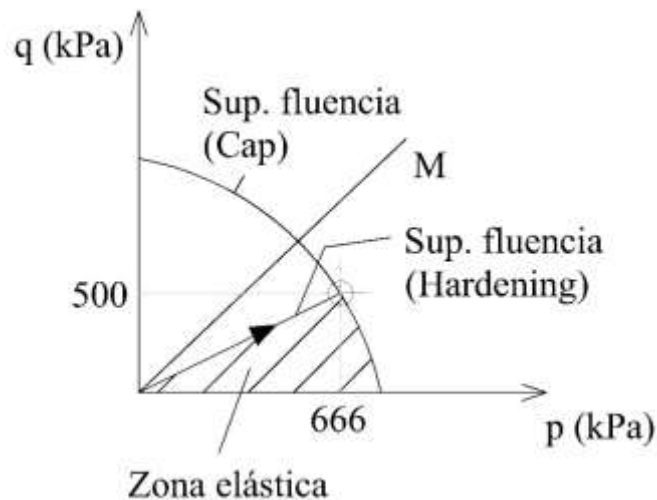


Figura 35. Zona elástica producida por el estado tensional de compactación.

La relación $q/p = 0,75$, lo cual implica que la trayectoria utilizada para representar la compactación se deberá encontrar lejos de la falla (pendiente M en la **Figura 35**), como se verá más adelante. En la **Figura 36** se muestra el esquema de presiones aplicadas sobre la muestra, donde se destaca la diferencia entre la presión vertical y la lateral, representada por el tamaño de las respectivas flechas indicativas.

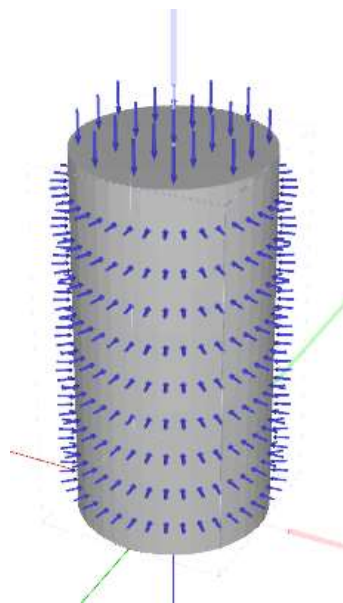


Figura 36. Preacondicionamiento.

6.4.1.2. Muestra no preconditionada

Las muestras inalteradas extraídas en campo pueden provenir de depósitos que hayan sufrido diferentes historias de tensiones in situ. Al realizarse la extracción se libera dicho estado y se introduce cierta alteración. Como es muy dificultoso determinar el estado tensional in situ para

reproducirlo en laboratorio, las muestras inalteradas suelen acondicionarse a partir de la aplicación de un estado tensional isotrópico en la cámara de ensayo, al nivel de tensión media estimado que poseía in situ.

Esto hace que en general se obtengan muestras normalmente consolidadas a la presión de cámara de ensayo, donde se pierden los efectos de preconsolidación. La excepción a ello corresponde a los suelos fuertemente preconsolidados, donde las máximas tensiones experimentadas en el terreno superan ampliamente las presiones usuales en laboratorio, y que escapan al análisis que se realiza en este trabajo.

En un análisis separado, se estudia qué le sucede a una muestra normalmente consolidada por aplicación de la presión de cámara en el ensayo. En este caso puede prescindirse de la etapa previa de acondicionamiento, y no existirá una zona elástica como la representada en la **Figura 35**. En la **Figura 37** se observan esquemáticamente las superficies de fluencia tipo “Cap” obtenidas mediante este procedimiento, para 3 niveles de presión media isotrópica (50, 100 y 200 kPa).

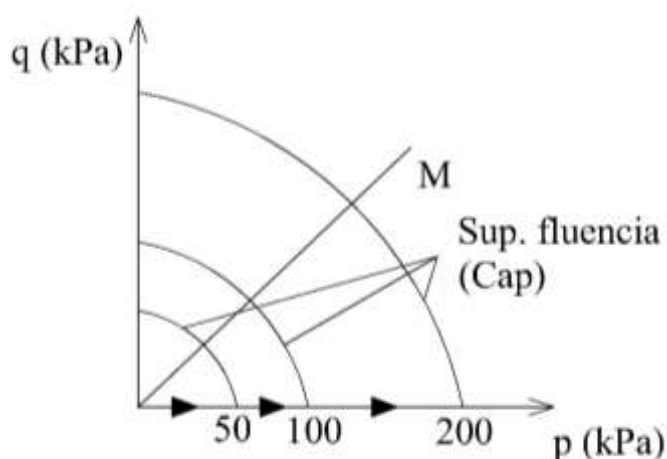


Figura 37. Superficies de fluencia obtenidas por la aplicación de presión isotrópica.

6.4.2. Efecto de la presión de confinamiento

De manera posterior a la compactación, las muestras se colocan en el equipo de columna resonante y se les aplica una presión de confinamiento isotrópica. En general, el valor utilizado de esta presión se ubica en el rango de 50 a 400 kPa.

En rigor, entre el proceso de compactación y la aplicación de la presión de confinamiento, el estado tensional en las muestras es nulo. Esto es difícil de representar en un modelo de elementos finitos ya que genera inestabilidad numérica y problemas de convergencia. Por dicha razón, la etapa que prosigue a la de compactación se representa directamente con un estado tensional isotrópico, sin pasar por la etapa intermedia de descarga.

A pesar de la simplificación, el resultado obtenido es el buscado: el estado tensional previo a la aplicación del torque es el que se aplica en el ensayo real y existirá eventualmente un grado de preconsolidación en el modelo que representa la condición real (en el caso de las probetas preacondicionadas). En el caso de las probetas normalmente consolidadas, la etapa es una sola y se obtiene el esquema representado en la **Figura 37**.

El efecto de la presión de confinamiento se modela de forma análoga al caso del efecto de la compactación, con la salvedad de que en este caso todas las presiones son iguales, como se observa en la **Figura 38**.

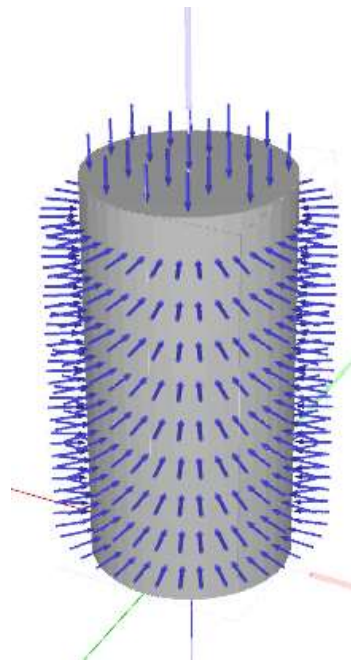


Figura 38. Presión isotrópica (de cámara).

6.4.3. Torque estático

El par torsor producido por el cabezal se transmite a la probeta por rozamiento, produciendo un esquema de tensiones como el indicado en la **Figura 39**. Las tensiones de corte son nulas en el eje de la probeta y máximas en el borde (el esquema de tensiones indicado es representativo de cualquier sección horizontal trazada a lo largo de la cara superior de la muestra). La distribución de las tensiones de corte producida por la excitación a lo largo de cualquier radio es lineal, lo cual resulta en la relación dada por:

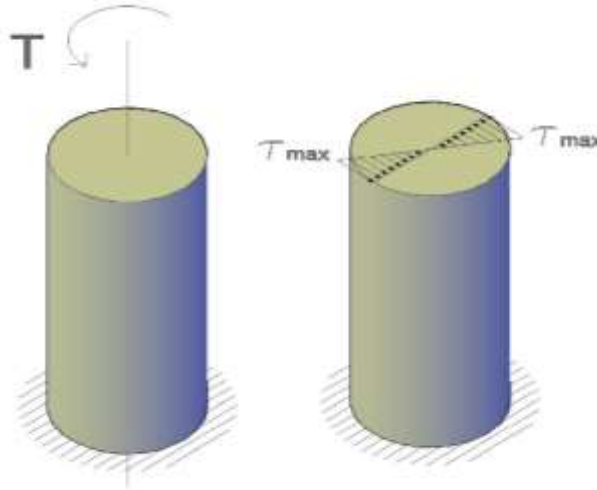


Figura 39. Distribución de tensiones tangenciales sobre la cabeza de la muestra.

$$\tau_{\max} = \frac{T \times r}{I_p} \quad (6.4.2)$$

Donde:

τ_{\max} es la tensión tangencial máxima (kPa).

T es el momento torsor aplicado por el cabezal de ensayo (kNm)

$r = \frac{\phi}{2}$ es el radio de la muestra (m).

I_p es el momento de área polar de la sección circular de la muestra (m⁴).

La forma de declarar el estado de tensiones en PLAXIS3D requiere de la determinación de la tasa de aumento de la tensión tangencial por metro de longitud (kN/m²/m) desde un determinado punto de referencia. Este punto de referencia se toma en el centro de la cabeza de la muestra ($x = 0$; $y = 0$; $z = 0.076$ m.). El estado tensional que actúa sobre la misma resulta dado por un crecimiento lineal de la tensión tanto en dirección x como en dirección y . La tasa de crecimiento en estas dos direcciones ortogonales debe ser igual en magnitud y opuesta en signo, de tal manera de generar un patrón circunferencial como el indicado en la **Figura 40**. Esta tasa se define en función del valor máximo de tensión tangencial requerido a una distancia del centro igual al radio de la muestra (0.019 m.). Resulta:

$$\Delta \tau \left[\frac{kN / m^2}{m} \right] = \frac{\tau_{\max}}{0.019m} \quad (6.4.3)$$

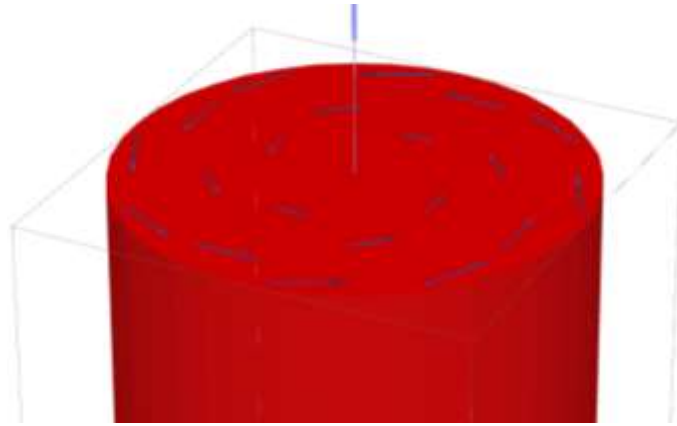


Figura 40. Patrón de tensiones sobre la cabeza de la muestra.

Para aclarar el concepto desarrollado en el párrafo anterior se puede plantear un ejemplo: para aplicar un par torsor de 0,10 Nm, se calcula inicialmente la tensión tangencial máxima en el borde de la muestra según la expresión (6.4.2):

$$\tau_{\max} = \frac{T \times r}{I_p} = \frac{0,10Nm \times 0,019m}{\frac{\pi \times (2 \times 0,019m)^4}{32}} = 9,28kPa \quad (6.4.4)$$

La tasa de crecimiento por metro desde el centro de la muestra para lograr dicho valor de tensión en el borde de la muestra (la cual se ingresa en PLAXIS) resulta:

$$\Delta\tau = \frac{9,28kPa}{0.019m} = 488,5 \frac{kPa}{m} \quad (6.4.5)$$

6.4.4. Torque dinámico

Luego de aplicar el torque de forma estática sobre la muestra se procede a realizarlo de manera dinámica. Para ello, PLAXIS cuenta con un sistema de multiplicadores dinámicos armónicos. Estos multiplicadores toman la carga definida como estática y le aplican una amplitud, una fase y una frecuencia que define el usuario. Esto produce una señal en el dominio del tiempo como se muestra en la **Figura 41** para una amplitud unitaria, fase nula y frecuencia igual a 1 Hz.

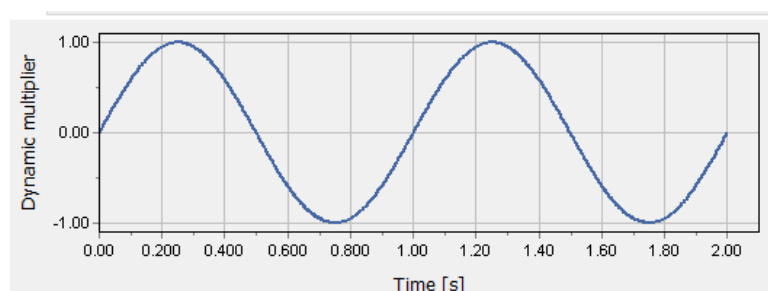


Figura 41. Señal dinámica armónica en el dominio del tiempo.

Este multiplicador hace que el esquema de tensiones como el indicado en la **Figura 40** se aplique con la frecuencia, fase y amplitud definida en un análisis de tipo dinámico. La excitación sinusoidal aplicada es análoga a la que produce el motor electromagnético en el ensayo de columna resonante. La relación entre la corriente o voltaje aportada por el motor y el par torsor aplicado dependerá de las características de cada equipo, incluyendo los efectos de corrientes parásitas (eddy-currents) y fuerza contra-electromotriz (back EMF), tal como se detalla en Cascante et al [35], Wang et al [36] y Cascante et al [37].

Estas relaciones y efectos escapan al alcance de este trabajo, dado que el valor que se define para la excitación en el modelo de elementos finitos es el par torsor aplicado, ya considerados estos efectos y la relación corriente-par torsor o voltaje-par torsor, según el caso.

6.5. Parámetros del material

Una vez definida la geometría del modelo y las acciones a aplicar, es necesario dar parámetros al material que representa la muestra de suelo. Como se mencionó previamente, los dos modelos utilizados en este trabajo son el modelo elástico lineal y el modelo HS-Small.

El modelo elástico lineal no es representativo del comportamiento de los suelos en el rango de deformaciones habitual en el ensayo de columna resonante ($10^{-6} - 10^{-3}$), pero es útil a efectos de verificar la validez del modelo numérico.

El modelo HS-Small busca representar la variación de la rigidez elástica con la deformación para el rango de pequeñas deformaciones. El efecto principal buscado en la aplicación de este modelo es verificar si el mismo permite predecir adecuadamente la variación de rigidez y amortiguamiento con la deformación en el ensayo, como así también la frecuencia de resonancia para diferentes niveles de deformación.

En todos los análisis llevados a cabo en este trabajo se utiliza un solo material ideal, de modo tal de evitar excesivas complicaciones. Esta decisión se basa en el hecho de que el modelo numérico debe ser válido para un material genérico, y luego de verificar su validez se puedan utilizar distintas combinaciones de parámetros en función del material a estudiar en cada caso.

En todos los casos se asume un peso unitario igual a 17 kN/m^3 ($\rho \approx 1700 \text{ kg/m}^3$), con lo cual el momento polar de inercia de la muestra resulta:

$$J = \frac{1}{8}md^2 = \frac{1}{8}\rho L \frac{\pi d^2}{4} d^2 = \frac{1}{8} \times 1700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 0,076\text{m} \times \frac{\pi(0,038\text{m})^4}{4} = 2,65 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2 \quad (6.5.1)$$

6.5.1. Modelo elástico lineal

El modelo constitutivo elástico lineal es el más sencillo de implementar en un modelo dinámico como el considerado. Debido a que la matriz constitutiva en este tipo de modelo es simétrica, siempre es posible invertirla y en consecuencia la convergencia del problema numérico a resolver está asegurada. Como contrapartida, no permite reproducir el comportamiento elastoplástico ni la reducción de rigidez por efecto de la deformación.

El modelo elástico lineal se utiliza en este trabajo a efectos de verificar la validez del modelo numérico, tanto estática como dinámicamente. Para ello se hacen las siguientes hipótesis a verificar mediante los resultados de las simulaciones:

- El desplazamiento de cualquiera de los puntos en la cabeza de la muestra debe ser perpendicular al radio trazado desde el centro de dicha superficie hasta el punto considerado.
- Todos los puntos ubicados sobre una misma circunferencia sobre la cabeza de la muestra deben experimentar el mismo desplazamiento.
- El desplazamiento vertical de cualquier punto de la muestra debe ser nulo o despreciable frente a los desplazamientos horizontales.
- A lo largo de cualquier línea vertical en la muestra, la distribución de los desplazamientos horizontales debe ser lineal, con un máximo en la cabeza y un valor nulo en la base.
- Bajo carga estática, la rotación experimentada en la cabeza de la muestra debe satisfacer la siguiente relación con el par torsor aplicado:

$$\theta = \frac{T \times L}{G \times I_p} \quad (6.5.2)$$

Donde T es el par torsor aplicado, L es la altura de la muestra (0,076 m.), G es el módulo elástico e I_p ($2,05 \times 10^{-7} \text{ m}^4$) es el momento polar de área de la muestra.

- Tanto el esfuerzo desviador como su deformación asociada deben ser constantes a lo largo de toda la altura de la muestra, y deben crecer linealmente desde el centro de la misma, con el máximo sobre la superficie lateral externa.
- En el análisis dinámico, el comportamiento debe coincidir con el mínimo error posible con la solución analítica definida en el punto 4.4 para un oscilador torsional viscoelástico de 1 grado de libertad. Esto se refiere fundamentalmente a la amplitud de oscilación en función de la frecuencia de la excitación para un dado juego de parámetros.

Para asignar el amortiguamiento viscoso, PLAXIS3D utiliza la formulación de Rayleigh desarrollada en el punto 2.3.1. Como se ha visto, este tipo de amortiguamiento depende de la frecuencia, y por lo tanto es necesario especificarlo para la frecuencia correspondiente a la excitación cada vez que ésta se modifica. De lo contrario, se estaría aplicando un factor de amortiguamiento diferente cada vez que cambia la frecuencia de la excitación, lo cual no permitiría comparación posible con la solución analítica (que supone amortiguamiento constante con la frecuencia). Por otro lado, debe tenerse presente que el amortiguamiento se debe asignar tanto al material de la muestra como al del cabezal a fines comparativos con la solución analítica, dado que esta supone un único amortiguamiento para todo el sistema.

Para los parámetros del modelo elástico lineal se adoptan distintas combinaciones de G y D que se detallan más adelante. En todos los casos se adopta un coeficiente de Poisson igual a 0,30.

6.5.2. Modelo HS-Small

Como se desarrolló en el Capítulo 3, el modelo HS-Small tiene como principal ventaja la posibilidad de representar la pérdida de rigidez elástica de los suelos con el aumento de la deformación de corte. Los parámetros a asignar en el modelo son numerosos, y se pueden dividir en aquellos que corresponden al modelo Hardening-Soil original, y aquellos que se suman al aplicar la componente de pequeñas deformaciones.

Los parámetros del Hardening-Soil utilizados se resumen en la **Tabla 2**:

Parámetro	Símbolo	Unidad	Valor
Peso unitario	γ	kN/m ³	17
Módulo secante al 50%	E_{50}	MPa	20
Módulo edométrico	E_{oed}	MPa	20
Módulo de descarga/recarga	E_{ur}	MPa	60
Potencia	m	-	0.50
Coeficiente de Poisson	ν	-	0.30
Cohesión	c	kPa	1
Ángulo de fricción	ϕ	°	30
Ángulo de dilatancia	ψ	°	0
Presión de referencia	p_{ref}	kPa	100

Tabla 2. Parámetros del modelo Hardening-Soil.

Los parámetros de pequeñas deformaciones utilizados en todos los casos son:

$$G_{max} = 100MPa$$

$$\gamma_{0.7} = 1 \times 10^{-4}$$

6.6. Tipos de análisis

En este apartado se detallan las combinaciones de los distintos análisis llevados a cabo para verificar la validez del modelo numérico y su grado de representatividad del comportamiento de los suelos en el ensayo de columna resonante. Las características y parámetros de entrada a modificar se citan a continuación:

- Modelo elástico lineal
 - Par torsor (T)
 - Módulo de corte (G)
 - Factor de amortiguamiento (D)
 - Frecuencia (f)
- Modelo HS-Small
 - Par torsor (T)
 - Forma de preparación (P: Preacondicionada ; NC: Normalmente consolidada)
 - Presión de confinamiento (p)
 - Frecuencia (f)

Para la validación del modelo numérico utilizando el modelo constitutivo elástico lineal, se utilizan las combinaciones indicadas en la **Tabla 3**.

Tipo análisis	Par torsor (Nm)	G (MPa)	D (%)	f (Hz)	Código
Estático	0.05	150	-	-	AA1001
Estático	0.1	150	-	-	AA2002
Estático	0.25	75	-	-	AA3003
Estático	0.5	75	-	-	AA4004
Estático	0.75	75	-	-	AA5005
Dinámico	0.05	150	1	0 - 80 Hz	BA1001
Dinámico	0.1	150	1	0 - 80 Hz	BA1002
Dinámico	0.25	75	5	0 - 80 Hz	BA1003
Dinámico	0.5	75	5	0 - 80 Hz	BA1004
Dinámico	0.75	75	5	0 - 80 Hz	BA1005

Tabla 3. Combinaciones para la validación mediante el modelo elástico lineal.

En el caso de los análisis dinámicos, el barrido de frecuencias busca determinar si el modelo numérico es capaz de predecir la frecuencia de resonancia y la deformación cíclica promedio en la muestra, tal como lo predice el modelo analítico presentado en 4.4.

En el caso del modelo HS-Small, interesa en primer lugar estudiar la degradación de la rigidez en función de la deformación bajo un par torsor estático. Para ello, se hace crecer su valor en etapas sucesivas hasta detectar que se produce la plastificación de un importante número de puntos dentro de la muestra. Esto permite, como se verá luego, estudiar los rangos de deformación en que esto ocurre.

