

Sistemas Lineales e Invariantes en el Tiempo (LTI)

Jefry Nicolás Chicaiza¹ y Jose Nicolás Zambrano²

¹jefryn@unicauca.edu.co

²jnzambranob@unicauca.edu.co

1. Introducción El desarrollo del informe del Trabajo 3 de la asignatura Teoría de las Telecomunicaciones 1, se realiza para aplicar los conceptos de los Sistemas LTI a una señal de tipo “diente de sierra” trasladada en el tiempo y no periódica. Los conceptos aplicados para el desarrollo de este proyecto son adquiridos en las sesiones académicas y material guía de la asignatura.

En primer lugar la actividad consiste en utilizar un filtro ideal sobre la señal de interés de este proyecto para después observar que efectos ocurren y que necesidades cumplen estos sistemas. La solución que se propone para este punto es desarrollar un script que genere la función correspondiente a un filtro ideal pasa bajas y realizar una convolución con la función que representa matemáticamente la señal asignada.

Como segundo paso para continuar con la solución de la actividad se requiere construir un filtro con respuesta en frecuencia de forma trapezoidal, esta respuesta debe cumplir con el requerimiento de ser capaz de variar su rango en frecuencia en el cual la respuesta del filtro es constante. En este caso es importante conocer muy bien las aplicaciones de la Transformada de Fourier para construir el filtro deseado, además de realizar consultas en la web para conocer los parámetros necesarios que permita generar el filtro con más facilidad y cumpla el requerimiento propuesto.

Finalmente, los resultados obtenidos de las simulaciones anteriormente dichas se debe realizar un análisis a partir del teorema de la energía de Rayleigh que permitirá probar que los resultados en el dominio temporal y en el dominio frecuencial son correctos por medio de la energía invariante de estos sistemas. También se analizará los resultados con el teorema de la distorsión lineal que se rige a partir de unas condiciones en la respuesta del sistema.

2. Metodología El proceso que se llevó a cabo para obtener los resultados se realizó en el lenguaje MATLAB a través de su IDE Oficial, además se identificó una relación en los procesos de los dos primeros ítems llevando a considerar crear un único script para todas las actividades del proyecto, así tener la posibilidad de reutilizar código.

En primer lugar, se identificó los segmentos del trabajo 2 donde se hacen los respectivos cálculos y se realiza la transformada de Fourier para la señal planteada con el fin de adaptarlos para el objetivo de este proyecto. Una vez obtenida la función de la señal planteada se generó el diagrama de bloques para tener claridad de los cálculos que se deben aplicar.

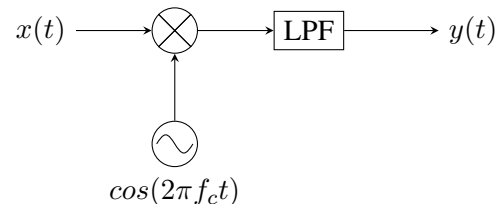


Figura 1: Diagrama de bloques de filtro ideal pasa bajas a la señal planteada.

El diagrama que se consideró para el ítem número 1 es el mostrado en la figura 1, que corresponde a la secuencia de tener una operación de desplazamiento en el caso de tener una señal en la región de pasa banda y la operación de aplicar un filtro en banda base [1]. Pasando a la parte de desarrollo del funcionamiento se construyó la función del filtro pasa bajas directamente en el dominio de la frecuencia para luego proceder hacer la multiplicación con la transformada de Fourier de la función de la señal asignada.

Para la segunda parte del proyecto se realizó una investigación y revisión a los documentos guía de la asignatura para planificar la construcción del filtro trapezoidal, en ellos se menciona el uso de la convolución para modificar una señal a partir de otra señal y realizan una demostración con la convolución de dos pulsos rectangulares de dimensiones diferentes que obtiene como resultado una función en forma de trapezoide [2]. Sin embargo, en la teoría de la convolución la modificación que sufra una de las señales involucradas automáticamente va a generar una modificación en la respuesta de la convolución, por ello es importante identificar sus parámetros para determinar que cambios va a sufrir la respuesta al modificar uno de sus parámetros [3].

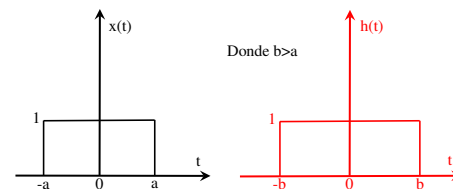


Figura 2: Señales involucradas para generar una función trapezoidal.

