

**VALORACIÓN BASADA EN OPCIONES DE LOS TÍTULOS HIPOTECARIOS
EMITIDOS POR LA TITULARIZADORA COLOMBIANA**

JORGE ENRIQUE BUITRAGO ESCOBAR

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL
BOGOTÁ D.C.
2005**

**VALORACIÓN BASADA EN OPCIONES DE LOS TÍTULOS HIPOTECARIOS
EMITIDOS POR LA TITULARIZADORA COLOMBIANA**

JORGE ENRIQUE BUITRAGO ESCOBAR

Trabajo de Grado

Asesor

Mario Castillo Hernández

Profesor Asociado

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL
BOGOTÁ D.C.
2005**

*A mi padre por el amor, el ejemplo y su
fortaleza en la adversidad.*

Crescencio Buitrago V. (1943 – 2004)

AGRADECIMIENTOS

El autor manifiesta sus agradecimientos con:

A mi madre y a mi hermana, por su apoyo, cariño y compañía.

A mi novia, por su amor, compañía y apoyo, durante los momentos en que se desarrollo este proyecto.

Oscar Leiva y Javier Sánchez, miembros del Departamento de Estructuración y Riesgo de la Titularizadora Colombiana S.A., y en general a todos los miembros de la Titularizadora, por su amistad, colaboración y enseñanza durante mi estadía en la empresa como parte de su grupo de trabajo y durante el desarrollo de este proyecto.

Al equipo de BRC Investor Services S.A., por su amistad, apoyo y la oportunidad de hacer parte del equipo de analistas.

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	13
1. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO	16
2. ESTRUCTURACIÓN DEL PROBLEMA.....	17
2.1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	17
2.2. FORMULACIÓN DE LOS OBJETIVOS DEL PROYECTO	21
2.2.1. Objetivo General	21
2.2.2. Objetivos Específicos.....	21
2.2.3. Metodología General.....	22
3. MARCO TEÓRICO Y REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	25
3.1. HIPOTECAS	25
3.1.1. Criterios de originación de hipotecas.....	26
3.1.2. Riesgos incurridos en la originación de hipotecas	27
3.1.3. Sistema hipotecario colombiano.....	28
3.2. TITULARIZACIÓN DE ACTIVOS	30
3.2.1. Participantes en un proceso de titularización.....	30
3.2.2. Etapas en un proceso de titularización.....	31
3.3. TITULARIZACIÓN HIPOTECARIA	33
3.3.1. Generalidades de la titularización hipotecaria.....	33
3.3.2. Titularización hipotecaria en Colombia.....	34
3.3.3. Características de la generales de los TIPS	36
3.3.4. Mecanismos de Cobertura	40
3.3.4.1. Mecanismos de Cobertura implementado a la Universalidad TIPS	44
3.3.4.2. Mecanismos de Cobertura implementado a la Universalidad No VIS	44
3.3.4.2.1. Fondo de Reserva No VIS.....	45
3.3.4.2.2. Subordinación de la emisión No VIS.....	46
3.3.4.2.3. Credit Enhancement facility de la IFC.....	46
3.3.4.2.4. Causales de suspensión de pagos No VIS.....	47

3.3.4.3.	Mecanismos de Cobertura implementado a la Universalidad VIS.....	48
3.3.4.3.1.	<i>Subordinación de la emisión VIS</i>	48
3.3.4.3.2.	<i>Garantía Nación</i>	49
3.3.4.3.3.	<i>Causales de suspensión VIS</i>	49
3.3.5.	Estructuración de los TIPS E-2.....	50
3.4.	MODELOS DE VALORACIÓN POR SIMULACIONES DE MONTE CARLO	58
3.4.1.	Generación de Caminos de Tasas de Interés y Flujos de Caja.....	59
3.4.2.	Consideraciones técnicas.....	63
3.4.3.	Proceso de difusión de tasa de interés	64
3.4.3.1.	Modelos de Equilibrio.....	64
3.4.3.2.	Modelos de Equilibrio de un Factor.....	66
3.4.3.3.	Reversión a la Media.....	67
3.4.3.4.	Modelo Vasicek.....	68
3.4.3.5.	Modelo Cox, Ingersoll y Ross	69
3.4.4.	Prepagos y su modelaje	70
3.4.4.1.	Estadísticas de prepago	72
3.4.4.2.	Modelo determinístico de proyección de prepagos	73
3.4.4.3.	Un modelo de proyección de prepago más complejo.....	76
3.4.4.4.	Otras consideraciones de los prepagos.....	77
3.4.5.	Estimación del Valor Presente para un Escenario de Tasas de Interés.....	78
3.4.6.	Determinando el valor teórico.....	80
3.4.7.	OAS (<i>Option adjusted spread</i>).....	81
3.4.8.	Seleccionando el número de caminos de tasas de interés.....	83
3.4.9.	Costo de la Opción de Prepago.....	83
3.4.10.	Interpretación de resultados.....	84
4.	PLANTEAMIENTO DEL MODELO DE VALORACIÓN APLICADO AL CASO COLOMBIANO	85
4.1.	CONSIDERACIONES DEL MODELO A DESARROLLAR	85
4.1.1.	Cuantificación de los prepagos.....	85
4.1.2.	Denominación de los créditos hipotecarios	86

4.1.3.	Modelo de estructuración	87
4.1.4.	Tasas de Interés.....	87
4.2.	OBTENCIÓN DE LOS DATOS UTILIZADOS PARA DESARROLLAR EL MODELO	88
4.3.	METODOLOGÍA DE DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN.....	90
4.3.1.	Determinación de la sensibilidad de la tasa de prepagos a variaciones en la tasa de interés.....	91
4.3.2.	Estimación de los parámetros del modelo Cox, Ingersoll y Ross.....	95
4.3.2.1.	Detalles del modelo heteroscedástico.....	96
4.3.2.2.	Implementación del modelo	97
4.3.3.	Calculadora de Precio TIPS E-2 Publicado por la Titularizadora	103
4.3.4.	Implementación del Modelo de Valoración de Títulos Hipotecarios por Simulaciones de Monte Carlo en Excel.....	105
4.3.4.1.	Generación de números aleatorios.....	106
4.3.4.2.	Implementación del modelo de CIR para simulación de la DTF.....	106
4.3.4.3.	Estimación de los prepagos a partir de la DTF simulada.....	110
4.3.4.4.	Proyección de los Flujos de Caja.....	112
4.3.4.5.	Estimación del Valor Presente Promedio de los caminos simulados.....	113
4.3.4.6.	Obtención del OAS a partir de un algoritmo iterativo.....	116
5.	APLICACIÓN DEL MODELO Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	117
5.1.	HERRAMIENTAS DE SALIDA DEL MODELO DE VALORACIÓN	117
5.1.1.	Medida OAS.....	117
5.1.2.	Vida Promedio de los Títulos	118
5.1.3.	Comparación de los Flujos de Caja Simulados	119
5.1.4.	Sensibilidad de las estimaciones del OAS.....	120
5.1.5.	Estimación del <i>spread</i> estático y estimación automática de la base de datos del mercado secundario.....	121
5.2.	EJEMPLO DE UNA CORRIDA DEL MODELO DE VALORACIÓN.....	122
5.2.1.	Interpretación del costo de la opción.....	125
5.2.2.	Interpretación del aumento en la volatilidad de las tasas de interés.....	125

5.2.3.	Interpretación del <i>spread</i> bajo cero volatilidad.....	126
5.2.4.	Sensibilidad de las estimaciones.....	128
5.2.5.	Interpretación del OAS negativo.....	129
6.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	131
	BIBLIOGRAFÍA.....	137
	ANEXOS.....	140

LISTA DE FIGURAS

pág.

Figura 1. Estructura de la Emisión TIPS E-2.....	39
Figura 2. Resumen Prioridades de Pago de la Emisión TIPS.....	56
Figura 3. Continuación Resumen Prioridades de Pago de la Emisión TIPS E-2	57
Figura 4. Caminos Simulados de Tasas de Interés Futuras Efectivas Mensuales.....	60
Figura 5. Caminos Simulados de Tasas de Refinanciación Futuras Efectivas Mensuales	61
Figura 6. Caminos Simulados de Flujos de Caja.....	63
Figura 7. Proceso de Reversión a la Media.....	67
Figura 8. Posibles formas de la estructura temporal del Modelo Vasicek.....	69
Figura 9. Modelo de Prepagos PSA (Public Securities Association)	74
Figura 10. Comportamiento del Prepago vs. <i>spread</i> WAC - Tasa de Refinanciación Actual	75
Figura 11. Caminos Simulados de Estructura Temporal de Tasas de Interés	79
Figura 12. Ilustración cálculo del CPR (1)	92
Figura 13. Ilustración cálculo del CPR (2).....	92
Figura 14. Series de CPR y Δ DTF usadas en la Regresión	93
Figura 15. Pronostico Obtenido de CPR vs. Δ DTF	95
Figura 16. Serie de DTF utilizada para la estimación del modelo	98
Figura 17. Residuales del modelo de Vasicek de la DTF	100
Figura 18. Residuales del modelo de Cox, Ingersoll & Ross de la DTF.....	102
Figura 19. Calculadora de Precio con Prepago TIPS E-2.....	103
Figura 20. Etapas de elaboración del modelo de valoración de TIPS E-2	105
Figura 21. Ejercicio de Simulación de la DTF.....	108
Figura 22. Estructura Temporal de las Tasas de Interés Implícita.....	109
Figura 23. Ilustración de la Simulación de Tasas de Interés en Excel.....	110
Figura 24. Ilustración de la Simulación de CPR	111

Figura 25. Página Principal del Modelo de Valoración.....	116
Figura 26. Salida Principal del Modelo de Valoración	118
Figura 27. Estimación de la Vida Promedio de los Títulos.....	119
Figura 28. Comparación de Flujos de Caja Simulados y <i>Benchmark</i> Titularizadora.....	120
Figura 29. Interfaz de la herramienta de base de datos.....	121
Figura 30. Pro forma de los resultados a obtener de la implementación de la herramienta de base de datos	122
Figura 31. Resultado de ejercicio realizado.....	123
Figura 32. Resultado de ejercicio realizado bajo un supuesto de mayor volatilidad	123
Figura 33. Ilustración del OAS	125
Figura 34. Interpretación aumento volatilidad de tasas de interés	126
Figura 35. Índice de prepago bajo volatilidad cero.....	128
Figura 36. Tasas simuladas bajo supuesto de cero volatilidad.....	128
Figura 37. Salida de la herramienta de sensibilidad para una corrida.....	129
Figura 38. Análisis sin efecto impositivo	130
Figura 39. Análisis con efecto impositivo	130

LISTA DE TABLAS

pág.

Tabla 1. Requerimientos para el otorgamiento de créditos hipotecarios en Colombia...	29
Tabla 2. Características de los títulos componentes de la Emisión TIPS E-2	40
Tabla 3. Clasificación de Títulos de la Emisión TIPS E-2	50
Tabla 4. Rentabilidad Facial de los Títulos de la Emisión TIPS E-2	51
Tabla 5. Resultados de la Regresión de CMO de CPR vs. ΔDTF	94
Tabla 6. Instrucciones de SAS Modelo Vasicek.....	99
Tabla 7. Resultados obtenidos al correr el modelo de Vasicek.....	99
Tabla 8. Instrucciones de SAS para correr el modelo de Cox, Ingersoll & Ross	100
Tabla 9. Resultados obtenidos al correr el modelo de Cox, Ingersoll and Ross	101
Tabla 10. Parámetros de estimación modelo CIR.....	107
Tabla 11. Parámetros estimados sensibilidad de prepagos.....	111
Tabla 12. Factores de Consideración en Proyección de Flujos de Caja.....	113

LISTA DE ANEXOS

pág.

ANEXO A. Ingresos Universalidad NO VIS	140
ANEXO B. Ingresos Universalidad VIS	140
ANEXO C. Prelación de Pagos NO VIS	141
ANEXO D. Prelación de Pagos VIS	143
ANEXO D. Código de SAS de estimación del modelo de tasa de interés	144

INTRODUCCIÓN

Todo activo, ya sea financiero o real, tiene un valor. La clave para invertir y administrar un conjunto de activos de una forma exitosa no radica simplemente en conocer el valor sino también saber cuales son los orígenes de dicho valor. Aunque la naturaleza y los detalles heterogéneos de ciertos activos hacen su valoración más difícil y diferente que la de otros activos, cualquier activo puede ser valorado. La valoración de un acción de una empresa inscrita en una bolsa de valores tendrá un formato distinto al utilizado para valorar un bono soberano emitido por el Estado Colombiano. A pesar que las innovaciones en los mercados financieros modernos a nivel local e internacional demandan nuevos tipos de enfoques para valorar y analizar los nuevos activos disponibles, es sorprendente que sin importar la existencia de diferentes técnicas, los principios básicos se mantienen entre una y otra metodología. La introducción de nuevas herramientas de inversión en el mercado insta a los inversionistas a desarrollar e implementar nuevo enfoques de análisis y valoración. La aparición de la titularización hipotecaria en Colombia a partir de la emisión de este tipo de papeles en el mercado nacional, reta a los participantes del mercado a desarrollar e implementar herramientas de análisis consistentes con los papeles y las particularidades del mercado colombiano.

La titularización hipotecaria es un mecanismo moderno de financiación que ha sido usado de forma masiva en países desarrollados como por ejemplo, Estados Unidos. Recientemente, esta herramienta financiera fue introducida en el mercado de capitales colombiano por medio del establecimiento del marco legal por el cual opera la recientemente creada, Titularizadora Colombiana, la cual es la primera entidad especializada en la titularización de cartera hipotecaria en Colombia. La creación de esta compañía esta motivada en desarrollar el mercado secundario de hipotecas residenciales en Colombia mediante la introducción en el mercado colombiano de la innovación financiera de “empaquetar” hipotecas y emitir papeles en el mercado de valores colateralizados con estas hipotecas. La titularización hipotecaria une el mercado

de capitales con el de vivienda mediante la emisión de títulos respaldados por conjuntos de créditos hipotecarios.

La reciente introducción de estos papeles en el mercado de valores nacional y la sofisticación de análisis que estos productos financieros requieren, obliga a los actores del mercado a estudiar e idear modelos de análisis que permitan extraer información de los títulos y del mercado con el fin de tomar mejores decisiones entre las diferentes alternativas de inversión. El objetivo del presente proyecto es el de estudiar y aplicar un modelo específico para analizar los títulos hipotecarios emitidos en el país por la Titularizadora Colombiana. El desarrollo del estudio está enfocado primordialmente en proveer a los interesados en la materia un esquema de análisis de títulos hipotecarios con fuertes bases teóricas, basado en conceptos manejados en los mercados financieros internacionales de títulos de renta fija, pero al mismo tiempo con la intención de establecer un marco práctico que sea utilizable localmente teniendo en cuenta las particularidades del mercado colombiano y los títulos hipotecarios emitidos en el país, o TIPS como son conocidos localmente.

Este proyecto se ha desarrollado de forma prematura como parte de un grupo de estudios que se esperarían en un mediano plazo como respuesta al interés del mercado por este tipo de papeles, que en un futuro contarán con información más robusta, ya que a la fecha la disponibilidad y calidad de la información no es lo suficientemente buena debido a la reciente introducción de los papeles en el mercado. Al mismo tiempo, el alcance y del presente estudio está determinado por el contexto en que se desarrolla ya que la reciente introducción de los papeles le da la validez y la importancia meritoria a proyectos de este tipo, pero al costo de no contar con datos robustos y bibliografía específica al contexto local. La intención del autor es la de sentar una base para la evaluación de estos títulos basándose en la intuición existente detrás de los modelos disponibles en mercados más desarrollados y aplicándola al mercado colombiano con las modificaciones pertinentes. Aunque el proyecto pretende ser lo más minucioso posible, no pretende ser exhaustivo, ya que su naturaleza misma supone la subjetividad

en los planteamientos y en los supuestos realizados con el fin de implementar el modelo desarrollado. Más que proponer un modelo único para evaluar este tipo de papeles, se procura analizar e implementar uno de los muchos métodos posibles, originar conclusiones a partir de la implementación y los resultados obtenidos, y finalmente hacer recomendaciones al respecto y establecer posibles direcciones de los futuros estudios en el marco local.

1. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

El presente proyecto esta motivado por la preocupación del autor por la inexistencia de documentación disponible en el mercado de valores colombiano respecto a la temática a analizar, la cual refleja el bajo nivel de sofisticación que manejan actualmente muchos de los agentes del mercado, los cuales al invertir recursos propios y de terceros en papeles nuevos, lo hacen sin contar con herramientas de análisis robustas y sistemáticas que les permita realizar inversiones responsables e informadas. Teniendo en cuenta el interés que ha suscitado la introducción de los títulos hipotecarios en el mercado nacional, o TIPS como son conocidos en el mercado local, este proyecto busca desarrollar una metodología estructurada de análisis que permita estudiar y medir el valor de los títulos hipotecarios emitidos en Colombia, aplicándola a una emisión de títulos hipotecarios específica con información disponible al público en general. La intención del autor es que el enfoque dado al presente proyecto sea lo más práctica posible con el objetivo de que a partir de los resultados obtenidos aquí, sea posible establecer la metodología desarrollada en la practica diaria del análisis de inversión. Aunque actualmente los agentes de los mercados internacionales de valores, específicamente de títulos de renta fija, cuentan con herramientas analíticas estructuradas para analizar este tipo de títulos, estas no son totalmente aplicables a Colombia debido a singularidades propias del mercado colombiano que harían de la aplicación “mecánica” de los modelos desarrollados en el exterior, una tarea improductiva. En el presente proyecto se pretende desarrollar una metodología especial de valoración de títulos hipotecarios que tenga en cuenta las particularidades nacionales, pero que al mismo tiempo esté desarrollada a partir de la intuición obtenida de los modelos internacionales empleados para analizar los títulos emitidos en el exterior, específicamente los existentes en Estados Unidos. Adicionalmente, mediante el desarrollo del modelo de valoración se pretende adquirir e ilustrar la idea sobre las fuentes de valor de estos importantes títulos valores. La modelación del comportamiento de los títulos a analizar y de las variables que lo afectan, permitirá identificar los factores que afectan el interés de los inversionistas sobre estos títulos.

2. ESTRUCTURACIÓN DEL PROBLEMA

2.1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Existen en los mercados financieros ciertos instrumentos de renta fija y derivados cuyos flujos de caja son dependientes del camino que tomen diferentes variables relevantes en el mercado. Por ejemplo, una opción barrera, o *barrier option* sobre una acción, es un instrumento derivado que se activa si el precio de la acción alcanza el precio barrera, o *trigger price*, y resulta en una posición larga o corta en la opción, o en el ejercicio automático de la posición en opciones. Una opción *up-and-in call*, es un instrumento derivado que le da el derecho más no el deber al tenedor de comprar una acción XXX por \$50 (*strike price*), si el precio de la acción en el mercado activa la opción al “tocar” la barrera de \$53 (*trigger price*). Entonces si el precio de la acción se mantiene por debajo de \$53, la opción *call* no podrá ser ejercida. Por el contrario, si el precio alcanza el *trigger price* de \$53, el tenedor del instrumento tiene una opción *call* sobre la acción XXX, con un precio de ejercicio de \$50. Este tipo de opciones son consideradas como “exóticas”.¹

Así como los instrumentos descritos anteriormente, hay títulos de renta fija en el mercado cuyo flujo de caja periódico depende del camino que tomen las tasas de interés de la economía. Es decir, el flujo de caja mensual esperado no depende únicamente de la estructura a término de las tasas de interés actuales y la estructura a término futura, sino también del camino que las tasas de interés tomaron para alcanzar el nivel actual. Los títulos hipotecarios en general, son papeles que presentan esta característica por la naturaleza misma de los activos que respaldan los flujos de caja asociados a los títulos.

¹ Definición tomada de: [Campbell R. Harvey's Hypertextual Finance Glossary](http://www.duke.edu/~charvey/Classes/wpg/bfglosb.htm). Recuperado el 13 de Octubre de 2004, de <http://www.duke.edu/~charvey/Classes/wpg/bfglosb.htm>

Un título hipotecario es creado cuando un banco hipotecario o institución financiera en general, vende cierta parte de su portafolio de hipotecas residenciales en su activo a algunos inversionistas. Las hipotecas vendidas por el banco son puestas en un patrimonio autónomo y los inversionistas obtienen participaciones de los flujos de caja modificados asociados a esas hipotecas mediante la compra de títulos en el mercado de valores. Por consiguiente los flujos a los que los inversionistas tienen derecho, son afectados por los factores económicos que afectan el desempeño de cada uno de los créditos que respaldan los títulos emitidos en el mercado de valores.

Entre los elementos que afectan el desempeño de un crédito hipotecario se encuentra el fenómeno conocido como “prepago”. Este sucede cuando el deudor hipotecario paga parcial o totalmente la hipoteca antes de la fecha establecida. Los pagos hechos en exceso de los pagos programados de principal, son denominados de esta manera. Por ley en Colombia, no existe ningún tipo de penalidad impuesta sobre el deudor por realizar prepagos. Los propietarios de los inmuebles pueden prepagar por varias razones. Entre ellas podemos considerar como las más significativas, la venta de la propiedad, la refinanciación del crédito por incentivos económicos para el propietario, la recuperación del bien por incumplimiento del crédito y la posterior venta del inmueble, y finalmente, el pago del seguro en caso de que el bien sea destruido por una catástrofe.

De las causas mencionadas anteriormente, la refinanciación del crédito depende del comportamiento de las tasas de interés del mercado y del camino que éstas hayan tomado para llegar a su valor actual. Al otorgarle un crédito hipotecario al propietario de un inmueble, el inversionista en hipotecas (el banco hipotecario o institución financiera), le ha concedido al deudor la opción de prepagar la hipoteca y el deudor tendrá el incentivo de hacerlo mientras las tasas hipotecarias del mercado caigan lo suficiente debajo de la tasa contractual, teniendo en cuenta los costos asociados a la refinanciación. Lo anterior hace a los títulos hipotecarios comparables hasta cierto punto, a los bonos corporativos que son redimibles antes del vencimiento por tener una opción *call* implícita. Al tener en cuenta los efectos agregados de los prepagos

individuales por crédito, se considera que los flujos asociados a los títulos hipotecarios dependen del camino presentado por las tasas de interés del mercado. Teniendo en cuenta lo anterior, los prepagos en un periodo determinado dependen de las oportunidades anteriores disponibles para refinanciar tenidas en cuenta a partir de la originación de los créditos que han sido utilizados como colaterales para la emisión de títulos hipotecarios. A diferencia de los títulos hipotecarios, en una emisión de bonos corporativos redimibles, el emisor decidirá la redención de los bonos ejerciendo la opción *call* si la tasa de interés actual se encuentra por debajo del cupón de la emisión sin importar el camino que tomaron las tasas de interés para llegar a su punto actual.

Los títulos hipotecarios a analizar en el presente proyecto son papeles que siendo respaldados por hipotecas, son creados al establecer diferentes clases que redistribuyen el flujo de caja asociado a dichas hipotecas para satisfacer mejor las necesidades de los inversionistas alterando las características de riesgo-retorno de las diferentes clases que componen la emisión. Esta característica hace que las diferentes clases de papeles emitidos en el mercado, tengan un mayor *appeal* entre diferentes tipos de inversionistas (p.e. un fondo de pensiones interesado en hacer inversiones a largo plazo). Teniendo en cuenta lo anterior, existen dos elementos a analizar en la proyección de los flujos de caja asociados a una clase de una emisión de títulos hipotecarios: la dependencia de camino comentada anteriormente, y la redistribución de los flujos de las hipotecas realizada para dicha clase.

Para realizar un pronóstico del flujo de caja que será recibido por una clase en específico, se debe tener en cuenta la historia de prepagos de todo el portafolio de hipotecas que respalda la emisión de títulos hipotecarios. Los TIPS son estructurados de tal forma que existan varias clases de títulos con diferente madurez. En la terminología manejada en la emisión de este tipo de títulos, las clases emitidas son referidas como “series”. Los pagos de principal del colateral subyacente a la emisión de TIPS es distribuido de tal forma que se vayan retirando las series con base en la prioridad establecida en el prospecto de emisión (primero el pago de principal es

disecionado al título de 3 años de madurez hasta que se retire la serie, posteriormente es disecionado al título de 5 años hasta retirarlo, y así sucesivamente). En la jerga académica y práctica de los mercados de títulos de renta fija, estos títulos son conocidos como CMOs por sus siglas en inglés (*Collateralized Mortgage Obligations*). Los CMOs son títulos estructurados con el fin de reducir el riesgo de prepago inherente al portafolio de hipotecas subyacente a la emisión de títulos hipotecarios. El inversionista está expuesto al riesgo de prepago de dos tipos: de extensión (para un incremento de las tasas de interés el precio de un título hipotecario caerá a una mayor proporción que lo haría un bono libre de opciones ya que a mayores tasas el prepago se verá reducido, incrementando la cantidad de dinero invertida a la tasa facial del título, la cual es menor que la tasa del mercado), y de contracción (para una caída de las tasas de interés el incremento en el precio de un título hipotecario no es lo suficientemente grande como el de un título libre de opciones –convexidad negativa²– y el inversionista recibe un excedente por encima del pago programado de capital que debe reinvertido a menores tasas).