En segundo lugar, se busca estudiar como varía la rigidez localmente dentro de la muestra en función del par torsor aplicado, en un material que se comporta según el modelo HS-Small. Es interesante además estudiar los lazos de histéresis que se forman al aplicar sucesivos ciclos de carga y descarga.

Por último, se busca analizar la respuesta de la muestra en condiciones de excitación dinámica cuando el material está dado por el modelo HS-Small. Esto incluye la variación de la frecuencia de resonancia y del amortiguamiento con el nivel de deformación, y la relación que existe entre el módulo de corte secante y la frecuencia de resonancia.

7. RESULTADOS

7.1. Modelo lineal unidimensional

En este trabajo las dimensiones de la muestra y las propiedades del equipo asumen igual a las del equipo de columna resonante que se utiliza en el laboratorio de Suelos y Rocas de la UPC:

- Diámetro = 38 mm.
- Altura = 76 mm.
- Inercia rotacional del cabezal = 0,0026 kgm².

La densidad se asume en todos los casos igual a 1700 kg/m³.

Los resultados de la implementación del modelo lineal se muestran en la **Figura 42** donde se han realizado simulaciones para dos combinaciones de parámetros y distintos niveles de amplitud del par torsor aplicado (0,05 a 0,75 Nm) en términos de frecuencia y rotación en la cabeza de la muestra:

- $G = 75 \text{ MPa}$; $D = 5\%$
- $G = 150 \text{ MPa}$; $D = 1\%$

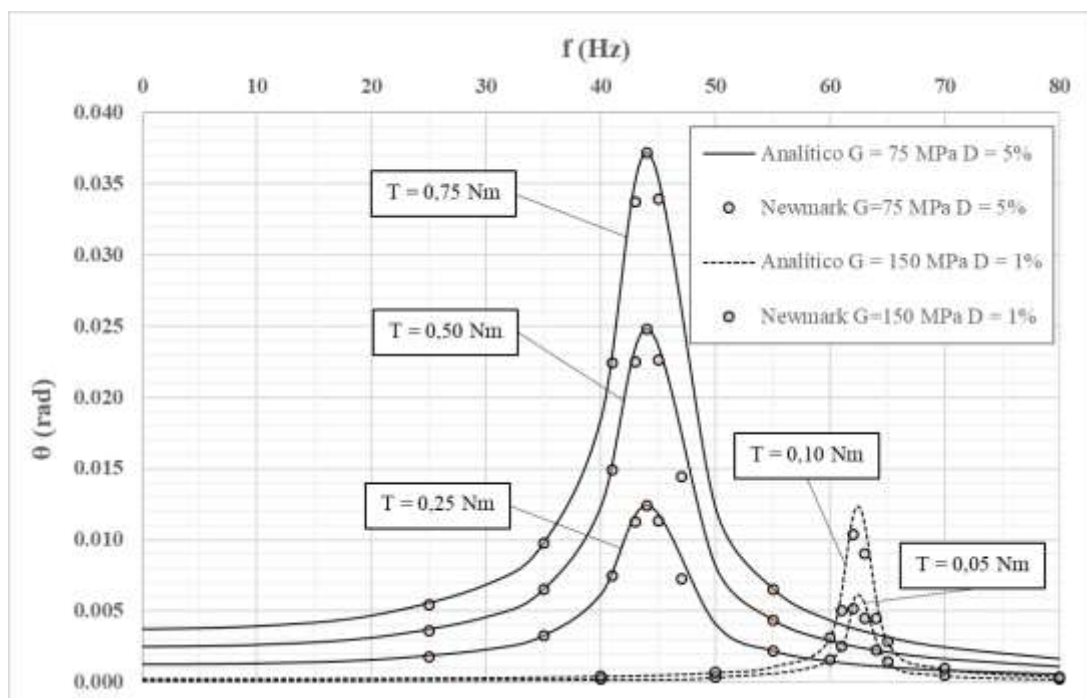


Figura 42. Comparación de resultados solución analítica vs. modelo numérico lineal de 1 GDL.

Se observa que:

- La solución numérica obtenida presenta buen acuerdo con la solución analítica. Esto quiere decir que el modelo numérico es capaz de predecir correctamente la frecuencia de resonancia del sistema muestra-cabezal y la amplitud de la oscilación dado un nivel de excitación.
- Al aumentar la rigidez del suelo, la frecuencia de resonancia se hace mayor y la amplitud de la oscilación se hace menor, lo cual concuerda observado en los ensayos de laboratorio.
- La frecuencia de resonancia es independiente del nivel de excitación, tal como lo predice la solución analítica para un material elástico lineal.
- A mayor factor de amortiguamiento, la curva de respuesta en frecuencias se hace más ancha o “acampanada”, mientras que cuando el factor de amortiguamiento es más pequeño ésta presenta un pico más agudo.
- En todos los casos las curvas de respuesta en frecuencia son simétricas con respecto al pico.

7.2. Modelo no lineal unidimensional

El modelo no lineal se implementa en este trabajo a partir de 4 combinaciones que permiten obtener un rango de resultados aplicable a distintas condiciones:

- $G_0 = 50 \text{ MPa}$; $\gamma_{0,7} = 1 \times 10^{-4}$; $G_{ur} = 8 \text{ MPa}$ (Combinación I)
- $G_0 = 100 \text{ MPa}$; $\gamma_{0,7} = 1 \times 10^{-4}$; $G_{ur} = 15 \text{ MPa}$ (Combinación II)
- $G_0 = 150 \text{ MPa}$; $\gamma_{0,7} = 1 \times 10^{-4}$; $G_{ur} = 23 \text{ MPa}$ (Combinación III)
- $G_0 = 200 \text{ MPa}$; $\gamma_{0,7} = 1 \times 10^{-4}$; $G_{ur} = 30 \text{ MPa}$ (Combinación IV)

En la elección de los parámetros se ha buscado que la relación G_0/G_{ur} sea constante. Además se estudia qué sucede al variar el parámetro $\gamma_{0,7}$ cuando $G_0 = 100 \text{ MPa}$ y $G_{ur} = 15 \text{ MPa}$. Se utilizan además dos valores del factor de amortiguamiento mínimo (0% y 1%), para verificar su efecto en los resultados. El factor de amortiguamiento total viene dado por la suma de este valor mínimo y el componente histerético producido por la deformación (según la expresión 3.5.17).

7.2.1. Respuesta en el dominio de las frecuencias

En la **Figura 43** se observa la respuesta del modelo no lineal en el dominio de las frecuencias para los distintos valores de rigidez adoptados. Los valores de amplitud de par torsor T_0 van desde $1 \times 10^{-5} \text{ Nm}$ hasta valores de entre 0,02 Nm y 0,10 Nm según el caso.

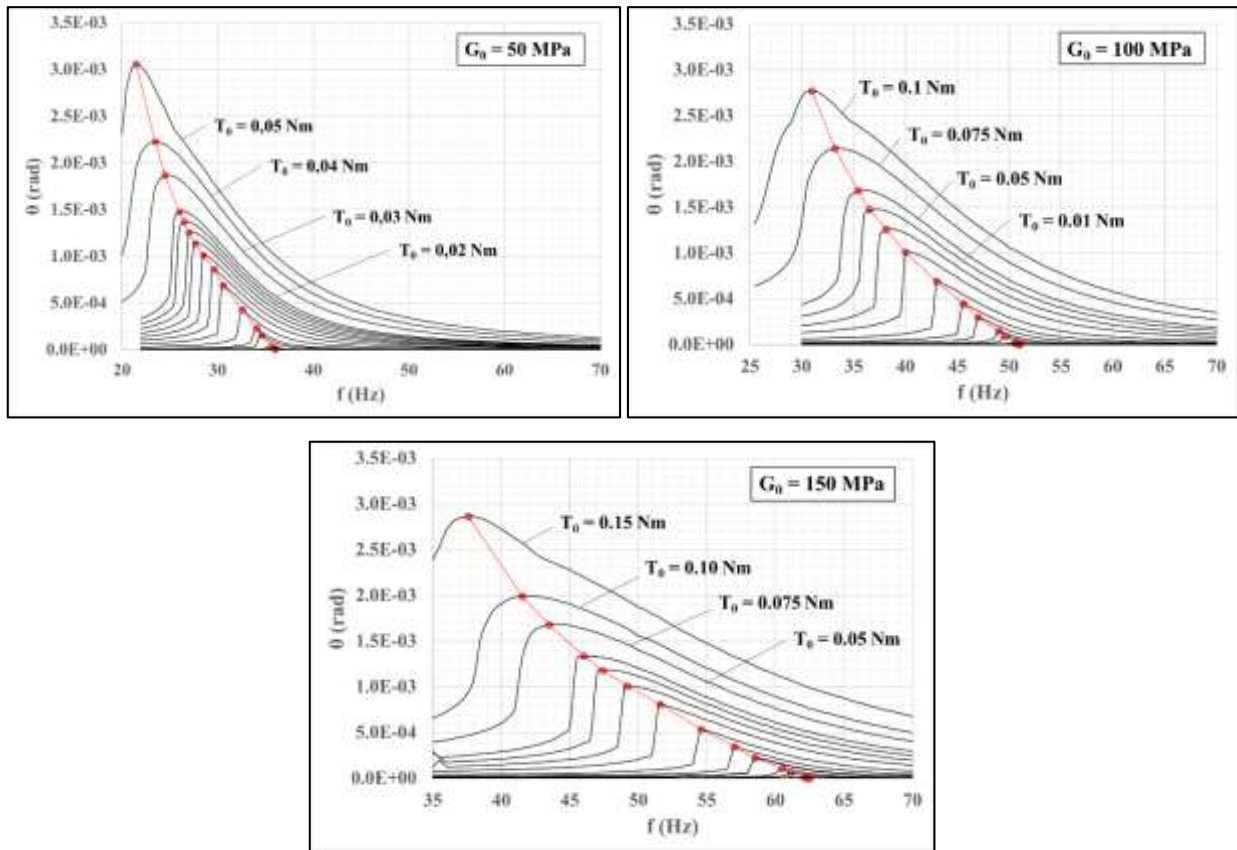


Figura 43. Curvas de respuesta en frecuencia según el modelo numérico implementado en MATLAB ($\gamma_{0,7} = 1 \times 10^{-4}$; $D_{\min} = 1\%$).

De igual modo que en un ensayo convencional de laboratorio, queda claro que al aumentar la sollicitación sobre la muestra, la frecuencia de resonancia disminuye. Esto es indicativo de la degradación en la rigidez del material. Además, las curvas de respuesta se hacen cada vez más inclinadas hacia la izquierda y más anchas o “acampanadas” en su base, lo cual se asocia a un mayor amortiguamiento. La forma de estas curvas es compatible con los resultados experimentales que se presentan en la bibliografía ([38] y [39]).

Las curvas de trazos rojos conectan los puntos correspondientes a la resonancia, que son aquellos que se buscan en la ejecución de ensayos de columna resonante de tipo convencional. Cuando el par torsor aplicado es muy pequeño, la curva de respuesta en frecuencia tiende a hacerse simétrica y la frecuencia de resonancia tiende a un valor igual al que tendría un material elástico y lineal con módulo de corte constante e igual al módulo de corte máximo, como se observa de forma ampliada en la **Figura 44** para el caso de $G_0 = 100$ MPa. La amplitud de rotación está definida fundamentalmente por la rigidez inicial y el coeficiente de amortiguamiento mínimo.

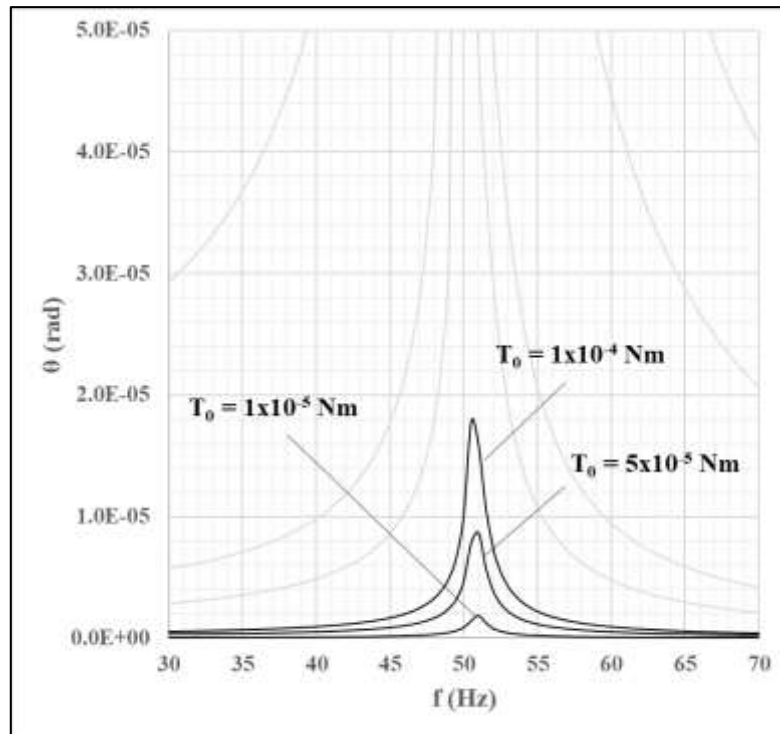


Figura 44. Curvas de respuesta en frecuencia para pequeños valores de par torsor ($G_0 = 100$ MPa; $\gamma_{0,7} = 1 \times 10^{-4}$; $D_{\min} = 1\%$).

7.2.2. Régimen permanente. Evolución de la rigidez y el amortiguamiento

El comportamiento del suelo en resonancia cuando se aplica un régimen permanente de par torsor viene dado por señales como las indicadas en la **Figura 45**.

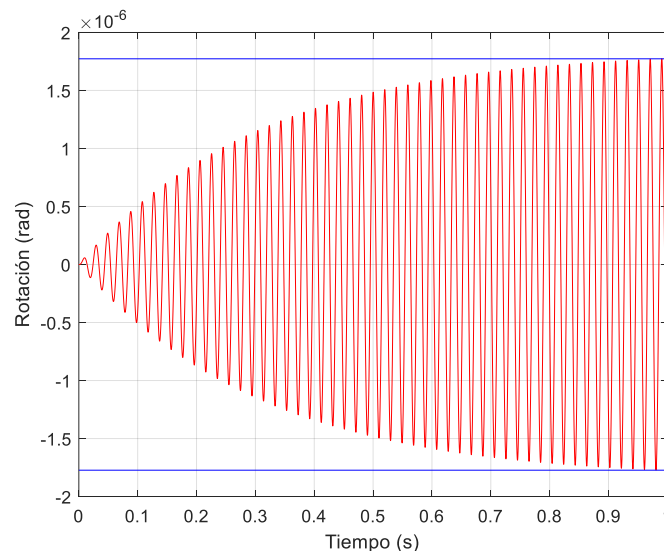


Figura 45. Señal de respuesta del modelo no lineal para $T_0 = 1 \times 10^{-5}$ Nm / $f = 51$ Hz ($G_0 = 100$ MPa; $\gamma_{0,7} = 1 \times 10^{-4}$; $D_{\min} = 1\%$).

La rotación en la cabeza de la muestra y la deformación media son funciones del tiempo. En consecuencia, el módulo de corte secante y el factor de amortiguamiento instantáneo también lo son, ya que resultan ser función de la deformación media instantánea (G) y de la amplitud de

deformación media (D). En la **Figura 46** se muestra la evolución típica de estos dos parámetros para la señal correspondiente a $T_0 = 0,02 \text{ Nm}$ - $f=40 \text{ Hz}$ - $G_0 = 100 \text{ MPa}$.

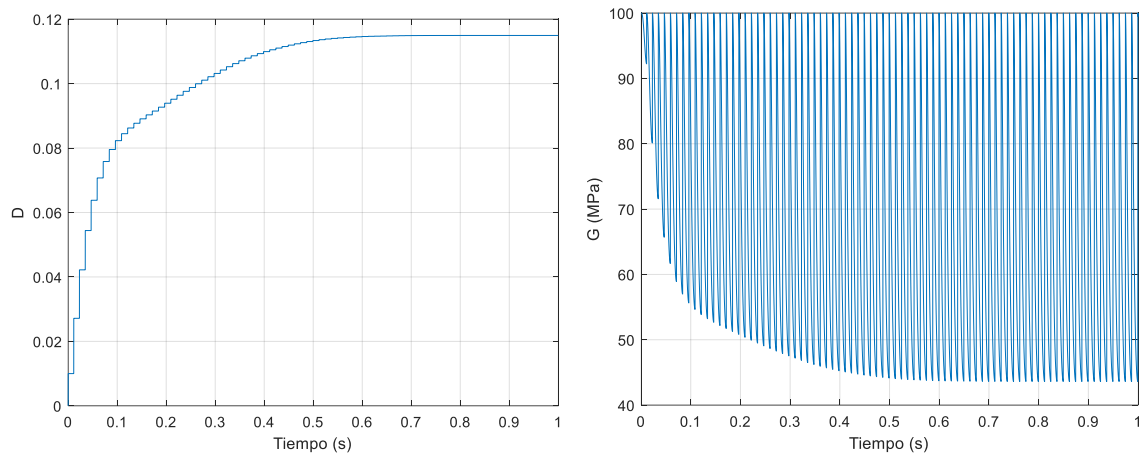


Figura 46. Evolución del factor de amortiguamiento y el módulo de corte en función del tiempo.

Al interpretar las figuras anteriores, debe tenerse en cuenta que la deformación que define los valores de G se computa desde cada reversión de deformación, lo cual ocurre en los picos, donde se alcanza la amplitud máxima de rotación. En el caso del factor de amortiguamiento, lo que define su valor es la amplitud de oscilación, y por lo tanto adquiere un valor constante al alcanzarse condiciones estacionarias.

Para ilustrar lo indicado en el párrafo anterior se muestra en la **Figura 47** un ejemplo del valor que asumen G y D a lo largo de la oscilación estacionaria.

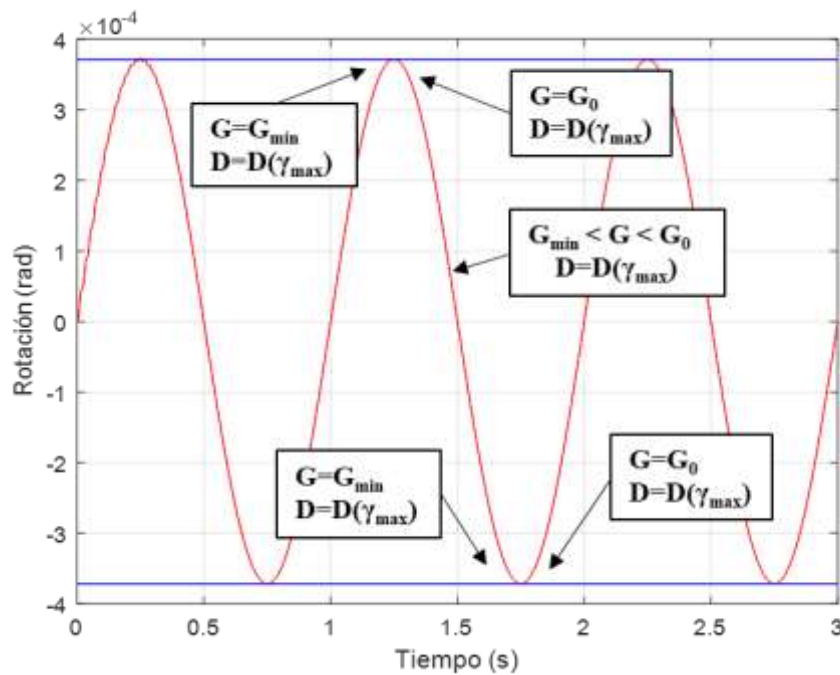


Figura 47. Valores asumidos por G y D en distintas zonas de la señal de respuesta.

De la **Figura 46** se pueden definir los valores de módulo de corte a deformación media, como así también los de factores de amortiguamiento D en condiciones estacionarias. Esto se repite para las condiciones de resonancia identificadas en la **Figura 43** y para los 4 módulos iniciales, y se representan en la **Figura 48** los módulos de corte en función de la frecuencia de resonancia. Los marcadores corresponden a los módulos que predice el modelo SSOM para la amplitud de deformación media en la muestra para cada módulo de corte inicial, indicado en MPa en la leyenda.