Como se observa en la figura 2 se tienen dos pulsos rectangulares cuyo ancho son diferentes con el fin de cumplir una condición necesaria para generar la función en forma de trapezoide, para ello el proceso de la convolución se puede ver como un traslape entre las dos funciones involucradas, este proceso se puede observar en la siguiente secuencia de figuras.

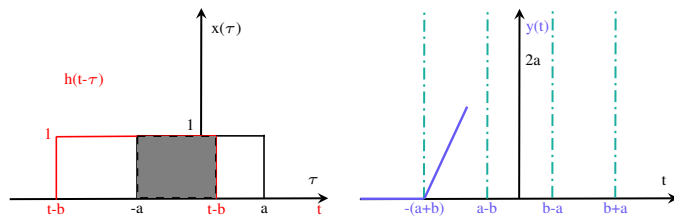


Figura 3: Traslape de banda de transición izquierda.

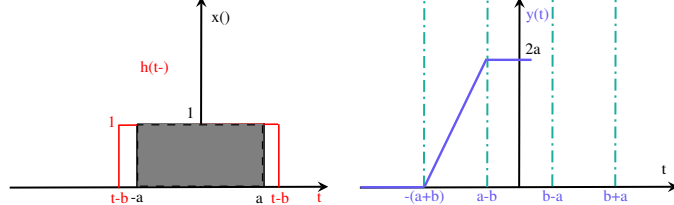


Figura 4: Traslape segmento constante.

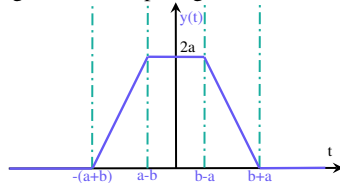


Figura 5: Señal resultante de la convolución.

El siguiente paso fue generar este proceso en el desarrollo computacional con el uso de dos funciones tipo seno cardinal en el dominio del tiempo y realizar el proceso de convolución para obtener la respuesta en la frecuencia trapezoidal. Para el proceso de filtrar la señal se aplicó una función integrada en los módulos del lenguaje de codificación para realizar la convolución en el dominio del tiempo. Después de obtener los resultados necesarios se continuó calculando la densidad espectral de energía en la señal original y también a las señales resultantes después de haberles aplicado los filtros en cada uno de los puntos, para realizar análisis de estos resultados se tuvo en cuenta la comparación porcentual entre la energía de la señal original y las resultantes [4], además a partir de la teoría de distorsión lineal se analizó la presencia de distorsión en la señal obtenida [5].

2.1. Plan de pruebas Después de haber realizado el planteamiento de cómo desarrollar y obtener los resultados en el script, se procedió a realizar la planificación de las pruebas de funcionamiento del código con el objetivo de verificar y analizar los resultados a través de algunos escenarios que se definen a continuación:

- Aumentar y disminuir el rango de frecuencias del filtro ideal.
- Variar el rango de frecuencias del filtro de trapezoidal donde su respuesta es constante.

Con los escenarios proyectados anteriormente se espera obtener resultados que permitan evidenciar los fenómenos estudiados. Además se plantean unos objetivos claves para verificar y analizar en los resultados la presencia de los teoremas

relacionados con la temática de Sistemas LTI, los cuales se describen a continuación:

1. Análisis de los efectos de aumentar el ancho del filtro ideal.
2. Análisis de los efectos de disminuir el ancho del filtro ideal.
3. Análisis de los efectos de variar el rango de frecuencias del filtro trapezoidal donde su respuesta es constante.
4. Análisis de resultados a partir del teorema de la energía de Rayleigh.
5. Análisis de los resultados a partir de la teoría de distorsión lineal.

3. Análisis de resultados

4. Conclusiones

Bibliografía

- [1] M. S. Zambrano, "Filtros", *Explicación de funcionamiento de filtros ideales*, 2021.
- [2] —, *ejercicios convolucion.pdf*, 2021.
- [3] L. Chaparro, *Convolucion de dos ventanas en el tiempo*, 2013. dirección: <https://www.youtube.com/watch?v=OmMocxJ7MnQ>.
- [4] M. S. Zambrano, *Densidad Espectral de Energia*, 2021.
- [5] —, "Quiz Sistemas LTI", *Usado para recordar las propiedades del teorema de distorsión lineal*, 2021.