Con el fin de tener en cuenta la dependencia del camino de las tasas de interés para determinar el flujo asociado a los TIPS, es ideal utilizar métodos de simulación de Monte Carlo. La simulación a realizar implica realizar pronósticos de los flujos de caja futuros a partir de las tasas de refinanciación hipotecaria simuladas, lo cual permite determinar el nivel de prepago presentado por el activo subyacente. Aunque conceptualmente el esquema a utilizar es sencillo, la modificación de los flujos del colateral dificulta el análisis. Para realizar un pronóstico del flujo dirigido a una serie específica, es necesario conocer las alocaiones de flujo hechas a las series de mayor prioridad. Si la idea es analizar la serie de 7 años de la emisión, es necesario determinar también los flujos asociados a las series de 3 y 5 años, y sus respectivos retiros. La estructuración de las diferentes clases de títulos, hace que ciertas series sean más sensibles al efecto del prepago y al riesgo de tasa de interés.

² Con la caída de las tasas de interés, los deudores hipotecarios se encuentran incentivados a prepagar la hipoteca y a refinanciarse a una tasa menor.

Generalmente la intención del inversionista en TIPS es la de determinar cómo el valor de las diferentes series de la emisión es afectada por las variaciones del valor del colateral. Para diferentes escenarios de tasas de interés, prepagos y comportamiento de la economía en general, un administrador de portafolios estará interesado en analizar el riesgo de los diferentes títulos y cómo reciben el valor a partir de variaciones del flujo de caja del subyacente. Lo anterior con el fin de establecer su elección a partir de las diferentes relaciones de valor y riesgo existentes en las diferentes series.

2.2. FORMULACIÓN DE LOS OBJETIVOS DEL PROYECTO

A continuación se mencionan los objetivos generales y específicos del presente proyecto

2.2.1. Objetivo General

El objetivo principal de este proyecto es desarrollar una metodología estructurada para el análisis y la valoración de títulos hipotecarios CMO en Colombia, aplicable a los papeles emitidos localmente por la Titularizadora Colombiana. Dicha metodología será ilustrada a través de su aplicación a un título emitido previamente en el mercado nacional.

2.2.2. Objetivos Específicos

- Estudiar los modelos estándar utilizados en los mercados de capital internacionales.
- Estudiar y analizar la estructura de los títulos hipotecarios emitidos en Colombia y establecer las consideraciones pertinentes que deben ser tenidas en cuenta para implementar los modelos de valoración descritos anteriormente.

- Valorar títulos hipotecarios disponibles en el mercado colombiano utilizando información disponible.
- Analizar los beneficios implícitos al implementar este nuevo enfoque, y determinar su viabilidad teniendo en cuenta costos y beneficios.
- Establecer recomendaciones finales para el futuro diseño e implementación de metodologías de valoración de títulos hipotecarios en Colombia.

2.2.3. Metodología General

La metodología general está basada en la investigación bibliográfica acerca de los procedimientos y metodologías de análisis y valoración de títulos hipotecarios CMO, y acerca de los títulos hipotecarios CMO emitidos en Colombia, o TIPS como son conocidos en el mercado. Posteriormente se pretende formular un modelo de valoración de TIPS a partir de las metodologías estándar utilizadas en los mercados financieros internacionales, teniendo en cuenta las particularidades referentes a las tasas de interés, la estructura de los títulos hipotecarios y el mercado hipotecario bajo el marco colombiano, entre otros aspectos. Finalmente se procederá a obtener la información necesaria para implementar la metodología desarrollada anteriormente, y se aplicará el modelo con el objetivo de ilustrar la utilidad de los resultados obtenidos y su posterior análisis. Los siguientes ítems serán tenidos en cuenta específicamente para el desarrollo del proyecto:

Estudiar los modelos de valoración de títulos hipotecarios existentes.

1. Indagar sobre los métodos estándar utilizados actualmente para valorar los Títulos Hipotecarios en mercados más desarrollados (p.e. Estados Unidos).
2. Documentar la anterior investigación con la bibliografía necesaria para el entendimiento de los métodos de valoración actuales

Estudiar y analizar la estructura de los títulos hipotecarios emitidos en Colombia y establecer las consideraciones pertinentes que deben ser tenidas en cuenta para implementar los modelos de valoración descritos anteriormente.

3. Por medio de una entrevista con miembros del Departamento de Estructuración y Riesgo de la Titularizadora Colombiana, comprender y analizar la estructura de los títulos hipotecarios emitidos en Colombia con el fin de entenderlos y exponerlos en el informe escrito.
4. En la misma entrevista, analizar las diferencias entre los títulos emitidos en Colombia, y los emitidos en el exterior, específicamente en Estados Unidos, los cuales son los papeles considerados usualmente en la literatura especializada sobre el tema.
5. Documentar la entrevista anterior con documentos que hayan sido escritos al respecto en Colombia.
6. A partir de la determinación de las diferencias entre los títulos emitidos localmente y los emitidos en Estados Unidos, identificar posibles soluciones a las dificultades que puedan presentarse en el proceso de implementación de los modelos considerados con sus correspondientes justificaciones.
7. Identificar particularidades del mercado financiero colombiano y establecer consideraciones que deberán ser tenidas en cuenta para la adecuada implementación del modelo.
8. Establecer el modelo de valoración por simulaciones de Monte Carlo con las modificaciones sugeridas por las dos anteriores actividades.

Valorar los títulos hipotecarios disponibles en el mercado colombiano utilizando la información disponible.

9. A partir del modelo establecido en la actividad anterior realizar una valoración de los títulos hipotecarios.
10. Identificar aciertos y deficiencias del modelo a partir del análisis cuantitativo y cualitativo del modelo y de los resultados arrojados.

Analizar los beneficios implícitos al implementar este nuevo enfoque, y determinar su viabilidad teniendo en cuenta costos y beneficios.

11. Identificar los beneficios asociados en la implementación del modelo de valoración desarrollado.
12. Establecer los costos de implementar el modelo en términos de esfuerzo computacional, tiempo y recursos dedicados a la ejecución del modelo y costos asociados con la obtención de la información necesaria.
13. Definir las dificultades implícitas en el modelo de valoración y posibles obstáculos que hagan de la implementación práctica del modelo irrealizable.
14. Determinar si los beneficios obtenidos por la implementación del modelo de valoración recompensan los costos incurridos al implementarlo.

Establecer recomendaciones finales para la futura implementación de los modelos por opciones.

15. A partir del análisis conjunto de los resultados obtenidos con miembros del Departamento de Estructuración y Riesgo de la Titularizadora Colombiana, establecer recomendaciones y consideraciones a tomar en cuenta para la puesta en práctica del modelo.
16. Teniendo en cuenta las dificultades enfrentadas en la formulación e implementación del modelo, establecer sugerencias e inquietudes para futuras investigaciones respecto al tema.

3. MARCO TEÓRICO Y REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

3.1. HIPOTECAS³

Los créditos hipotecarios son préstamos de largo plazo cuyo fin es la financiación de la adquisición de vivienda. La naturaleza de la financiación de vivienda generalmente es de largo plazo debido a la proporción del valor del inmueble respecto al ingreso del deudor. La transacción implica el desembolso de recursos a través de una institución financiera que a su vez recibe como garantía la propiedad del bien en caso de que el deudor no cumpla con las obligaciones del crédito otorgado, disponiendo así de su venta, con el fin de recuperar los recursos prestados. El mercado de originación de hipotecas o mercad primario, esta conformado por:

- Ahorradores : depositan sus ahorros en las instituciones financieras, las cuales a su vez destinan estos recursos a la financiación de la vivienda
- Originador: es la entidad que *origina* la hipoteca o destina recursos a la financiación de la vivienda. Generalmente son establecimientos de crédito que fondean sus operaciones con capital propio o depósitos del público.
- Deudor: es la persona que solicita el crédito, obligada a servir la deuda bajo las condiciones pactadas con el originador, otorgando como garantía la propiedad del inmueble a adquirir
- Compañías de seguro: las aseguradoras expiden pólizas que amparan el valor del inmueble por pérdida fortuita (terremotos, incendios, etc.), y que cubren el pago de la deuda por muerte del deudor.

³ La s tres primeras secciones fueron desarrolladas a partir del Prospecto de Colocación de la Emisión TIPS E-2, disponible en la página web de la Titularizadora Colombiana: <http://www.titularizadora.com>; y de la Tesis de Magister en Administración de la Universidad de los Andes: GIRALDO, Liliانا. Consideraciones para la titularización como instrumento de financiación de vivienda en Colombia. Tesis (Magister en Administración) -- Universidad de los Andes. Bogotá, D.C. : Uniandes, 2002.

Es importante anotar que el deudor puede prepagar totalmente o parcialmente el capital de la hipoteca. . El prepago es la porción extra del pago mensual que excede el pago de principal programado. Por ley en Colombia, no existe ningún tipo de penalidad impuesta sobre el deudor por realizar prepagos. Los propietarios de los inmuebles pueden prepagar por varias razones. En primera instancia, un deudor puede prepagar totalmente la hipoteca si este vende su casa. Por otro lado, el deudor puede prepagar total o parcialmente en cualquier momento. Esta decisión puede estar influenciada por la intención del titular de reducir sus pagos mensuales, o porque las tasas de interés han caído suficientemente por debajo de la tasa que el deudor está pagando para que este piense en una refinanciación de la deuda. Adicionalmente, si el titular no puede cumplir con las obligaciones que se desprenden de la hipoteca, la propiedad es rematada por un juzgado a través de un proceso ejecutivo, por el cual es adjudicada y vendida posteriormente. Los recursos recibidos por la venta del inmueble son usados para pagarle al prestamista. Si el crédito hipotecario tiene un seguro de crédito, el asegurador está en el deber de pagar el balance pendiente. Finalmente, si la propiedad es destruida por algún siniestro (terremoto, incendio, inundación, etc.), y el inmueble está asegurado, el monto recaudado por el concepto del seguro será utilizado para pagar la hipoteca o para reconstruir la vivienda, caso en el cual el deudor seguiría con la obligación de continuar pagando el crédito hipotecario.

3.1.1. Criterios de originación de hipotecas

Con el fin de analizar el riesgo asociado al otorgamiento de créditos hipotecarios, los establecimientos de crédito analizan principalmente dos factores:

- *Loan-to-value ratio (LTV)*: hace referencia a la razón del préstamo con el valor de la garantía. Intuitivamente refleja la relación entre el patrimonio del deudor y la deuda adquirida. Entre más grande sea este indicador, el deudor tendrá menos incentivos de servir la deuda y no perder la propiedad del inmueble.

- *Payment-to-income ratio (PTI)*: se refiere a la razón entre el servicio de la deuda mensual y el ingreso mensual del deudor. Permite establecer la capacidad de la persona que solicita el crédito hipotecario.

Adicionalmente, la entidad analiza otros factores que considera relevantes para la evaluación del riesgo crediticio, a partir de la información personal del deudor y del inmueble que pretende adquirir.

3.1.2. Riesgos incurridos en la originación de hipotecas

Al originar créditos de vivienda los establecimientos bancarios se exponen a diferentes riesgos, que a su vez limitan el volumen de desembolsos en agregado. Entre los más importantes se pueden identificar los siguientes:

- *Riesgo de crédito*: el riesgo de crédito o de *default* es el riesgo que el deudor hipotecario no cumpla con el servicio de la deuda
- *Riesgo de liquidez*: la forma tradicional de fondear la originación de hipotecas es a través de instrumentos financieros de corto plazo, haciendo que haya un descalce de plazos entre los pasivos y activos del balance de la entidad financiera. Las recesiones y las crisis en el sistema financiero incentivan a los ahorradores a retirar los recursos de las entidades, dejando a éstas sin recursos para fondear sus actividades.
- *Riesgo de tasa de interés*: es el riesgo de desvalorización de los créditos hipotecarios por el incremento de las tasas de interés. Como los créditos hipotecarios son de largo plazo su duración es mayor, por lo cual el potencial de desvalorización es mayor. Adicionalmente, como el deudor tiene el privilegio de prepagar la deuda en el momento que quiera, enfrenta el problema de convexidad negativa cuando las tasas de interés caen. Esto implica que la valorización del instrumento de deuda va a ser menor que la depreciación que experimenta por un cambio del mismo valor en puntos básicos pero de diferente

signo. Este efecto es común en todos los papeles que tienen un opción *call* implícita

- *Riesgo de prepago*: el derecho de prepago concedido al deudor origina incertidumbre respecto al flujo de caja recaudado por la hipoteca.

3.1.3. Sistema hipotecario colombiano

A finales de la década de los noventa la crisis del sistema financiero y del sistema UPAC llevó al establecimiento de un nuevo marco jurídico para la financiación de la vivienda en Colombia. Con el fin de corregir las deficiencias estructurales del sistema, el Congreso de la República aprobó la Ley 546 de 1999, modificando así las condiciones del otorgamiento de los créditos hipotecarios. En dicha ley se establece el marco que debe seguir el Gobierno para regular el sistema hipotecario, las condiciones especiales del sistema de subsidios de vivienda de interés social, y el esquema de tributación relacionado a la financiación y construcción de vivienda.

La transformación más importante se dio en la denominación de los créditos hipotecarios que pasaron de estar denominados en UPACs a Unidades de Valor Real (UVR), las cuales deben reflejar el poder adquisitivo de la moneda a través del índice de precios al consumidor. Así mismo, contempló como ilegal la capitalización de los intereses (defecto del anterior sistema, el cual permitía a la entidad financiera trasladar parte de los intereses al saldo de la deuda), y la imposición de sanciones a los deudores por hacer prepagos parciales o totales. Finalmente, la Ley 546 amplió la posibilidad de fondeo de las entidades financieras para originar créditos hipotecarios mediante la introducción en el mercado colombiano de los títulos hipotecarios y los bonos hipotecarios, permitiendo así la diversificación de las fuentes de financiación del sistema además del ahorro y depósitos del público. La titularización y los bonos hipotecarios le dan la posibilidad al sistema hipotecario de financiar su actividad mediante la emisión de títulos en el mercado de valores respaldados por el flujo de caja de un portafolio de créditos hipotecarios originados por ellos mismos. De esta forma, el

sistema hipotecario puede acceder al mercado de capitales, con la participación de inversionistas institucionales que estén en la posición de desembolsar grandes montos a plazos largos, y que por su naturaleza, sean una fuente permanente de recursos para la financiación de la vivienda, incentivando así la construcción y el desarrollo del país.

A partir del marco legal establecido por la Ley 546, la Superintendencia Bancaria estableció los siguientes lineamientos para la otorgamiento de créditos hipotecarios en Colombia:

Tabla 1. Requerimientos para el otorgamiento de créditos hipotecarios en Colombia

Factor	Disposición
Plazo de Amortización	Entre 5 y 30 años
Denominación del crédito	Moneda legal o UVRs
Garantía	Hipoteca de primer grado sobre la vivienda financiada
Interés remuneratorio	Se aplica sobre el saldo de la deuda y se fija durante toda la vigencia del crédito, salvo que las partes acuerden reducir la misma. La tasa deberá expresarse en términos efectivos anuales. Los intereses se podrán cubrir únicamente de forma vencida y no podrán capitalizarse.
LTV	Hasta el 70% del valor del inmueble. Si se trata de vivienda de interés social, el monto del préstamo podrá ascender al 80% de la garantía.
Primera cuota del crédito	Deberá ser inferior al 30% de los ingresos familiares
Prepagos	Se deben permitir los prepagos totales o parciales sin penalidad alguna, pudiendo el deudor en el último caso, elegir si disminuye el valor de la cuota o el plazo de la obligación
Seguros	Los inmuebles financiados deben estar asegurados contra incendio y terremoto.

Fuente: Circular Externa 011-02 de la Superintendencia Bancaria

3.2. TITULARIZACIÓN DE ACTIVOS

La titularización es un proceso mediante el cual se emiten títulos valores en el mercado de valores, cuyo pago se encuentra respaldado por un portafolio de activos, generalmente ilíquidos, que han sido separados del balance del propietario. Los activos titularizados generalmente producen un flujo de caja predecible, generan un retorno mayor al que se le prometerá a los inversionistas, y son homogéneos. En Colombia, se han realizado generalmente titularizaciones de cartera crediticia, productos agroindustriales, activos inmobiliarios, y flujos de caja. En la titularización de activos, varias instituciones participan en la destinación de recursos de agentes con superávit de capital a agentes deficitarios. Por ejemplo, en el caso de los créditos hipotecarios, (i) una entidad origina los créditos hipotecarios, (ii) esa entidad vende los créditos hipotecarios a una sociedad titularizadora, (iii) la sociedad titularizadora obtiene de un tercero una póliza de seguro o mecanismo de cobertura contra el riesgo de crédito, (iv) la sociedad titularizadora vende el derecho a servir los créditos a una entidad hipotecaria o a la misma originadora⁴, (v) la sociedad titularizadora usa los servicios de una comisionista de bolsa para distribuir los títulos entre individuos e inversionistas institucionales.

3.2.1. Participantes en un proceso de titularización

- Originador: por su necesidad de financiación dispone de activos que está dispuesto a titularizar
- Agente de manejo: es la entidad encargada de dirigir el proceso de titularización, realiza las operaciones relacionadas con la custodia y el manejo de los activos a titularizar, supervisa el cumplimiento del reglamento de colocación y recauda los rendimientos que se generen en el proceso de custodia y de manejo.

⁴ Servir un crédito hipotecario implica recolectar el pago de los créditos, enviar notificaciones a los deudores, recolectar información periódica sobre los créditos, entablar procesos jurídicos cuando el deudor incumpla los términos del crédito, etc.

- Estructurador: diseña la emisión realizando estimaciones financieras y evaluando el interés del mercado para garantizar su colocación en el mercado de valores. Generalmente es una firma de Banca de Inversión.
- Colocador: es el encargado de distribuir y vender los títulos en el mercado de valores.
- Inversionistas: cualquier participante en el mercado de valores con recursos para invertir. Pueden ser individuos o inversionistas institucionales (Aseguradoras, Fondos de Pensiones, etc.)
- Agencia Calificadora: certifican el riesgo de la emisión y actúan como intermediario entre los inversionistas y los emisores al especializarse en el análisis de los títulos y emitir una opinión que permita al inversionista tomar una decisión informada.
- Garantes: son las entidades que ofrecen un mecanismo de cobertura o póliza cuando el flujo recaudado de los activos no es suficiente para responder a los inversionistas.

3.2.2. Etapas en un proceso de titularización

- a) Selección de activos a titularizar: mediante un análisis cuantitativo y cualitativo se evalúan los riesgos asociados a los activos a titularizar.
- b) Adquisición de los activos: los activos a titularizar son transferidos a un patrimonio autónomo separados del balance del originador y del emisor. Los acreedores del originador y del emisor no pueden reclamar derecho alguno sobre los activos del patrimonio autónomo.
- c) Estructuración de la emisión: a partir de las características de los activos a titularizar y de las perspectivas del mercado de valores, se diseña un título atractivo para los inversionistas. Los títulos pueden ser de participación, de contenido crediticio o mixto.
- d) Determinación de riesgos y creación de mecanismos de cobertura: mediante el uso de herramientas estadísticas y matemáticas se determinan y cuantifican los

riesgos inherentes a los activos a titularizar con el fin de diseñar mecanismo que permitan cubrir cualquier pérdida que afecte el pago de los títulos.

- e) Elaboración del reglamento de colocación y prospecto: una vez sea determinada la estructura y se establezcan los mecanismos de cobertura a utilizarse elaboran los contratos y documentos que permitan regular las relaciones, derechos y deberes de las diferentes partes involucradas en el proceso, e informar a los interesados sobre los títulos a emitir.
- f) Oferta y colocación de títulos: una vez estén listos los documentos, se procede a la oferta, que dependiendo si es pública o privada, estará sujeta a la autorización de la entidad competente. La oferta de los títulos se realizará de acuerdo con los términos y la duración contenida en el reglamento y el prospecto. La colocación de los títulos se realiza a través de un intermediario del mercado de valores, que a su vez puede garantizar la colocación total de los títulos (colocación en firme), o hacer el “mejor esfuerzo”. El éxito de la colocación se mide en el monto demandado por los inversionistas respecto al valor de total de la emisión. Generalmente se dice, la emisión fue sobredemandada n veces el monto ofrecido. El precio de colocación de los títulos lo define el mercado.
- g) Administración de la emisión: se realizan las actividades estipuladas en el prospecto y reglamento de colocación. En el proceso debe haber una coordinación de todas las partes involucradas (administrador, agente de manejo, etc.), y se debe realizar un monitoreo continuo de los activos y del precio de los títulos en el mercado.
- h) Terminación de la emisión: la terminación de la emisión se produce de acuerdo a lo establecido en el respectivo reglamento.

3.3. TITULARIZACIÓN HIPOTECARIA

3.3.1. Generalidades de la titularización hipotecaria⁵

La titularización nace en la mitad del siglo veinte como una innovación financiera que permite a los establecimientos financieros acceder a fuentes de recursos diferentes a los depósitos realizados por el público con el fin de fondear la actividad de originación de créditos hipotecarios. Mediante la oferta de títulos respaldados por créditos de vivienda en el mercado secundario de hipotecas, se financia la actividad de los originadores en el mercado primario. Para hacer estos títulos más atractivos a los inversionistas, las sociedades titularizadoras que desarrollan el mercado secundario les dan algunas coberturas a los riesgos inherentes a la cartera hipotecaria, asegurando al inversionista el pago oportuno del principal y los intereses de los títulos hipotecarios. Los principales riesgos están asociados a la incertidumbre de futuros pagos -riesgo de prepago- y al riesgo en el flujo de caja -riesgo de mora-.

La titularización es una herramienta moderna de financiamiento utilizada en forma masiva en países desarrollados, en especial en los Estados Unidos. Sus costos son sustancialmente inferiores en comparación con los márgenes de intermediación de las entidades de crédito. En Colombia, la diferencia entre la tasa de interés que paga el deudor del crédito hipotecario y la tasa que recibe quien deposita sus ahorros en las entidades financieras es cercana a 10 puntos porcentuales. Por el contrario, en el caso de la titularización la diferencia entre la tasa que paga el deudor y la que recibe el tenedor del título será de aproximadamente 4 puntos porcentuales. Los gastos administrativos de la titularización son mínimos y la Titularizadora no realiza encajes, ni inversiones forzosas.

⁵ La totalidad de este porción es tomada de <http://www.titularizadora.com/latitularizacion.asp>

Esta ganancia en eficiencia tiene implicaciones macroeconómicas de gran envergadura. En los Estados Unidos, el margen de intermediación en las titularizaciones se ha reducido a sólo medio punto porcentual, con un claro impacto sobre la inversión y el crecimiento. Es indiscutible que este mecanismo explica en buena parte el bajo costo del financiamiento hipotecario en ese país.

Los Estados Unidos tienen el mercado hipotecario más desarrollado del mundo como resultado de la relativa estabilidad de su economía, el buen funcionamiento del mercado primario de créditos hipotecarios y el desarrollo de un eficiente mercado secundario de hipotecas. El dinamismo de este último le ha permitido obtener fondos del mercado de capitales, con lo que ha aumentado la oferta de créditos y la disminución en su costo.

El mercado hipotecario estadounidense es altamente especializado. Existe una clara separación de funciones entre quienes originan y administran los créditos -mercado primario- y quienes manejan los riesgos y obtienen los fondos -mercado secundario-. El sector público ha jugado un papel fundamental en el desarrollo de estos mercados, en parte a través de la creación de instituciones claves para el mercado secundario que facilitan la conexión entre el mercado de vivienda y los mercados de capitales. Hoy por hoy, el mercado secundario es dominado por estas entidades creadas por el Gobierno, aunque cada día participan más entidades privadas.