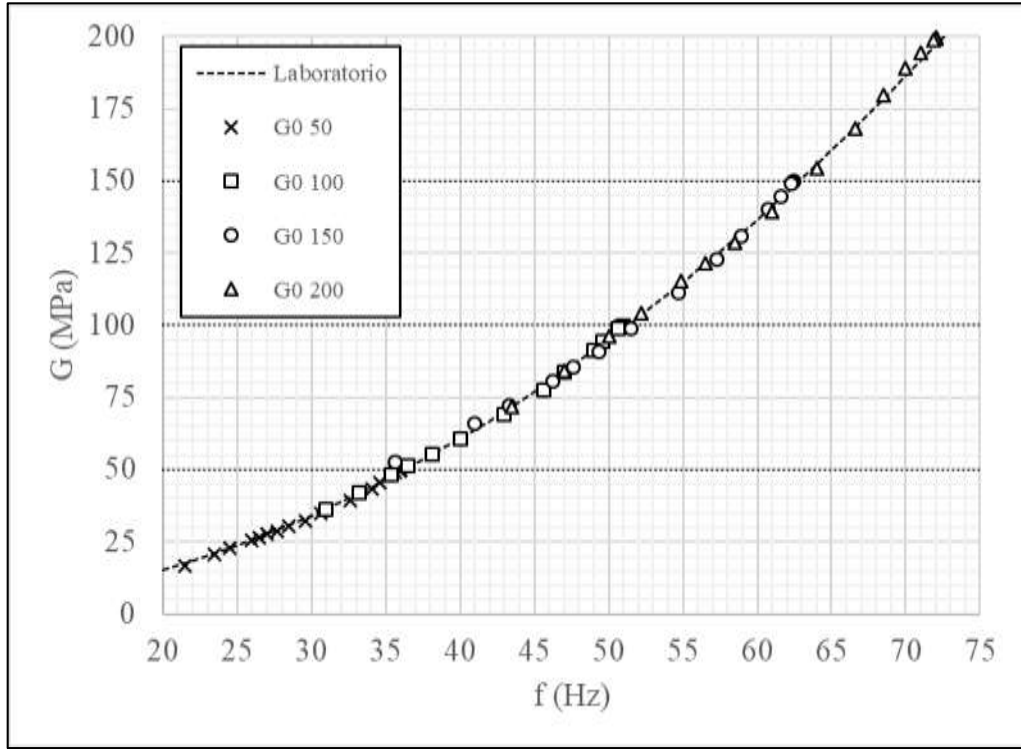


Figura 48. Módulos de corte a deformación media para el modelo numérico no lineal ($\gamma_{0,7} = 1 \times 10^{-4}$; $D_{\min} = 1\%$).

En la misma Figura se representa además la curva correspondiente a la interpretación de laboratorio, que resulta de las expresiones (4.2.16) y (4.2.18). Para el juego de parámetros utilizados en este trabajo, resulta:

$$\frac{J_s}{J_m} = \alpha \tan \alpha \rightarrow \alpha \tan \alpha = 0,0102 \rightarrow \alpha = 0,101 \quad (7.2.2)$$

$$G[MPa] = \rho V_s^2 = 4\pi^2 \frac{f_n^2 L^2}{\alpha^2} \rho = k \times f_n^2 = 0,038 \times f_n^2 \quad (7.2.3)$$

Si bien estas expresiones corresponden al enfoque clásico desarrollado previamente, los valores de módulo obtenidos de esta forma son idénticos a los que resultan del procedimiento iterativo correspondiente a la nueva interpretación. Esto significa que a pesar de la diferencia de enfoques,

el resultado en términos del módulo de corte obtenido del ensayo de columna resonante es el mismo.

La **Figura 48** muestra que el modelo numérico no lineal presenta un buen acuerdo con las interpretaciones de laboratorio en cuanto al módulo de corte que predice el modelo SSOM para la deformación media. Esto significa que al medir la frecuencia de resonancia en un ensayo de laboratorio y calcular el módulo de corte directamente a partir de los procedimientos normativos, se está obteniendo el módulo de corte asociado a la amplitud de deformación media en la muestra.

La consecuencia principal de este hallazgo es que el procedimiento habitual para obtener el módulo de corte directamente de la frecuencia de resonancia es válido, ya que coincide con el comportamiento de un material elástico no lineal.

En función de lo observado, es posible proponer una relación entre el módulo de corte normalizado y lo que aquí se define como frecuencia normalizada, y que corresponde al cociente entre la frecuencia de resonancia para un determinado nivel de solicitación, y la frecuencia de resonancia máxima, asociada la módulo de corte inicial. Dicha relación se puede observar en la **Figura 49**.

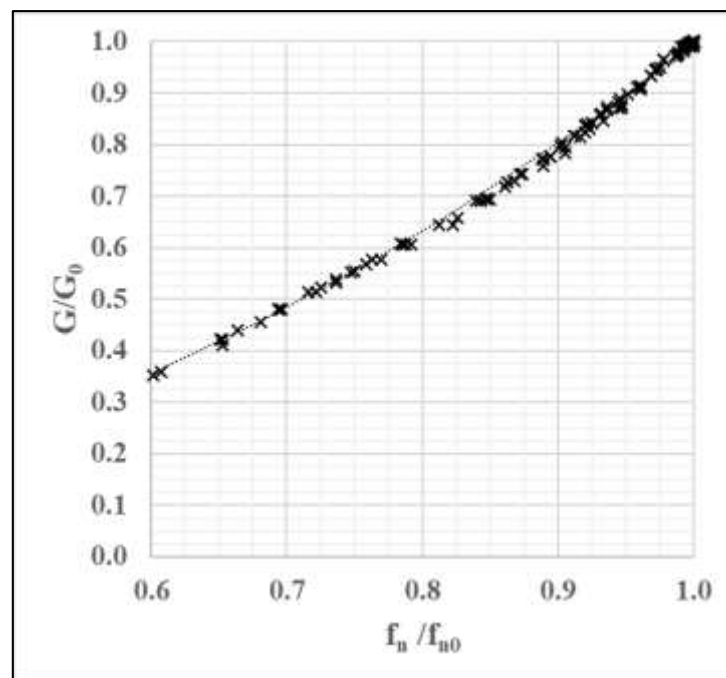


Figura 49. Relación entre módulo y frecuencia de resonancia normalizados.

La curva de ajuste por mínimos cuadrados para la relación resulta dada por:

$$G = G_0 \left(\frac{f_n}{f_{n0}} \right)^2 \quad (7.2.4)$$

La expresión (7.2.4) es independiente de las características de la muestra y del equipo, ya que esta información se encuentra implícita en el valor de f_{n0} . Una vez obtenidos los valores de módulo y frecuencia a muy pequeñas deformaciones, la relación queda definida unívocamente. Además es independiente del parámetro $\gamma_{0.7}$.

En cuanto al amortiguamiento, la **Figura 50** muestra la evolución del factor para el modelo numérico (según el lazo de histéresis de Masing (ec. 5.3.2), con $D_{\min} = 1\%$) como así también el obtenido mediante el procedimiento prescripto por la norma ASTM D4015-15 para iguales condiciones de excitación y deformación. La diferencia observada entre dichas curvas se basa en la limitación de los modelos histeréticos basados en las reglas de Masing que se han desarrollado en el Capítulo 3.

En la misma Figura se han trazado las curvas corregidas mediante los dos modelos propuestos previamente ([13], [25]) para lograr un adecuado ajuste con los resultados obtenidos por la Norma ASTM D4015-15.

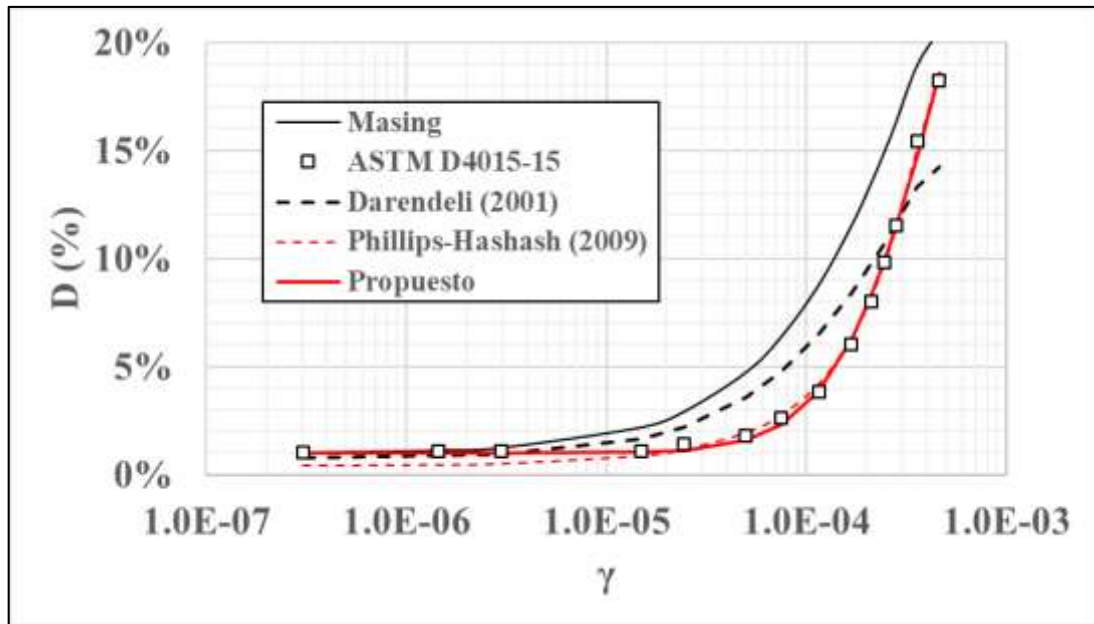


Figura 50. Factor de amortiguamiento vs. frecuencia de resonancia
($G_0 = 100 \text{ MPa}$; $\gamma_{0.7} = 1 \times 10^{-4}$; $D_{\min} = 1\%$).

En la **Figura 51** se observan idénticos resultados pero en este caso cuando $D_{\min} = 0\%$. Tanto en uno como en otro caso, se ha incluido un modelo de ajuste propuesto en este trabajo, basado en la expresión:

$$D = D_{\min} + a \times \left(1 - \frac{G}{G_{\max}} \right)^b \quad (7.2.5)$$

Este modelo introduce dos constantes de ajuste (a y b) y permite incluir un valor fijo para el factor de amortiguamiento mínimo, definido en función de los resultados del ensayo en laboratorio.

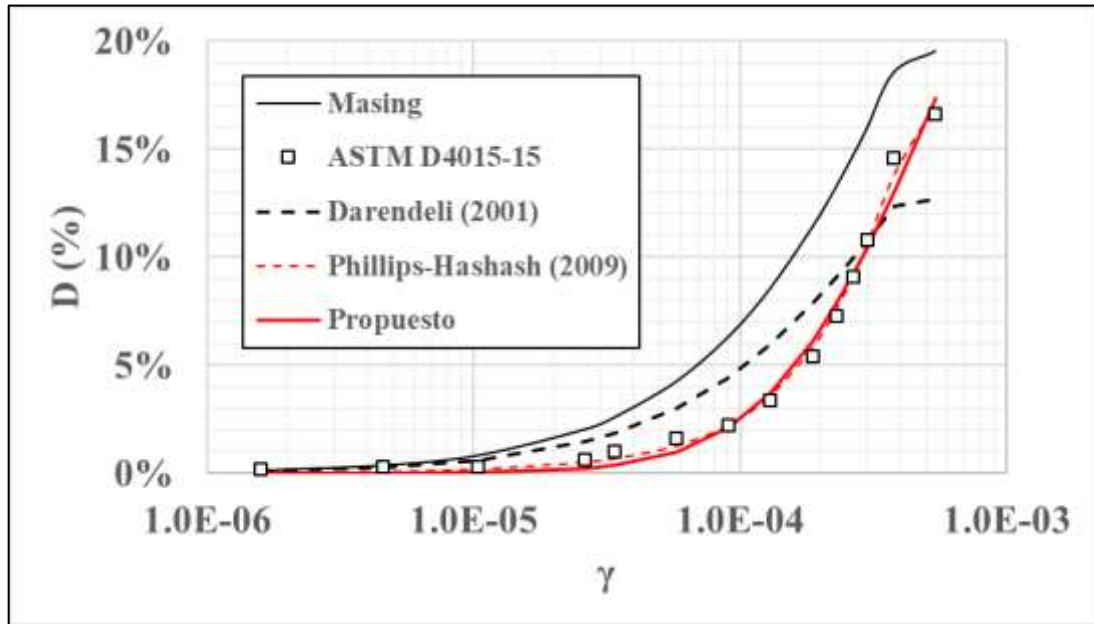


Figura 51. Factor de amortiguamiento vs. frecuencia de resonancia
($G_0 = 100 \text{ MPa}$; $\gamma_{0.7} = 1 \times 10^{-4}$; $D_{\min} = 0\%$).

Los valores de los parámetros obtenidos en el ajuste por mínimos cuadrados resulta:

Para $D_{\min} = 1\%$:

Darendeli: $b = 0,77$

Phillips-Hashash: $p_1 = 0,39$; $p_2 = -1,52$; $p_3 = 2,43$

Propuesto: $a = 0,53$; $b = 2,47$

Para $D_{\min} = 0\%$:

Darendeli: $b = 0,73$

Phillips-Hashash: $p_1 = 0,24$; $p_2 = -1,27$; $p_3 = 1,77$

Propuesto: $a = 0,41$; $b = 2,19$

Los resultados indican claramente que el modelo de Phillips y Hashash presenta una mayor flexibilidad para corregir los factores de amortiguamiento que el de Darendeli, aunque tiende a subestimar los valores para deformaciones menores a 1×10^{-5} . El modelo propuesto produce mejores resultados cuando existe un valor de $D_{\min} > 0\%$, ya que permite ajustar mejor los valores a pequeñas deformaciones sin perder precisión a mayores deformaciones. Sin embargo, pierde

efectividad cuando el valor del factor de amortiguamiento mínimo es igual a cero, como ocurre en un material puramente histerético, donde no existe un amortiguamiento mínimo no nulo.

El error cometido al no realizar ninguna corrección del modelo histerético es muy significativo, particularmente para deformaciones asociadas a valores de entre el 70% y el 50% de G_0 . Estos errores además están del lado de la inseguridad, porque sobreestiman el factor de amortiguamiento para un dado nivel de deformación.

Los resultados sugieren que si se decide utilizar la curva de reducción de módulos obtenida en el ensayo (dada por G_0 y $\gamma_{0.7}$) para estimar directamente el factor de amortiguamiento se comete un error elevado y del lado de la inseguridad. En un análisis dinámico, se sobreestimaré en gran medida el amortiguamiento que aporta el terreno para una determinada deformación.

7.2.3. Correlación entre la frecuencia de resonancia y la deformación

De igual forma que para el módulo de corte, es posible encontrar una relación funcional entre la deformación y la frecuencia de resonancia. En la **Figura 52** se muestra esta relación para los 4 módulos iniciales utilizados, y para valores del parámetro $\gamma_{0.7}$ iguales a 1×10^{-3} y 1×10^{-4} .

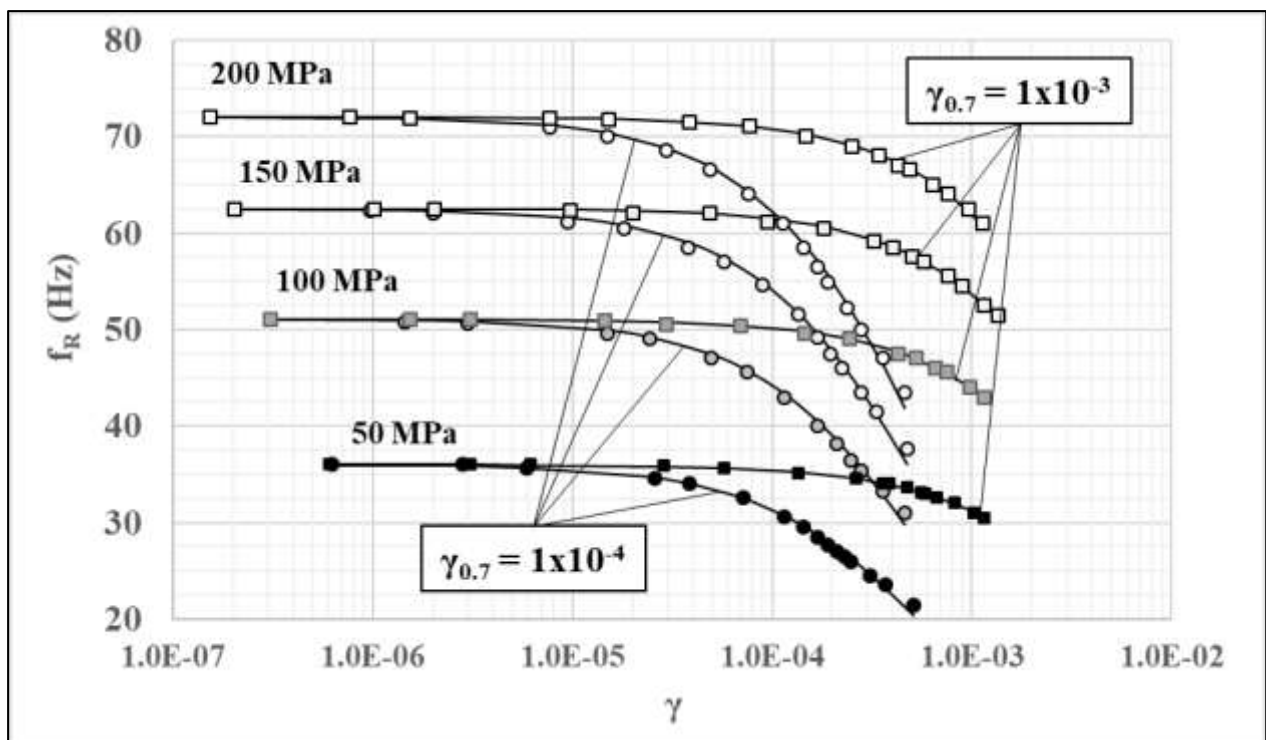


Figura 52. Relación entre la frecuencia de resonancia y la deformación ($D_{\min} = 1\%$).

La forma de estas relaciones sugiere que la frecuencia de resonancia es una función no lineal de la deformación, al igual que el módulo de corte. Una forma posible de esta relación viene dada por:

$$f_r = \frac{f_r^{\max}}{1 + 0.385 \times c \times \frac{\gamma}{\gamma_{0.7}}} \quad (7.2.6)$$

Donde

f_r^{\max} es la frecuencia de resonancia máxima, correspondiente a muy pequeñas deformaciones

c es una constante que se obtiene por ajuste de mínimos cuadrados.

El ajuste sobre los datos obtenidos del modelo indica los valores de la constante c que se detallan en la **Tabla 4**. Se observa que no hay una dependencia en ninguno de los valores de los parámetros del modelo, lo cual sugiere que la expresión (7.2.5) es de carácter general para un material cuyo comportamiento se ajusta al modelo hiperbólico no lineal.

G_0 (MPa)	$\gamma_{0.7}$	
	10^{-4}	10^{-3}
50	0.39	0.40
100	0.40	0.42
150	0.40	0.43
200	0.40	0.42

Tabla 4. Valores de la constante “ c ” obtenida por ajuste de mínimos cuadrados.

Como la frecuencia de resonancia y la deformación se miden por separado en un ensayo de columna resonante, la expresión (7.2.5) se puede utilizar para verificar en qué medida el comportamiento del material se ajusta al del modelo teórico, dados los parámetros de ajuste. El valor de la constante c puede adoptarse igual a 0,40.

7.2.4. Régimen transitorio. Factor de amortiguamiento

En la **Figura 53** se observa la señal correspondiente a un ensayo ($G_0 = 100$ MPa y $\gamma_{0.7} = 1 \times 10^{-4}$). en el cual se aplica la condición de resonancia y luego de un segundo se hace que el par torsor sea nulo, tal como se debería hacer en un ensayo al cortar la energía del motor cuando se utiliza el método de vibraciones libres para medir el factor de amortiguamiento.

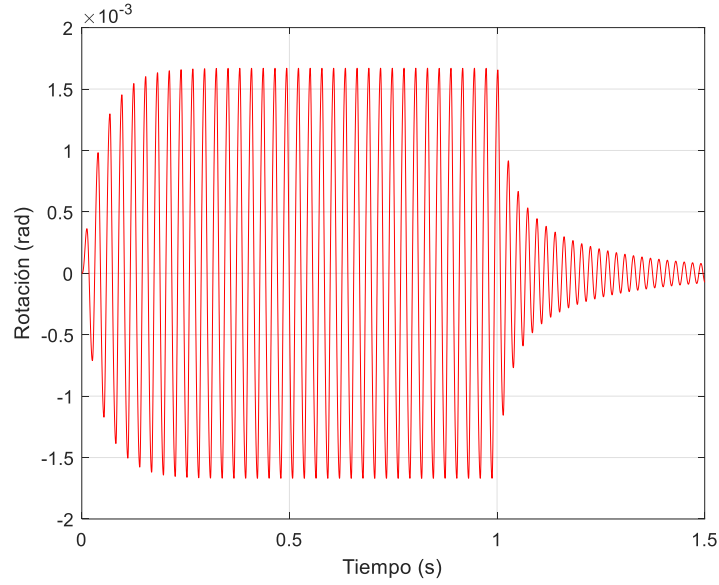


Figura 53. Vibraciones libres para la medición del factor de amortiguamiento ($T_0 = 0.05 \text{ Nm}$; $f=35.4 \text{ Hz}$; $D_{\min} = 1\%$; $\gamma_{0.7} = 1 \times 10^{-4}$).

Como cabría esperar, la respuesta es de tipo subamortiguada. Como se definió en el Capítulo 4, el factor de amortiguamiento vendría dado por:

$$D = \frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{\theta_n}{\theta_{n+1}} \right) \quad (7.2.6)$$

Donde los términos dentro del logaritmo natural corresponden a la rotación medida entre un pico y el pico sucesivo (1 ciclo). También puede calcularse el factor de amortiguamiento promedio para una serie de N ciclos, dado por:

$$D = \frac{1}{2\pi N} \ln \left(\frac{\theta_1}{\theta_N} \right) \quad (7.2.7)$$

En un material de tipo viscoelástico, donde el factor de amortiguamiento no depende del nivel de deformación, el factor de amortiguamiento se mantiene constante ciclo a ciclo. Sin embargo, al considerar un material de tipo histerético esto varía radicalmente: el factor de amortiguamiento es una función no lineal del nivel de deformación cíclica, la cual cambia a cada ciclo. En la **Figura 54** se observa la evolución del factor de amortiguamiento para el caso analizado, donde resulta claro que el valor de D disminuye desde su valor estacionario de forma asintótica hacia su valor mínimo (en este caso 1%).

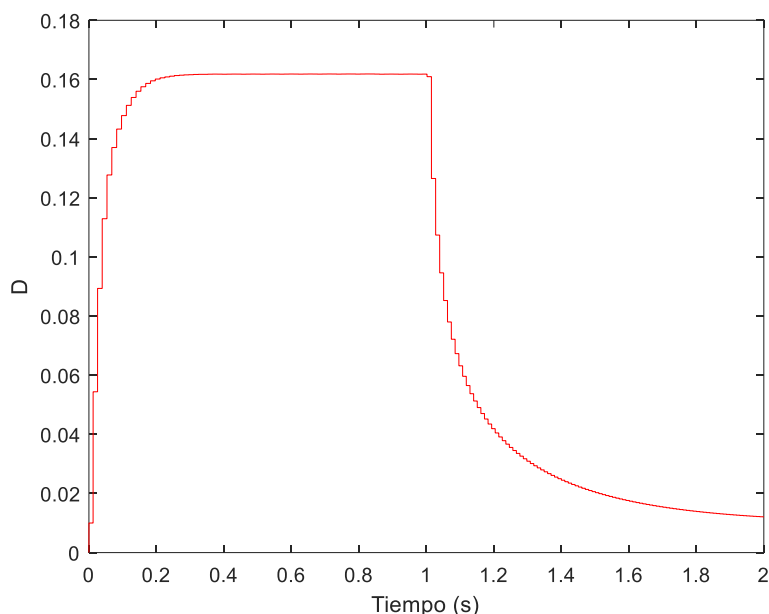


Figura 54. Evolución de D para un material histerético en vibraciones libres.

En función de ello, si intentamos utilizar las expresiones (7.2.6) y (7.2.7) obtendremos resultados diferentes en función de la cantidad de ciclos que consideremos. En la **Figura 55** se observan los valores obtenidos para el primer ciclo y para el promedio de los primeros 5, 10 y 20 ciclos en función de la deformación de corte cíclica alcanzada de manera previa al comienzo de las vibraciones libres cuando el factor de amortiguamiento mínimo es igual a 1% (izquierda) y 0% (derecha). En la misma Figura se han superpuesto los valores supuestos según el modelo hiperbólico y los obtenidos a partir de la Norma ASTM D4015-15 en condiciones estacionarias.

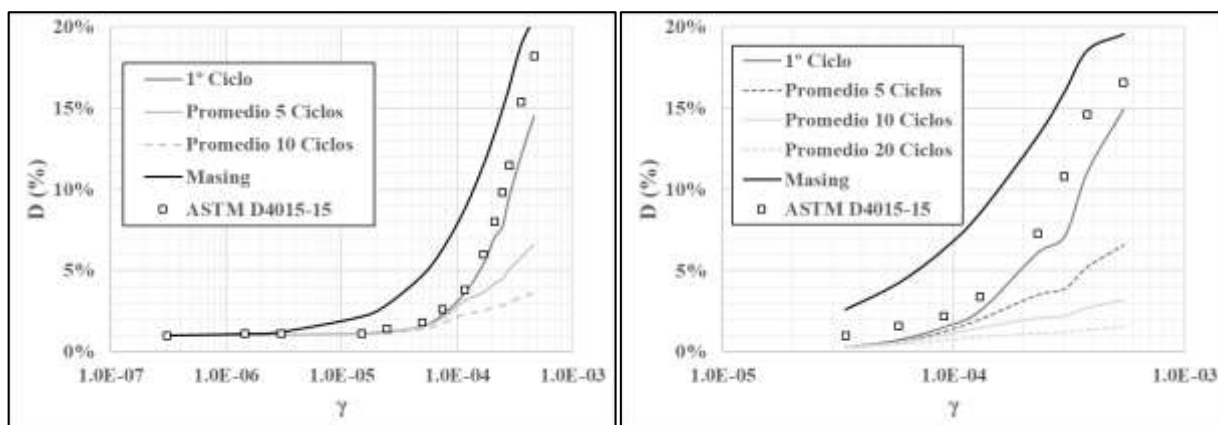


Figura 55. Valores de D obtenidos mediante vibraciones libres para el 1º ciclo y promedio de 5, 10 y 20 ciclos. $D_{\min} = 1\%$ (izquierda) y $D_{\min} = 0\%$ (derecha). ($G_0 = 100 \text{ MPa}$; $\gamma_{0.7} = 1 \times 10^{-4}$).

Resulta evidente que el valor correspondiente al primer ciclo es marcadamente mayor al promedio de 5 ciclos y éste a su vez es mayor al de 10 ciclos (y al de 20 ciclos) para un dado nivel de deformación, debido a lo expuesto previamente. El valor correspondiente al primer ciclo es además

similar al valor estacionario obtenido mediante la Norma ASTM D4015-15 (con excepción de los valores asociados a las mayores deformaciones y cuando $D_{\min} = 0\%$) y en todos los casos menores a los obtenidos del ciclo de histéresis dado por la deformación al inicio de las vibraciones libres.

En la **Figura 56** se puede observar la evolución de la amplitud de los picos de rotación en función de la cantidad de ciclos para distintas intensidades de sollicitación en términos del par torsor T_0 y para los casos de $D_{\min} = 1\%$ (izquierda) y $D_{\min} = 0\%$ (derecha). Aquí se observa que al colocar el eje de rotaciones pico en escala logarítmica, la relación lineal es válida únicamente en los siguientes casos:

- Cuando la sollicitación (y la deformación) en condiciones estacionarias es pequeña, con lo cual el amortiguamiento asociado a la histéresis es muy pequeño frente al viscoelástico (cuando éste es no nulo).
- Cuando la sollicitación (y la deformación) en condiciones estacionarias es mayor, luego de un número determinado de ciclos a partir de los cuales la amplitud cíclica es pequeña con lo cual el factor de amortiguamiento histerético también lo es. El número de ciclos luego de los cuales se aprecia la relación lineal es mayor cuando no existe un valor de amortiguamiento viscoso mínimo.

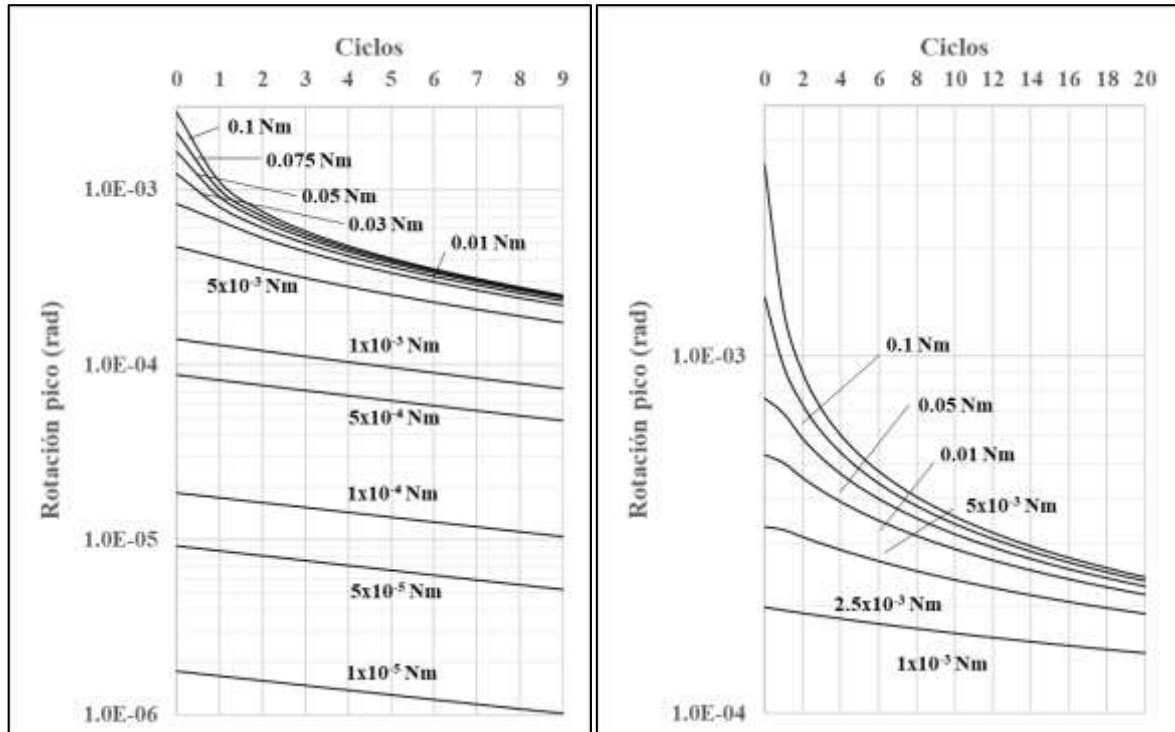


Figura 56. Rotación pico en función del número de ciclos en vibraciones libres. $D_{\min} = 1\%$ (izquierda) y $D_{\min} = 0\%$ (derecha). ($G_0 = 100 \text{ MPa}$; $\gamma_0 = 1 \times 10^{-4}$).

Por otro lado, los valores asociados al primer ciclo muestran cierta afinidad con los que se obtienen en condición estacionaria según los procedimientos de la Norma ASTM D4015-15, y que en todos los casos resultan menores a los asociados al lazo de histéresis en condición estacionaria. Esto sugiere que la reducción de D en un material histerético cuando se suspende la acción del par torsor es muy rápida, y no es probable lograr medir su valor en asociación al nivel de deformación que experimentaba la muestra en condiciones estacionarias (debido a que el primer ciclo será difícil de identificar en general).

En los ensayos de laboratorio no se suelen observar relaciones no lineales cuando se trazan gráficos como los de la **Figura 56**, sino que al cabo de pocos ciclos se establece una relación lineal. Esto sugiere que habitualmente existe un componente relativamente importante de amortiguamiento viscoso, parte del cual puede estar provisto por el amortiguamiento propio del equipo. Aún cuando este se conozca gracias a procedimientos de calibración, no es posible utilizar los resultados en vibraciones libres para separar los distintos efectos.

Las observaciones realizadas permiten concluir que en un material histerético, el valor del factor de amortiguamiento no debería medirse mediante el método de vibraciones libres, debido a que su valor depende de la amplitud de deformación cíclica, la cual varía ciclo a ciclo. El método si es válido en un material de tipo viscoelástico donde dicho factor no depende del nivel de deformación.

7.3. PLAXIS3D

Es este Capítulo se resumen los resultados de las simulaciones llevadas a cabo para validar el modelo en diferentes aspectos. En primer lugar, se busca establecer el comportamiento del mismo bajo la aplicación de un par torsor en forma estática, y con aplicación de ciclos de carga y descarga. En segundo lugar, se introduce el aspecto dinámico, aplicando el par torsor en forma dinámica y analizando los resultados tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de las frecuencias.

7.3.1. Análisis estático

7.3.1.1. Modelo elástico lineal

Las simulaciones indicadas en la **Tabla 3** permiten verificar las hipótesis esbozadas en el punto 5.5 sobre el comportamiento del modelo numérico bajo un par torsor estático cuando se utiliza el modelo elástico lineal. Se resumen los resultados más relevantes para el caso $T = 0,25 \text{ Nm}$ y $G = 75 \text{ MPa}$.

Como se observa en las **Figura 57** y **58**, el patrón de desplazamientos calculado por PLAXIS3D coincide con lo previsto en la descripción del ensayo de columna resonante. La variación del desplazamiento en sentido vertical es lineal, siendo éste nulo en la base y máximo en la cabeza. De igual forma, la variación de desplazamiento en el sentido radial es lineal, con un valor nulo en el eje y máximo a una distancia de éste igual al radio de la muestra. El desplazamiento vertical es despreciable en todos los puntos frente al desplazamiento radial.

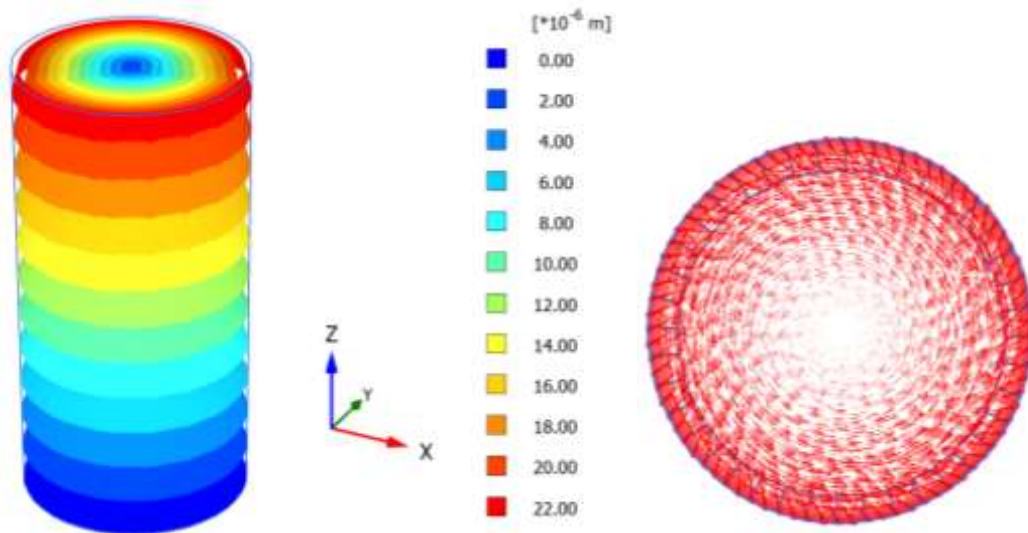


Figura 57. Patrón de desplazamientos en 3 dimensiones (izquierda) y esquema de desplazamientos en planta (derecha) para un par torsor $T = 0,25$ Nm y $G = 75$ MPa.

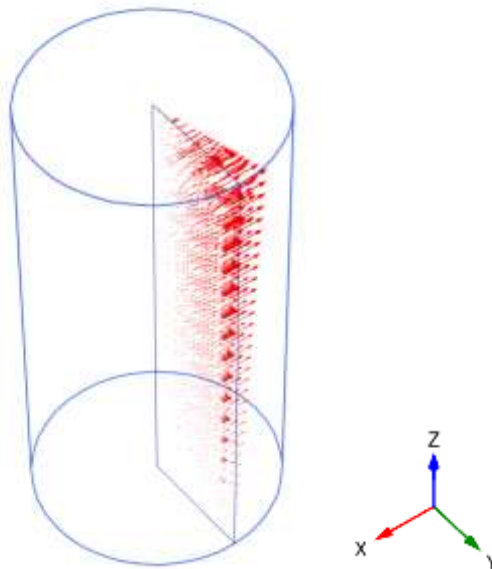


Figura 58. Patrón de desplazamientos en una sección vertical.

En la **Figura 59** se muestra el patrón de variación de los invariantes de deformación $(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)/2$ y de tensión $(\sigma_1 - \sigma_3)/2$ y de la deformación asociada a lo largo de la muestra. Se observa que

ambos valores son constantes en altura, lo cual coincide con la distribución líneal en altura observada para los desplazamientos horizontales. La variación radial es lineal, con valor nulo en el centro y máximo en el borde externo de la muestra, tal como se esquematizó en la **Figura 26**.

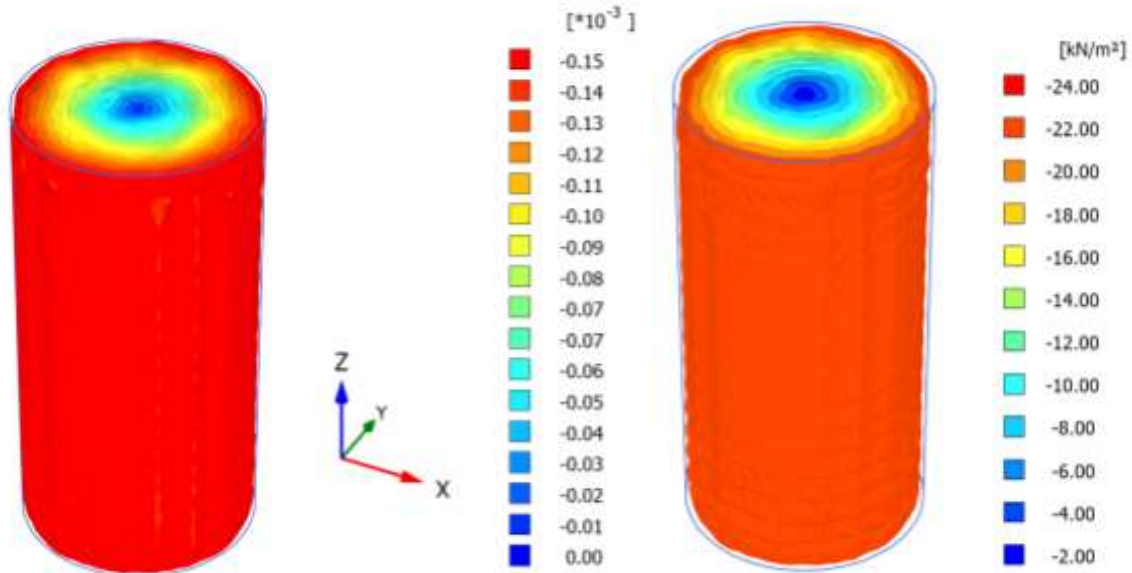


Figura 59. Patrón de variación para los invariantes de deformación $(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)/2$ (izquierda) y de tensión $(\sigma_1 - \sigma_3)/2$ (derecha) para un par torsor $T = 0,25 \text{ Nm}$ y $G = 75 \text{ MPa}$.

En la **Figura 60** se observa que existe un muy buen ajuste entre la rotación de la cabeza de la muestra y la expresión (6.5.2), lo cual implica que el modelo representa adecuadamente el comportamiento de una barra circular sometida a un par torsor estático.

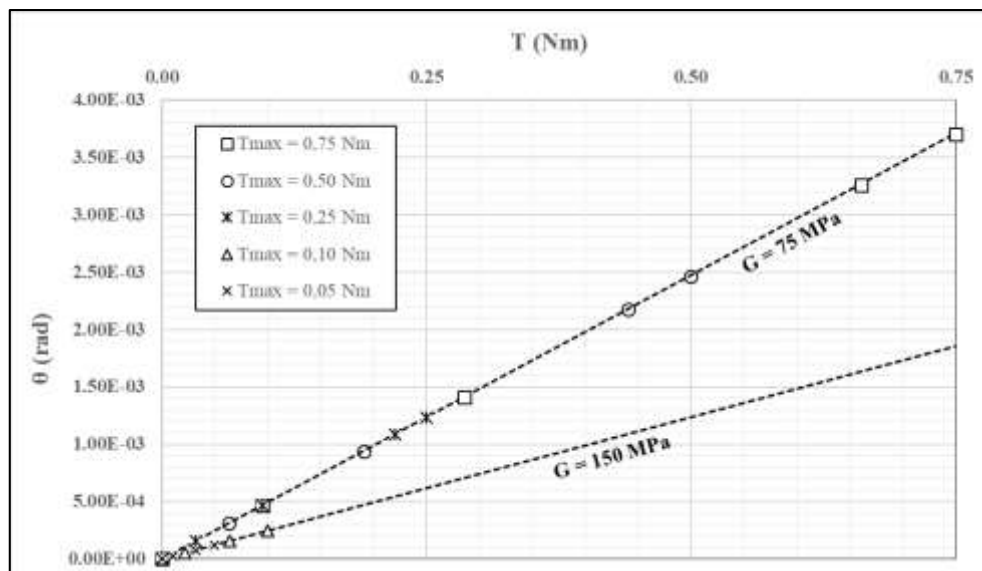


Figura 60. Relación T vs. θ calculada en el modelo y según modelo analítico de barra torsionada.

7.3.1.2. Modelo HS-Small

7.3.1.2.1. Análisis de trayectorias de carga, inversión y recarga

En la **Figura 61** se representa la curva par torsor vs. deformación de corte media para 3 niveles seleccionados de presión de confinamiento, en un primer escalón de carga. La deformación de corte media se calculó en este caso mediante la fórmula (4.2.19), obteniendo del modelo numérico el desplazamiento horizontal de un punto en la cabeza de la muestra, en dirección perpendicular al radio.