3.3.2. Titularización hipotecaria en Colombia

El marco legal para la titularización de activos en Colombia fue establecida tan solo desde el año 1993, la expedición de la Ley 35 de ese año, inspirando posteriormente la resoluciones 1394 de 1993 y la 1032 de 1994 de la Superintendencia de Valores, compiladas en la Resolución 400 de 1995. Posteriormente, la Ley 546 de 1996 introdujo importantes modificaciones al sistema hipotecario como fue mencionado anteriormente, introduciendo al marco legal del sistema colombiano, las Sociedades Titularizadoras, permitiendo la especialización en el proceso de titularización: una entidad origina y

administra, otra estructura y emite los títulos, y finalmente otra los coloca en el mercado. Así mismo incentiva la homogeneidad de los títulos al emitir papeles de similares características por solo una entidad, permitiendo así una mayor profundidad y acogida por parte del mercado.

El modelo de sociedades titularizadoras, aplicado al caso colombiano sigue el mismo proceso descrito en el capítulo anterior, pero con la particularidad del rol ejercido por dichas sociedades. En este esquema de negocio, la sociedad titularizadora actúa como agente de manejo y emisor de los títulos (organización, administración, estructuración y control del proceso de titularización). Los acreedores de la sociedad titularizadora no podrán considerar como garantía los activos del patrimonio autónomo, ya que se encuentran separados del balance tanto del originador como de la sociedad titularizadora.

Las sociedades titularizadoras, en este caso la Titularizadora Colombiana, están a cargo de:

- Recauda los recursos provenientes de la emisión y se relaciona jurídicamente con los inversionistas
- Manejar eficientemente el flujo recibido de los activos en forma separada del patrimonio del originador (el colateral de los títulos hipotecarios)
- Llevar la contabilidad de las universalidades (patrimonios autónomos), y suministrar información precisa y diligente a todos los agentes del mercado interesados (bolsas de valores, superintendencias, inversionistas, etc.)
- Celebrar los contratos necesarios en el proceso de titularización

3.3.3. Características de la generales de los TIPS

Teniendo en cuenta que el proceso de análisis a realizarse está basado específicamente en los títulos emitidos en Colombia por la Titularizadora Colombiana, es importante evaluar la estructuración de estos títulos, con el fin de analizar el flujo de caja asociado a los títulos y las variables que lo afectan.

El mercado de créditos hipotecarios en Colombia se encuentra dividido en dos nichos con importantes elementos de diferenciación entre sí. Por un lado se encuentran los créditos hipotecarios para vivienda de interés social (VIS), los cuales están caracterizados por el subsidio disponible para que la población menos favorecida adquiera vivienda propia. Este subsidio lo otorga el gobierno a partir de la destinación de recursos hacia el sector financiero, lo cual hace posible que se ofrezca a este segmento de la población, condiciones del crédito más favorables. Por otro lado existen los créditos hipotecarios que no corresponden a viviendas de interés social (No VIS), los cuales son concedidos al público por el sector financiero bajo las condiciones de mercado normales.

Teniendo en cuenta el efecto social y el impacto que tiene en la economía la titularización hipotecaria, la estructuración de los TIPS se ha hecho teniendo en cuenta a los dos segmentos hipotecarios existentes. La emisión de títulos hipotecarios ha estado conformada por los dos grupos de créditos hipotecarios disponibles para titularizar, los créditos VIS y los créditos No VIS. En las titularizaciones hipotecarias emitidas hasta la fecha se ha mantenido una proporción aproximada de 30% de créditos VIS y de 70% de créditos No VIS.

Una vez sean adquiridos los créditos hipotecarios a titularizar de los bancos hipotecarios o CAVs (Corporaciones de Ahorro y Vivienda) mediante el proceso de selección realizado por la Titularizadora, los créditos son titularizados de forma

categorica en dos universalidades o patrimonios autónomos⁶: la Universalidad VIS y la Universalidad NO VIS, a partir de los cuales se conforman los títulos VIS y los títulos NO VIS. Una vez estos títulos sean conformados, se procede a la conformación de la Universalidad TIPS a partir de los dos títulos anteriores, para finalmente proceder al proceso de titularización que da origen a los títulos TIPS, los cuales son respaldados por los activos en la Universalidad TIPS, es decir los títulos VIS y NO VIS conformados en un principio.

La universalidad No VIS está conformada por: (i) la totalidad de los Créditos No VIS junto con sus Garantías Hipotecarias⁷, (ii) los derechos sobre los Seguros a través de los cuales se protege la vida de los Deudores y la integridad de los inmuebles sobre los que recaen las Garantías Hipotecarias; (iii) los activos o derechos derivados de los Mecanismos de Cobertura de los títulos No VIS⁸ y; (iv) los rendimientos derivados de las Inversiones Temporales No VIS.

La universalidad VIS está conformada por: (i) la totalidad Créditos VIS junto con sus Garantías Hipotecarias, (ii) los derechos sobre los Seguros a través de los cuales se protege la vida de los Deudores y la integridad de los inmuebles sobre los que recaen las Garantías Hipotecarias; (iii) los activos o derechos derivados del Mecanismo de Cobertura de la títulos No VIS⁹ y; (iv) los rendimientos derivados de las Inversiones Temporales VIS.

El proceso de conformación de los Títulos TIPS en dos pasos (la conformación de los Títulos VIS y NO VIS por separado, y la conformación de los Títulos TIPS a partir de

⁶ La Universalidad o Patrimonio Autónomo es la figura jurídica mediante la cual los créditos hipotecarios son aislados del Patrimonio de la Titularizadora Colombiana S.A. en el proceso de titularización. Esta figura permite que los créditos titularizados no sirvan como prenda de los acreedores de la Titularizadora después de ser adquiridos de los bancos hipotecarios que participan en la emisión.

⁷ Se refiere a la Garantía de la Hipoteca, es decir el inmueble.

⁸ Los mecanismos serán descritos más adelante. Se refiere específicamente al *Credit Enhancement Facility* de la IFC y al Fondo de Reserva No VIS.

⁹ A ser explicado más adelante. Se refiere a la Garantía Nación otorgada por medio de Fogafin.

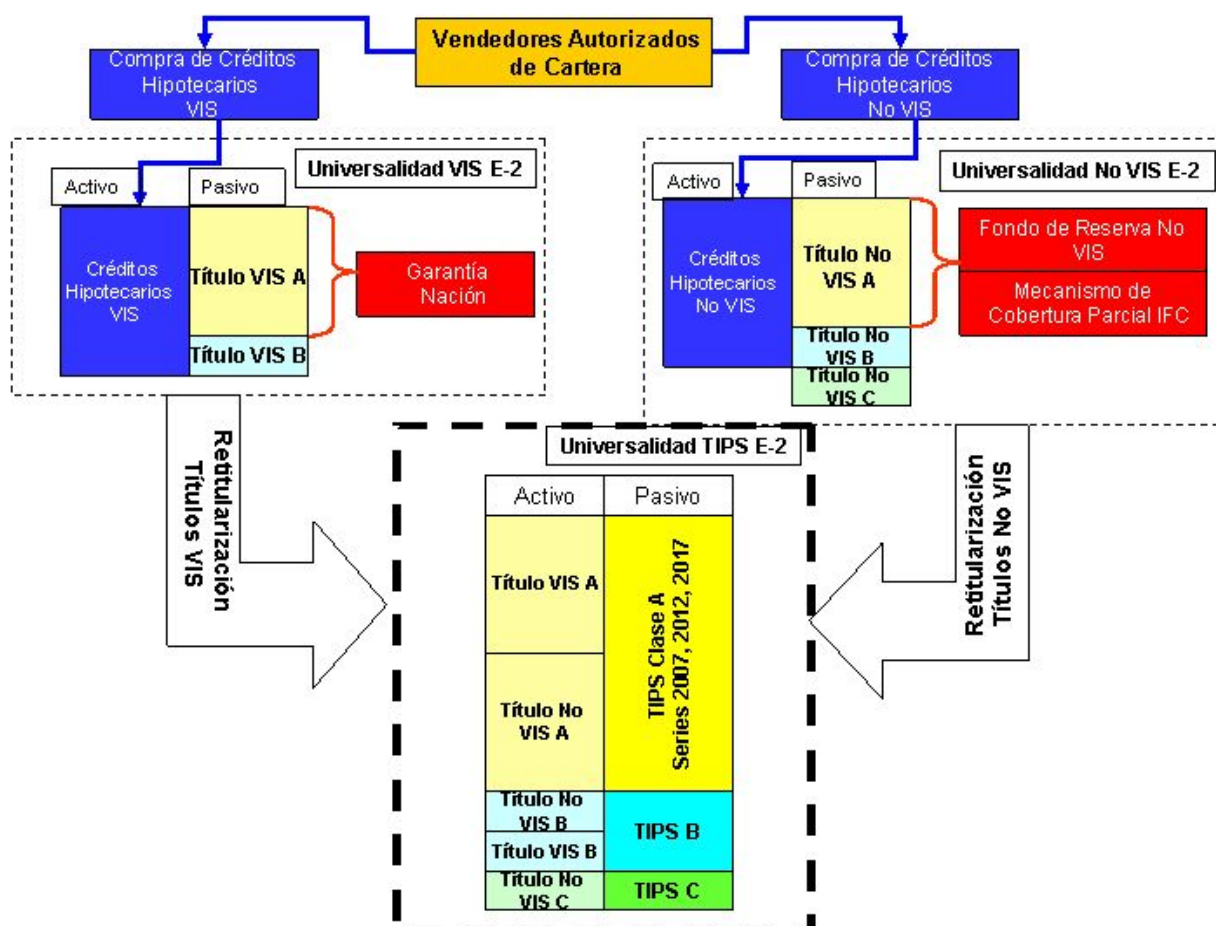
éstos), está fundamentado en el origen de los mecanismos de cobertura existentes con el fin de mejorar el perfil crediticio de los títulos a ser emitidos en el mercado de valores. Teniendo en cuenta la naturaleza de los créditos hipotecarios subyacentes a la emisión de TIPS, se han establecido dos mecanismos de cobertura que garantizan un flujo de caja mínimo hacia los tenedores de los títulos *senior*¹⁰: la garantía parcial otorgada a los créditos No VIS por la IFC (Internacional Finance Corporation)¹¹, y la garantía total de otorgada por la Nación a los créditos VIS por Fogafin (Fondo de Garantías de las Instituciones Financieras).

El proceso de titularización que da lugar a la Emisión TIPS está conformado por las Universalidades TIPS, No VIS y VIS. A partir de las Universalidades No VIS y VIS se emiten los Títulos Hipotecarios los cuales son retitularizados posteriormente a través de la Universalidad TIPS. A partir de la Universalidad TIPS se emiten los TIPS para ser suscritos por el público en general. Los pagos por intereses, pagos por capital programados y pagos por capital anticipados de los Títulos Hipotecarios hacen parte del Flujo Recaudado TIPS en los términos de los Reglamentos TIPS, No VIS, VIS y el Prospecto de Emisión.

¹⁰ Los títulos *senior* tiene una prioridad superior de pago que los títulos subordinados. Así mismo tienen mayores garantías respecto al respaldo de la calidad crediticia de los títulos.

¹¹ Filial del Banco Mundial cuya misión es incentivar el desarrollo de los Mercados de Capitales en los Mercados Emergentes.

Figura 1. Estructura de la Emisión TIPS E-2



Fuente: Titularizadora Colombiana S.A.

Los Activos Subyacentes TIPS que conforman la Universidad TIPS son los Títulos Hipotecarios emitidos por la Titularizadora en desarrollo de la Emisión No VIS y la Emisión VIS a partir de las Universalidades No VIS y VIS. Los Títulos Hipotecarios se encuentran denominados en UVR y no son objeto de negociación en el mercado secundario. Las condiciones específicas de monto, plazo, rentabilidad y vencimiento de los Títulos Hipotecarios son las siguientes:

Tabla 2. Características de los títulos componentes de la Emisión TIPS E-2

Clases ¹²	Monto Título (UVR)	Tasa de Interés Efectiva Anual	Plazo de Vencimiento (Meses)
No VIS A 2017	3.080.749.000	Tasa Dinámica Título NO VIS A ¹³ + Interés Adicional ¹⁴	180
No VIS B 2017	31.118.000	16.50%	180
No VIS C 2017	204.108.000	35%	180
VIS A 2017	1.251.629.000	7.30%	180
VIS B 2017	12.642.000	16.50%	180

Los ingresos de los títulos VIS y NO VIS, dependerán del flujo recaudado en las respectivas universalidades y de la prelación de la prelación de pago establecido para cada uno de los títulos. Las universalidades VIS y No VIS, recibirán flujo de los activos subyacentes de cada una de las universalidades (cartera hipotecaria VIS y No VIS). Para ver la discriminación de los ingresos de cada una de las universalidades, por favor remitirse a los anexos.

3.3.4. Mecanismos de Cobertura

Generalmente, para el desarrollo de un mercado hipotecario secundario de hipotecas ha sido necesario el desarrollo de mecanismos de cobertura o *credit enhancement*, que han permitido la emisión exitosa de estos títulos del mercado y la acogida de los inversionistas. Usualmente, en la emisión de títulos hipotecarios, el emisor busca una calificación de AAA o AA. El desarrollo del *credit enhancement* ha sido clave para el desarrollo de este mercado.

¹² Las letras hacen referencia al nivel de subordinación del título. Los títulos A son de máximo nivel prioritario (títulos *senior*), y los títulos B y C, son de naturaleza subordinada secuencial. El funcionamiento de la estructura será descrita más adelante.

¹³ Es la tasa que se paga al Título No VIS A y que corresponde a la tasa promedio ponderada de los TIPS A (i) trimestral para el primer pago y (ii) mensual para los pagos subsiguientes.

¹⁴ Es el pago que se debe realizar al Título No VIS A, cuando el Diferencial en Tasas de Interés entre los TIPS A y el Título VIS A, sea mayor a cero (0). El Interés Adicional está denominado en UVR y se calcula como el resultado de multiplicar el Diferencial en Tasas de Interés entre los TIPS A y el Título VIS A por el Saldo de Capital Vigente del Título VIS A, a la Fecha de Liquidación.

Las agencias calificadoras evalúan diferentes factores mediante los cuáles asignan un *rating* a la emisión: tipo de propiedad, tipo de créditos, la madurez de las hipotecas, la dispersión geográfica de los créditos y el objetivo del crédito (adquisición de vivienda o refinanciamiento), entre otros. La cantidad de *credit enhancement* necesario dependerá de los requerimientos de la agencia calificadora para hacer que los atributos de una emisión de títulos hipotecarios alcance el *rating* buscado.

Existen dos tipos de mecanismos de cobertura: los externos y los internos. Estos serán descritos a continuación:

Enhancements Externos

Los mecanismos de cobertura externos adquieren la forma de garantías otorgadas por terceros que proveen protección contra pérdidas hasta un nivel determinado, por ejemplo un 5%. Las formas más comunes de *enhancements* son: una garantía corporativa, una letra de crédito, aseguramiento del *pool* de hipotecas subyacente y aseguramiento de los títulos. En el caso de los TIPS a analizar en la presente proyecto, estos tienen un mecanismo de cobertura mediante un contrato con dos entidades externas.

Generalmente el *rating* del avalador del mecanismo de cobertura debe ser por lo menos tan alto como la calificación buscada por los estructuradores. Entonces, si el tercero que garantiza el mecanismo de cobertura tiene como calificación A, una calificación de AAA no puede ser alcanzada por el título usando solamente este tipo de garantía. Adicionalmente si el *rating* de el tercero que avala la cobertura es revisado hacia abajo la calificación del título también será reducido sin importar que el activo subyacente haya presentado un buen comportamiento. Por lo tanto, es importante que el inversionista realice un análisis de crédito tanto del colateral (los créditos hipotecarios), y el tercero avalador de la cobertura.

Enhancements Internos

Los mecanismos de cobertura generalmente son más complicados en comparación con los *enhancements* externos y pueden alterar las características de flujo de caja de los créditos inclusive en el caso de *default*. Las formas más comunes de *enhancements* internos son: Fondos de Reserva, sobrecolateralización, y estructuras *senior*/subordinadas.

- *Fondos de Reserva*: estos existen en dos formas – los fondos de reserva de efectivo y los fondos de reserva fondeados con el exceso del *spread* de administración de los créditos. En el caso de los TIPS, el fondo de reserva involucra la apropiación de recursos en una cuenta de reserva separada después de haber pagado los gastos asociados a la Universalidad No VIS, el servicio de los Títulos VIS A y el servicio del *Credit Enhancement Facility* de la IFC. El monto del Fondo de Reserva aumenta gradualmente y puede ser usado para el pago de posibles pérdidas futuras. Su funcionamiento será descrito más adelante.
- *Sobrecolateralización*: La sobrecolateralización involucra el establecimiento de un portafolio de hipotecas subyacente con un principal mayor al principal de los títulos a ser emitidos. Por ejemplo, se realiza una emisión de Títulos Hipotecarios por USD 700 millones a partir de un colateral de USD 710 millones.
- *Estructura Senior/Subordinada*: El mecanismo de cobertura interno más usado hasta ahora internacionalmente, ha sido la estructura *senior* subordinada. La clase subordinada es el primer elemento que absorbe las pérdidas de colateral subyacente, protegiendo así a la clase *Senior*. Por ejemplo, una emisión de USD 100 millones puede ser dividida en dos clases: una clase *senior* de USD 92.25 millones y una clase subordinada de USD 7.75 millones. El nivel de subordinación sería entonces de 7.75%. La clase subordinada absorberá todas

las pérdidas hasta por USD 7.75 millones y la clase *senior* empezará a asumir pérdidas de ahí en adelante. Por ejemplo, si hay pérdidas por USD 5 millones, la clase subordinada asumirá estas pérdidas (64.5% de pérdidas – USD 5 / USD 7.25). Pero si las pérdidas son mayores a USD 7.75 millones, supongamos USD 10 millones en pérdidas, la clase subordinada experimentara USD 7.5 millones en pérdidas (100%), y la clase *senior* asumirá una pérdida de USD 2.25 millones (USD 10 MM – USD 7.75 MM), o una pérdida de 2.4% (2.25/92.25).

Los tenedores de la clase subordinada requerirán un *premium* por incurrir en un riesgo de *default* mayor al expuesto por la serie *senior*. Esta situación implica que el tenedor de los títulos *senior* está renunciando a un mayor rendimiento respecto a los tenedores de títulos subordinados por la menor exposición al riesgo de *default*. Esta forma de *credit enhancement* no afecta las características del flujo de caja de la clase *senior* excepto en la forma de prepagos. Es decir, si hay pérdidas al nivel subordinado, la clase *senior* recibirá principal como si hubiera ocurrido un prepago.

Los Mecanismos de Cobertura de la Emisión TIPS corresponden a los mecanismos de cobertura implementados en la Universalidades. A través de la retitularización de los Títulos No VIS y VIS se trasladan a los Tenedores de los TIPS los beneficios de los Mecanismos de Cobertura de la Universalidad No VIS y los Mecanismos de Cobertura de la Universalidad VIS. Tales Mecanismos de Cobertura de la Emisión TIPS han sido estructurados para minimizar el impacto que pueda tener el riesgo de crédito de los Créditos Hipotecarios en el cumplimiento de las obligaciones de pago a cargo de la Universalidad TIPS.

Los mecanismos de cobertura empleados para la estructura particular de la emisión TIPS E-2 son: la subordinación de títulos con un grado menor de prioridad de recepción de flujo (títulos subordinados clase B), el fondo de reserva de los títulos asociados a los créditos No VIS, los excesos de intereses que conforman el título C y las garantías

externas de Fogafin y la IFC. Adicionalmente, se han incluido cláusulas de aceleración de pago o *trigger events*, estos aceleran el pago de los títulos *senior* una vez la cartera alcance niveles límite de mora. Los mecanismos incluidos en la emisión son de uso estándar internacional.

3.3.4.1. Mecanismos de Cobertura implementado a la Universalidad TIPS

A la universalidad TIPS se le aplica un mecanismo de subordinación que aplica para los títulos TIPS A y TIPS B. El pago de intereses y capital de los TIPS B y TIPS C está condicionado al pago previo de aquellos conceptos superiores al servicio de los títulos subordinados, es decir se cumple primero con el numeral a) hasta c) de la prelación de pagos de la emisión TIPS. Solamente cuando estos tres requerimientos hayan sido cubiertos se podrá pagar el título B, y posteriormente, cuando sean cubiertos los requerimientos d) hasta e) de la prelación TIPS, se podrá pagar el título C. Es importante anotar que en todos los casos sobre el saldo de capital vigente de los títulos B se seguirán **causando** y **pagando** intereses a su tasa facial, y que se seguirá **causando** intereses sobre el saldo de capital vigente de los títulos C a su tasa facial.

3.3.4.2. Mecanismos de Cobertura implementado a la Universalidad No VIS

Los mecanismos de cobertura de la universalidad No VIS están compuestos por:

- a) Fondo de Reserva No VIS
- b) Subordinación de la Emisión No VIS
- c) *Credit enhancement facility* de la IFC
- d) Causales de suspensión de pagos No VIS

Los mecanismos de cobertura operan de forma secuencial sobre el pago de capital y intereses del título No VIS A, es decir, si hay un *shortfall* en el flujo recaudado para el

servicio del título A, se implementa el mecanismo a), si no es posible cubrirlo, se implementa el b), y así sucesivamente.

3.3.4.2.1. *Fondo de Reserva No VIS*

- Solo cubre el título No VIS A
- El valor máximo del fondo equivale al 1% del Capital No VIS a la fecha de emisión
- Las apropiaciones se harán en cada fecha de pago mientras el capital No VIS > 0
- Si se alcanza el máximo, se seguirán realizando las apropiaciones y se considerarán a éstas como un excedente y harán parte del Flujo Recaudado No VIS
- El saldo del Fondo hará parte del Flujo Recaudado No VIS en la fecha en el que el saldo de capital vigente de los títulos No VIS A sea igual a (0)
- Se aplicará el Fondo de Reserva No VIS en las siguientes condiciones:
 - (a) Cuando con el flujo recaudado no se alcance a cubrir los literales a. hasta j. de la prelación de pagos No VIS, se destinará a partir de este fondo una cuantía igual a: los requerimientos de los numerales a. hasta j. de la prelación de pagos No VIS, menos el Flujo Recaudado.
 - (b) Cuando no sucediendo el numeral anterior y el saldo de capital vigente del título No VIS A menos el capital programado del título No VIS A en la fecha siguiente sea menor o igual al saldo del fondo de reserva. En tal caso los recursos del fondo serán destinados a pagar anticipadamente el título No VIS A hasta que su saldo se haga (0).

3.3.4.2.2. Subordinación de la emisión No VIS

El pago de intereses y capital de los No VIS B y No VIS C esta condicionado al pago previo de aquellos conceptos superiores al servicio de los títulos subordinados, es decir se cumple primero con el numeral a. hasta o. de la prelación de pagos No VIS. Solamente cuando estos requerimientos hayan sido cubiertos se podrá pagar el título B, si y solo si, no esta en ejecución el mecanismo de Causal de Suspensión de Pagos No VIS y el saldo No VIS A es mayor a (0). Posteriormente, cuando sean cubiertos los requerimientos p. hasta s. de la prelación No VIS, se podrá pagar el título C, si y solo si, no esta en ejecución el mecanismo de Causal de Suspensión de Pagos No VIS y el saldo No VIS A y B es mayor a (0). Cabe anotar que en todos los casos sobre el saldo de capital vigente de los títulos No VIS B se seguirán **causando** y **pagando** intereses a su tasa facial, y que se seguirá **causando** intereses sobre el saldo de capital vigente de los títulos C a su tasa facial.

3.3.4.2.3. Credit Enhancement facility de la IFC

- Solo cubre el título No VIS A
- Funciona como una línea de crédito rotativo
- Equivale al 1% del saldo de capital vigente del título No VIS A en cada fecha de pago
- El mecanismo cubrirá: Requerimientos a. hasta j. de la Prolación No VIS – Fondo de Reserva – Flujo Recaudado, hasta donde le sea posible por el limite fijado en el *item* anterior
- El repago del capital y los intereses del mecanismo de la IFC será realizado cada fecha de pago hasta completar su repago total en pesos colombianos liquidados a la tasa UVR correspondiente a la fecha de desembolso
- El mecanismo de cobertura tiene una comisión de inicio o *front-end-fee*, equivalente al menor entre: (i) el equivalente en pesos colombianos de 375,971

UVRs, y (ii) y el 1% del saldo disponible del mecanismo de la IFC en la fecha de emisión

- Los intereses sobre el saldo utilizado del mecanismo de la IFC se pagaran en cada fecha de pago de pago de los títulos, a una tasa del 15.38% efectiva anual más UVR.
- Se pagara una comisión anual de disponibilidad del mecanismo de forma anual anticipada por un costo de 7.20% del saldo disponible del mecanismo de cobertura de la IFC.
- Se paga una comisión operativa anual anticipada a la universalidad TIPS E-1 especificada en el contrato de *Credit Enhancement Facility Agreement TIPSE-1*.
- Se paga una comisión de supervisión anual anticipada a la universalidad TIPSE-1 especificada en el contrato de *Credit Enhancement Facility Agreement TIPSE-1*.