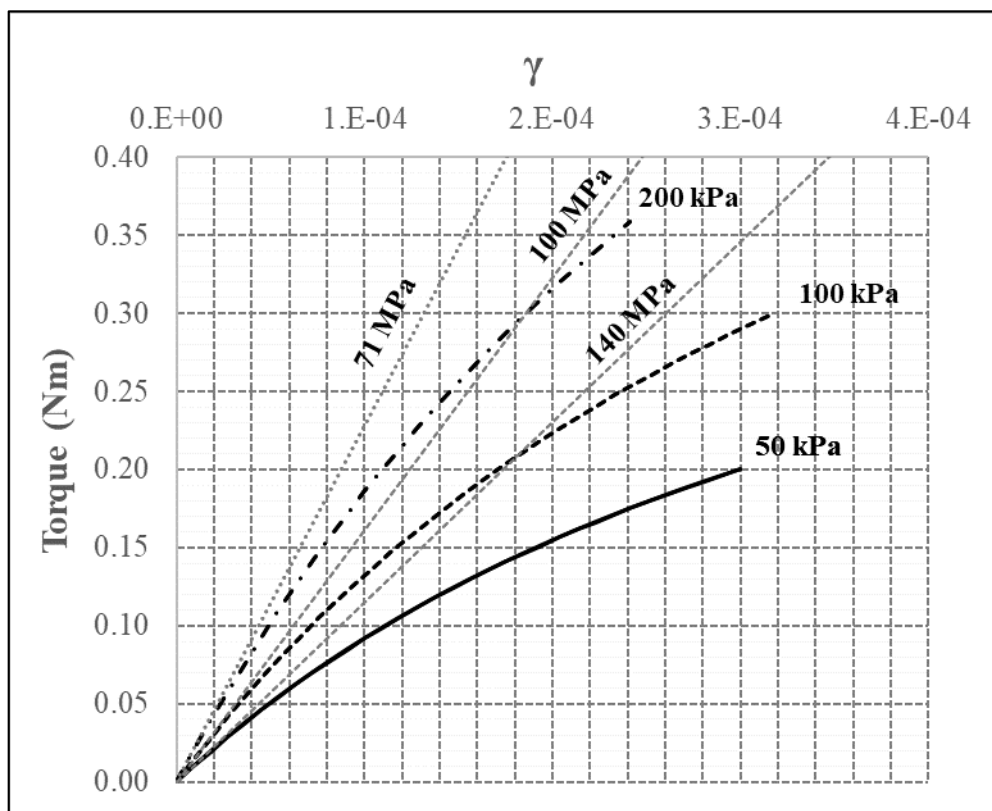


Figura 61. Par torsor vs. deformación de corte media (negro: Modelo HS-Small ; gris: elasticidad lineal) para presiones de confinamiento de 50, 100 y 200 kPa.

El efecto de la presión de confinamiento es claro, haciendo que la rigidez inicial sea mayor cuanto mayor es dicho confinamiento. Según la expresión (3.5.14), el módulo de corte máximo (inicial) para 50, 100 y 200 kPa resulta respectivamente 71, 100 y 140 MPa (para los parámetros utilizados), lo cual supone un buen acuerdo con los resultados observados en la **Figura 61**. En términos globales, la rigidez disminuye con la deformación de corte media.

En la **Figura 62** se observan los lazos de histéresis resultantes al aplicar una inversión y posterior recarga con un par torsor igual a 0,20 Nm, para 50 kPa y 200 kPa de presión de confinamiento. En

la **Figura 63** se observan los lazos de histéresis resultantes de aplicar una inversión y posterior recarga con valores de par torsor de 0,20, 0,30 y 0,40 Nm para una presión de confinamiento igual a 100 kPa.

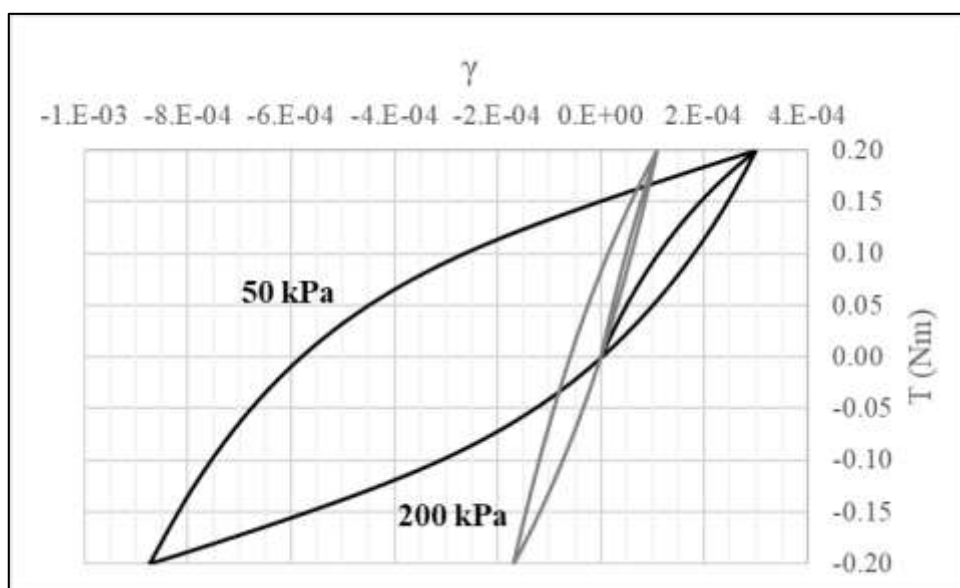


Figura 62. Lazos de histéresis para $T = 0,20$ Nm y $p = 50$ y 200 kPa.

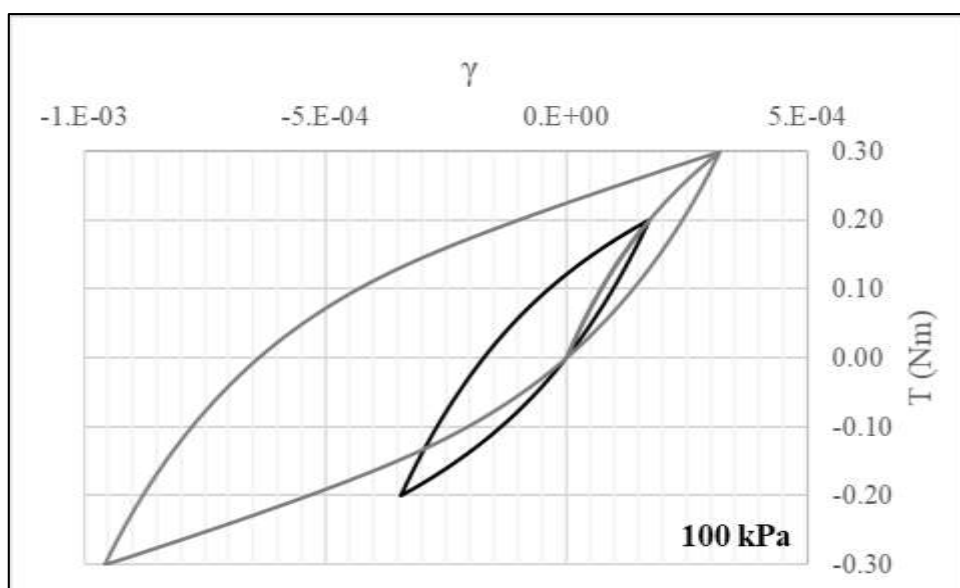


Figura 63. Lazos de histéresis para $T = 0,20 / 0,30$ y $p = 100$ kPa.

De la observación de las **Figura 62** y **63** se desprende que:

- Se observa que las curvas de carga, descarga y recarga cumplen con la regla de Masing impuesta por el modelo HS-Small. Esto implica que el centro del lazo de histéresis no se ubica en el origen de coordenadas, sino que está desplazado hacia el lado opuesto al de la primera carga.

- El desplazamiento lateral del lazo de histéresis es mayor cuanto menor es la presión de confinamiento para un dado par torsor, y es mayor cuanto mayor es el par torsor para un dado valor de la presión de confinamiento.
- Para un dado nivel de par torsor, a mayor presión de confinamiento el lazo se hace más vertical y de menor tamaño. Esto significa que el suelo se vuelve más rígido.
- Para un mismo nivel de par torsor, la deformación es mayor cuando la presión de confinamiento es menor.

7.3.1.2.2. Módulo secante y deformación

En este punto se analiza el comportamiento mecánico dentro de la muestra cuando el material se comporta según el modelo HS-Small para las siguientes etapas:

- Carga inicial desde par torsor nulo hasta un valor dado por:
 - 0,30 Nm para una presión de confinamiento 50 kPa
 - 0,60 Nm para una presión de confinamiento 100 kPa
 - 1,00 Nm para una presión de confinamiento 200 kPa
- Inversión del par torsor hasta un valor negativo e igual al máximo para cada escalón de presión de confinamiento
- Recarga hasta el valor máximo de par torsor alcanzado en la etapa de carga inicial

Para validar el uso de la deformación media como parámetro de comparación, es necesario compararla con la deformación que experimentan los distintos elementos que componen la muestra. Definimos como “deformación promedio” a la que resulta de promediar la deformación de corte (ε_1 - ε_3) en todos y cada uno de los puntos de gauss (en total 4 x 8843 elementos = 35372), y “deformación media” a la que resulta de aplicar la expresión (4.2.19) y obtener el desplazamiento horizontal de un punto en la cabeza de la muestra en dirección perpendicular al radio.

En la **Figura 64** se observa el error relativo entre la deformación de corte promedio y la deformación de corte media para todos los casos analizados, en todo el rango de deformación alcanzado. Este error relativo fue calculado según:

$$\varepsilon_r = \frac{|\gamma_{med} - \gamma_{prom}|}{\gamma_{med}} \% \quad (7.3.1)$$

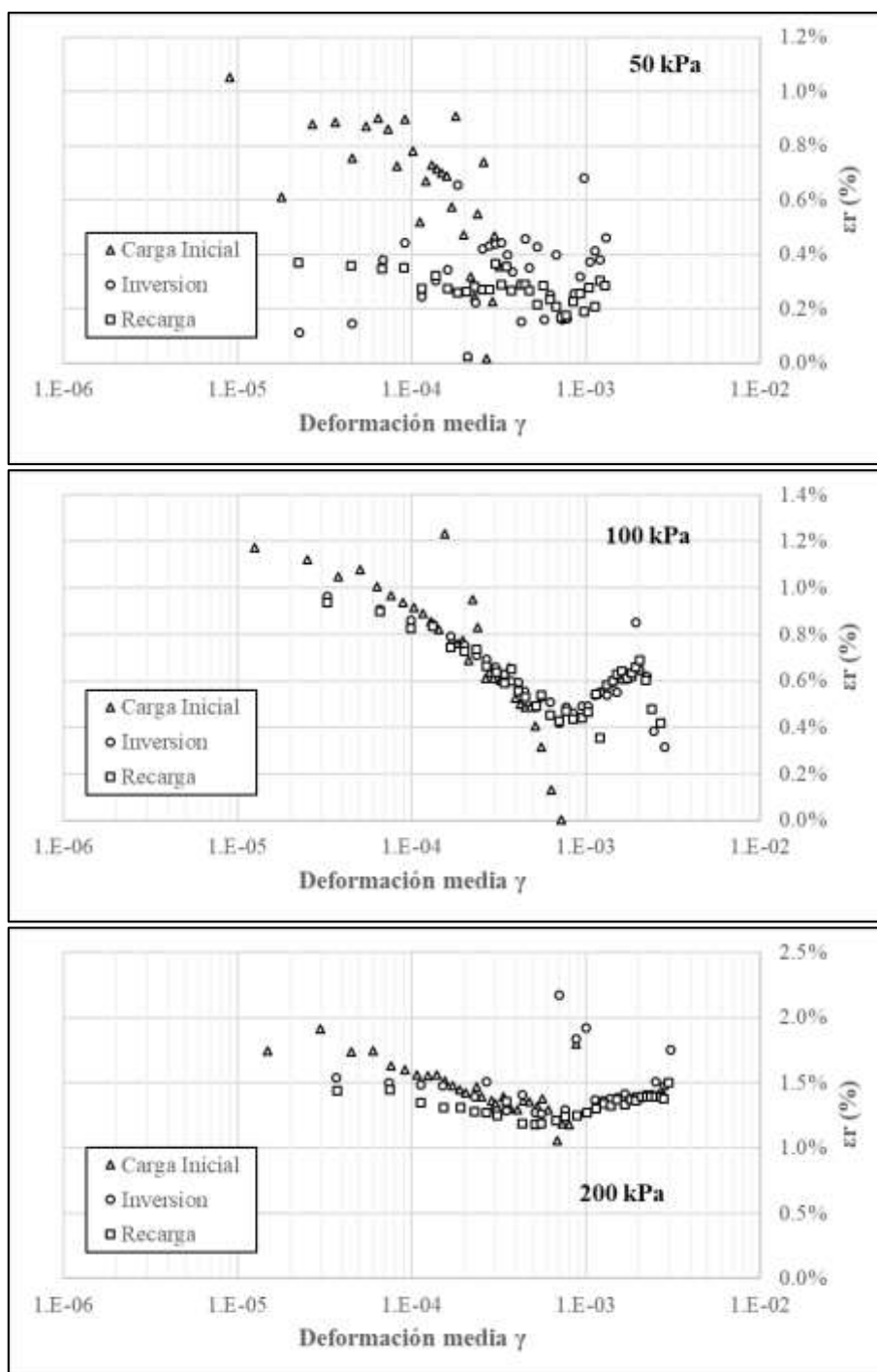


Figura 64. Error relativo entre deformación media y promedio.

El error relativo calculado resulta en general menor al 1%, con excepción del escalón de 200 kPa, donde resulta del orden de 1,5%. Esto significa que al calcular la deformación media en la muestra utilizando el desplazamiento horizontal de un punto en la cabeza y aplicando la expresión (4.2.19) el error es pequeño, y por lo tanto este procedimiento está justificado. En consecuencia, de aquí en adelante se utiliza la deformación media como parámetro fundamental de análisis.

De igual manera que para la deformación, se puede obtener el módulo de corte secante promedio que resulta de todos y cada uno de los puntos de gauss. Si además se calcula el valor normalizado

de dicho módulo y se lo asocia a la deformación, es posible comparar la respuesta global del modelo numérico con la que debería producir el modelo constitutivo Hs-Small. En la **Figura 65** se muestra esta comparación para los 3 niveles de presión de confinamiento utilizados.

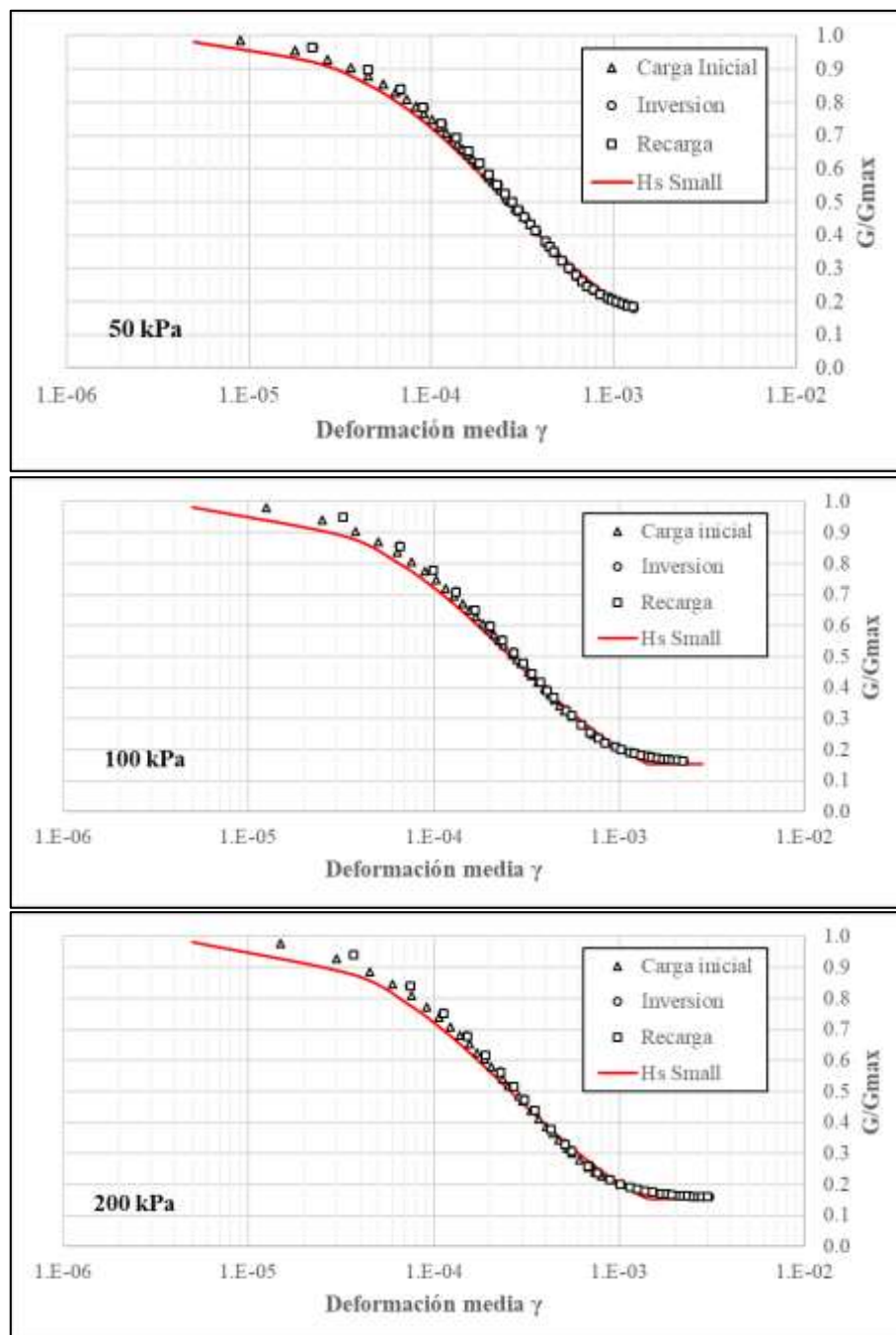


Figura 65. Módulo de corte normalizado (numérico y teórico).

En general se muestra un cierto acuerdo, aunque existe una diferencia entre el modelo constitutivo y el resultado numérico que no es constante con el nivel de deformación. Se observa además que el escalón de carga inicial es diferente a los de inversión y recarga, los cuales son idénticos entre sí.

7.3.1.2.3. Evolución de las tensiones principales

En la **Figura 66** se observa la evolución de las tensiones principales (σ_1 , σ_2 , σ_3 y p) promedio en la muestra en función del par torsor aplicado.

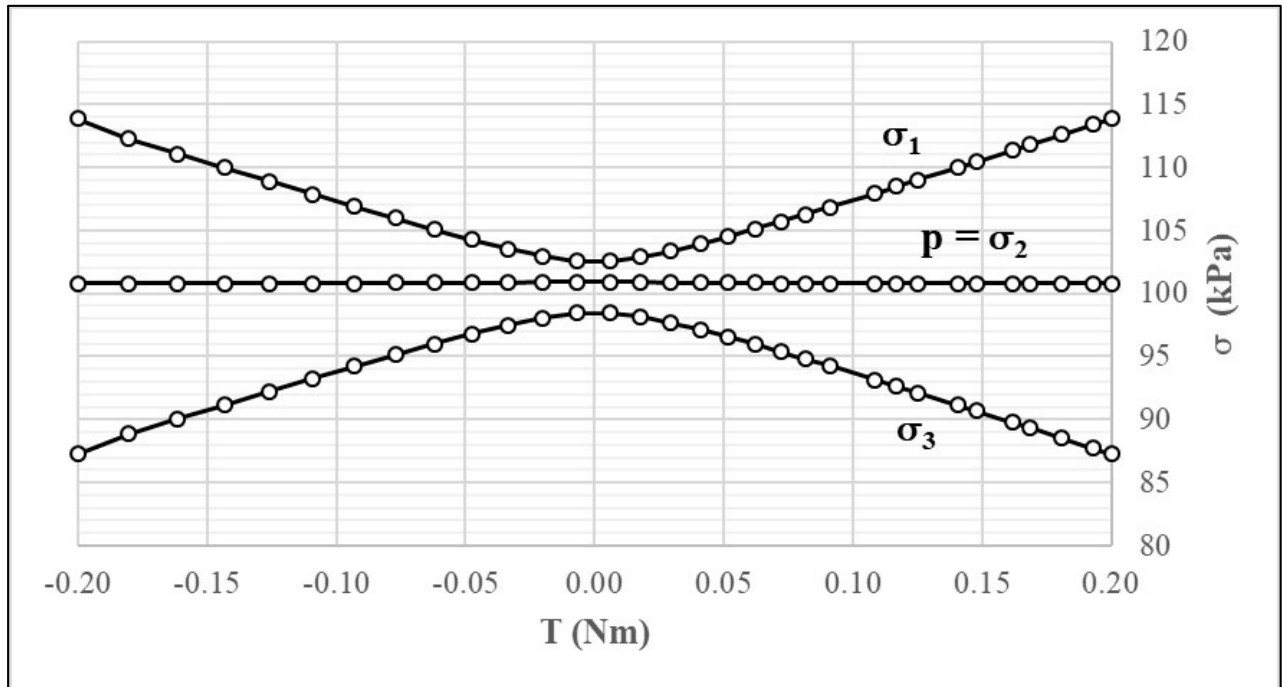


Figura 66. Tensiones principales promedio.

De esto se desprende que las tensiones principales máxima y mínima son función del nivel de sollicitación aplicado, mientras que la tensión principal intermedia se mantiene constante. Cuando el par torsor aplicado es nulo, las tensiones principales tienden a igualarse, tal como resulta de un estado tensional isótropo. A medida que la magnitud del par torsor aumenta, la tensión principal menor disminuye y la tensión principal mayor aumenta.

Esta variación de magnitudes va acompañada de un giro en la dirección de las mismas, tal como se observa en la **Figura 67**. La tensión principal mayor se inclina alejándose de la vertical, mientras que la tensión principal menor se inclina alejándose de la horizontal en la dirección circunferencial. La tensión principal intermedia no rota, manteniéndose sobre la dirección radial.

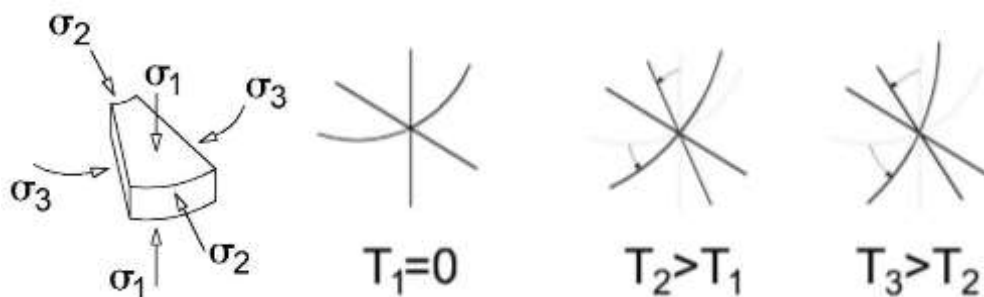


Figura 67. Rotación de las tensiones principales.