3.3.4.2.4. Causales de suspensión de pagos No VIS

Los causales de suspensión de pagos No VIS son mecanismos de cobertura de la universalidad No VIS que pueden ser activados por las siguientes dos condiciones:

- *Causal de Suspensión por Mora:* se activará cuando el indicador de mora de más de 30 días de los créditos No VIS sea superior a 60%¹⁵. Durante su validez se dará lugar a: (i) la suspensión de pagos de capital al título No VIS B y de capital e intereses al título No VIS C, (ii) al pago anticipado de capital al título No VIS A (prepagos). En caso de que el saldo de capital vigente del título No VIS A sea cero, se procederá a : (i) realizar pagos de capital al título No VIS B hasta que su saldo llegue a cero, y una vez esto suceda (ii) se realizarán pagos de intereses y capital al título No VIS C

¹⁵ El indicador de mora de n días de un portafolio de créditos se calcula dividiendo el saldo de los créditos a n días de mora sobre el saldo vigente del portafolio de créditos

- *Causal de Suspensión por Siniestralidad:* se activará cuando el indicador de mora de más de 120 días de los créditos No VIS sea superior a 40%. Durante su validez se dará lugar a: (i) la suspensión de pagos de capital al título No VIS B y de capital e intereses al título No VIS C, (ii) al pago anticipado de capital al título No VIS A (prepagos). En caso de que el saldo de capital vigente del título No VIS A sea cero, se procederá a : (i) realizar pagos de capital al título No VIS B hasta que su saldo llegue a cero, y una vez esto suceda (ii) se realizarán pagos de intereses y capital al título No VIS C

3.3.4.3. Mecanismos de Cobertura implementado a la Universalidad VIS

Los mecanismos de cobertura de la universalidad VIS están compuestos por:

- a) Subordinación de la Emisión VIS
- b) Garantía de la Nación
- c) Causales de suspensión de pagos VIS

Los mecanismo de cobertura operan de forma de secuencial sobre el pago de capital y intereses del título VIS A, es decir, si hay un *shortfall* en el flujo recaudado para el servicio del título A, se implementa el mecanismo a), si no es posible cubrirlo, se implementa el b), y así sucesivamente.

3.3.4.3.1. Subordinación de la emisión VIS

El pago de intereses y capital del título VIS B esta condicionado al pago previo de aquellos conceptos superiores al servicio del título subordinado, es decir se cumple primero con el numeral a. hasta m. de la prelación de pagos VIS. Solamente cuando estos requerimientos hayan sido cubiertos se podrá pagar el título B, si y solo si, no está en ejecución el mecanismo de Causal de Suspensión de Pagos VIS y el saldo VIS A es

mayor a (0). Cabe anotar que en todos los casos sobre el saldo de capital vigente de los títulos VIS B se seguirán **causando** y **pagando** intereses a su tasa facial.

3.3.4.3.2. *Garantía Nación*

- Solo cubre el pago de capital e intereses del título VIS A. Se empleara una vez se determine la insuficiencia de flujo recaudado para pagar estos dos conceptos.
- La otorga la nación a través de Fogafin
- Equivale al servicio de la deuda del título VIS A en cada fecha de pago (capital + intereses)
- El mecanismo estará vigente hasta el último vencimiento del los títulos VIS A, y no cubrirá en ningún momento el título VIS B
- Se hará uso del mecanismo una vez sea determinado la insuficiencia del flujo recaudado, la Garantía Nación cubrirá la parte de intereses y capital que no se alcance a cubrir
- El repago del capital y los intereses del mecanismo Garantía Nación será realizado cada fecha de pago hasta completar su repago total en pesos colombianos liquidados a la tasa UVR correspondiente a la fecha de desembolso
- El mecanismo de cobertura tiene una comisión de 0.81% anual sobre el saldo vigente del título VIS A y se pagara mensualmente en la fecha de pago establecida. Sobre la comisión se pagara IVA.

3.3.4.3.3. *Causales de suspensión VIS*

Los causales de suspensión de pagos VIS son mecanismos de cobertura de la universalidad No VIS que pueden ser activados por las siguientes dos condiciones:

- *Causal de Suspensión por Mora:* se activara cuando el indicador de mora de más de 30 días de los créditos VIS sea superior a 60%. Durante su validez se dará lugar a: (i) la suspensión de pagos de capital al título VIS B, (ii) al pago

anticipado de capital al título VIS A (prepagos). En caso de que el saldo de capital vigente del título VIS A sea cero, se procederá a : (i) realizar pagos de capital al título VIS B hasta que su saldo llegue a cero

- *Causal de Suspensión por Siniestralidad:* se activara cuando el indicador de mora de más de 120 días de los créditos VIS sea superior a 40%. Durante su validez se dará lugar a: (i) la suspensión de pagos de capital al título VIS B, (ii) al pago anticipado de capital al título VIS A (prepagos). En caso de que el saldo de capital vigente del título VIS A sea cero, se procederá a : (i) realizar pagos de capital al título VIS B hasta que su saldo llegue a cero.

3.3.5. Estructuración de los TIPS E-2

Los TIPS están denominados en UVRs, y están divididos en tres clases: (i) TIPS A; (ii) TIPS B y; (iii) TIPS C. Adicionalmente, los TIPS A están divididos en tres Series de acuerdo con los vencimientos de los títulos, mientras que los TIPS B y C tienen una Serie cada uno con plazo de vencimiento a 15 años. La emisión de TIPS se realizó por la cantidad de 4.580.246.000 UVRs, cuya distribución puede verse a continuación en la siguiente tabla:

Tabla 3. Clasificación de Títulos de la Emisión TIPS E-2

Clase	Serie	Monto de la Serie (UVR)	Plazo de Vencimiento en Meses
TIPS A	A 2007	2147.108.000	60
	A 2012	1714.625.000	120
	A 2017	470.645.000	180
TIPS B	B 2017	43.760.000	180
TIPS C	C 2017	204.108.000	180

La rentabilidad facial de los TIPS está determinada de la siguiente forma:

Tabla 4. Rentabilidad Facial de los Títulos de la Emisión TIPS E-2

Clase	Serie	Tasa de Interés Efectiva Anual	Modalidad de Pago¹⁶
TIPS A	A 2007	7,00%	Mes Vencido
	A 2012	7,50%	Mes Vencido
	A 2017	8,25%	Mes Vencido
TIPS B	B 2017	16,50%	Mes Vencido
TIPS C	C 2017	35,00%	Mes Vencido

Los rendimientos financieros causados durante la vigencia de los TIPS están exentos del impuesto sobre la renta y complementarios por (i) tratarse de títulos hipotecarios emitidos dentro de los cinco años siguientes a la expedición de la Ley 546 de 1999 y (ii) tener un plazo de vencimiento no inferior a cinco (5) años, de conformidad con lo señalado en el artículo 16 de la Ley 546 de 1999. Adicionalmente en desarrollo de la norma citada, el componente inflacionario de los TIPS en ningún caso constituirá ingreso gravable.

Los pagos de intereses y capital de los títulos se realizan en conformidad a lo estipulado en la Prelación de Pagos TIPS, la cual se encuentra en el prospecto de emisión. Los TIPS se pagan en Pesos teniendo en cuenta el valor de la UVR vigente en la Fecha de Pago. Si la Fecha de Pago no corresponde a un Día Hábil los intereses de los TIPS se pagan en el Día Hábil inmediatamente siguiente sin que haya lugar al pago de intereses por los días no hábiles transcurridos entre la Fecha de Pago y el Día

¹⁶ Excepto el Primer Pago que es a los 90 días

Hábil inmediatamente siguiente. El primer pago por intereses y capital de los TIPS tiene lugar a los noventa (90) días después de la Fecha de Emisión.

Pago de Intereses de los TIPS

Los intereses de los TIPS se liquidan en UVR por cada Período de Liquidación de Intereses a la tasa facial, sobre el Saldo de Capital Vigente de los TIPS en la Fecha de Liquidación. Se pagan en modalidad vencida en cada Fecha de Pago en Pesos teniendo en cuenta el valor de la UVR vigente en la Fecha de Pago. Una vez pasada la Fecha de Pago no se causarán intereses de mora sobre los intereses no pagados a los TIPS. Tales intereses no pagados se acumularán en una cuenta por pagar de intereses en el balance de la Universalidad TIPS denominada en UVR. El pago de intereses de los TIPS B y C se sujeta a las Reglas de Subordinación de la Emisión TIPS.

Pago de Capital Programado y Anticipado de los TIPS

TIPS A

Los Pagos de Capital Programados de los TIPS A se realizan durante los cinco últimos años de vigencia de cada Serie de acuerdo a su plazo de vencimiento de la siguiente forma: (i) TIPS A Serie 2007: reciben Pagos de Capital Programado a partir de la primera Fecha de Pago hasta el mes sesenta de su vigencia; (ii) TIPS A Serie 2012: reciben Pagos de Capital Programado a partir de la Fecha de Pago correspondiente al mes sesenta y uno hasta el mes ciento veinte de su vigencia y ; (iii) TIPS A Serie 2017: reciben Pagos de Capital Programado a partir de la Fecha de Pago correspondiente al mes ciento veinte y uno hasta el mes ciento ochenta (180) de su vigencia.

El Pago de Capital Anticipado (Prepagos) de los TIPS A se realizará a la ocurrencia de cualquiera de los siguientes eventos: (i) En los casos en que haya lugar al Ajuste de

Balance de Capital Requerido de los TIPS A y; (ii) en los casos que quedaren remanentes del Flujo Recaudado TIPS una vez pagadas las obligaciones relacionadas en los numerales a. hasta g. inclusive de la Prelación de Pagos TIPS, en cada Fecha de Pago.

El monto de los Pagos de Capital Anticipado de los TIPS A se determinará en la Fecha de Liquidación en UVR para ser efectuados en Pesos en cada Fecha de Pago siguiente teniendo en cuenta el valor de la UVR vigente en la Fecha de Pago correspondiente.

Los Pagos de Capital Anticipado de los TIPS A disminuyen el Saldo de Capital Vigente de los TIPS A pero en ningún caso modifican la Tabla de Saldo de Capital Programado de los TIPS A. Se aplican a los TIPS A de cada una de las Series TIPS A hasta que el Saldo de Capital Vigente de los TIPS A de cada una de las Series se reduzca a cero (0) de conformidad con el siguiente orden de prelación: (i) a la Serie TIPS A 2007; (ii) a la Serie TIPS A 2012 y; (iii) a la Serie TIPS A 2017.

Los Pagos de Capital Anticipado de los TIPS A se aplican a cada uno de los TIPS A de la Serie a la cual le corresponda el Pago de Capital Anticipado de los TIPS A de acuerdo al orden de prelación antes señalado, a prorrata teniendo en cuenta la siguiente proporción: (i) Saldo de Capital Vigente de cada uno de los TIPS A de la Serie correspondiente dividido por (ii) el Saldo de Capital Total de la Serie correspondiente a la Fecha de Liquidación.

TIPS B

El pago de capital de los TIPS B se realizará de conformidad con la Prelación de Pagos TIPS en los siguientes casos: (i) cuando haya lugar al Ajuste de Balance de Capital Requerido de los TIPS B y; (ii) en los casos que quedaren remanentes del Flujo Recaudado TIPS una vez pagadas las obligaciones relacionadas en los numerales a.

hasta h. literal (i) inclusive de la Prelación de Pagos TIPS en cada Fecha de Pago. No habrá lugar al pago de capital programado ni anticipado de los TIPS B.

TIPS C

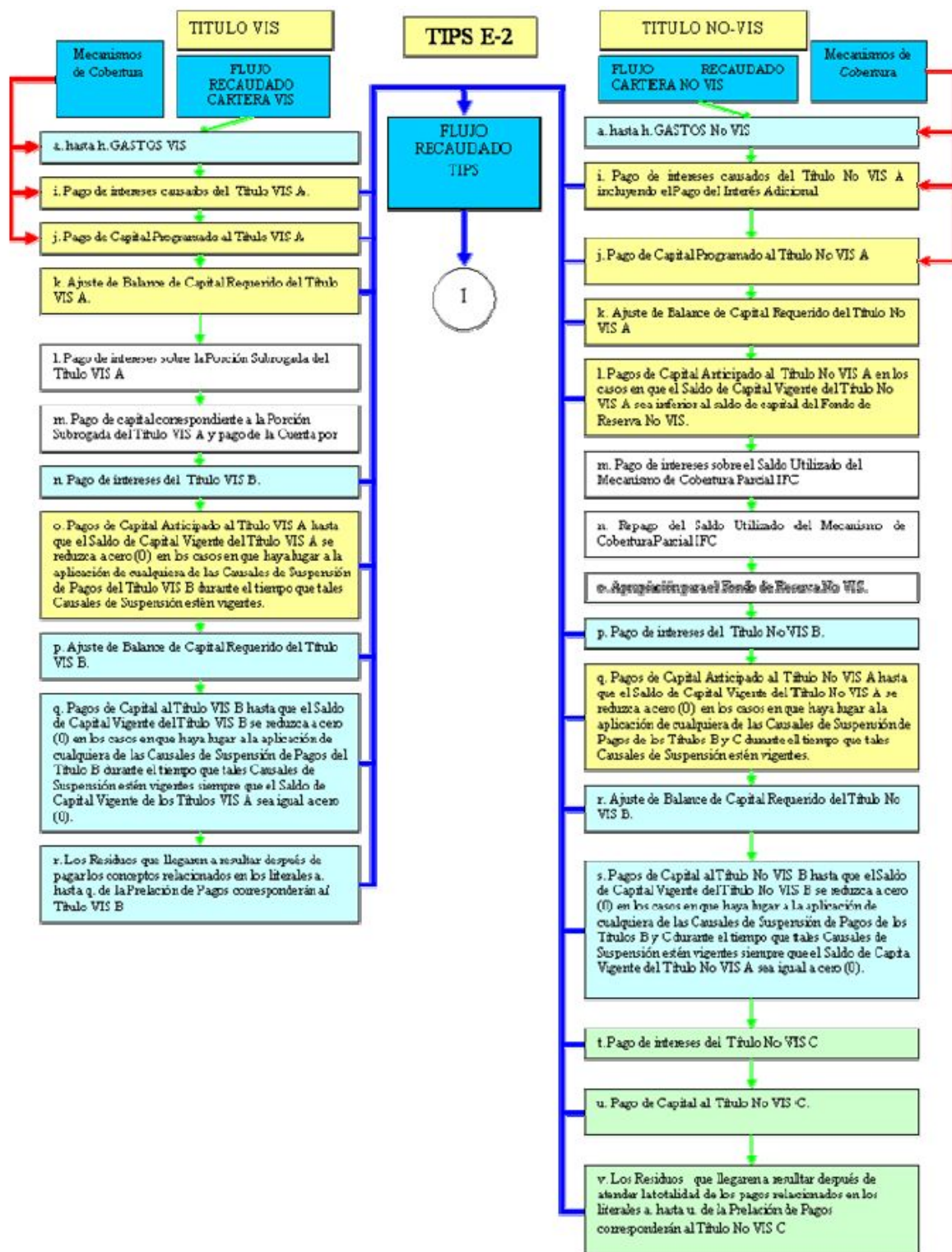
El pago de capital de los TIPS C se realizará exclusivamente en los siguientes casos: (i) una vez se hayan efectuado los pagos relacionados en los numerales a. hasta f. inclusive de la Prelación de Pagos TIPS y; (ii) en los casos que quedaren remanentes del Flujo Recaudado TIPS una vez pagadas las obligaciones relacionadas en los numerales a. hasta h. literal (ii) inclusive de la Prelación de Pagos TIPS en cada Fecha de Pago. No habrá lugar al pago de capital programado ni anticipado de los TIPS C.

Los Residuos que llegaren a resultar después de pagar la totalidad de obligaciones a cargo de la Universalidad TIPS teniendo en cuenta los conceptos relacionados en los literales a. hasta h. de la Prelación de Pagos TIPS corresponderán a los TIPS C. Estos Residuos deben ser distribuidos a los Tenedores de los TIPS C a prorrata teniendo en cuenta la siguiente proporción: Saldo de Capital Vigente de cada uno de los TIPS C dividido por el Saldo de Capital Total de la Serie TIPS C a la Fecha de Liquidación inmediatamente anterior.

Ajuste de Balance de Capital Requerido de los TIPS A y los TIPS B y Pago de Capital Anticipado de los TIPS A y pago de capital de los TIPS B

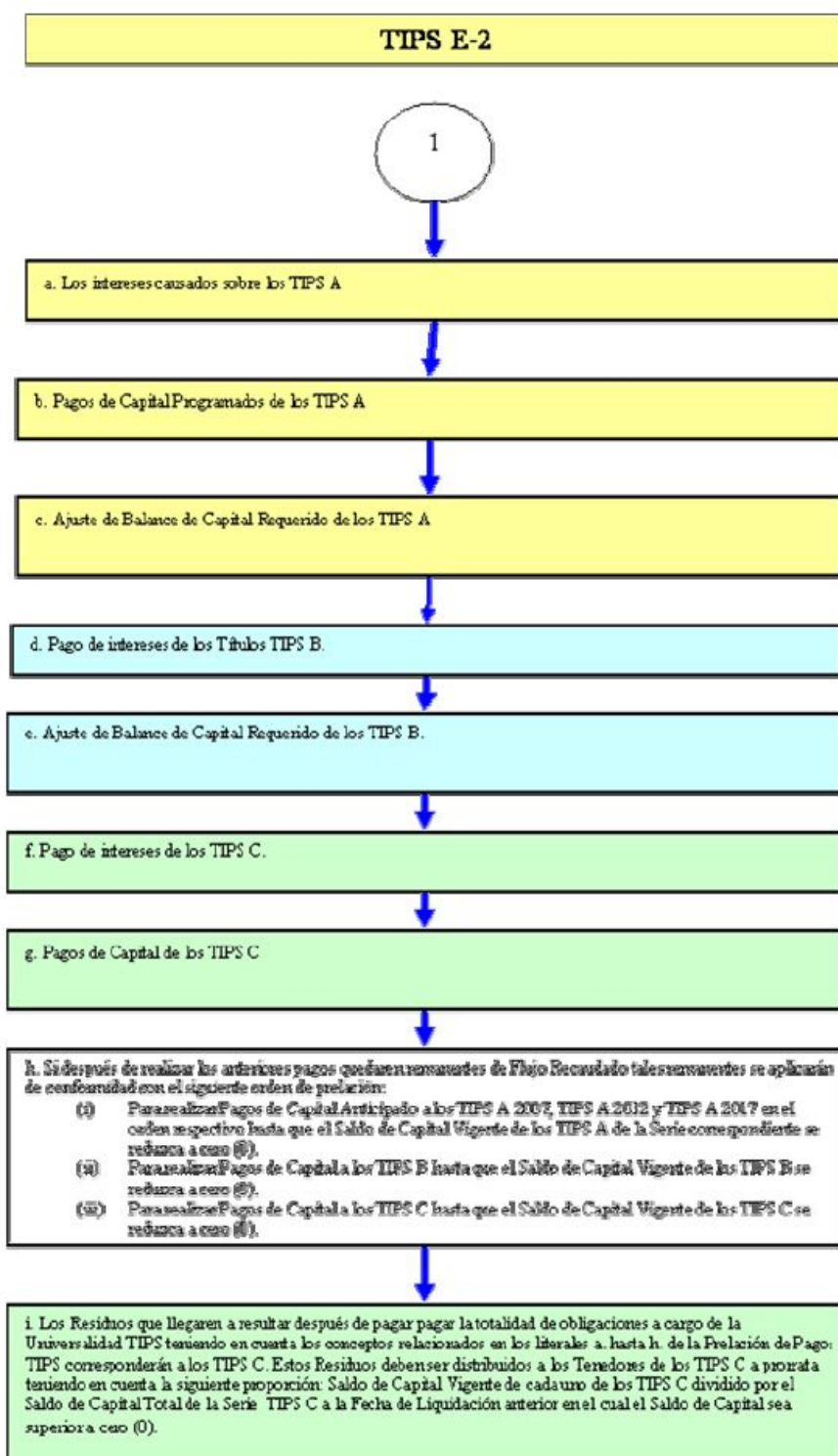
El Ajuste de Balance de Capital Requerido de los TIPS A y de los TIPS B tiene por objeto garantizar que en todos los casos: (i) el Saldo de Capital Total de los Títulos TIPS A se mantenga en equilibrio en relación con el Saldo de Capital de los Títulos No VIS A y VIS A (ii) el Saldo de Capital Total de los Títulos TIPS B se mantenga en equilibrio en relación con el Saldo de Capital de los Títulos No VIS B y VIS B. En los casos en que se establezca una situación de desequilibrio habrá lugar al Pago de Capital Anticipado de los TIPS A o al pago de capital de los TIPS B según sea el caso.

Figura 2. Resumen Prioridades de Pago de la Emisión TIPS



Fuente: Prospecto de Emisión TIPS E-2

Figura 3. Continuación Resumen Prioridades de Pago de la Emisión TIPS E-2



Fuente: Prospecto de Emisión TIPS E-2

3.4. MODELOS DE VALORACIÓN POR SIMULACIONES DE MONTE CARLO¹⁷

El modelo a analizar es el utilizado por los Bancos de Inversión en Wall Street y los inversionistas especializados en títulos hipotecarios en los mercados financieros internacionales. Aunque algunos autores han hecho críticas al presente modelo debido a la inconsistencia conceptual de la metodología respecto a la Teoría Financiera Moderna¹⁸, en la actualidad la mayoría de practicantes en el área aplican las metodologías basadas en simulaciones de Monte Carlo en el día a día, debido a la incapacidad de la academia y la práctica de las finanzas en proveer modelos coherentes a la Teoría Financiera, y que al mismo tiempo provean resultados satisfactorios. El modelo de valoración usual tiene como falencia la forma en la cual tiene en cuenta la irregularidad del flujo de caja ocasionada por los prepagos. Aunque como fue discutido anteriormente, el derecho a prepagar el crédito antes de la madurez de este se puede reconocer como una opción, los modelos de valoración usados en la actualidad no incorporan ningún tipo de análisis específico por opciones. A pesar de que actualmente la mayoría de activos disponibles en los mercados financieros son valorados por modelos basados en el principio de la eliminación de posibilidades de arbitraje, los métodos utilizados en la actualidad para valorar títulos hipotecarios no incorporan totalmente este principio fundamental. Sin embargo, teniendo en cuenta los estándares manejados internacionalmente se decidió implementar este modelo ya que puede proveer también herramientas poderosas de análisis que podrían ser usadas en la actualidad para evaluar este tipo de títulos, y más adelante hacer las comparaciones pertinentes al implementar modelos de valoración con otro tipo de enfoques.¹⁹

¹⁷ Porciones de la presente sección han sido adaptadas de "Monte Carlo Simulation Methodology" en Frank J. Fabozzi, *Bond Markets, analysis and strategies* (4ta ed. Upper Saddle River, NJ, EEUU: Prentice Hall, 2000. p.374-384)

¹⁸ Se hace referencia específicamente a la no implementación de la teoría de opciones para identificar la opción que tiene el deudor hipotecario a prepagar la deuda antes de la maduración de la deuda.

¹⁹ Para documentarse más sobre el tema, remitirse a: Kalotay, A., Yange, D. & Fabozzi, F. *An Option-Theoretic Prepayment Model for Mortgages and Mortgage-Backed Securities*. Artículo próximo a ser publicado en International Journal of Theoretical and Applied Finance. Disponible en: <http://www.kalotay.com/pdfs/MBS.pdf>

3.4.1. Generación de Caminos de Tasas de Interés y Flujos de Caja

El modelo utilizado normalmente por los analistas de títulos hipotecarios, es el de generar caminos aleatorios de tasas de interés a partir de la estructura a término de las tasas de interés actual y un supuesto de volatilidad que es introducido por el analista a partir del comportamiento histórico de las tasas de interés y la perspectiva de este hacia el futuro. Normalmente, el supuesto de volatilidad usado puede ser obtenido a partir de modelos de predicción de dicha variable a partir de otras variables relevantes, o bien sea, a partir del método de la volatilidad implícita que consiste en despejar la variable referente a la volatilidad de un modelo de valoración de derivados a partir de la información del mercado, obteniendo así un supuesto de volatilidad *market-neutral*²⁰.