Se debe recordar que PLAXIS calcula el valor del módulo de corte inicial en función de la expresión (3.5.14), que utiliza el valor de la tensión principal menor σ_3 . Esto significa que el valor del módulo de corte inicial varía en función del par torsor aplicado. El módulo de corte secante normalizado, en consecuencia, resulta una función del módulo de corte inicial y de la deformación de corte media, y ambos resultan variables a cada paso. Como la tensión principal menor disminuye con el par torsor, el módulo de corte máximo disminuye al aumentar la magnitud de la sollicitación, tal como se observa a modo de ejemplo en la **Figura 68** para la etapa de recarga y presión de confinamiento igual a 100 kPa.

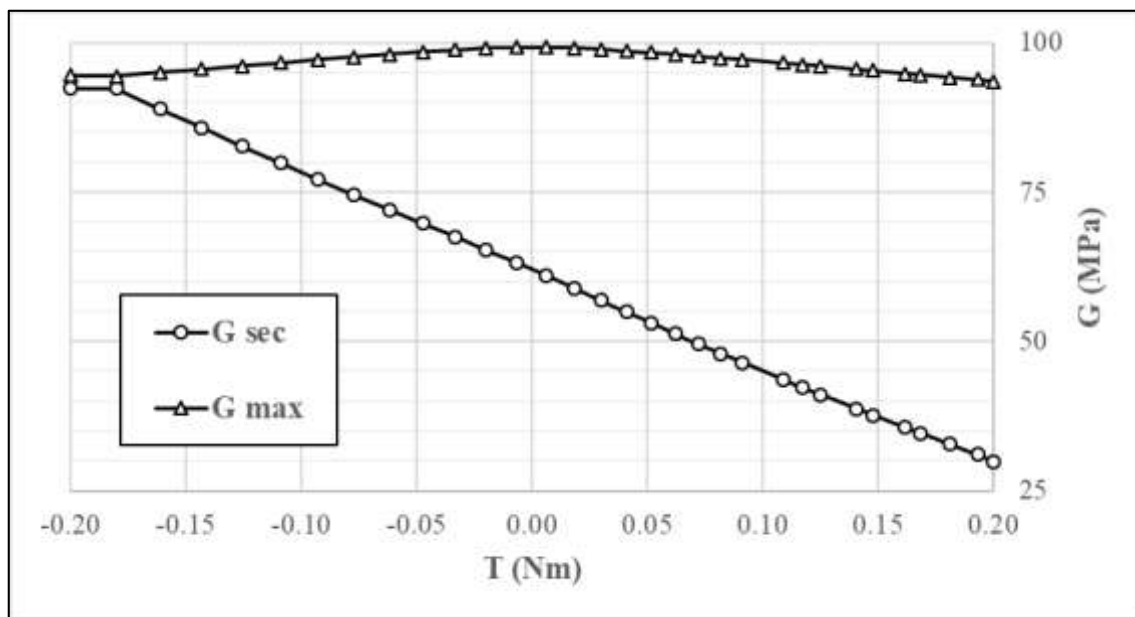


Figura 68. Módulo de corte inicial y secante vs. par torsor en la etapa de inversión y $p = 100$ kPa.

Este comportamiento es consecuencia de la dependencia del módulo de corte máximo con la tensión principal menor. Si en cambio se utilizara una dependencia con respecto a la presión media (p), el módulo de corte máximo sería constante para cualquier nivel de sollicitación.

Para evitar el efecto de la rotación de tensiones en el valor de G_{\max} , de aquí en adelante se utiliza un valor nulo para el parámetro “ n ” que define la dependencia de la rigidez inicial con el confinamiento. En consecuencia, la variación en la tensión principal menor durante la rotación no afecta el valor de la rigidez inicial.

7.3.1.2.4. Variación de la rigidez dentro de la sección

Según la formulación del modelo constitutivo desarrollada en el Capítulo 3, el módulo de corte secante es un parámetro de estado que varía elemento a elemento (de hecho asume un valor diferente para cada punto de gauss) a cada paso de cálculo. Para un determinado valor del par torsor, y debido al estado de tensiones y deformaciones impuesto sobre la muestra en el ensayo de

columna resonante, los puntos ubicados sobre la superficie externa lateral serán aquellos que experimentan la deformación de corte máxima, mientras que los puntos ubicados sobre el eje de la muestra tendrán una deformación nula. Como el módulo de corte secante es una función inversa de esta deformación, es de esperar que asuma valores mínimos en la superficie lateral y máximos en el eje.

En la **Figura 69** se observa la evolución del módulo de corte secante en el caso de $p = 100$ kPa para las 3 etapas de carga. Resulta evidente que el módulo empieza a reducirse en los extremos y mantiene su valor máximo en el centro, debido al patrón de deformaciones. Al aproximarse al par torsor máximo, existe un valor mínimo del módulo de corte que resulta igual al definido por el modelo elastoplástico HS (G_{ur}). Esto hace que se pierda eventualmente la linealidad en la distribución del módulo de corte secante dentro de la sección, tal como se observa en la 4ª columna de la citada Figura.

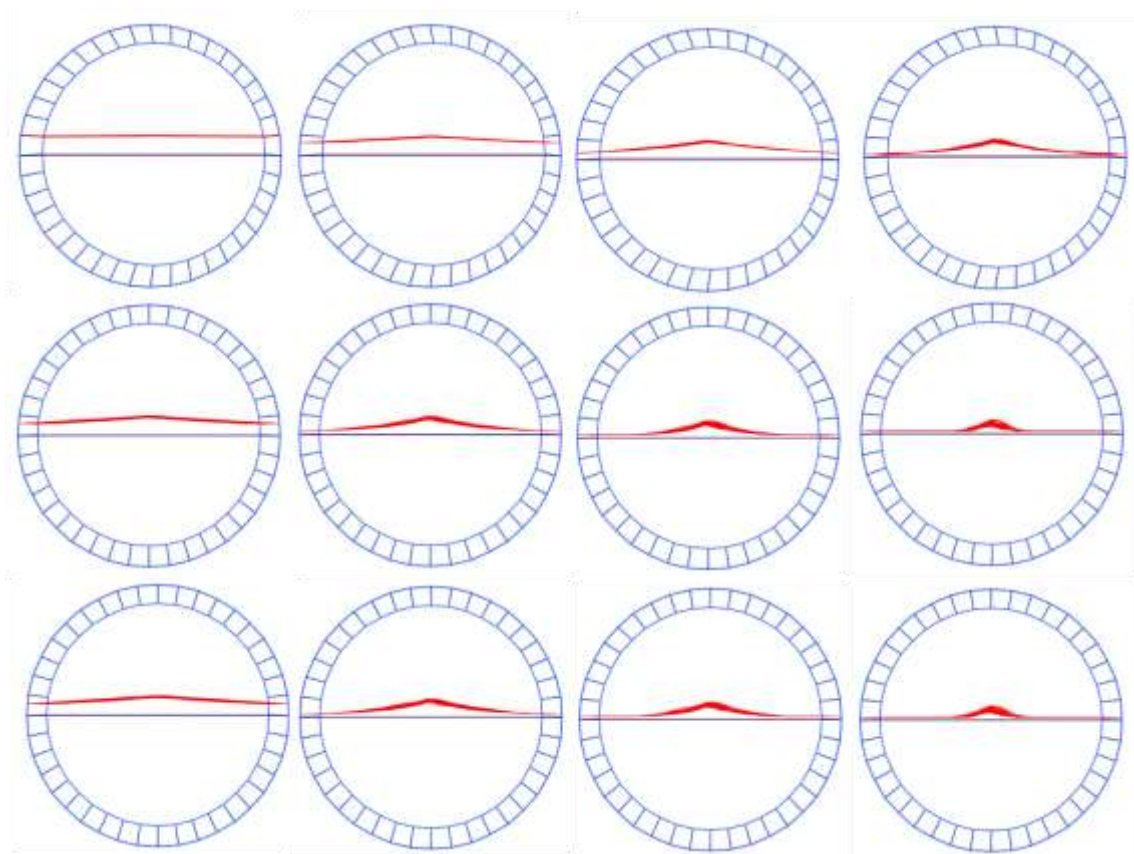


Figura 69. Evolución del módulo de corte secante (sección transversal en el centro de la probeta) para carga inicial (fila 1), inversión (fila 2) y recarga (fila 3) con par torsor aumentando de izquierda a derecha ($p = 100$ kPa).

En la **Figura 70** se muestra la cantidad total y el porcentaje sobre el total de puntos plastificados en la muestra en función de la deformación media para las trayectorias de carga inicial, inversión y recarga, y para las 3 presiones de confinamiento utilizadas.

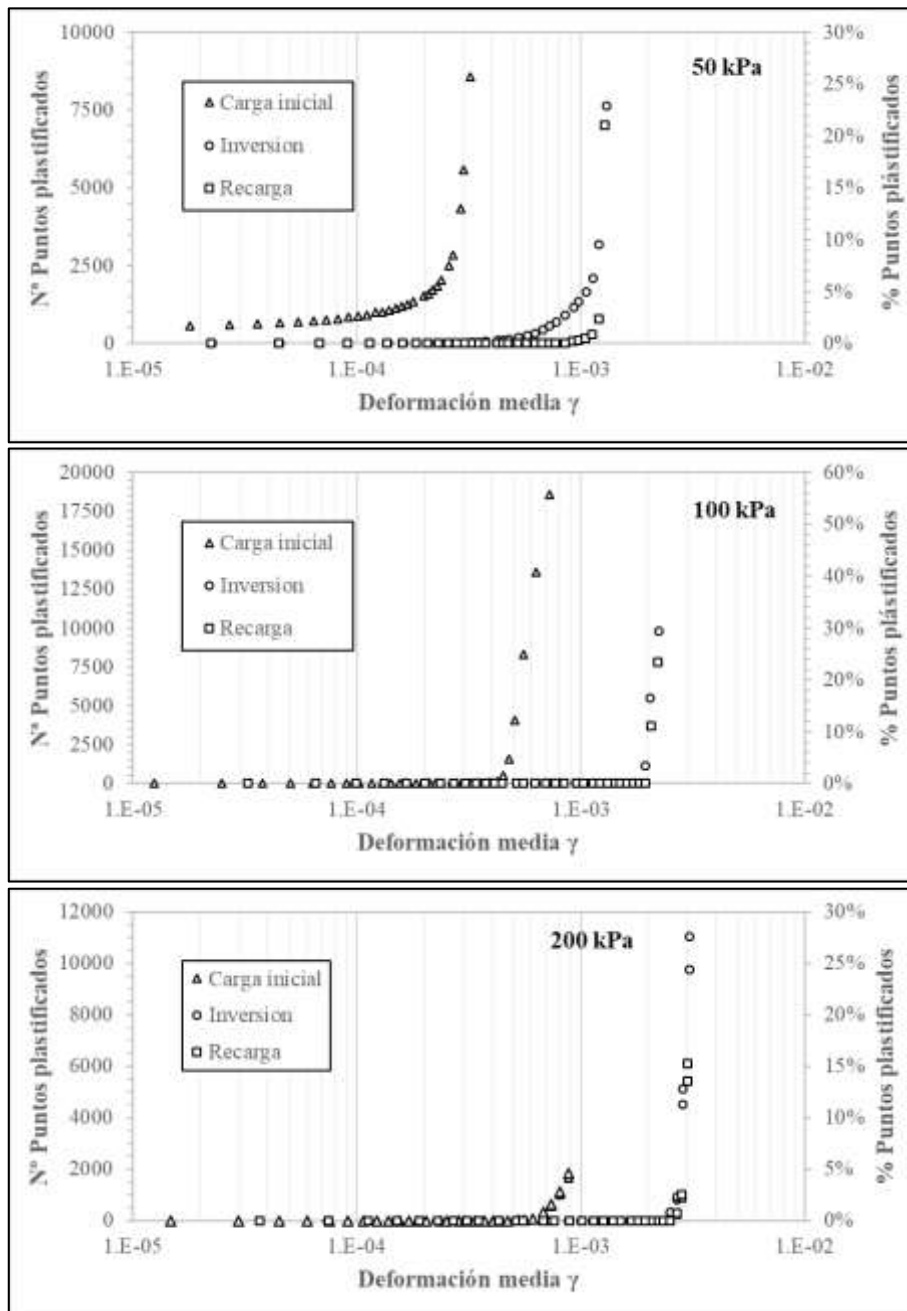


Figura 70. Número de puntos plastificados vs. deformación media para tres presiones de confinamiento.

En la **Figura 71** se muestran en color verde los puntos plastificados y en violeta los puntos en estado elástico en la muestra cuando la deformación media es igual a $2,2 \times 10^{-3}$ y la presión de confinamiento es igual a 100 kPa. Resulta claro que los puntos que primero plastifican son aquellos ubicados en la parte externa y el fenómeno se va extendiendo hacia adentro a medida que aumenta la deformación, como cabría esperar. Los puntos ubicados en la cabeza y en la base de la muestra se mantienen en régimen elástico debido a que han sufrido concentraciones de tensiones en las etapas previas y por lo tanto en ellos la superficie de fluencia es más amplia.

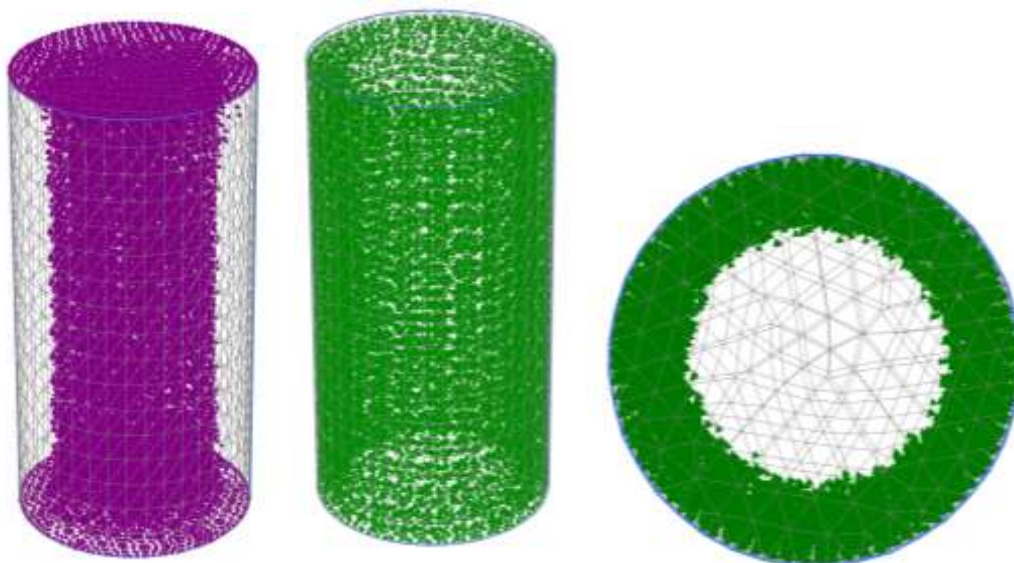


Figura 71. Puntos elásticos (izquierda) y plastificados en elevación (centro) y en planta (derecha).
 $p = 100 \text{ kPa}$; $\gamma = 2,2 \times 10^{-3}$.

De las **Figuras 70 y 71** se desprende que:

- Existe un umbral para el cual la distribución del módulo secante dentro de la sección deja de ser lineal. Este umbral se denominará de aquí en adelante como umbral de linealidad (“ γ_{el} ”).
- Existe además un umbral de deformación por encima del cual la cantidad de puntos plastificados en la muestra se dispara. De aquí en adelante se denominará al mismo como “umbral de plastificación “ γ_{pl} ”.
- El umbral de plastificación es más alto para las etapas de inversión y recarga que para la de carga inicial. Esto significa que al aplicar sucesivos ciclos se consigue aumentar el tamaño de la superficie de fluencia.
- El umbral de plastificación crece con la presión de confinamiento

Los umbrales γ_{pl} y γ_{el} no deben confundirse con los definidos en el Capítulo 2.

En función de los resultados expuestos, es posible definir valores para los umbrales de linealidad y plastificación para cada una de las situaciones analizadas:

p (kPa)	Límite de plastificación		Límite de linealidad	
	γ_{pl}	G/G0	γ_{el}	G/G0
50	9.7E-04	0.21	5.2E-04	0.33
100	1.9E-03	0.15	5.5E-04	0.32
200	2.5E-03	0.15	5.1E-04	0.34

Tabla 5. Umbrales de deformación.

En la misma Tabla se indican también el valor del módulo de corte normalizado respecto del máximo cuando la deformación toma el valor correspondiente al umbral. Estos valores se han

obtenido trazando las curvas de degradación a partir de los resultados obtenidos en el modelo para los procesos de carga, descarga y recarga. Los valores del umbral de no linealidad dependen fundamentalmente del parámetro $\gamma_{0.7}$, que define la tasa de reducción de la rigidez con la deformación. Los valores del umbral de plastificación dependen de la superficie de fluencia, que dependen de la historia de tensiones previa y del nivel de sollicitación (par torsor).

La definición de los umbrales es útil a efectos de analizar el error resultante entre la simulación numérica y la curva teórica de degradación del modelo HS-Small, como así también para establecer las deformaciones máximas a alcanzar en las simulaciones dinámicas. Para que el comportamiento de la muestra refleje la respuesta de un material elástico no lineal sin interferencia de la no linealidad del módulo de corte secante dentro de la sección ni de la plastificación de los puntos extremos, es necesario mantener la deformación por debajo de ambos umbrales. En la práctica esto significa que la excitación en términos del par torsor deberá ser menor a aquella que produzca una deformación igual al umbral de no linealidad en condiciones de resonancia.

7.3.1.2.5. Muestras no precondicionadas

La principal diferencia que existe entre una muestra precondicionada, como las estudiadas hasta aquí, y una muestra sin precondicionar (de tipo “normalmente consolidada”), es que esta última experimenta un comportamiento inicial diferente. En la **Figura 72** se muestra un ciclo de histéresis para el primer ciclo en una muestra de este tipo (en líneas continuas negras) y para el segundo ciclo (en líneas continuas grises).

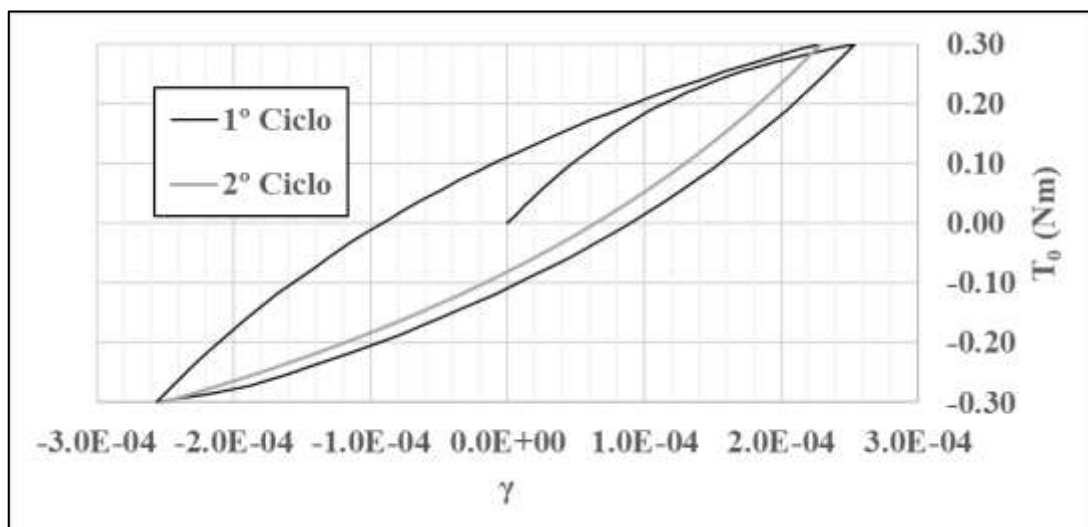


Figura 72. 1º y 2º ciclo de histéresis en una muestra no precondicionada.

Se observa que en la diferencia fundamental entre el primer y segundo ciclo es que en el primero se alcanza una deformación mayor, por la ocurrencia de deformaciones plásticas. A partir del

segundo ciclo, y para los ciclos sucesivos, esta diferencia desaparece y la deformación cíclica se mantiene constante. Esto sucede porque la muestra expande su espacio elástico en el primer ciclo y posteriormente se mantiene dentro del mismo. Las deformaciones plásticas del primer ciclo se deben tanto a cambios en las superficies asociadas al endurecimiento volumétrico (cap) como al endurecimiento por cortante (hardening).

En un ensayo dinámico, estas deformaciones no tienen relevancia porque se producen en el primer ciclo completo en el cual se alcanza el valor máximo del par torsor, y posteriormente la muestra se mantiene en estado elástico.

7.3.2. Análisis dinámico

7.3.2.1. Modelo elástico lineal

En este punto se analizan los resultados obtenidos al aplicar una excitación armónica a la muestra cuando ésta se comporta de acuerdo al modelo constitutivo elástico lineal. Esto corresponde a los análisis indicados en la **Tabla 3**.