La estructura a término de las tasas de interés es la curva teórica de las tasas *spot* o curva cero cupón, la cual es obtenida usualmente a partir del método de *bootstrapping*²¹. El supuesto de volatilidad se refiere a la dispersión de las tasas de interés futuras en la simulación. Adicionalmente, para eliminar la posibilidad de incurrir en resultados erróneos y evitar inconsistencias, las simulaciones realizadas deben ser normalizadas de tal forma que el valor esperado de los precios simulados de los *Treasuries* o en este caso de los TES, sean iguales a los precios disponibles en el mercado. En otras palabras, los caminos aleatorios de tasas de interés deben ser generados por modelo de la futura estructura a término de las tasas de interés que sea libre de arbitraje, lo cual significa que el modelo replica las expectativas actuales del mercado respecto de las tasas de interés contando como *input* la estructura a término actual, y evitando que en todas las fechas futuras existan posibilidades de arbitraje.

²⁰ El modelo de bootstrapping supone que el analista no toma partido por ninguna estimación que el pueda hacer individualmente, sino asume que la mejor predicción que se puede hacer es la que el mercado puede hacer en agregado.

²¹ Creación de una curva de tasas cero cupón usando la proyección de la TIR como la base de la siguiente.

Aunque teóricamente los modelos deberían incorporar los *Treasuries* en el proceso de calibración, ya que estos se suponen el activo libre de riesgo, muchas firmas utilizan como *input* de sus modelos la curva LIBOR. La razón de hacer esto es que muchos inversionistas están interesados en los *spreads* que pueden ganar por encima del costo de fondeo de sus operaciones.

La simulación es implementada a partir de la generación de varios escenarios de caminos futuros de tasas de interés a partir de la metodología de Monte Carlo. Para cada periodo considerado, se obtienen diferentes tasas de interés y tasas de refinanciación hipotecaria. La Figura 4 muestra N escenarios de caminos de tasas de interés simulados. La idea de obtener dos tasas de interés diferentes obedece a la naturaleza del análisis a realizar. Por un lado, las tasas de interés del mercado son usadas para descontar los flujos de caja proyectados en el escenario y, por otro lado, las tasas de refinanciación hipotecarias son usadas para determinar el flujo de caja en cada periodo ya que ésta representa el costo de oportunidad del deudor hipotecario.

Figura 4. Caminos Simulados de Tasas de Interés Futuras Efectivas Mensuales

<i>Mes</i>	<i>Número del Camino de Tasa de Interés *</i>					
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>...</i>	<i>n</i>	<i>N</i>
1	$f_1(1)$	$f_1(2)$	$f_1(3)$		$f_1(n)$	$f_1(N)$
2	$f_2(1)$	$f_2(2)$	$f_2(3)$		$f_2(n)$	$f_2(N)$
3	$f_3(1)$	$f_3(2)$	$f_3(3)$		$f_3(n)$	$f_3(N)$
4	$f_4(1)$	$f_4(2)$	$f_4(3)$		$f_4(n)$	$f_4(N)$
.						
.						
.						
<i>t</i>	$f_t(1)$	$f_t(2)$	$f_t(3)$		$f_t(n)$	$f_t(N)$
.						
.						
.						
178	$f_{178}(1)$	$f_{178}(2)$	$f_{178}(3)$		$f_{178}(n)$	$f_{178}(N)$
179	$f_{179}(1)$	$f_{179}(2)$	$f_{179}(3)$		$f_{179}(n)$	$f_{179}(N)$
180	$f_{180}(1)$	$f_{180}(2)$	$f_{180}(3)$		$f_{180}(n)$	$f_{180}(N)$

$f_t(n)$: tasa de interés efectiva mensual para el mes t en el camino n , de un total de N caminos de tasas de interés.

Como fue explicado anteriormente, las tasas obtenidas en el proceso de simulación deben ser ajustadas para obtener una retícula de tasas de interés libre de oportunidades de arbitraje. La anterior figura debe ser el resultado de dicho proceso. Para obtenerlas, se implementa un proceso iterativo que haga que las tasas simuladas sean coherentes con el precio de los activos disponibles en el mercado actual.

Es necesario hacer en este punto un supuesto respecto a la tasa de interés de corto plazo simulada y la tasa de refinanciación que confrontan los deudores hipotecarios. Se asume que hay un *spread* constante entre la tasa con la cual el deudor analizará la decisión de refinanciar o no su deuda, y las tasas en la Figura 5. En el mercado americano, los desarrolladores de modelos utilizan la tasa de los *Treasuries* a 10 años para analizar las hipotecas a 30 años.²²

Figura 5. Caminos Simulados de Tasas de Refinanciación Futuras Efectivas Mensuales

<i>Mes</i>	<i>Número del Camino de Tasa de Interés*</i>					
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>...</i>	<i>n</i>	<i>N</i>
1	$r_1(1)$	$r_1(2)$	$r_1(3)$		$r_1(n)$	$r_1(N)$
2	$r_2(1)$	$r_2(2)$	$r_2(3)$		$r_2(n)$	$r_2(N)$
3	$r_3(1)$	$r_3(2)$	$r_3(3)$		$r_3(n)$	$r_3(N)$
4	$r_4(1)$	$r_4(2)$	$r_4(3)$		$r_4(n)$	$r_4(N)$
.						
.						
.						
<i>t</i>	$r_t(1)$	$r_t(2)$	$r_t(3)$		$r_t(n)$	$r_t(N)$
.						
.						
.						
178	$r_{178}(1)$	$r_{178}(2)$	$r_{178}(3)$		$r_{178}(n)$	$r_{178}(N)$
179	$r_{179}(1)$	$r_{179}(2)$	$r_{179}(3)$		$r_{179}(n)$	$r_{179}(N)$
180	$r_{180}(1)$	$r_{180}(2)$	$r_{180}(3)$		$r_{180}(n)$	$r_{180}(N)$

$r_t(n)$: tasa de refinanciamiento hipotecario para el mes *t* en el camino *n*, de un total de *N* caminos de tasas de interés.

²² "Chapter 5: Valuing Mortgage-Backed and Asset Backed Securities" Fabozzi, Frank J. *Fixed Income Analysis for the Chartered Financial Analyst® Program* (Rev. ed. New Hope, Pennsylvania, USA: Frank J. Fabozzi Associates, 2000. p. 491-527)

Para determinar los prepagos futuros asociados al colateral de la emisión de títulos hipotecarios dos factores son tenidos en cuenta: las tasas de refinanciación futuras, y las características específicas del portafolio de hipotecas que respalda la emisión. En lo que se refiere a tasas de refinanciación, los deudores en general tendrán un incentivo para prepagar la hipoteca antes de la madurez si las tasas hipotecarias son relativamente menores que la tasa contractual del crédito, y por el otro lado tendrán un incentivo para no prepagar en caso de que las tasas de refinanciación estén por encima de las tasas contractuales. Para tener en cuenta las características del colateral subyacente a la emisión, los analistas generalmente introducen variables consideradas como explicatorias en un modelo de prepagos, considerando entre otros, la edad promedio ponderada de las hipotecas, la edad original de los créditos, el tipo de crédito (si es de vivienda de interés social o no lo es), el sistema de amortización y la relación valor del crédito-garantía (LTV por sus siglas en inglés).

Teniendo en cuenta los dos factores mencionados anteriormente, se estiman los prepagos proyectados para los diferentes caminos generados, y se suman a los flujos de caja programados (capital + intereses), para obtener finalmente los flujos de caja totales proyectados para cada uno de los caminos a considerar.

Figura 6. Caminos Simulados de Flujos de Caja

	Número del Camino de Tasa de Interés*						
Mes	1	2	3	...	n	...	N
1	$C_1(1)$	$C_1(2)$	$C_1(3)$		$C_1(n)$		$C_1(N)$
2	$C_2(1)$	$C_2(2)$	$C_2(3)$		$C_2(n)$		$C_2(N)$
3	$C_3(1)$	$C_3(2)$	$C_3(3)$		$C_3(n)$		$C_3(N)$
4	$C_4(1)$	$C_4(2)$	$C_4(3)$		$C_4(n)$		$C_4(N)$
.							
.							
.							
t	$C_t(1)$	$C_t(2)$	$C_t(3)$		$C_t(n)$		$C_t(N)$
.							
.							
.							
178	$C_{178}(1)$	$C_{178}(2)$	$C_{178}(3)$		$C_{178}(n)$		$C_{178}(N)$
179	$C_{179}(1)$	$C_{179}(2)$	$C_{179}(3)$		$C_{179}(n)$		$C_{179}(N)$
180	$C_{180}(1)$	$C_{180}(2)$	$C_{180}(3)$		$C_{180}(n)$		$C_{180}(N)$

* $C_t(n)$: flujo de caja para el mes t en el camino n , de un total de N caminos de tasas de interés.

3.4.2. Consideraciones técnicas²³

Como fue comentado anteriormente los caminos de tasas de interés generados deben ser contruidos de tal forma que sean libres de oportunidades de arbitraje, es decir, para la curva de valoración simulada (estructura temporal de tasas de interés), el valor estimado de un título al descontar los respectivos flujos de caja con dicha curva, debe ser igual al precio de mercado. Los caminos inicialmente generados deben ser calibrados respecto al mercado. En la práctica, lo que se hace es agregarle un término de *drift* al proceso de generación de la tasas de interés de corto plazo, de tal forma que todos los títulos *benchmark* valorados con los caminos generados por simulación de Monte Carlo, el valor estimado sea igual al precio de mercado. Si se está usando la curva de títulos TES tasa fija, nos interesaría que el valor determinado con la curva simulada sea igual al precio de mercado de cualquiera de los TES que entren en la curva referencia.

²³ Porción extraída de "Part VI : Analyzing Mortgage-Backed Securities" en Fabozzi, Frank J. *Fixed Income Mathematics: Analytical and Statistical Techniques* (3rd. ed. New York, NY, USA: McGraw Hill, 1997 p. 356-373)

Adicionalmente se debe ajustar el modelo de tal forma que las tasas de interés no alcancen niveles irracionales (una tasa de interés igual a cero o muy alta). Esto se obtiene a partir de la incorporación de un proceso de *reversión a la media* en el modelo, el cual permite que la tasa de interés que está siendo simulado sea forzada hacia algún valor promedio determinado.

Así mismo, es necesario determinar la relación existente entre las tasas de corto plazo y las tasas de refinanciación hipotecarias, corroborada con información empírica. Adicionalmente, es necesario encontrar la correlación existente entre la tasa de corto plazo y la de largo plazo.

3.4.3. Proceso de difusión de tasa de interés²⁴

Debido a la dependencia de los prepagos respecto a la variación de las tasas de interés del mercado, es necesario involucrar en la valoración, un modelo dinámico de tasa de interés que cambie con el tiempo. Esto involucra construir lo que se denomina un modelo de la estructura temporal de tasas de interés o *term structure model*. Este modelo describe la evolución de la curva cero cupón a través del tiempo. Con el fin de implementar dicha clase de modelos en la metodología de valoración de títulos hipotecarios, nos concentraremos en los modelos que especifican el comportamiento de la tasa de corto plazo, los cuales son los más sencillos.

3.4.3.1. Modelos de Equilibrio

Los modelos de equilibrio empiezan generalmente con supuestos sobre las variables económicas relevantes y se deduce un proceso para la tasa de interés de corto plazo r . La tasa de corto plazo en el tiempo t , r_t , es la tasa que se aplica en un periodo

²⁴ Las ideas de esta sección son extraídas de: "Chapter 23 - Interest Rate Derivatives : Models of the Short Rate" en Hull, John C. *Options, Futures and Other Derivatives* (5th ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 2003 p.537-543.

infinitesimalmente pequeño en el tiempo t . También es conocida como la tasa de corto plazo instantánea. Recordando la teoría de valoración de opciones desarrollada por Cox, Ross, y Rubenstein²⁵, no es el proceso de r en el mundo real el que importa. Los precios de los bonos, las opciones y otros derivados dependerán solamente del proceso seguido por r en un mundo neutral al riesgo. En dicho mundo, los inversionistas ganaran en promedio $r(t)\delta t$ entre t y $t + \delta t$.

Denotando $P(t, T)$ como el precio en el tiempo t de un bono cero cupón que paga \$1 en el tiempo T , tenemos:

$$P(t, T) = \hat{E}(e^{-\bar{r}(T-t)})$$

donde \bar{r} es el valor promedio de r durante el intervalo de tiempo entre t y T , y \hat{E} denota el valor esperado en un mundo neutral al riesgo.

Si $R(t, T)$ es la tasa de interés continua en el tiempo t por un periodo $T - t$, entonces

$$P(t, T) = e^{-R(t, T)(T-t)}$$

de tal forma que

$$R(t, T) = -\frac{1}{T-t} \ln P(t, T)$$

y retomando la primera ecuación,

²⁵ Cox, J., S. Ross, y M. Rubinstein, "Option Pricing: A Simplified Approach" *Journal of Financial Economics*, 7 (Octubre 1979), 229-264.

$$R(t, T) = -\frac{1}{T-t} \ln \hat{E}(e^{-\tilde{r}(T-t)})$$

La ecuación anterior hace posible que la estructura temporal de tasas de interés en cualquier momento del tiempo sea obtenida a partir del valor de r en ese momento del tiempo y el proceso neutral del riesgo para r . Muestra que, una vez se haya definido completamente el proceso para r , se tendrá establecido completamente la curva cero cupón inicial y su evolución durante el tiempo.

3.4.3.2. Modelos de Equilibrio de un Factor

En un modelo de equilibrio de un factor, el proceso para r involucra solo una fuente de incertidumbre. Usualmente el proceso neutral al riesgo para la tasa de corto plazo está descrita por el proceso de Itô de la forma

$$dr = m(r) + s(r)dz$$

El *drift* o tendencia instantánea, m , y la desviación estándar, s , se supone que son funciones dependientes de r , pero independientes del tiempo. Este modelo asume que las tasas de interés se pueden mover en la misma dirección durante un corto periodo de tiempo pero no por la misma cantidad. La forma de la curva cero cupón puede cambiar entonces con el pasar del tiempo.

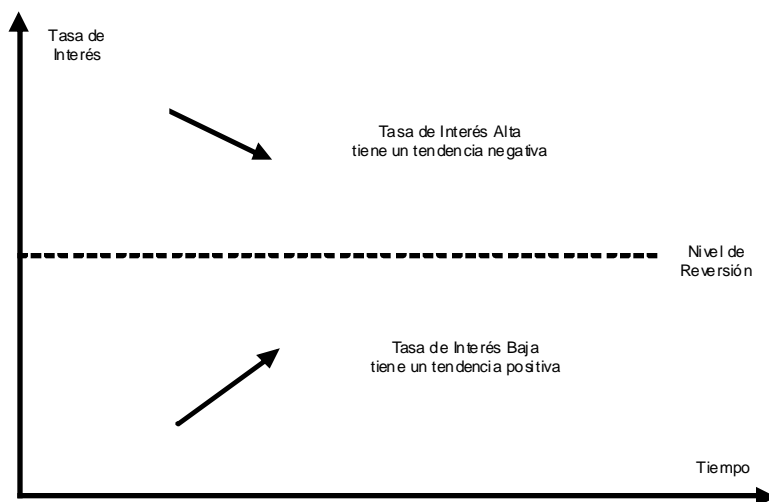
En este caso consideraremos únicamente dos modelos de equilibrio, debido a la necesidad de no extender el tratamiento de este tema más de lo requerido:

$$\begin{array}{ll} m(r) = a(b-r) & s(r) = \sigma \quad (\text{Modelo Vasicek}) \\ m(r) = a(b-r) & s(r) = \sigma\sqrt{r} \quad (\text{Modelo Cox, Ingersoll y Ross}) \end{array}$$

3.4.3.3. Reversión a la Media

Una importante diferencia entre las tasas de interés y los precios de las acciones es que las tasas de interés parecen ser “atraídas” a algún nivel de largo plazo al pasar el tiempo. Este fenómeno es conocido como reversión a la media. Cuando r es alta, la reversión a la media hace que el *drift* sea negativo; cuando r es baja la reversión a la media causa un *drift* positivo.

Figura 7. Proceso de Reversión a la Media



Fuente: Hull (2003)

Existen varios argumentos económicos a favor de la reversión a la media. Cuando las tasas de interés son altas, la economía tiende a desacelerarse y hay una demanda baja de recursos por los deudores. Como resultado, las tasas de interés declinan. Cuando las tasas son bajas, tiende haber una demanda alta por recursos por los deudores y las tasas de interés tienden a crecer.

3.4.3.4. Modelo Vasicek

En el modelo de Vasicek, el proceso neutral al riesgo para r es

$$dr = a(b - r)dt + \sigma dz$$

donde a , b y σ son constantes. El modelo involucra reversión a la media al jalar la tasa de interés hacia b a una tasa a . Sobreimpuesto a este fenómeno de jalonamiento está el término estocástico distribuido normal σdz .

Vasicek demuestra que la ecuación $P(t, T) = \hat{E}(e^{-\tilde{r}(T-t)})$, puede ser usada para obtener la expresión del precio en el tiempo t para un bono cero cupón que paga \$1 en el tiempo T :

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)r(t)}$$

En esta ecuación, $r(t)$ es el valor de r en el tiempo t ,

$$B(t, T) = \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a}$$

y

$$A(t, T) = \exp\left(\frac{(B(t, T) - T + t)(a^2 b - \sigma^2 / 2)}{a^2} - \frac{\sigma^2 B(t, T)^2}{4a}\right)$$

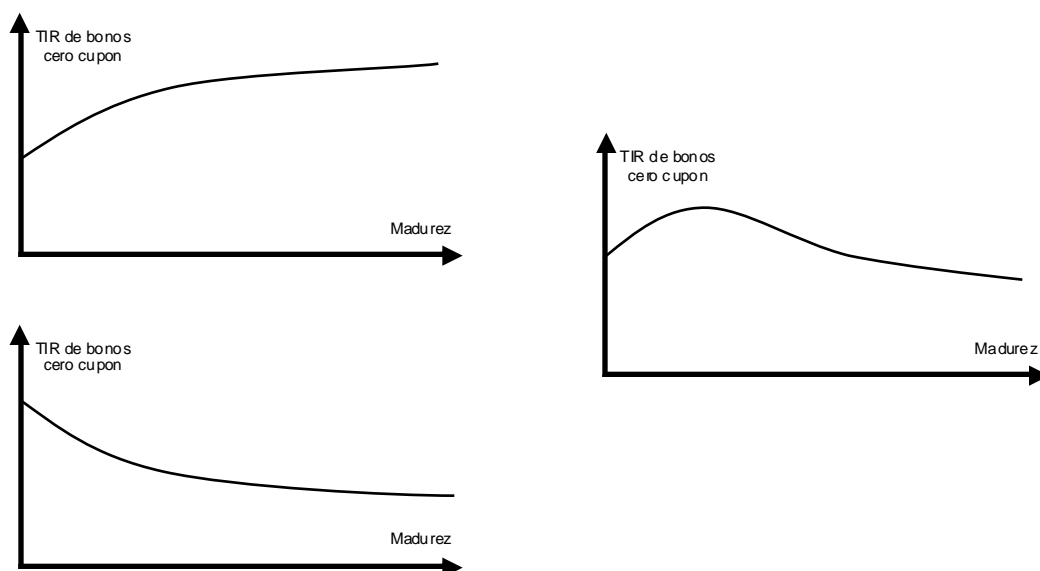
Cuando $a = 0$, tenemos que $B(t, T) = T - t$, y $A(t, T) = \exp[\sigma^2 (T - t)^3 / 6]$.

Usando la ecuación $R(t, T) = -\frac{1}{T-t} \ln P(t, T)$, obtenemos:

$$R(t, T) = -\frac{1}{T-t} \ln A(t, T) + \frac{1}{T-t} B(t, T)r(t)$$

mostrando que toda la estructura temporal de tasas de interés puede ser determinada a partir de la función de $r(t)$ una vez escogamos a , b y σ . Su forma puede ser de pendiente positiva, pendiente negativa o ligeramente “encorvada”.

Figura 8. Posibles formas de la estructura temporal del Modelo Vasicek



Fuente: Hull (2003)

3.4.3.5. Modelo Cox, Ingersoll y Ross

En el modelo de Vasicek la tasa de interés, r , puede convertirse en negativa. Cox, Ingersoll y Ross propusieron un modelo que siempre arroja tasas no negativas. El proceso neutral al riesgo para r en el modelo es

$$dr = a(b - r)dt + \sigma\sqrt{r}dz$$

El anterior tiene el mismo *drift* de reversión a la media que el modelo de Vasicek, pero la desviación estándar del cambio en un periodo corto de tiempo es proporcional a \sqrt{r} . Esto significa que a medida que la tasa de interés incrementa, su desviación estándar incrementa. Cox, Ingersoll y Ross muestran que en este modelo, los precios de los bonos tienen la misma forma que en Vasicek, es decir

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)r}$$

pero las funciones $B(t, T)$ y $A(t, T)$ son diferentes:

$$B(t, T) = \frac{2(e^{\gamma(T-t)} - 1)}{(\gamma + a)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma}$$

$$A(t, T) = \left(\frac{2\gamma e^{(a+\gamma)(T-t)/2}}{(\gamma + a)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma} \right)^{2ab/\sigma^2}$$

Con $\gamma = \sqrt{a^2 + 2\sigma^2}$. En este caso las mismas formas de la estructura temporal son posibles. Al igual que en el caso de Vasicek, la tasa de largo plazo $R(t, T)$, es linealmente dependiente de $r(t)$. Esto significa que el valor de $r(t)$ determina el nivel de la estructura temporal en el tiempo t . La forma general de la estructura a término es independiente de $r(t)$, pero no depende de t .

3.4.4. Prepagos y su modelaje

A pesar que los títulos hipotecarios son simplemente un “empaquetamiento” de muchas hipotecas vendidas como un producto financiero, la valoración de este tipo de instrumentos tiende a ser complicada. El problema general en la valoración de MBSes como tratar el posible repago temprano del capital por los deudores hipotecarios. Las

hipotecas, a pesar de ser instrumentos de renta fija sencillos, tienen una particularidad: como fue comentado anteriormente, el propietario tiene derecho a prepagar la hipoteca en el momento en que lo desee.

En términos financieros, el deudor hipotecario es emisor de un título de renta fija con una opción *call* implícita. Sin embargo, dicha opción no es necesariamente ejercida de forma óptima por el deudor. En el contexto hipotecario, el momento de realizar el prepago dependerá de las circunstancias individuales del deudor y su concepción personal de optimalidad”.

- Las tasas de interés caen y el deudor consigue mejores términos en otra entidad bancaria (refinanciamiento).
- El inmueble es destruido en un incendio y el seguro es pagado a la entidad bancaria .
- El deudor recibe un monto extra de dinero, es averso al riesgo y paga temprano la hipoteca. Teniendo en cuenta la crisis hipotecaria en la década de los noventa en Colombia, esto puede ser el común denominador de muchos deudores actuales, los cuales quedaron impactados psicológicamente con las pérdidas de aquella época.
- El deudor decide cambiar de residencia y paga la hipoteca con el dinero recibido por la venta del inmueble.
- El deudor hipotecario cae en *default*, la casa es expropiada por proceso jurídico, y el monto recibido por la venta del inmueble es derecho del banco.

Bajo preceptos racionales la única circunstancia que tiene un fundamento lógico es la primera. Los otros eventos no dependen directamente de los movimientos de las tasas de interés. Inclusive, el refinanciamiento tiene una componente incierta ya que muchas personas no saben de la posibilidad de prepagar, no se molestan en refinanciar o no analizan la opción de ejercer el prepago adecuadamente.

Teniendo en cuenta que el prepago es la característica que distingue los títulos hipotecarios de otros derivados y títulos de renta fija, existe una clara necesidad de contar con un modelo para modelarlos. En un principio, podríamos modelar dicho fenómeno identificando el momento óptimo para ejercer la opción al igual que en una opción Americana. Sin embargo, ya fue mencionado anteriormente que esto no es adecuado teniendo en cuenta que los deudores hipotecarios no siempre actúan de forma racional. El valor estimado del título hipotecario sería sobrestimado de analizarse así. Por lo tanto la idea es modelar en la práctica tanto la componente racional (ejercer la opción de prepago por variación de las tasas de interés), como la intrínseca al portafolio de hipotecas (la posibilidad de *default*, la migración de los deudores hipotecarios, catástrofes naturales, etc.).

3.4.4.1. Estadísticas de prepago

Teniendo en cuenta que los títulos hipotecarios a analizar pueden estar estructurados a partir de créditos heterogéneos con diferentes tasas, es necesario en el proceso de análisis estudiar los títulos en términos de cupones promedio. El *Weighted Average Coupon (WAC)* – Cupón Promedio Ponderado²⁶ – es la medida utilizada al analizar diferentes títulos hipotecarios. En términos matemáticos podemos definir el WAC de un portafolio de hipotecas, de la siguiente forma:

$$WAC = \frac{\sum_{i=1}^N C_i B_i}{\sum_{i=1}^N B_i}$$

donde N es el número de hipotecas que conforma el portafolio, C_i es el cupón de la i -ésima hipotéca, y B_i es el balance pendiente de la i -ésima hipotéca.

²⁶ La ponderación se realiza utilizando el valor de cada una de las hipotecas.

Adicionalmente es necesario definir los siguientes términos:

Single Monthly Mortality (SMM): Mortalidad Mensual del portafolio de hipotecas. Es el monto prepago en cualquier mes como porcentaje del balance hipotecario esperado:

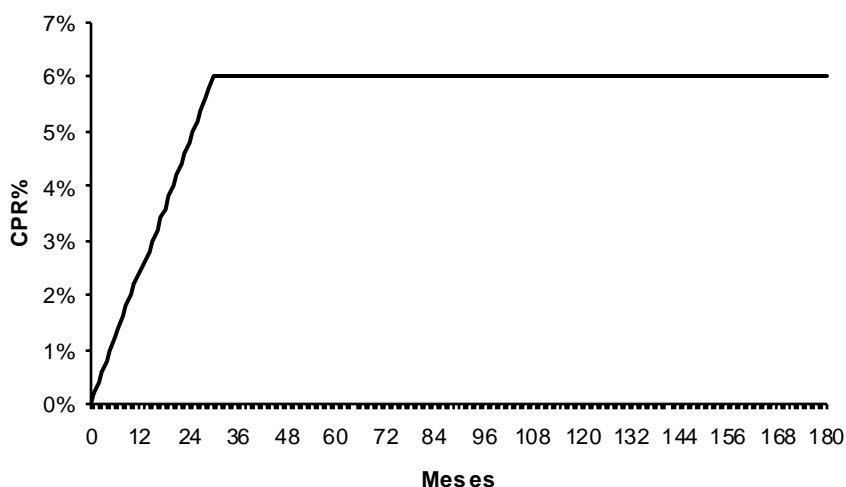
$$SMM = \frac{\text{Balance programado} - \text{Balance actual}}{\text{Balance programado}}$$

Conditional Prepayment Rate (CPR): Tasa de prepago condicional. Es la versión anualizada del SMM:

$$CPR = 1 - (1 - SMM)^{12}$$

3.4.4.2. Modelo determinístico de proyección de prepagos

A continuación se describirá el modelo (Public Securities Association Model), para la proyección determinística de los prepagos. Aunque este modelo es un estándar para analizar títulos hipotecarios (*MBS*) en el mercado norteamericano de valores, es útil en este caso para ilustrar las implicaciones de realizar proyecciones de tasas de prepago. El modelo PSA es un modelo simple que incorpora únicamente la edad de la hipoteca o del portafolio de hipotecas. Dicho modelo asume que el prepago empieza en cero una vez la hipotecas son originadas, incrementa mensualmente con una pendiente de 0.2% por los primeros 30 meses y posteriormente se mantiene constante en 6%. El modelo PSA se encuentra denominado en términos del CPR.

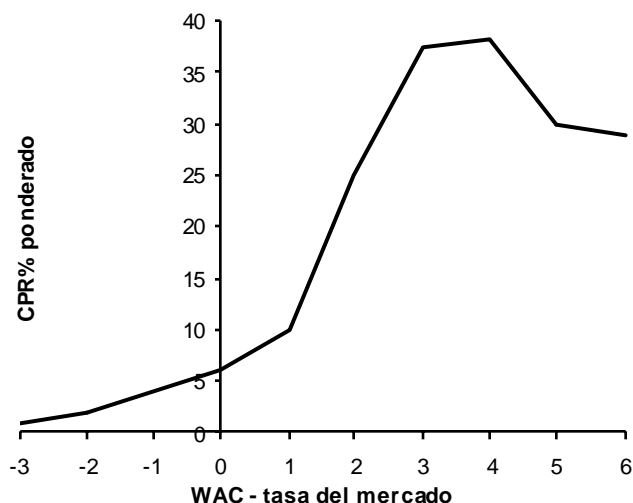
Figura 9. Modelo de Prepagos PSA (Public Securities Association)

Ahora bien, si pretendemos hacer un ejercicio sencillo de valoración de hipotecas, podemos usar el modelo PSA para hacer una proyección del flujo de caja mensual, y posteriormente descontar los flujos a una tasa adecuada por riesgo. Por ejemplo se podría valorar un portafolio de hipotecas asumiendo una velocidad de prepago de 150% PSA. Esto implicaría que el portafolio de hipotecas presentaría un comportamiento de los prepagos con una tasa CPR en cada mes i igual al resultado de multiplicar la tasa CPR en el mes i , por 150%. Por ejemplo si el modelo PSA predice una tasa en el mes 12 de 2.4%, proyectando a 150% PSA obtendríamos una tasa CPR de 3.6%.

Debido a la naturaleza determinística del modelo PSA, este no permite incorporar en el esquema de análisis la sensibilidad del prepago a los movimientos de la tasas de interés. Como fue mencionado anteriormente, cuando las tasas hipotecarias vigentes caen, los deudores tienen un incentivo a refinanciar su deuda, originando el fenómeno del prepago. Aunque no todos los deudores prepagan óptimamente las hipotecas, se puede decir que en agregado, estos se comportan racionalmente hasta cierto punto.

Retomando un ejemplo de Wilmott (2000)²⁷, podemos ver mejor este fenómeno:

Figura 10. Comportamiento del Prepago v.s. *spread* WAC - Tasa de Refinanciación Actual



En la anterior figura podemos ver el CPR de un portafolio de hipotecas a 30 años en función del *spread* entre el WAC del portafolio de hipotecas y la tasa hipotecaria disponible en el mercado. Recordando la discusión anterior respecto a las motivaciones que tienen los deudores para prepagar, podemos ver como para *spreads* negativos existe un bajo nivel de prepago. Apesar que los individuos no tienen incentivo alguno para refinanciar sus deudas, estos repagan antes de la madurez sus obligaciones porque vendieron sus casas, recibieron un dinero extra, su aversión al riesgo los lleva a prepagar debido a la incertidumbre en el panorama económico, etc. Por otro lado, cuando el *spread* es positivo, los deudores tienen un incentivo financiero para prepagar, y el CPR del portafolio de hipotecas aumenta considerablemente. Podemos ver también que para *spreads* positivos muy altos, el CPR disminuye, comportamiento que puede ser atribuido al hecho que para diferenciales de tasa muy altos, los deudores más sensibles a las variaciones de la tasa de interés ya prepagaron quedando unos pocos sin haber refinanciado.

²⁷ "Chapter 44 : Mortgage Backed Securities" en Wilmott, P. *Paul Wilmott on Quantitative Finance Volume Two* (Rev. ed. Chichester, UK: Jhon Wiley & Sons Ltd., 2000. p. 611-619)

3.4.4.3. Un modelo de proyección de prepago más complejo

Teniendo en cuenta la relación del CPR y las tasas de interés del mercado, podemos suponer un modelo de prepagos que sea dependiente del camino que la tasa de interés del mercado tome. Al desarrollar un modelo de la tasa de corto plazo, e incorporándole un *spread* por riesgo de crédito, podríamos obtener diferentes caminos para la tasa de refinanciación hipotecaria. Retomando a Wilmott (2000), la idea sería desarrollar un modelo de prepago que capture el efecto de la tasa de interés y el efecto de la madurez de las hipotecas de la siguiente forma:

$$CPR = a(t)f(r)$$

donde $a(t)$ captura las características específicas de las hipotecas y depende del tiempo, como en el modelo PSA, y la función $f(r)$ captura la dependencia del nivel de la tasa de interés, es decir, la tasa hipotecaria de refinanciación.

Es importante anotar que además del tiempo y el nivel de tasa de interés, existen otros factores que afectan el nivel de prepagos. Entre otros factores podemos encontrar: la estacionalidad (en EEUU las personas tienden a moverse de su vivienda en los meses de verano), el ciclo económico, el nivel de desempleo, e inclusive en el caso colombiano, se podría hablar de un efecto de memoria de las crisis financieras pasadas, que hace que los deudores tiendan a prepagar sus deudas por el miedo a enfrentar una historia similar a las muchas vividas a finales de la década de los noventa.

Aunque la mayoría de inversionistas especializados en títulos hipotecarios utilizan modelos similares de simulación de tasas de interés, los resultados obtenidos por distintos analistas diferirán en sus resultados por los supuestos que utilicen para correr el modelo. Aunque la metodología utilizada en la simulación de la tasa de corto plazo puede ser la misma, el supuesto de volatilidad introducido en los diferentes modelos

puede variar por las opiniones de cada agente económico sobre el futuro. En la práctica lo que se hace generalmente es introducir las características del portafolio de hipotecas a un modelo econométrico de prepagos y se complementa con el efecto de sensibilidad a las variaciones de las tasas de interés. Una vez que se tengan los prepagos proyectados, los flujos de caja en un camino de tasas de interés puede ser estimado.

Sin embargo, es importante considerar que aunque en la literatura se describe la fundamentación teórica de los modelos de valoración de títulos hipotecarios y la necesidad de hacer las simulaciones de la tasa de interés libres de oportunidades de arbitraje, en pocas fuentes se describe como se logra esto.²⁸ Los modelos de valoración generalmente hacen parte del “know-how” de las diferentes bancas de inversión que participan activamente en el mercado de títulos hipotecarios.

3.4.4.4. Otras consideraciones de los prepagos

Como fue mencionado anteriormente, los títulos hipotecarios se diferencian de otros instrumentos derivados y de renta fija, porque los flujos de caja asociados a los títulos, dependen del camino que tomen las tasas de interés del mercado. El flujo de caja recibido en el periodo i no sólo depende del nivel de las tasas de interés en dicho periodo, sino también del camino que las tasas de interés hayan tomado para llegar a dicho nivel.

En el caso de los títulos hipotecarios, la tasa de prepagos en un mes dado dependerá de la existencia en el pasado de oportunidades para refinanciar desde el momento en que las hipotecas subyacentes a la emisión fueron originadas. Teniendo en cuenta que los TIPS son títulos estructurados, donde el flujo de caja del colateral es modificado,

²⁸ “Chapter 5: Valuing Mortgage-Backed and Asset Backed Securities” Fabozzi, Frank J. *Fixed Income Analysis for the Chartered Financial Analyst® Program* (Rev. ed. New Hope, Pennsylvania, USA: Frank J. Fabozzi Associates, 2000. p. 491-527)

existen dos factores que afectan la dependencia de los flujos al camino que tome el mundo real. Por un lado, como fue mencionado anteriormente los prepagos son determinados por las oportunidades de refinanciamiento disponibles en la vida de las hipotecas. Adicionalmente, la estructura de los TIPS hace que el flujo de caja de cada serie dependa del capital vigente de las otras series de la emisión. Recordando la descripción de los títulos hipotecarios mencionada anteriormente, los TIPS Serie A2012 no podrán ser pagados hasta que no se paguen completamente los TIPS Serie A2007. En conclusión, la historia de los prepagos es necesaria para construir los balances vigentes de capital en cualquier periodo i .

3.4.5. Estimación del Valor Presente para un Escenario de Tasas de Interés

Utilizando la notación sugerida por Fabozzi²⁹, dados los flujos de caja para un camino de tasas de interés, el valor presente de este flujo puede ser calculado. La tasa de descuento de los flujos de caja es la misma tasa *spot* obtenida a partir del modelo de tasas de interés para cada periodo más un *spread* apropiado. Las tasas *spot* para cada periodo pueden ser obtenidas a partir la tasas futuras simuladas. Suponiendo que el análisis de simulación se hace en términos mensuales, las tasas futuras generadas serán tasas efectivas mensuales. Por lo tanto, la tasa *spot* para el mes T en el camino n se obtiene a partir de

$$z_T(n) = \{[1 + f_1(n)][1 + f_2(n)] \cdots [1 + f_T(n)]\}^{1/T} - 1,$$

donde:

$z_T(n)$ = tasa *spot* simulada para el mes T en el camino n

$f_k(n)$ = tasa futura efectiva mensual simulada para el mes k en el camino n

²⁹ "Monte Carlo Simulation Methodology" en Frank J. Fabozzi, *Bond Markets, analysis and strategies* (4ta ed. Upper Saddle River, NJ, EEUU: Prentice Hall, 2000. p.374-384)

De esta forma, se obtiene una retícula de caminos de tasas de interés *spot* a partir de la retícula de tasas de interés efectivas mensuales futuras simuladas a partir del modelo de tasa de interés empleado.

Figura 11. Caminos Simulados de Estructura Temporal de Tasas de Interés

<i>Mes</i>	<i>Número del Camino de Tasa de Interés*</i>						
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	...	<i>n</i>	...	<i>N</i>
1	$z_1(1)$	$z_1(2)$	$z_1(3)$		$z_1(n)$		$z_1(N)$
2	$z_2(1)$	$z_2(2)$	$z_2(3)$		$z_2(n)$		$z_2(N)$
3	$z_3(1)$	$z_3(2)$	$z_3(3)$		$z_3(n)$		$z_3(N)$
4	$z_4(1)$	$z_4(2)$	$z_4(3)$		$z_4(n)$		$z_4(N)$
.							
.							
.							
<i>t</i>	$z_t(1)$	$z_t(2)$	$z_t(3)$		$z_t(n)$		$z_t(N)$
.							
.							
.							
178	$z_{178}(1)$	$z_{178}(2)$	$z_{178}(3)$		$z_{178}(n)$		$z_{178}(N)$
179	$z_{179}(1)$	$z_{179}(2)$	$z_{179}(3)$		$z_{179}(n)$		$z_{179}(N)$
180	$z_{180}(1)$	$z_{180}(2)$	$z_{180}(3)$		$z_{180}(n)$		$z_{180}(N)$

$z_t(n)$: tasa *spot* para el mes *t* en el camino *n*, de un total de *N* caminos de tasas de interés.

Posteriormente, el valor presente del flujo de caja para el mes *T* en el camino *n* descontado a la tasa *spot* simulada para el mes *T* más un *spread* es

$$VP[C_T(n)] = \frac{C_T(n)}{[1 + z_T(n) + K]^T}$$

donde:

$VP[C_T(n)]$ = valor presente del flujo de caja para el mes *T* en el camino *n*

$C_T(n)$ = flujo de caja para el mes *T* en el camino *n*

$z_T(n)$ = tasa *spot* simulada para el mes *T* en el camino *n*

K = *spread* apropiado ajustado por riesgo

El valor presente para el camino n es la suma de valores presentes para el flujo de caja de cada mes en el camino n , suponiendo un título hipotecario con madurez de 15 años

$$VP[\text{camino}(n)] = VP[C_1(n)] + VP[C_2(n)] + \dots + VP[C_{180}(n)]$$

Donde $VP[\text{camino}(n)]$ es el valor presente del camino de tasas de interés n .

3.4.6. Determinando el valor teórico

El valor presente para un camino de tasa de interés se puede pensar como el valor teórico de un título si ese camino es efectivamente realizado. Para calcular el valor teórico de un título calculamos el promedio de todos los valores teóricos de todos los caminos de tasa de interés simulados. El valor teórico en términos matemáticos se definiría como

$$\text{Valor teórico} = (1/N) \{ VP[\text{camino}(1)] + VP[\text{camino}(2)] + \dots + VP[\text{camino}(N)] \}$$

Para el caso de los títulos que se pretenden valorar en el presente proyecto, se consideran los flujos de cada tramo³⁰ a analizar. El flujo de caja de cada tramo es determinado a partir de las reglas de distribución de intereses y repago de principal de la emisión. Para hacer esto, un modelo de estructura o cascada de pagos es necesario. En el caso de los TIPS, el modelo se puede establecer a partir de las reglas estipuladas en el prospecto de emisión, las cuales fueron mencionadas anteriormente.

³⁰ En la terminología financiera, la palabra tramo o *tranche* en inglés, se refiere a una de varias clases de títulos emitidas al mismo tiempo. Los tramos de una misma emisión usualmente tienen diferentes características de riesgo, retorno y/o madurez. Definición tomada de: [Campbell R. Harvey's Hypertextual Finance Glossary](http://www.duke.edu/~charvey/Classes/wpg/bfglost.htm). Recuperado el 27 de Noviembre de 2004, de <http://www.duke.edu/~charvey/Classes/wpg/bfglost.htm>

3.4.7. OAS (*Option adjusted spread*)³¹

Bajo condiciones de racionalidad de los agentes económicos, un inversionista busca comprar títulos cuyo valor sea mayor al precio del mercado. Generalmente, un modelo de valoración permite determinar el valor de un título, y posteriormente analizar la imparcialidad del precio de un título. La idea es que un inversionista pueda decir si un título es un punto más barato, dos puntos más costoso, y así sucesivamente.

Así mismo, un modelo de valoración puede no quedarse únicamente en determinar el valor de un título, y convertir la divergencia entre el precio de un papel y el valor derivado del modelo en una medida de margen de diferencia o *yield spread*. En los mercados de renta fija, esta medida es más conveniente ya que los participantes prefieren pensar en términos de *spread* en vez de diferencias de precio.

La medida de OAS (*option adjusted spread*) fue desarrollada como una medida de *yield spread* (en puntos básicos) que puede ser usada para convertir diferencias en moneda entre el precio y el valor de un título. Básicamente lo que la medida OAS hace, es reconciliar el valor con el precio de mercado de un título. El OAS es un *spread* sobre la curva de tasas *spot* o *benchmark* usada en la valoración. La razón para que sea denominada *option adjusted*, o ajustada por opciones, es porque los flujos de caja del título cuyo valor se pretende determinar han sido ajustados para reflejar el efecto de la opción implícita en el título (la opción que tienen los deudores de prepagar la deuda).

La interpretación del OAS depende del tipo de tasa de interés que el modelador utiliza para hacer el análisis. Si el analista utiliza las tasas *spot* de los *Treasuries* para implementar el modelo, el OAS reflejara qué tan barato o costoso es el título, más un

³¹ Porciones de la presente sección han sido adaptadas de "Analysis of Bonds with Embedded Options" y "Monte Carlo Simulation Methodology" en Frank J. Fabozzi, *Bond Markets, analysis and strategies* (4ta ed. Upper Saddle River, NJ, EEUU: Prentice Hall, 2000. p. 338-365, 374-384)

spread crediticio³². Por otro lado, si el analista implementa el modelo utilizando la curva *spot* del emisor, el riesgo de crédito se encontrará incorporado en el análisis, y el OAS reflejara únicamente que tan barato es el título.

Es importante recalcar que aunque el OAS no es una medida monetaria, este puede ser utilizado para calcular el valor teórico de un título que sea consistente con los resultados del modelo de valoración.

En el modelo de valoración de Monte Carlo, el OAS es el *spread* K que cuando es sumado a todas las tasas *spot* en todos los caminos de tasas de interés hace el valor presente promedio de los caminos sea igual al precio sucio del título (precio limpio + cualquier interés acumulado)³³. Matemáticamente el OAS es el *spread* que satisface la siguiente condición:

$$\text{Precio de mercado} = (1/N) \{VP[\text{camino}(1)] + VP[\text{camino}(2)] + \dots + VP[\text{camino}(N)]\}$$

donde N es el número de caminos de tasa de interés.

El OAS es el *spread* por encima de la curva de tasas utilizada para generar los caminos libres de oportunidades de arbitraje. De ahí que se necesario igualar el precio teórico del título a la precio de mercado y buscar iterativamente el K (*spread*), de tal forma que el promedio del valor presente de todos los caminos sea igual al precio disponible en el mercado.

Teniendo en cuenta la fundamentación del OAS, se puede decir que es una medida superior de *spread* ya que incorpora el riesgo de prepago implícito en los títulos hipotecarios.

³² Es la prima de riesgo o *spread* atribuible al riesgo de que el emisor no pague oportunamente los intereses y el principal de acuerdo con el programa de servicios de los títulos.

³³ El precio limpio es el precio del título sin tener en cuenta los intereses corridos.

3.4.8. Seleccionando el número de caminos de tasas de interés

En una típica corrida de análisis de OAS para títulos hipotecarios estadounidenses, el número de caminos de tasas de interés N , esta entre 512 y 1,024 caminos. La idea es que los caminos simulados parezcan realistas y reproduzcan la estructura a término de tasas actuales. El número de caminos generados determina qué tan bueno es estadísticamente el modelo. A mayor número de caminos, menor será la tendencia a variar del estimado del OAS. Por lo tanto, hay un *tradeoff* entre eficiencia computacional y confiabilidad de los resultados. La mayoría de modelos de simulación de Monte Carlo emplean algún tipo de *técnica de reducción de varianza* para disminuir el número de caminos necesarios para obtener una buena muestra estadística. La intención es generalmente obtener precios con precisión de un *tick*³⁴.

3.4.9. Costo de la Opción de Prepago³⁵

El costo implícito de la opción de cualquier MBS puede ser obtenido a partir de la estimación entre la diferencia del OAS a la volatilidad de tasa de interés asumida y el *spread* estático. Es decir,

$$\text{Costo de la Opción} = \text{spread estático} - \text{OAS}$$

³⁴ Es el mínimo movimiento en el precio de las transacciones del título de acuerdo a la regulación bursátil respectiva.

³⁵ Extraído de "Chapter 23: Valuation of Mortgage Backed Securities" FABOZZI, Frank. *The Handbook of Mortgage-Backed Securities*. 5ta ed. McGraw-Hill, 2001.

La intuición detrás de la anterior fórmula es la siguiente: en un escenario donde la tasa de interés no varía, el inversionista ganaría el *spread* estático. Sin embargo, cuando las tasas de interés cambian, este *spread* es menor, debido a la opción del deudor hipotecario a prepagar. Por lo tanto, el OAS refleja el *spread* después de ajustar los requerimientos teniendo en cuenta esta opción.

El costo de la opción es la diferencia entre lo que se hubiera ganado en un escenario de tasas de interés estáticas (el *spread* estático), y el *spread* después de ajustar por la opción de los deudores hipotecarios.

3.4.10. Interpretación de resultados

Aunque conceptualmente la valoración de títulos hipotecarios es sencilla, en la práctica es un proceso complejo que implica hacer predicciones sobre el futuro comportamiento de las tasas de interés, su efecto en las tasas de prepago del colateral y en los flujos de caja de cada una de las series de la emisión. Existe un riesgo de modelaje al existir una posibilidad de que se hayan hecho supuestos irreales sobre las variables críticas del modelo.

Al estructurar los títulos TIPS como un CMO, es decir, al desarrollar una estructura *senior*-subordinada, el estructurador distribuye el riesgo de prepago y el riesgo de tasa de interés entre las diferentes series. La sensibilidad a las variables críticas es diferente para cada una de las series. Los riesgos no son transmitidos equitativamente a cada una de las series. En algunos casos existen series que pueden ser más sensibles a los prepagos que el mismo colateral. Teniendo en cuenta lo anterior, la idea del modelo de valoración es identificar cómo el valor del colateral es transmitido a las diferentes series que componen la emisión de TIPS. Mediante la identificación de la dirección del riesgo y del valor, podemos identificar series con bajo riesgo y con alto valor. Estos son las series que nos interesan para invertir.

4. PLANTEAMIENTO DEL MODELO DE VALORACIÓN APLICADO AL CASO COLOMBIANO

Teniendo en cuenta el estudio del mercado de los títulos hipotecarios en Colombia y la literatura disponible respecto a la valoración de los MBS en el mercado americano, se procedió a plantear un modelo de valoración sencillo, pero ilustrativo que permita identificar cuantitativamente el efecto de las variables críticas o *key drivers* en el valor del título. En el capítulo anterior se hizo claro énfasis en la sensibilidad del valor de los títulos hipotecarios al comportamiento de los prepagos de la cartera que respalda la emisión, que a su vez son influenciados por la variación de las tasas de interés en el mercado y los factores específicos de la cartera hipotecaria que influyen en la decisión del deudor para prepagar. La intención de este proyecto es mostrar una aproximación cuantitativa a la valoración de títulos hipotecarios bajo lineamientos usados en el mercado de capitales internacional. Como fue mencionado anteriormente, esta es una intención de muchas que se esperarían en un futuro para comprender mejor los riesgos a los que se enfrenta el inversionista al invertir en títulos hipotecarios, permitiendo así, una mayor sofisticación del mercado financiero colombiano.