En la **Figura 73** se muestran los resultados en términos de la rotación en la cabeza de la muestra. Las líneas continuas corresponden a la solución analítica desarrollada en el punto 4.4 y las cruces rojas corresponden a los resultados de la simulación numérica.

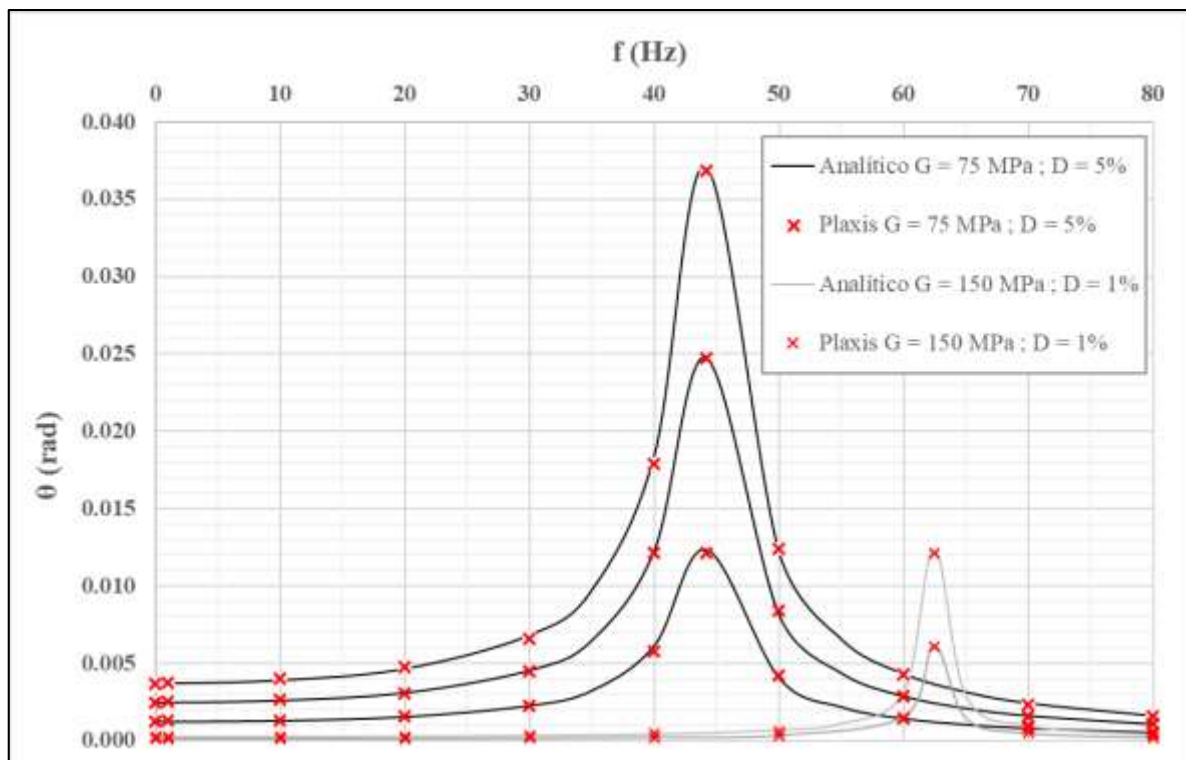


Figura 73. Rotación en la cabeza de la muestra vs. frecuencia para diferentes niveles de excitación.

Se observa que la solución numérica obtenida mediante PLAXIS3D coincide casi exactamente con la solución analítica. Esto quiere decir que el modelo numérico es capaz de predecir correctamente la frecuencia de resonancia del sistema muestra-cabezal y la amplitud de la oscilación dado un nivel de excitación, de igual modo que el modelo numérico implementado en MATLAB.

De igual modo, se observa que al aumentar la rigidez del suelo, la frecuencia de resonancia se hace mayor y la amplitud de la oscilación se hace menor, lo cual concuerda observado en los ensayos de laboratorio. La frecuencia de resonancia es independiente del nivel de excitación, tal como lo predice la solución analítica para un material elástico lineal. Por último, se desprende de los resultados que a mayor factor de amortiguamiento, la curva de respuesta en frecuencias se hace más ancha o “acampanada”, mientras que cuando el factor de amortiguamiento es más pequeño ésta presenta un pico más agudo.

7.3.2.2. Modelo HS-Small

En este punto se analizan los resultados de las simulaciones numéricas llevadas a cabo sobre la muestra cuando ésta se comporta según el modelo HS-Small. A diferencia de lo que ocurre en un material elástico lineal, la rigidez en este caso es variable en función de la deformación de corte.

En la **Figura 74** se observa que la relación entre el módulo de corte medio en la muestra para el modelo 3D (con $G_0 = 100$ MPa) coincide aproximadamente con los resultados de la simulaciones para el modelo unidimensional y con la interpretación clásica de laboratorio, tanto para el caso donde existe un amortiguamiento mínimo ($D_{\min} = 1\%$) como para aquel donde éste es nulo ($D_{\min} = 0\%$). Debido a la influencia de los errores producidos por la interpolación en el modelo 3D, éste último presenta mayores diferencias que el modelo unidimensional, y en general produce valores de módulo levemente mayores.

En la **Figura 75** se observa la relación entre la frecuencia de resonancia y la rotación en la cabeza de la muestra para el modelo 3D, junto con la curva correspondiente al modelo 1D, ya presentada en la **Figura 43** cuando $G_0 = 100$ MPa. Para que la comparación sea adecuada, se ha utilizado en todos los casos un factor de amortiguamiento mínimo igual a 1% (igual al caso 1D) implementándolo para cada frecuencia mediante el esquema de Rayleigh provisto por PLAXIS.

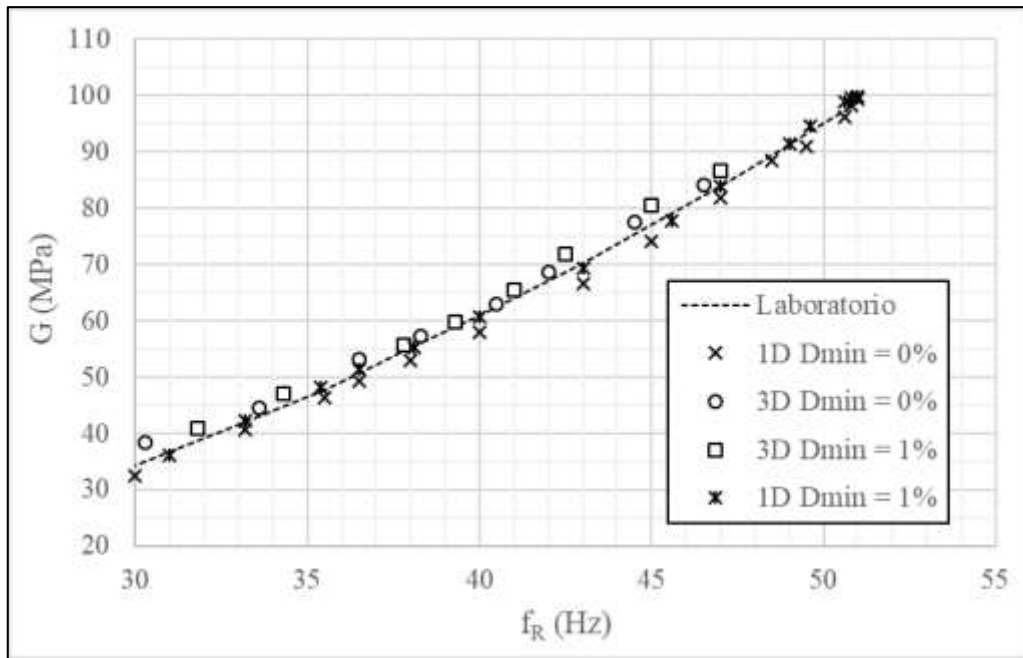


Figura 74. Módulos de corte vs. frecuencia de resonancia para modelos 1D y 3D.

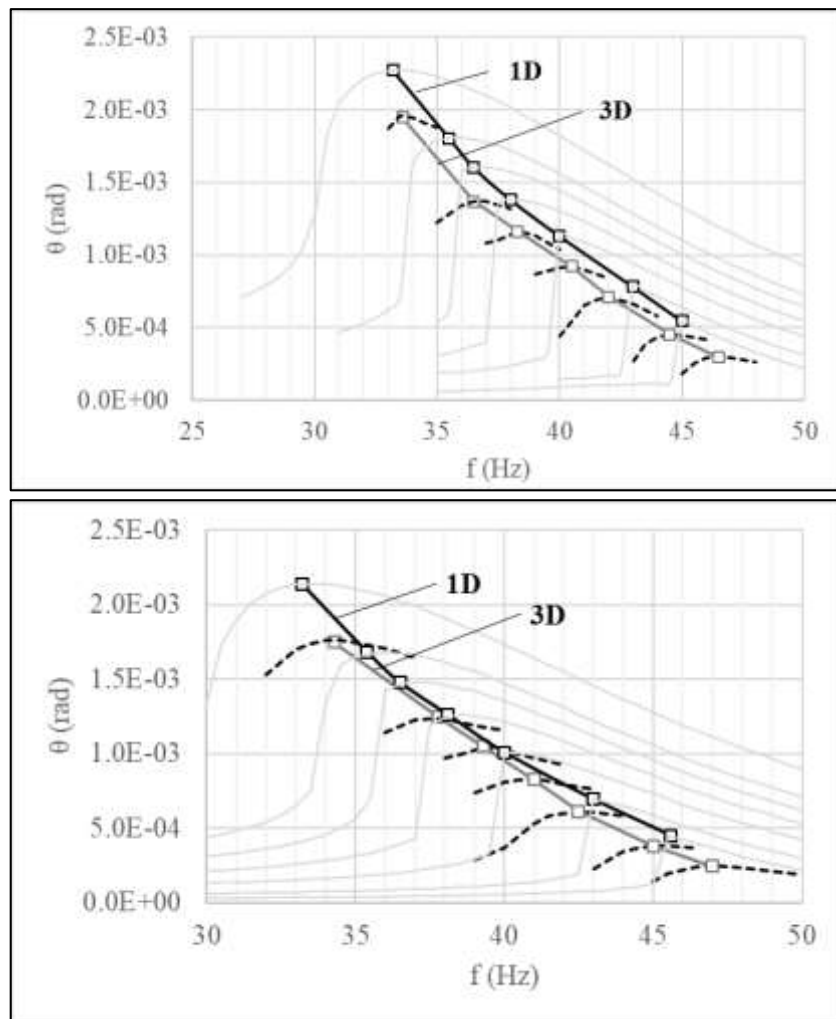


Figura 75. Frecuencia vs. rotación para modelos 1D y 3D con $D_{\min} = 0\%$ (arriba) y $D_{\min} = 1\%$ (abajo).

Se observa que:

- La curva correspondiente al modelo 3D indica frecuencias de resonancia algo menores que el modelo 1D para un dado nivel de sollicitación. La diferencia es de entre 0,4 y 2,5 Hz (error relativo de entre 1,2% y 6,6%) para $D_{\min} = 0\%$ y de entre 0,8 y 2,9 Hz (error relativo de entre 2,6% y 7,7%) para $D_{\min} = 1\%$.
- En términos de la amplitud de rotación la diferencia es mucho mayor. Para $D_{\min} = 0\%$ el error relativo es de 14% a 46% y para $D_{\min} = 1\%$ es de 19% a 46%. Los valores mínimos están asociados a mayores deformaciones (mayor par torsor y menor frecuencia de resonancia) y los valores máximos están asociados a menores deformaciones (menor par torsor y mayor frecuencia de resonancia).
- Para valores pequeños de par torsor, el modelo 3D produce oscilaciones debido a errores asociados a las tolerancias numéricas. Por dicha razón no es posible comparar los resultados para valores de par torsor menores a 5×10^{-3} Nm, que se asocia a una deformación media de 5×10^{-5} para el material ficticio utilizado.

En la **Figura 76** se observa la relación entre las amplitudes de rotación y de par torsor para condiciones de resonancia en ambos modelos y para ambos valores de amortiguamiento mínimo. La diferencia es clara, y resulta evidente que el modelo 3D presenta un comportamiento “más rígido” que el modelo 1D. Las menores deformaciones llevan a que las frecuencias de resonancia en el modelo 3D sean algo mayores que en el modelo 1D para un dado nivel de sollicitación, como se indicó anteriormente.

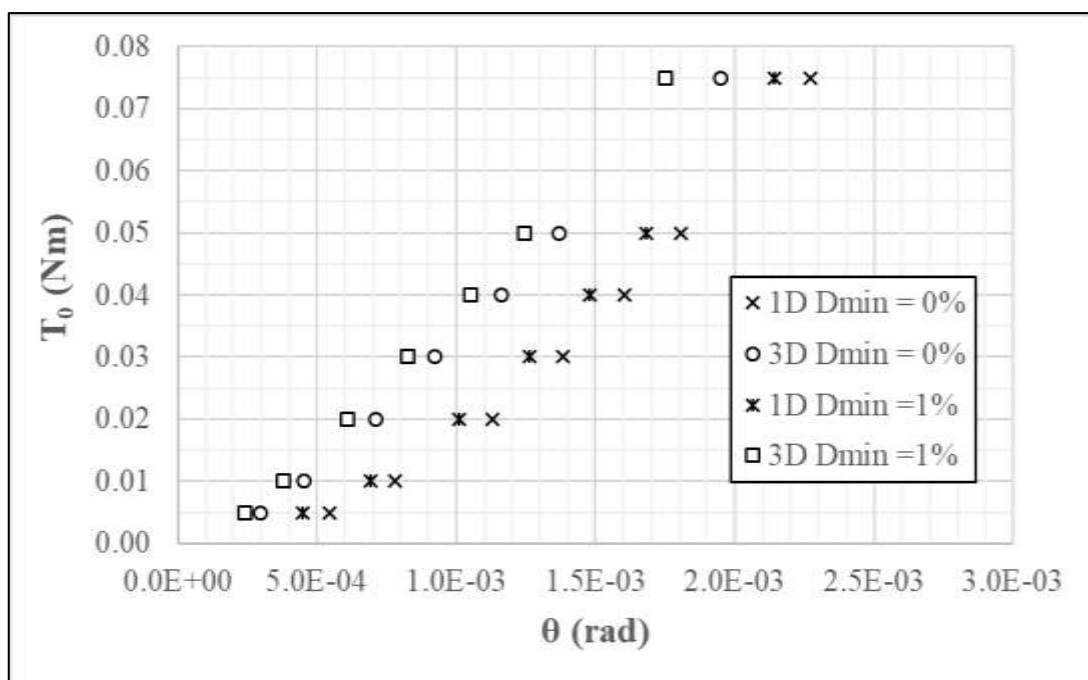


Figura 76. Amplitud de par torsor y rotación en la muestra para condiciones de resonancia.

Las curvas de respuesta en frecuencia para el modelo 3D son sensiblemente más suaves que las asociadas al modelo 1D (no presentan un pico marcado en la resonancia). Esto sugiere que el modelo 3D presenta un amortiguamiento marcadamente mayor al modelo 1D.

Si se analiza el comportamiento del modelo 3D en condiciones de vibración libre, el comportamiento es muy similar al del modelo 1D: debido a la no linealidad entre la rotación y el número de ciclos en escala semilogarítmica, el factor de amortiguamiento depende del número de ciclos analizados. En la **Tabla 6** se comparan los factores de amortiguamiento obtenidos para 5 y 10 ciclos en vibraciones libres para ambos modelos cuando $D_{\min} = 0\%$. De dicha Tabla surge que el amortiguamiento en el modelo 3D es del orden del doble de aquel del modelo 1D para igual cantidad de ciclos. Sin embargo, como la resonancia se produce a diferentes frecuencias y deformaciones, el amortiguamiento en el modelo 3D es en realidad mayor al doble de aquel del modelo 1D. Esto se vería claramente si la comparación pudiera hacerse a igual deformación media.

T_0 (Nm)	γ		Nº ciclos	D (%)	
	1D	3D		1D	3D
0.005	9.1E-05	4.9E-05	5	1.3%	2.7%
			10	1.0%	2.1%
0.01	1.3E-04	7.5E-05	5	2.0%	3.4%
			10	1.5%	2.5%
0.05	3.0E-04	2.3E-04	5	3.9%	5.7%
			10	2.2%	3.0%

Tabla 6. Factores de amortiguamiento.

De lo indicado en los párrafos anteriores se desprende que la principal fuente de diferencias entre los modelos 1D y 3D (y que produce diferencias en las curvas de respuesta en frecuencia y posteriores resultados) es un exceso en el amortiguamiento histerético. Para analizar las razones que lo producen sería necesario profundizar el análisis del comportamiento del modelo HS-Small en condiciones dinámicas dentro del esquema de integración de elementos finitos que utiliza PLAXIS.

Otros factores que pueden contribuir a las diferencias observadas son:

- Errores numéricos producidos por la interpolación del modelo 3D. Como en el modelo 1D no es necesario interpolar entre distintos nodos para obtener valores de rigidez y amortiguamiento en distintos puntos de Gauss, estos errores no están presentes.
- La concentración de tensiones en la base y cabeza de la muestra en el modelo 3D puede provocar alteraciones en los estados de deformación que afecten los resultados.

8. CONCLUSIONES Y PROPUESTAS DE INVESTIGACIÓN A FUTURO

En este Capítulo se resumen las principales conclusiones del trabajo y las correspondientes propuestas de investigación a futuro.

a) El ensayo de columna resonante como oscilador no lineal de 1 grado de libertad

El ensayo de columna resonante en laboratorio es un método muy adecuado para determinar la variación del módulo de corte y del amortiguamiento en suelos en el rango de pequeñas a moderadas deformaciones (en el orden de 1×10^{-5} a 1×10^{-3}).

Los procedimientos normativos que orientan la interpretación de los resultados del ensayo consideran que en condición de resonancia, el material se comporta como un material viscoelástico lineal equivalente. Para un dado valor de deformación media se obtiene la frecuencia de resonancia y en función de las propiedades físicas de la muestra y de las características del equipo se determinan los valores de G y D asociados al material equivalente.

En este trabajo se han configurado en primera instancia dos modelos numéricos basados en un modelo constitutivo viscoelástico lineal: un modelo “puntual” o unidimensional programado en MATLAB y un modelo tridimensional programado en PLAXIS3D. Ambos modelos lograron representar adecuadamente la respuesta de un material de este tipo cuando se lo somete a una determinada sollicitación caracterizada por la amplitud de par torsor y frecuencia. Las curvas de respuesta en frecuencias presentan buen acuerdo con la solución analítica asociada.

De forma posterior se configuraron sendos modelos elásticos no lineales basados en las propuestas de Santos y Correia [18] y Benz et al [20]. En el caso del modelo tridimensional se utilizó el modelo HS-Small incluido en PLAXIS3D. Estos modelos permitieron llevar a cabo una integración temporal del problema elástico no lineal, generando una señal representativa del movimiento armónico experimentado por la muestra en el ensayo. Esto permitió además determinar el valor instantáneo del módulo de corte y del amortiguamiento a lo largo del tiempo.

b) Respuesta en el dominio de las frecuencias

Al excitar el modelo unidimensional con valores crecientes de amplitud de par torsor y realizando un barrido de frecuencias se obtuvieron curvas de respuesta en frecuencias. Para amplitudes de par torsor muy pequeñas, estas curvas resultaron aproximadamente simétricas y con un pico bien definido que indica la condición de resonancia. Esto coincide con la solución analítica y la numérica viscoelástica lineal para un material con igual módulo de corte inicial G y un amortiguamiento pequeño.

A medida que aumenta la amplitud de par torsor, la frecuencia de resonancia se hace más pequeña, el pico se hace más elevado (indicando mayor deformación) y la forma de la curva de respuesta es más ancha en su base. La razón de ello es que el material no lineal se degrada en su rigidez (disminución de la frecuencia de resonancia y mayor deformación) y aumenta su amortiguamiento (base más ancha). Esto hace que la utilización de métodos como el del ancho de banda para la estimación del amortiguamiento no sean válidas en un material no lineal.

Los efectos descriptos en el dominio de las frecuencias resultan de:

- La dependencia de G con la deformación

Como la deformación instantánea varía armónicamente, también lo hace G , reduciendo la frecuencia de resonancia y aumentando la deformación. Esta variación de G se produce entre un valor máximo o inicial (que ocurre luego de cada reversión de la rotación) y un valor mínimo (que ocurre justo antes de cada reversión). Al comparar los resultados del modelo no lineal con los de la interpretación equivalente de laboratorio, se concluye que el valor operativo de G no corresponde ni al valor máximo, ni al mínimo, ni al promedio de ambos. En efecto, el valor operativo de G corresponde a aquel que presenta el material para la deformación media definida en cada nivel de sollicitación y frecuencia. Esta deformación media está definida a partir de la amplitud de rotación, y su valor es igual a la mitad de la máxima deformación que experimenta la muestra a lo largo de un ciclo completo de oscilación (entre un pico y su opuesto en la señal de respuesta). Como la relación entre la deformación y el módulo de corte es no lineal, el valor operativo de G no es igual al doble del valor mínimo de G .

La consecuencia inmediata de este hallazgo es que resulta válido obtener los parámetros del modelo no lineal de forma directa a partir de los resultados en un gráfico de “deformación media vs. G ” obtenido en laboratorio.