4.1. CONSIDERACIONES DEL MODELO A DESARROLLAR

A partir del estudio del entorno hipotecario en Colombia (contexto de los títulos) y Estados Unidos (origen de la literatura sobre modelos de valoración). Se considera entonces importante analizar los siguientes elementos:

4.1.1. Cuantificación de los prepagos

Esta variable nos permite cuantificar el monto de los prepagos realizados en un intervalo de tiempo. A partir de la estimación mensual del prepagado recibido se puede establecer una relación entre esta variable y factores que podrían predecirla. El valor de prepagado es una variable dependiente cuya variación puede ser explicada por otras

variables: variación tasa de interés, edad de la cartera hipotecaria, etc. Como fue mencionado anteriormente, un prepago puede ser de naturaleza parcial o total, y puede depender de hechos fortuitos o previstos. Por ejemplo un desastre natural podría incrementar significativamente los prepagos, ya que de presentarse un siniestro, las entidades aseguradoras respaldarían los créditos prepagando la totalidad del saldo de la deuda vigente.

Así mismo, se pueden considerar dos tipos de prepagos: los estimados a partir del flujo de caja de la cartera hipotecaria o un crédito hipotecario, o los calculados a partir del flujo asociado al título hipotecario. De una forma similar, el prepago de los títulos se estima a partir del flujo de caja recibido en un mes determinado y la amortización esperada en dicho mes de no existir prepagos. Cabe anotar que se pueden registrar prepagos anormales, rompiendo la tendencia experimentada por los títulos, cuando algunos créditos son readquiridos por la entidad originadora (el banco hipotecario), al no cumplir con ciertos parámetros de calidad establecidos por la Titularizadora, los cuales obligan al originador a comprar dicho crédito, monto que posteriormente entra como un prepago a la universalidad que respalda la emisión de títulos.

4.1.2. Denominación de los créditos hipotecarios

Los mercados emergentes como el colombiano han estado caracterizados generalmente por presentar altos niveles de inflación, haciendo así más difícil la planeación de los agentes económicos (deudores y originadores). En Colombia el esquema de financiación de la vivienda busca mantener el valor de la deuda en términos reales, y garantizar una tasa real para la entidad hipotecaria. Generalmente los créditos son originados en términos reales y se cobra una tasa equivalente a UVR más un *spread* que viene siendo la tasa real a la que presta el banco ya que la UVR crece con la inflación. Trabajar el modelo a partir de términos reales, simplifica el análisis del flujo de caja de la titularización al evaluar todas las cifras sin el efecto de la inflación.

4.1.3. Modelo de estructuración

Este es el modelo bajo el cual se establecen las reglas de distribución de los flujos de la cartera titularizada, y puede ser identificado en el prospecto de emisión. El modelo de estructuración determina la distribución de cada peso que entra a la universalidad teniendo en cuenta la subordinación de ciertos títulos y los diferentes escenarios posibles durante la vida del título: suspensión de pagos, aplicación de garantías externas, etc.

4.1.4. Tasas de Interés

Teniendo en cuenta la intuición económica y lo comentado anteriormente respecto a la teoría de opciones aplicada a la decisión del deudor hipotecario para prepagar, se esperaría que la tasa de interés real tenga una relación negativa con los niveles de prepago experimentados por la cartera. Se habla en términos reales ya que las tasas de colocación de los créditos hipotecarios se encuentran determinados en términos de la UVR (que crece en términos de la inflación del mes anterior), más un *spread* (que determina la tasa real que percibe el banco por colocar el crédito hipotecario).

Con el fin de analizar la incidencia de la tasas de interés sobre los flujos de caja asociados a los títulos se decidió utilizar como referencia base la evolución de la DTF. Este es un indicador que recoge el promedio semanal de la tasa de captación de los certificados de depósito a término (CDT's) a 90 días de los bancos, corporaciones financieras, de ahorro y vivienda y compañías de financiamiento comercial y es calculado por el Banco de la República.³⁶ De las diferentes tasas consideradas para desarrollar el proyecto (rendimiento de los TES Tasa Fija, rendimiento de los TESUVR, etc.), se procedió a utilizar la DTF por los siguientes motivos:

³⁶ Definición tomada de : Glosario de la Bolsa de Valores de Colombia <http://www.bvc.com.co>

- a) Por su naturaleza, la DTF refleja en cierto punto el costo de financiación de los bancos hipotecarios. Teniendo en cuenta que los bancos en su actividad de negocio realizan un manejo dinámico de las tasas de colocación (activos), y las tasas de captación (pasivos), se podría inferir que la variación de la DTF podría afectar las tasas de refinanciación de los créditos hipotecarios, afectando así el incentivo a prepagar.
- b) El estudio de Leiva, Sánchez P. y Sánchez S. (2004), establece que existe evidencia estadística entre la evolución de los prepagos y la variación absoluta de la DTF.³⁷ Los autores anotan que la “tasa de interés real debería tener una relación negativa con los niveles de Prepago Total, ya que una reducción de ésta indica una mejoría en las condiciones de la financiación lo que incentiva el prepago de los pasivos existentes por parte de los deudores”. Bajo la intuición económica se esperaría que si existe un aumento de la DTF (variación absoluta positiva), el prepago experimentado por la cartera subyacente a la emisión, tiende a disminuir). Dicha hipótesis es comprobada al analizar la significancia y signo del coeficiente asociado, en el modelo desarrollado en el estudio mencionado.

4.2. OBTENCIÓN DE LOS DATOS UTILIZADOS PARA DESARROLLAR EL MODELO

- a) **Tasa de interés:** para desarrollar el modelo de valoración hipotecaria y estimar los parámetros relevantes necesarios para implementar el modelo de Simulación de Tasa de Interés se utilizó un ventana de tiempo del 4 de junio del 2002 hasta el 3 de enero del 2005 de la DTF Efectiva Anual obtenida en corfinsura.com.³⁸ La serie se encuentra en una frecuencia semanal.

³⁷ LEIVA, O., SÁNCHEZ P., M. & SÁNCHEZ S., J. *Estimación de Ecuaciones de Siniestralidad y Prepago para Portafolios de Créditos denominados en UVR*. Versión Preliminar para Discusión Interna – Septiembre 21 del 2004. Bogotá D. C., Colombia: Dirección de Estructuración y Riesgo – Titularizadora Colombiana S. A., 2004. p. 8.

³⁸ En <http://www.corfinsura.com/espanol/indicadores/economicos/Hijos.asp?id=31>

- b) **Valor monetario de la UVR:** aunque el modelo arroja precios de los títulos en términos de UVRs, se introduce en el modelo la serie de la UVR de tal forma que se pueda calcular para cada precio calculado el valor en pesos del título. La serie fue obtenida de corfinsura.com.³⁹ Se encuentra en una frecuencia diaria.
- c) **IPC de los últimos doce meses:** con la finalidad de establecer una estructura a término de las tasas de interés reales se usa la serie mensual de la inflación corrida de los últimos doce meses, para aplicar la conocida ecuación de Fisher.⁴⁰ La serie fue obtenida de corfinsura.com.⁴¹ A partir de la serie histórica de la inflación se puede despejar la tasa de interés real.
- d) **Datos del Mercado Secundario de TIPS E-2:** para implementar el modelo desarrollado se requieren datos históricos del mercado secundario de TIPS. Dichos datos fueron suministrados por la Titularizadora Colombiana, la cual conserva una base de datos históricos de las transacciones realizadas en el MEC⁴² a partir de la fecha de emisión. La información fue recopilada a partir de la base de datos del MEC, a la cual la Titularizadora tiene acceso por estar suscrita a dicho servicio. El archivo en Excel, tiene información sobre las siguientes variables: fecha, título (si es serie A 2007, A 2012 o A 2017), monto en UVRs de la operación, el tipo de operación (si es compra/venta, compra futura, venta futura, repo, simultánea, o *swap*), Precio Sucio pactado, el monto en pesos transado, el plazo de la operación (en caso de ser una operación simultánea⁴³), el rendimiento implícito de la

³⁹ En <http://www.corfinsura.com/espanol/indicadores/economicosHijos.asp?id=31>

⁴⁰ El efecto Fisher es una teoría que establece que la tasa de interés nominal en dos o más países debe ser igual a la tasa de retorno real requerida por los inversionistas + la compensación por la inflación esperada en cada país. La ecuación de Fisher es : $(1+i) = (1+r) (1+\Delta P)$; donde i es la tasa de interés nominal observada, r es la tasa de interés real, y ΔP es la tasa de inflación anual esperada.

⁴¹ En <http://www.corfinsura.com/espanol/indicadores/economicosHijos.asp?id=8>

⁴² El MEC (Mercado Electrónico Colombiano), diseñado y administrado por la Bolsa de Valores de Colombia, es un sistema de herramientas que permite negociar títulos de Renta Fija inscritos en la Bolsa de Valores de Colombia. Así mismo permite obtener información completa y oportuna del mercado y acceder al sistema de registro y complementación de operaciones INVERLACE. Tomado del website de la Bolsa de Valores de Colombia <http://www.bvc.com.co>

⁴³ Una operación simultánea es similar a una operación *repo*, en la cual el vendedor contrae la obligación de comprar un título en el futuro de la contraparte de la operación a un precio especificado en el futuro. Representa un préstamo colateralizado de corto plazo

operación (TIR), el *haircut*⁴⁴ dado, el valor futuro pactado en la operación simultánea, y la fecha futura de cumplimiento en caso de ser una operación simultánea.

- e) **Información de la estructura TIPS E-2:** finalmente para estructurar el modelo de proyección de los flujos de caja asociados a la emisión debemos incorporar los parámetros y las características específicas de los títulos a analizar. Dichos datos pueden ser obtenidos del prospecto de emisión de los TIPS E-2 y de la página asociada a dicha emisión en el *website* de la Titularizadora⁴⁵. En este caso es relevante obtener información sobre la tasa facial de cada uno de los títulos, el funcionamiento de la estructura de la emisión (la cual fue descrita en el marco bibliográfico), la fecha de emisión, la fechas de pago, el *delay* de los títulos (el tiempo que se demora en hacer el primer pago a partir de la emisión, en este caso tres meses), la tabla de amortización teórica de cada una de las emisiones (asumiendo la inexistencia de los prepagos), la tabla de amortización real hasta la fecha, y los días base utilizados para la valoración de los títulos (en este caso se utiliza una base NASD de 360 días).

4.3. METODOLOGÍA DE DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN

Una vez identificadas las variables relevantes para desarrollar el modelo de valoración, se procede a determinar las diferentes relaciones matemáticas entre los diferentes factores e implementarlo en Microsoft[®] Excel⁴⁶. Se decidió implementar el proyecto en Excel por la accesibilidad del programa, el nivel de sofisticación y las herramientas

en la cual el subyacente puede ser un papel de deuda pública, un instrumento del mercado monetario, un título de garantía gubernamental o un título hipotecario. Definición tomada de Harvey et. al.

⁴⁴ En una operación *repo*, es el margen o diferencia entre el precio actual del título subyacente a la operación y el valor prometido a pagar dada a la parte activa de la transacción. Tomado de Harvey et. al.

⁴⁵ El prospecto puede ser obtenido de http://www.titularizadora.com/tips2002_2_General.asp?Archivo=InfoEmision. La información del flujo histórico de la emisión hasta Diciembre del 2004 puede ser obtenida de http://www.titularizadora.com/tips2002_2_General.asp?Archivo=InfoEmision, dando clic en Tabla de Saldo de Capital Programado de los TIPS A.

⁴⁶ Microsoft[®] Excel es una marca registrada de Microsoft Corporation.

disponibles con las que cuenta para desarrollar soluciones amigables para cualquier usuario. Así mismo, la inclusión de VBA (Visual Basic for Applications) dentro del paquete Microsoft® Office, da la flexibilidad necesaria para desarrollar programas personalizados de acuerdo a los requerimientos técnicos del proceso a implementar.

4.3.1. Determinación de la sensibilidad de la tasa de prepagos a variaciones en la tasa de interés

Teniendo en cuenta la sensibilidad de los prepagos de la cartera hipotecaria como fue constatado en el estudio de Leiva, Sánchez P. y Sánchez S. (2004), se procedió a correr el siguiente modelo lineal estadístico:

$$CPR_t = a + b(\Delta DTF_t) + \varepsilon_t$$

donde el CPR_t es la tasa de mortalidad mensual anualizada o *Condiciona Prepayment Rate* definida anteriormente, y ΔDTF_t es la variación de la DTF efectiva anual. Los parámetros a y b , se pretenden determinar a partir de la regresión. El término ε es ruido blanco.

Para hacer el análisis de regresión, se utilizaron los datos mencionados en el anterior numeral. Para obtener la serie histórica del CPR de la emisión TIPS E-2, se utilizaron los datos sobre el saldo teórico vigente mes a mes de los títulos y el saldo real de los títulos desde el la fecha de emisión (18 de noviembre del 2002), hasta la última fecha de pago (18 de Diciembre del 2004). La forma de obtener los datos correspondientes será descrita a continuación:

- a) Para obtener los datos señalados con el óvalo, se ingresó a la página de la Titularizadora y se obtuvo dicha información.

- b) Posteriormente se procedió a obtener el *CPR* a partir de la fórmula mencionada anteriormente y aplicarla a la hoja de cálculo de Excel mostrada como se puede constatar en la parte *b* de la siguiente figura:

Figura 12. Ilustración cálculo del CPR (1)

	A	B	C	D	E	F	G	I
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								
31								
32								
33								
34								
35								
36								
37								
38								
39								
40								
41								
42								
43								
44								
45								
46								
47								
48								
49								
50								
51								
52								
53								
54								
55								
56								
57								
58								
59								
60								
61								
62								
63								
64								
65								
66								
67								
68								
69								
70								
71								
72								
73								
74								
75								
76								
77								
78								
79								
80								
81								
82								
83								
84								
85								
86								
87								
88								
89								
90								
91								
92								
93								
94								
95								
96								
97								
98								
99								
100								

Fuente: Titularizadora Colombiana S. A., Análisis del Autor

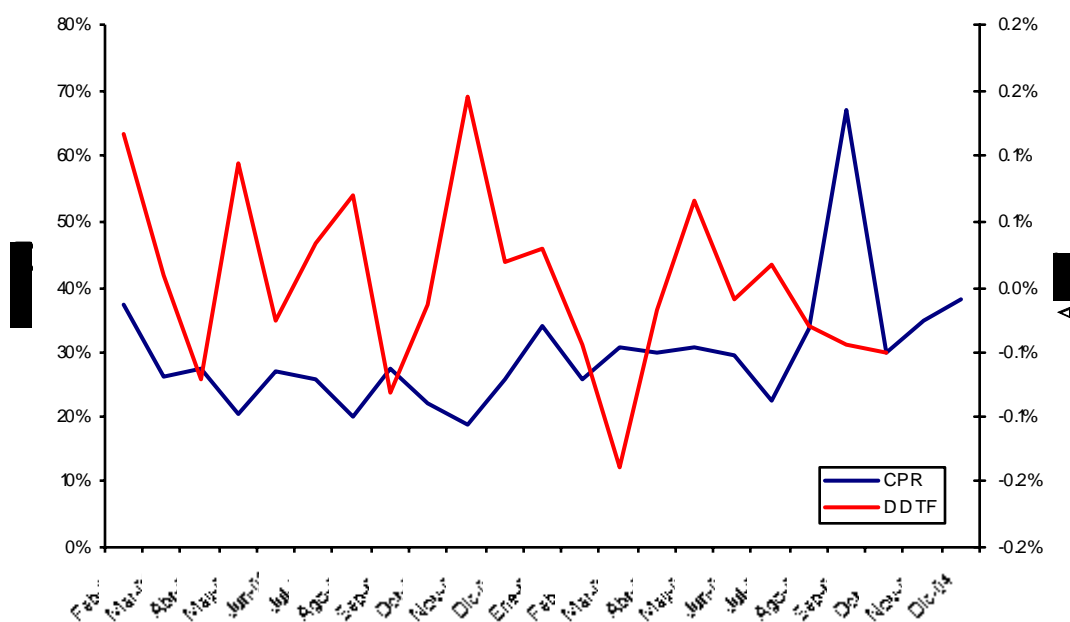
Figura 13. Ilustración cálculo del CPR (2)

	A	B	C	D	E	F	G	I
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								
31								
32								
33								
34								
35								
36								
37								
38								
39								
40								
41								
42								
43								
44								
45								
46								
47								
48								
49								
50								
51								
52								
53								
54								
55								
56								
57								
58								
59								
60								
61								
62								
63								
64								
65								
66								
67								
68								
69								
70								
71								
72								
73								
74								
75								
76								
77								
78								
79								
80								
81								
82								
83								
84								
85								
86								
87								
88								
89								
90								
91								
92								
93								
94								
95								
96								
97								
98								
99								
100								

Fuente: Titularizadora Colombiana S. A., Análisis del Autor

Una vez obtenida la serie necesaria se procedió a correr la regresión con los datos históricos de la DTF y el CPR de los títulos TIPS E-2 Serie 2007, los cuales hasta la fecha son los únicos que han recibido pagos de capital (incluyendo prepagos). Se usaron los datos mensuales disponibles desde el 18 de febrero del 2003 (primera fecha de pago – tres meses después de la emisión), hasta el 18 de octubre del 2004, para un total de 20 datos. La cifra obtenida para el 18 de septiembre del 2004 se considera como un *outlier*, y puede ser explicada por la recompra de un cierto número de créditos por parte de las entidades originadoras (los bancos hipotecarios), dando cumplimiento a lo estipulado en el reglamento de la emisión en el cual se establece que si durante la vida de la emisión los créditos se ven deteriorados bajo ciertas condiciones establecidas por la Titularizadora, el originador estará obligado a recomprar dicho crédito con el fin de garantizar la calidad del activo subyacente.

Figura 14. Series de CPR y Δ DTF usadas en la Regresión



Fuente: Titularizadora Colombiana S. A., Análisis del Autor

Los resultados obtenidos al correr la regresión por mínimos cuadrados ordinarios fue la siguiente:

Tabla 5. Resultados de la Regresión de CMO de CPR vs. Δ DTF

Resumen

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	0.56
Coefficiente de determinación R^2	0.31
R^2 ajustado	0.27
Error típico	0.04
Observaciones	20.00

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>p-value</i>
Regresión	1.00	0.01	0.01	8.10	0.01
Residuos	18.00	0.03	0.00		
Total	19.00	0.04			

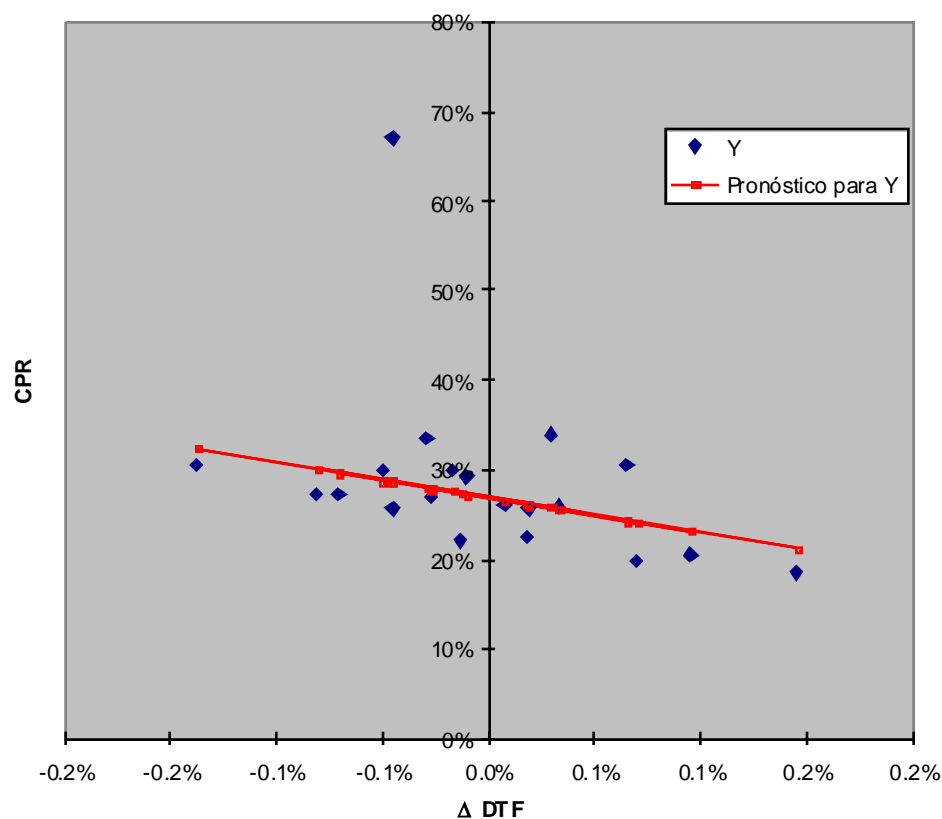
	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>
Intercepción	0.27	0.01	30.78	0.00
Δ DTF	-39.15	13.75	-2.85	0.01

INTERVALOS DE CONFIANZA

	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>
Intercepción	0.25	0.29
Δ DTF	-68.05	-10.26

Fuente: Análisis del Autor

Como podemos ver claramente, los resultados son satisfactorios y son los esperados. Intuitivamente esperaríamos que a una variación positiva de la DTF, el nivel de prepagos disminuiría, lo cual es corroborado por el signo del coeficiente asociado al término Δ DTF. Los niveles de significancia son adecuados, lo cual permitiría incorporar estos resultados al modelo de valoración.

Figura 15. Pronostico Obtenido de CPR vs. ΔDTF 

Fuente: Titularizadora Colombiana S. A., Análisis del Autor

4.3.2. Estimación de los parámetros del modelo Cox, Ingersoll y Ross

Con el fin de estimar los parámetros del modelo de Cox, Ingersoll y Ross, y determinar su aplicabilidad al contexto colombiano, se modeló la dinámica de la DTF bajo un proceso estocástico CIR⁴⁷ en el paquete estadístico SAS.

Además de permitir modelar la DTF como un proceso de Itô, el modelo CIR incorpora la naturaleza heteroscedástica de la varianza de la tasa de interés. Al modelar la varianza no constante, se mejora notablemente la eficiencia de los parámetros asociados con la

⁴⁷ Siglas haciendo referencia a Cox, Ingersoll & Ross

media de las series y permite ampliar el conocimiento sobre la volatilidad de las series. Como fue mencionado en la referencia bibliográfica la varianza del proceso CIR depende proporcionalmente de la tasa de interés actual, es decir, entre más grande sea la tasa de interés, mayor será la volatilidad de la serie.

4.3.2.1. Detalles del modelo heteroscedástico⁴⁸

Uno de los supuestos fundamentales del análisis de regresión es que la varianza de los errores es constante a través de las observaciones. Sin embargo este supuesto es violado frecuentemente cuando tratamos con series de tiempo financieras, resultando en un estimado ineficiente de los parámetros de interés, y en un pronóstico incorrecto de la varianza del error.

Si consideramos el siguiente modelo:

$$\begin{aligned}
 g(y_t, x_t, \theta) &= e_t \\
 e_t &= H_t \cdot \xi_t \\
 H_t &= \begin{bmatrix} \sqrt{h_{t,1}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{t,2}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{h_{t,q}} \end{bmatrix} \\
 h_t &= g(y_t, x_t, \psi)
 \end{aligned}$$

donde

⁴⁸ Las ideas de este fragmento fueron extraídas de : *Examples - Heteroscedastic Modeling of the Fed Funds Rate*. Statistics and Operations Research Community – support.sas.com en: <http://support.sas.com/rnd/app/examples/ets/hetmod/>

$$\xi_i \sim N(0, \Sigma).$$

Para modelos homoscedásticos, $h(t)=1$. Por otro lado, si conocemos la forma funcional de la varianza, el modelo de la varianza puede ser estimado con la función de regresión.

Para especificar una forma funcional para la varianza en SAS, se utilizó la función H.var, donde var la variable dependiente.

Suponiendo que tenemos un modelo cuya forma funcional de varianza es:

$$h_i = \sigma^2 x_i^\alpha$$

El modelo será escrito en SAS de la siguiente forma:

```
proc model data=s;
  y = a + b * x;
  h.y = sigma**2 * x**alpha;
fit y;
```

En este caso, además de estimar los parámetros a y b , el proc MODEL estima los parámetros σ y α , los cuales están asociados con la varianza del error.