- La dependencia de D con la amplitud de deformación

A diferencia de G (que está asociado a la deformación instantánea), el amortiguamiento en un modelo elástico no lineal es de tipo histerético y está asociado a la amplitud del ciclo de deformación. En un ensayo de columna resonante y en condiciones estacionarias, esta amplitud es constante y en consecuencia también lo es el factor de amortiguamiento definido por el modelo. Por definición, el factor de amortiguamiento crece a mayor amplitud de deformación. En un oscilador no lineal, la influencia del amortiguamiento es máxima para la condición de resonancia (donde la rigidez es mínima) y esto produce una curva más suave (o con un pico menos definido) cuanto mayor es la deformación.

c) Amortiguamiento en régimen estacionario

Por lo expuesto en el punto anterior, un modelo elástico no lineal presenta amortiguamiento de tipo histérico dependiente de la amplitud de deformación. En contraposición, el esquema de función de transferencia establecido en la Norma ASTM D4015-15 considera un amortiguamiento de tipo viscoso. Este análisis no considera explícitamente la variación del amortiguamiento con la deformación, sino que calcula un valor del mismo que sea compatible con sollicitación, deformación y rigidez secante para un determinado valor de dicha sollicitación o par torsor.

Ambos valores de amortiguamiento se consideran operativos en condiciones estacionarias, es decir cuando la amplitud de rotación (y de deformación media) es constante en el tiempo. Si para una determinada condición de ensayo (amplitud del par torsor, frecuencia de resonancia, dimensiones de la muestra, amplitud de rotación, etc.) se comparan los valores de amortiguamiento histérico del modelo no lineal y viscoelástico del modelo lineal equivalente para distintos valores de deformación, se observa que no coinciden (el amortiguamiento histérico resulta notablemente mayor para deformaciones mayores a 1×10^{-5}).

Esta diferencia resulta fundamentalmente de la limitación dada por las reglas de Masing, ya que al incrementarse la amplitud de deformación, el área del lazo de histéresis produce un factor de amortiguamiento que supera los valores medidos habitualmente en laboratorio.

En consecuencia, si eligiéramos utilizar directamente la información obtenida de la curva $G-\gamma$ para determinar los parámetros de un modelo no lineal, estaríamos acertando en cuanto a la rigidez, pero estaríamos sobreestimando en gran medida el amortiguamiento. Este error está del lado de la inseguridad, ya que subestimaré los valores de los desplazamientos y deformaciones en el terreno. En PLAXIS, en particular, la utilización del modelo HS-Small en condiciones dinámicas tiene este inconveniente. Una forma de minimizar el efecto de este error y poder utilizar igualmente el modelo HS-Small es calibrar los parámetros G_0 y γ para que ajusten simultáneamente las curvas $G-\gamma$ y $D-\gamma$.

d) Amortiguamiento en régimen transitorio

Un método habitual para determinar el amortiguamiento en un ensayo de columna resonante es apagar el motor que produce la excitación y observar el decaimiento armónico en la amplitud de la oscilación. En un material viscoelástico lineal y en condiciones subamortiguadas ($c < c_c$), el factor de amortiguamiento se deriva directamente de este decaimiento, y es teóricamente constante para cualquier cantidad de ciclos considerados. Esto hace que en la práctica suelen tomarse una

cierta cantidad de ciclos de oscilaciones amortiguadas (ej. 10 ciclos) para calcular el factor de amortiguamiento.

En un material de tipo histerético el amortiguamiento es una función de la amplitud de oscilación. En vibración libre amortiguada, la oscilación es variable ciclo a ciclo, y en consecuencia el amortiguamiento histerético también lo es: se reduce drásticamente en los primeros ciclos en concordancia con la reducción en la amplitud de oscilación. Esto hace que la supuesta linealidad entre el número de ciclos y el logaritmo natural de la amplitud de oscilación que ocurre para un material viscoelástico no se cumpla en el caso de un material histerético.

El análisis detallado de los resultados de simulación numérica no lineal en vibraciones libres sugiere que en los primeros ciclos desaparece casi por completo el efecto del amortiguamiento histerético (tanto más rápido cuanto menor sea el amortiguamiento viscoso), y persiste el efecto del amortiguamiento mínimo o viscoso que no depende de la deformación.

Esta conclusión sugiere que al utilizar el método de vibraciones libres para determinar el factor de amortiguamiento se confunden los mecanismos “histerético” y “viscoso” que posiblemente lo producen, y el resultado obtenido es algún promedio ponderado de ambos. Cuanto mayor número de ciclos se considere, más peso tendrá el componente viscoso y menos peso tendrá el componente histerético (y a la inversa). En cualquier caso, resulta imposible aislar los efectos mediante este método.

En conclusión, el método más apropiado para determinar el amortiguamiento es el método estacionario, que además permite separar el amortiguamiento propio del equipo de aquel que presenta la muestra cuando el primero es conocido.

e) Modelo tridimensional I: Desplazamientos y deformaciones

La observación de los resultados producidos por el modelo tridimensional en condiciones estáticas indica que las hipótesis relacionadas a la distribución de desplazamientos y deformaciones en la muestra se cumple. El modelo elástico lineal permite observar estas distribuciones.

El resultado obtenido al calcular la deformación media en la muestra a partir del desplazamiento de un punto sobre la cabeza de la muestra es muy similar a la deformación media de todos y cada uno de los elementos en el modelo tridimensional. Esto significa que la forma de medir y calcular la deformación en un ensayo de columna resonante es válida.

La distribución de las deformaciones de corte dentro de la sección de la muestra es lineal, con un máximo en la superficie lateral y un valor nulo en el centro. El módulo de corte sigue esta relación

puesto que es una función de la deformación de corte. Debido a que el modelo HS-Small tiene un límite inferior en su módulo elástico de corte, existe una determinada deformación dentro de la muestra para la cual el módulo de corte deja de ser lineal. Por encima de este umbral cada vez más puntos en la periferia de la muestra mantendrán un valor constante e igual al módulo de corte mínimo (G_{ur}), mientras el resto de los puntos mantiene una distribución lineal entre G_0 (en el centro) y dicho valor mínimo. En este trabajo se ha determinado que para materiales donde $\gamma_{0.7} = 1 \times 10^{-4}$ y $G_0 = 50$ a 150 MPa la deformación media para la cual ocurre esta pérdida de linealidad es del orden de 5×10^{-4} , asociado a módulos de corte del orden del 30% del máximo.

f) Modelo tridimensional II: Estados tensionales

○ Rotación de las tensiones principales

Es práctica habitual aplicar una presión de cámara isótropa antes de la aplicación del par torsor dinámico en el ensayo de columna resonante. El estado inicial isótropo se ve alterado por la acción del par torsor, que introduce un estado de corte puro en la muestra. Como consecuencia de la superposición de ambos efectos, las tensiones principales dejan de ser iguales, y se produce una rotación de sus direcciones.

La tensión principal mayor se inclina alejándose de la vertical, mientras que la tensión principal menor se inclina alejándose de la horizontal en la dirección circunferencial. La tensión principal intermedia no rota, manteniéndose sobre la dirección radial.

Como PLAXIS calcula el valor del módulo de corte inicial en función del valor de la tensión principal menor σ_3 , resulta que el valor del módulo de corte inicial varía en función del par torsor aplicado. El módulo de corte secante normalizado, en consecuencia, resulta una función del módulo de corte inicial y de la deformación de corte media, y ambos resultan variables a cada paso. Como la tensión principal disminuye con el par torsor, el módulo de corte máximo disminuye al aumentar la magnitud de la sollicitación.

Si en cambio se utilizara una dependencia con respecto a la presión media (p), el módulo de corte máximo sería constante para cualquier nivel de sollicitación. Este comportamiento sería el ideal, y aquel que provee PLAXIS introduce errores indeseados en la respuesta no lineal para el modelo tridimensional. Para evitarlo, basta con hacer nulo el parámetro “ n ” que fija la dependencia tensional de las rigideces. Sin embargo, cuando se modeliza un problema de campo que implica la rotación de las tensiones principales (lo cual es muy habitual) en PLAXIS es inevitable introducir este error sin anular la dependencia tensional del módulo de corte inicial.

○ Plastificación

Otro aspecto relevante del modelo tridimensional es que permite observar la plastificación de algunas zonas de la muestra cuando se alcanzan estados tensionales determinados. Debido a la naturaleza de los estados tensionales, los puntos que primero plastifican son aquellos ubicados en la cara lateral externa de la muestra, en toda la altura de la misma por igual. A medida que aumenta la sollicitación la zona plastificada aumenta radialmente hacia adentro de homogénea. Los elementos ubicados sobre la base y la cabeza de la muestra suelen mantenerse en estado elástico debido a que han sufrido concentraciones de tensiones que han expandido su zona elástica.

El preconditionamiento mediante un estado de tensiones no isótropo produce un crecimiento de la zona elástica y en consecuencia se requiere un par torsor más elevado para producir la plastificación. En una muestra no preconditionada, todos los puntos plastifican para valores pequeños del par torsor.

Tanto en una muestra preconditionada como en una no preconditionada, si el par torsor se aplica de forma armónica, existe una alternancia continua del sentido del mismo. Esto significa que podrá generarse plastificación en un primer ciclo, pero si se mantiene constante la amplitud de par torsor (y con ello el estado tensional asociado a dicho valor máximo) los siguientes ciclos no experimentarán plastificación porque se habrá ampliado la zona elástica.

En este trabajo se ha determinado que para materiales donde $\gamma_{0.7} = 1 \times 10^{-4}$ y $G_0 = 50$ a 150 MPa la deformación media para la cual comienza a plastificar la superficie externa es del orden de 1 a $2,5 \times 10^{-4}$, asociado a módulos de corte del orden de 15% a 20% del máximo. Esta estimación se ha realizado en condiciones estáticas, donde en ausencia de la amplificación dinámica que supone la resonancia, el par torsor aplicado es mucho mayor que el que se requeriría para lograr igual deformación en condiciones dinámicas. En consecuencia es dable suponer que es poco probable que ocurra plastificación en un ensayo de columna resonante. De ocurrir, quedaría eliminada por la acción cíclica en una primera oscilación (para materiales de tipo strain-hardening).

g) Modelo tridimensional III: Análisis dinámico

Cuando se utiliza el modelo constitutivo elástico lineal dentro del modelo numérico tridimensional, los resultados de las simulaciones dinámicas muestran un buen acuerdo con la solución analítica correspondiente. El factor de amortiguamiento en este caso es un parámetro de entrada, y se debe definir en base a la formulación de Rayleigh. Como dicha formulación genera un factor de amortiguamiento variable con la frecuencia, se hace necesario especificar su valor

para cada frecuencia simulada en el software para obtener la curva de respuesta en frecuencias para un material viscoelástico de amortiguamiento constante.

Cuando se utiliza el modelo HS-Small, la relación entre la deformación media y la frecuencia de resonancia es similar a la obtenida para el modelo 1D. Esto quiere decir que el modelo constitutivo no lineal en 3 dimensiones permite mantener la relación frecuencia-rigidez asociada al modelo no lineal 1D y a la interpretación del ensayo de laboratorio.

A pesar de lo indicado en el párrafo anterior, las frecuencias de resonancia obtenidas en el modelo 3D son levemente mayores a las del modelo 1D. Por otro lado, el comportamiento del modelo 3D es más rígido (la deformación producida en condición de resonancia para un dado par torsor es menor). Las curvas de respuesta en frecuencia se muestran planas sin un pico bien definido, lo cual es indicativo de un elevado amortiguamiento. Este amortiguamiento tiene su origen en la formulación de elementos finitos, tanto en la resolución del sistema de ecuaciones como en la definición del modelo constitutivo HS-Small y es la principal causa de las diferencias observadas. A esto pueden sumarse los efectos de los errores de interpolación del modelo 3D y la concentración de tensiones en la cabeza y la base de la muestra.

La sobreestimación del amortiguamiento en el modelo 3D (por encima de los valores definidos por el modelo constitutivo HS-Small en su formulación teórica) debe ser considerada como una advertencia a los errores que pueden cometerse cuando se utilice este modelo para realizar simulaciones en problemas dinámicos, puesto que el error se encuentra del lado de la inseguridad (los desplazamientos y deformaciones calculadas serán menores a las reales). Este efecto se suma al correspondiente a la sobreestimación intrínseca que se produce con respecto a los resultados obtenidos en los ensayos de laboratorio y que se deben a las limitaciones de las reglas de Masing.

h) Propuestas a futuro

Como propuesta a futuro para continuar con la investigación del ensayo de columna resonante, se propone:

- Investigar las causas del amortiguamiento adicional que aporta el modelo 3D y que causa las mayores diferencias observadas. Como esto sucede en condiciones dinámicas, es probable que el error se produzca durante el cálculo del factor de amortiguamiento en el modelo HS-Small.
- Colocar una interfase entre el cabezal ficticio representado por el elemento “plate” que otorga inercia al sistema y la cara superior de la muestra. A partir de la modificación de las propiedades de esta interfase es posible estudiar rangos de rigidez del material de la muestra y del coeficiente de fricción en la interfase para que se produzca deslizamiento relativo

muestra-cabezal. Esto permitiría estudiar en qué casos se produce este efecto y cuál es su consecuencia desde el punto de vista de interpretación de resultados.

- En este trabajo se ha utilizado un único valor de inercia del cabezal. A partir de la variación de dicho valor de inercia, es posible estudiar la relación entre la relación de inercia muestra/cabezal y el patrón de deformaciones, como así también la respuesta en frecuencias.
- En el modelo tridimensional, PLAXIS tiene como limitación la de establecer el cálculo del módulo de corte inicial en función de la tensión principal menor efectiva. Los modelos de estimación de este módulo se basan en cambio en la presión media efectiva, y por lo tanto sería deseable poder editar en PLAXIS la fórmula para que el cálculo se realice en función de la presión media efectiva.
- En este trabajo se han utilizado tensiones totales y se ha ignorado el posible efecto de las presiones de agua durante el ensayo de columna resonante. Luego de la consolidación, la aplicación de torque dinámico produce un estado de corte puro y por lo tanto en un modelo constitutivo de tipo HS-Small no se produciría incremento de las presiones de agua. La utilización de modelos más avanzados que consideren la generación de presiones de poro (en condiciones no drenadas) o cambios de volumen (en condiciones drenadas) por efecto del corte cíclico permitiría estudiar este fenómeno.

9. REFERENCIAS

- [1] M. Vucetic, "Cyclic Threshold Shear Strains in Soils," *J. Geotech. Eng.*, vol. 120, no. 12, pp. 2208–2228, 1994.
- [2] T. Kokusho, Y. Yoshida, and Y. Esashi, "Dynamic properties of soft clay for wide strain range," *Soils Found.*, vol. 22, no. 4, pp. 1–18, 1982.
- [3] J. Sun, R. Golesorkhi, and B. Seed, "Dynamic Moduli and Damping Ratios for Cohesive Soils," 1988.
- [4] R. Dobry and M. Vucetic, "Dynamic Properties and Seismic Response of Soft Clay Deposits," in *Proceedings of The International Symposium on Geotechnical Engineering of Soft Soils - Volume 2*, 1987, p. 37.
- [5] M. Vucetic and R. Dobry, "Effect of Soil Plasticity on Cyclic Response," *J. Geotech. Eng.*, vol. 117, no. 1, pp. 89–107, 1991.
- [6] I. Ishibashi and X. Zhang, "Unified Dynamic Shear Moduli and Damping Ratios of Sand and Clay," *Soils Found.*, vol. 33, no. 1, pp. 182–191, 1993.
- [7] M. Vucetic, G. Lanzo, and M. Doroudian, "Damping at Small Strains in Cyclic Simple Shear Test," *J. Geotech. Geoenvironmental Eng.*, vol. 124, no. 7, pp. 585–594, 1998.
- [8] G. Lanzo and M. Vucetic, "Effect of Soil Plasticity on Damping Ratio at Small Cyclic Strains," *Soils Found.*, vol. 39, no. 4, pp. 131–141, 1999.
- [9] V. P. Drnevich, S. Werden, J. C. Ashlock, and J. R. Hall, "Applications of the new approach to resonant column testing," *Geotech. Test. J.*, vol. 38, no. 1, pp. 23–39, 2015.
- [10] B. O. Hardin and W. L. Black, "Vibration Modulus of Normally Consolidated Clay," *J. Soil Mech. Found. Div.*, vol. 94, no. 2, pp. 353–369, 1968.
- [11] J. K. Mitchell and K. Soga, *Fundamentals of Soil Behaviour*. John Wiley & Sons, 2005.
- [12] S. Kramer, *Geotechnical Earthquake Engineering*, 1st ed. Prentice-Hall, 1996.
- [13] C. Phillips and Y. M. A. Hashash, "Damping formulation for nonlinear 1D site response analyses," *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, vol. 29, no. 7, pp. 1143–1158, 2009.
- [14] J. Castellón López, "Análisis Teórico, Numérico y Experimental del comportamiento de suelos en el Rango de las pequeñas deformaciones," Universidad Politécnica de Cataluña, 2013.
- [15] B. Simpson, "Retaining structures: displacement and design," *Géotechnique*, vol. 42, no. 4, pp. 541–576, 2009.
- [16] N. Matasovic and M. Vucetic, "Cyclic Characterization of Liquefiable Sands," *J. Geotech. Eng.*, vol. 119, no. 11, pp. 1805–1822, 1993.
- [17] B. O. Hardin and V. Drnevich, "Shear Modulus and Damping in soils. Design equations and curves," *J. Soil Mech. Found. Div.*, vol. 98, no. SM7, pp. 667–692, 1972.
- [18] J. A. Dos Santos and A. G. Correia, "Reference threshold shear strain of soil. Its application to obtain an unique strain-dependent shear modulus curve for soil," *XV Int. Conf. Soil Mech. Geotech. Eng.*, pp. 267–270, 2001.
- [19] T. Benz, R. Schwab, and P. Vermeer, "Small-strain stiffness in geotechnical analyses," *Bautechnik*, vol. 86, no. SUPPL. 1, pp. 16–27, 2009.
- [20] T. Benz, P. Vermeer, and R. Schwab, "A small-strain overlay model," *Int. J. Numer. Anal.*

- Methods Geomech.*, vol. 32, no. March 2007, pp. 189–213, 2008.
- [21] P. G. Schanz, T.; Vermeer, P.A.; Bonnier, “The hardening soil model: formulation and verification,” *Beyond 200 Comput. Mech. - 10 Years PLAXIS*, pp. 104–144, 1999.
 - [22] A. Schofield and C. P. Wroth, *Critical state soil mechanics*. 1968.
 - [23] O. A. Numanoglu, M. Musgrove, J. A. Harmon, and Y. M. A. Hashash, “Generalized Non-Masing Hysteresis Model for Cyclic Loading,” *J. Geotech. Geoenvironmental Eng.*, vol. 144, no. 1, p. 06017015, 2017.
 - [24] “Plaxis 3D Material Models Manual,” in *Plaxis 3D Manuals*, Plaxis bv, 2012.
 - [25] M. B. Darendeli, “Development of a new family of normalized modulus reduction and material damping curves,” 2001.
 - [26] J. Suriol, “Medida de la deformabilidad de suelos mediante el equipo de columna resonante,” *Revista de Obras Públicas*, pp. 57–66, 1993.
 - [27] B. O. Hardin and V. Drnevich, “Shear Modulus and Damping in Soils: Measurement and Parameter Effects,” *J. Soil Mech. Found. Div.*, vol. 98, no. SM6, 1972.
 - [28] V. Drnevich, B. O. Hardin, and D. Shippy, “Modulus and damping of soils by the resonant-column method,” *Dyn. Geotech. Testing. ASTM Int.*, 1978.
 - [29] ASTM International, “D4015-07 Standard Test Methods for Modulus and Damping by Resonant-Column Method.” West Conshohocken, PA, 2007.
 - [30] ASTM International, “D4015-15e1 Standard Test Methods for Modulus and Damping of Soils by Fixed-Based Resonant Column Devices.” West Conshohocken, PA, p. 22, 2015.
 - [31] S. K. Werden, V. P. Drnevich, J. R. Hall, C. Hankour, C. T. Conlee, and W. Allen Marr, “New Approach to Resonant Column Testing,” *Geotech. Test. J.*, vol. 36, no. 2, p. 20120122, 2013.
 - [32] V. P. Drnevich and J. C. Ashlock, “Measurement of Damping in Soils by the Resonant Column Test,” *Geotech. Front.*, vol. GSP 281, 2017.
 - [33] N. Newmark, “A method of computation for structural dynamics,” *J. Eng. Mech. ASCE*, no. 85 (EM3), pp. 67–94, 1959.
 - [34] “Plaxis 3D Reference Manual,” in *Plaxis 3d Manuals*, 2012.
 - [35] G. Cascante, J. Vanderkooy, and W. Chung, “Difference between current and voltage measurements in resonant-column testing,” *Can. Geotech. J.*, vol. 40, no. 4, pp. 806–820, 2003.
 - [36] Y. H. Wang, G. Cascante, and J. C. Santamarina, “Resonant column testing: The inherent counter EMF effect,” *Geotech. Test. J.*, vol. 26, no. 3, pp. 342–352, 2003.
 - [37] G. Cascante, J. Vanderkooy, and W. Chung, “A new mathematical model for resonant-column measurements including eddy-current effects,” *Can. Geotech. J.*, vol. 42, no. 1, pp. 121–135, 2005.
 - [38] L. R. Hoyos, E. A. Suescún-Florez, and A. J. Puppala, “Stiffness of intermediate unsaturated soil from simultaneous suction-controlled resonant column and bender element testing,” *Eng. Geol.*, vol. 188, pp. 10–28, 2015.
 - [39] M. D. Bolton and J. M. R. Wilson, “An experimental and theoretical comparison between static and dynamic torsional soil tests,” *Géotechnique*, vol. 39, no. 4, pp. 585–599, 1989.