4.3.2.2. Implementación del modelo

El siguiente modelo utiliza la DTF anual compuesta continuamente⁴⁹ a partir de los datos semanales obtenidos a partir del 4 de Junio del 2002 hasta el 3 de Enero del

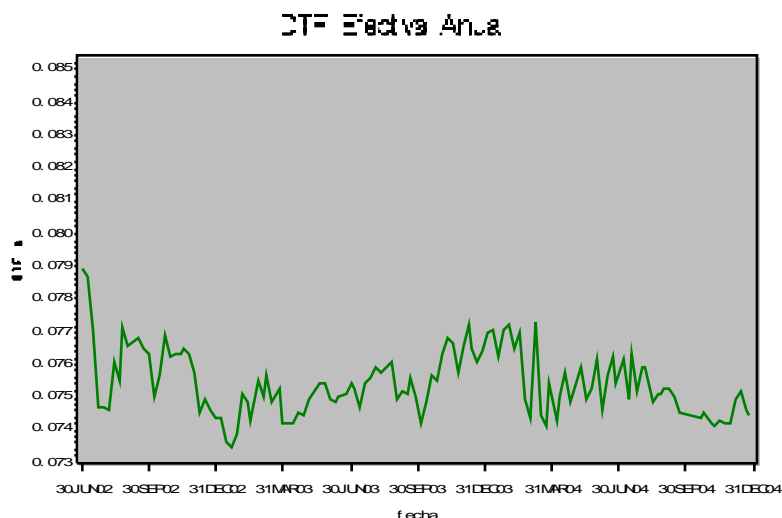
⁴⁹ Hace referencia al proceso de acumular el valor del dinero en el tiempo hacia delante en una forma continua, o instantánea. El interés es ganado continuamente, y en cada instante, el interés que es causado inmediatamente empieza a ganar interés sobre si

2005. Las tasas efectivas anuales fueron convertidas a compuestas continuas a partir de la siguiente fórmula:

$$r_c = \ln(1 + r_{ea})$$

Donde r_c es la tasa de interés compuesta de forma continua, y r_{ea} es la tasa de interés discreta efectiva anual. La necesidad de trabajar con tasas de interés continuas resulta de la naturaleza de los modelo de tasa de interés, los cuales son de naturaleza continua.

Figura 16. Serie de DTF utilizada para la estimación del modelo



Fuente: Corfinsura.com

Primero se modeló la tasa de interés a partir del modelo de Vasicek:

$$DTF_t = DTF_{t-1} + \kappa(\theta - DTF_{t-1}) + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \rightarrow N(0, \sigma^2)$$

mismo. Par convertir una tasa nominal compuesta m periodos por año a una tasa de interés compuesta continuamente se utiliza la siguiente forma: $R_c = m \ln(1 + R_m/m)$

Las siguientes instrucciones de SAS en el PROC MODEL son usadas para estimar el modelo anterior:

Tabla 6. Instrucciones de SAS Modelo Vasicek

```
proc model data=DTFsemanal;
  id fecha;
  DTF = lag(DTF) + kappa * (theta - lag(DTF));
  lag_DTF = lag( DTF );
  label kappa = "Vel. Reversion a la Media";
  label theta = "Media LP";
  fit DTF / fiml breusch=( lag_DTF ) out=resid outresid;
run;
```

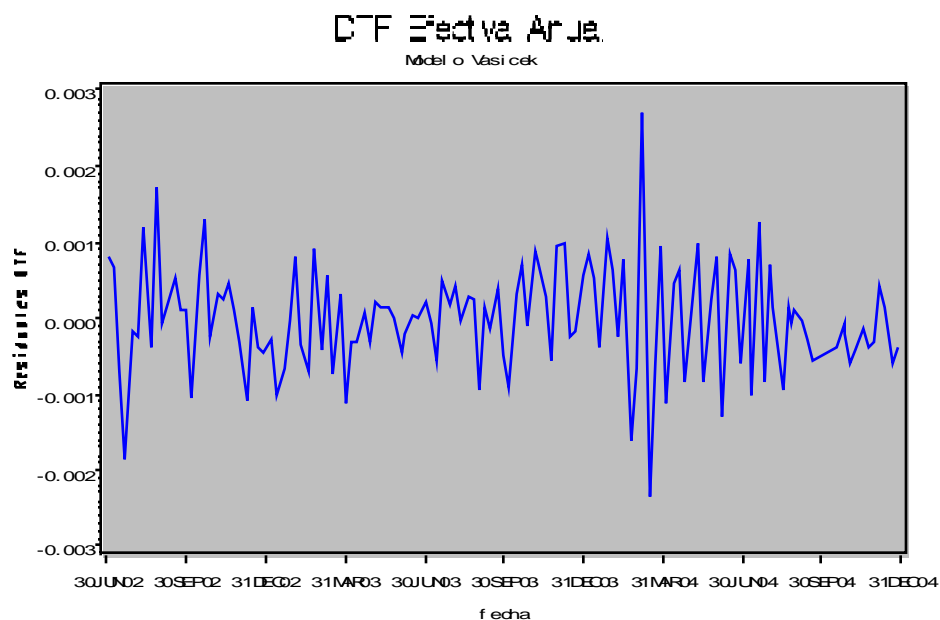
Los resultados obtenidos son los siguientes:

Tabla 7. Resultados obtenidos al correr el modelo de Vasicek

DTF Efectiva Anual								
The MODEL Procedure								
Nonlinear FIML Summary of Residual Errors								
Equation	DF Model	DF Error	SSE	MSE	Root MSE	R-Square	Adj R-Sq	Label
DTF	2	130	0.000069	5.336E-7	0.000730	0.7174	0.7152	DTF Efectiva Anual, Cifras semanales
Nonlinear FIML Parameter Estimates								
Parameter	Estimate	Approx Std Err	t Value	Approx Pr > t	Label			
kappa	0.266721	0.0299	8.92	<.0001	Vel. Reversion a la Media			
theta	0.07517	0.000252	298.05	<.0001	Media LP			
Number of Observations		Statistics for System						
Used Missing	1320	Log Likelihood		766.9844				
Heteroscedasticity Test								
Equation	Test	Statistic		DF	Pr > ChiSq	Variables		
DTF	Breusch-Pagan	4.10		1	0.0429	lag_DTF, 1		

Como podemos ver, el *test* de heteroscedasticidad es significativo, y al analizar la gráfica de los residuales podemos ver el comportamiento heteroscedástico de la varianza.

Figura 17. Residuales del modelo de Vasicek de la DTF



Posteriormente se prosiguió a correr el modelo Cox, Ingersoll y Ross, el cual tiene en cuenta la heteroscedasticidad en el proceso. El modelo puede ser escrito funcionalmente de la siguiente forma:

$$DTF_t = DTF_{t-1} + \kappa(\theta - DTF_{t-1}) + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \rightarrow N(0, \sigma^2 DTF_{t-1})$$

Las siguientes instrucciones de SAS en el PROC MODEL son usadas para estimar el modelo CIR:

Tabla 8. Instrucciones de SAS para correr el modelo de Cox, Ingersoll & Ross

```
proc model data=DTFsemanal;
  id fecha;
  DTF = lag(DTF) + kappa * (theta - lag(DTF));
  h.DTF = sigma**2 * lag(DTF);
  label kappa = "Vel. Reversion a la Media";
  label theta = "Media LP";
  label sigma = "Parte const. varianza";
  fit DTF / fi ml out=resid outresid;
```

```
run;
```

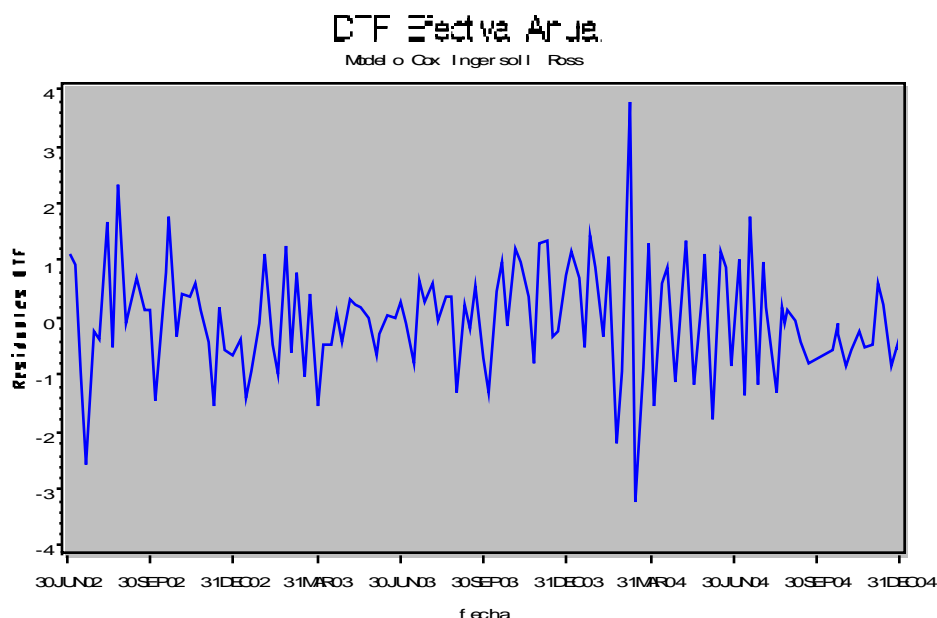
Los resultados obtenidos son los siguientes:

Tabla 9. Resultados obtenidos al correr el modelo de Cox, Ingersoll and Ross

DTF Efectiva Anual Modelo Cox, Ingersoll and Ross								
The MODEL Procedure								
Nonlinear FIML Summary of Residual Errors								
Equation	DF Model	DF Error	SSE	MSE	Root MSE	R-Square	Adj R-Sq	Label
DTF	3	129	0.000069	5.378E-7	0.000733	0.7173	0.7130	DTF Efectiva Anual, Cifras semanales
RESID: DTF		129	132.1	1.0241	1.0120			DTF Efectiva Anual, Cifras semanales
Nonlinear FIML Parameter Estimates								
Parameter	Estimate	Approx Std Err	t Value	Approx Pr > t	Label			
kappa	0.270783	0.0411	6.58	<.0001	Vel. Reversion a la Media			
theta	0.075174	0.000235	319.54	<.0001	Media LP			
sigma	0.00263	0.000162	16.26	<.0001	Parte const. varianza			

Como podemos ver, todos los parámetros del modelo son significativos. Con la especificación del modelo utilizado, la dependencia del rezago de la DTF ha sido removida pero los residuales parecen ser todavía heteroscedásticos como lo sugiere la siguiente gráfica.

Figura 18. Residuales del modelo de Cox, Ingersoll & Ross de la DTF



Aunque se podría seguir modelando la varianza del proceso dinámico que sigue la DTF mediante la implementación de otros modelos que ataquen mejor este problema, como por ejemplo, los modelo GARCH, se decidió mantener el modelo Cox, Ingersoll y Ross. El objetivo de este proyecto, más que desarrollar un modelo totalmente fiel a la realidad, es el de ilustrar el funcionamiento y la intuición existente detrás de los modelos internacionales. De esta forma, se evitó extender más el proyecto en este frente y usar los parámetros aquí obtenidos. Para la selección del modelo CIR, como marco para proyectar la tasa de interés, se consideraron los siguientes argumentos:

- El modelo CIR a diferencia del Vasicek elimina la existencia de tasas de interés negativas, como fue comentado anteriormente
- Teniendo en cuenta la significancia de los parámetros obtenidos, y la simplicidad del modelo vs. otros disponibles en la práctica, se prefiere al modelo CIR sobre otros disponibles. Aunque en la literatura hay modelos más sofisticados que el utilizado acá, dichos modelos requieren de un mayor esfuerzo computacional. Así mismo, su especificación es más sencilla en términos matemáticos.

El código de SAS de los ejercicios realizados se encuentra en los anexos.

4.3.3. Calculadora de Precio TIPS E-2 Publicado por la Titularizadora

Cabe anotar que para implementar el modelo de valoración objetivo de este proyecto se partió de la base de la calculadora suministrada por la Titularizadora Colombiana en su página web.⁵⁰ Dicha calculadora se encuentra implementada en formato Excel y es una aproximación más simple de lo que se pretende hacer en el presente proyecto. El modelo no tiene en cuenta la estructura a término de las tasas de interés, ya que todos los flujos se descuentan a una sola tasa. Adicionalmente, el efecto de los prepagos en los flujos de caja asociados a la emisión de TIPS es afectado por un vector determinístico de prepagos, que no incorpora la naturaleza dinámica de los prepagos.

Figura 19. Calculadora de Precio con Prepago TIPS E-2

CALCULADORA PRECIO CON PREPAGOS TIPS E-2

Titularizadora Colombiana

Fecha de Emisión (dd/mm/aaaa) 18/11/2002
 Fecha de Cumplimiento (dd/mm/aaaa) 18/12/2004
 UVR Fecha de Cumplimiento 137.0415
 Valor Nominal en UVRs 100.00
 Última fecha de pago (dd/mm/aaaa) 18/12/2004

CEL.DAS MODIFICABLES EN ROJO

TASA CUPON	TIP A-2007	TIP A-2012	TIP A-2017
EFFECTIVA ANUAL	7.00%	7.50%	8.25%
TASA M V	0.5654%	0.6045%	0.6628%
TV	1.7059%	1.8245%	2.0016%
TASA ANUAL MV	7.00%	7.50%	8.25%

TASA DE DESCUENTO	TIP A-2007	TIP A-2012	TIP A-2017
EFFECTIVA ANUAL	4.67%	6.30%	7.46%
TASA M V	0.381%	0.510%	0.601%
TASA TV	1.148%	1.539%	1.815%

PREPAGO SUCIO / Vr	TIP A-2007	TIP A-2012	TIP A-2017
Nominal Inicial	23.660	105.000	105.000
PREPAGO SUCIO / PESOS	3.24240	14.38936	14.38936
PREPAGO SUCIO / Vr	105.000	105.000	105.000
Nominal Actual	105.000	105.000	105.000

Tabla de Amortización

FECHA	TIPS A-2007	TIPS A-2012	TIPS A-2017
18/12/2002	0.000000%	0.000000%	0.000000%
18/01/2003	0.000000%	0.000000%	0.000000%
18/02/2003	8.196340%	0.000000%	0.000000%
18/03/2003	3.7803740%	0.000000%	0.000000%
18/04/2003	3.7981550%	0.000000%	0.000000%
18/05/2003	3.1199830%	0.000000%	0.000000%
18/06/2003	3.6158920%	0.000000%	0.000000%
18/07/2003	3.4411780%	0.000000%	0.000000%
18/08/2003	2.9102360%	0.000000%	0.000000%
18/09/2003	3.4161470%	0.000000%	0.000000%
18/10/2003	2.9613350%	0.000000%	0.000000%
18/11/2003	2.6909360%	0.000000%	0.000000%

Vida Promedio Restante

Serie A	Mes	Años
Serie A-2007	28.75	2.40
Serie A-2012	62.61	5.21
Serie A-2017	112.11	9.35

Vida Promedio a partir de la fecha de Emisión (Solo para efectos informativos)

Serie A	Mes	Años
Serie A-2007	22.11	1.84
Serie A-2012	67.61	5.72
Serie A-2017	137.18	11.43

CALCULAR TIR CONTRACTUAL DESDE PREPAGO SUCIO Y FLUJO CONTRACTUAL

Nivel de Prepagos*

- ☒ Flujo Contractual
- ☐ Nivel Bajo
- ☐ Nivel Medio-Bajo
- ☐ Nivel Medio
- ☐ Nivel Medio-Alto
- ☐ Nivel Alto

⁵⁰ En este caso, para la Emisión TIPS E-2, dicha calculadora puede ser obtenida en la siguiente dirección: http://www.titularizadora.com/tips2002_2_General.asp?Archivo=InfoEmision. Dar click en Diciembre de 2004, en el tema Calculadoras.

Fuente: Titularizadora Colombiana S. A.

En el modelo publicado por la Titularizadora el usuario escoge un escenario de prepago, a partir de los *benchmarks* establecidos por la Titularizadora, y a partir de este se hace un análisis de *pricing* del título. Dichos *benchmarks* son establecidos por la Titularizadora, y no son modificables. Así mismo, no se menciona la procedencia de dichos vectores.

Una vez el usuario selecciona el escenario de prepagos, este tiene dos opciones: (1) introducir al modelo una tasa de descuento para obtener un precio del título, o (2) introducir un precio sucio y a partir del uso de la herramienta Buscar Objetivo de Excel, implementar un algoritmo iterativo que permita determinar la tasa de descuento que hace que el valor presente de los flujos asociados al título sea igual al precio sucio introducido por el usuario.

El objetivo de dicha calculadora está relacionado con la utilidad de ésta para los agentes del mercado interesados en hacer parte de la subasta de los títulos en la oferta pública inicial. Sin embargo, como fue comentado anteriormente no tiene en cuenta conceptos generalmente aceptados en la práctica que cuentan de una argumentación académica sólida como los son: la estructura a término de las tasas de interés (la curva cero cupón), la teoría de opciones aplicada a los créditos hipotecarios, etc.

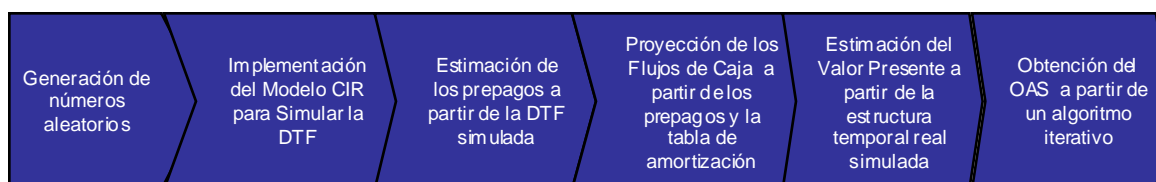
Aunque la calculadora de la emisión TIPS E-2 no es totalmente realista frente a las circunstancias y factores que pueden afectar el valor de un Título Hipotecario, fue una herramienta útil en el desarrollo del presente proyecto. A partir de un modelo simple se procedió a desarrollar un esquema más sofisticado. En general, la calculadora sirvió de guía para establecer un esquema práctico de la proyección de los flujos de caja, el

proceso de descontar dichos flujos, y el tratamiento de cupón acumulado o *accrued interest*⁵¹, entre otros inconvenientes⁵² que surgieron en la implementación del modelo.

4.3.4. Implementación del Modelo de Valoración de Títulos Hipotecarios por Simulaciones de Monte Carlo en Excel

Una vez se contó con todos los datos necesarios y los parámetros necesarios se procedió a desarrollar la herramienta de valoración, la cual es el objetivo de este proyecto. La calculadora o modelo de valoración fue desarrollada en etapas, de acuerdo al proceso conceptual que sigue el modelo para llegar finalmente a estimar el OAS. Dichas etapas pueden ser visualizadas en el siguiente esquema:

Figura 20. Etapas de elaboración del modelo de valoración de TIPS E-2



Con el fin de desarrollar el modelo de valoración se generaron 100 caminos diferentes para cada título. Aunque la literatura especializada, sugiere que por lo menos es

⁵¹ Se define como el interés que ha sido acumulado entre el pago más reciente y la venta de un título de renta fija. En el momento de la venta, el comprador paga al vendedor el precio del título más el interés acumulado, el cual es calculado a partir de la multiplicación de la tasa facial del título por la fracción del periodo del cupón que ha transcurrido desde el último pago del título. Por ejemplo, si un tenedor del bono recibe semestralmente \$40 por pago de intereses por cada título que posea y vende el bono una vez transcurrido un cuarto de periodo de cupón (1.5 meses), el comprador pagara al vendedor \$10 como la proporción de los intereses ganados por el vendedor. Tomado de: [Campbell R. Harvey's Hypertextual Finance Glossary](http://www.duke.edu/~charvey/Courses/wpg/bfglosa.htm). de <http://www.duke.edu/~charvey/Courses/wpg/bfglosa.htm>

⁵² A pesar que la estimación del valor presente de un título es sencilla a partir de los conceptos básicos de matemática financiera, en la práctica existen ciertas consideraciones que deben ser tenidas en cuenta, como lo son: valoración del título en fechas diferentes a las fechas de pago, estimación de el factor de descuento a partir de las diferentes convenciones de conteo de días existentes (Actual/actual, 30/360, o Actual/360). La convención de conteo de días es expresada normalmente de la forma X/Y, donde X define la forma en que será calculado el número de días entre dos fechas, y Y define la forma en que el periodo de referencia es determinado.

necesario generar de 512 hasta 1024 caminos para obtener resultados los suficientemente robustos, en el presente proyecto se decidió implementar únicamente 100 debido a las limitaciones computacionales del modelo desarrollado en Excel. Un mayor número de caminos hubiera hecho el proceso de cálculo más lento, y menos práctico.

4.3.4.1. Generación de números aleatorios

Con el fin de generar los números aleatorios necesarios para simular el comportamiento de la DTF en el futuro, se implementó una macro en VBA con el fin de obtener 100 x 180 números aleatorios (100 caminos de tasa de interés de 180 meses cada uno⁵³). Los números aleatorios fueron generados a partir de la función Rnd() de VBA, la cual genera un número distribuido uniforme entre cero y uno.

4.3.4.2. Implementación del modelo de CIR para simulación de la DTF

Para implementar el modelo CIR de tasas de interés, se utilizan los números aleatorios generados y a partir de la forma funcional del modelo y de los parámetros estimados anteriormente se obtienen 100 caminos de la tasa de corto plazo - la DTF. Como tasa inicial o r_0 se utiliza la DTF vigente en la fecha de cumplimiento, es decir, en la fecha que se pretende realizar la simulación. Dicha tasa es convertida a una base de composición continua, usando la fórmula que fue mencionada anteriormente. Esto con el propósito de generar un camino de tasas de composición continua, teniendo en cuenta la naturaleza matemática del modelo.

Recordando la forma funcional del modelo de Cox, Ingersoll & Ross tenemos la siguiente fórmula:

⁵³ Bajo un esquema de amortización teórica (sin prepagos), los TIPS E-2 A 2017 serán retirados en 180 meses a partir de la fecha de emisión

$$\Delta r = a(b - r)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}dz$$

Ahora, para obtener cualquier tasa de interés de composición continua r_t^c , se usa la siguiente fórmula:

$$r_t^c = r_{t-1}^c + a(b - r_{t-1}^c)\Delta t + \frac{\sigma}{\sqrt{\Delta t/\text{año}}} \sqrt{r_{t-1}^c} \text{DISTR.NORM.INV}(u_t, 0, \sqrt{\Delta t})$$

donde a es la velocidad de reversión a la media calculada anteriormente, b es la tasa de interés de largo plazo, Δt es la longitud del intervalo de tiempo (1 año / 12 meses x año), σ es la volatilidad de la tasa de interés en términos anuales, $\Delta t/\text{año}$ es el número de intervalos por año (12) y u_t es la variable uniforme (0, 1) simulada anteriormente. $\text{DISTR.NORM.INV}(u_t, 0, \sqrt{\Delta t})$ hace referencia a la función de Excel que devuelve el inverso de la distribución acumulativa normal para la media (0), desviación estándar especificada ($\sqrt{\Delta t}$), y la probabilidad u_t .

Los parámetros utilizados son los siguientes:

Tabla 10. Parámetros de estimación modelo CIR

	Significado	Comentario
r_0	Tasa de Interés compuesta continua a la fecha de valoración	A partir de la fórmula de conversión se obtiene dicha tasa
a	Velocidad de Reversión a la media	
b	Media de Largo plazo	Puede ser usado el dato estimado anteriormente o la perspectiva del usuario respecto a la tasa de equilibrio
σ	Volatilidad anual	A partir de la estimación anterior se multiplica el parámetro estimado por raíz de 52, ya que la serie se encontraba en frecuencia semanal. Así mismo el usuario puede introducir un estimado sobre su opinión respecto a la volatilidad futura.
$\Delta t / \text{año}$	# de intervalos por año	
Δt	Longitud del intervalo en término de años	

Adicionalmente, es necesario construir la estructura temporal de tasas de interés a partir de las tasas *forward* simuladas, de tal forma que se puedan descontar los flujos

de caja asociados a los títulos. Esto se logra a partir de la siguiente fórmula, la cual fue mencionada anteriormente en el marco bibliográfico del proyecto.

La tasa *spot* para el mes T en el camino n se obtiene a partir de

$$z_T(n) = \{[1 + f_1(n)][1 + f_2(n)] \cdots [1 + f_T(n)]\}^{1/T} - 1,$$

donde:

$z_T(n)$ = tasa *spot* simulada para el mes T en el camino n

$f_k(n)$ = tasa futura efectiva mensual simulada para el mes k en el camino n

En las siguientes gráficas podemos apreciar un ejercicio de simulación de la tasa de interés de corto plazo, y el *term structure* implícito.

Figura 21. Ejercicio de Simulación de la DTF

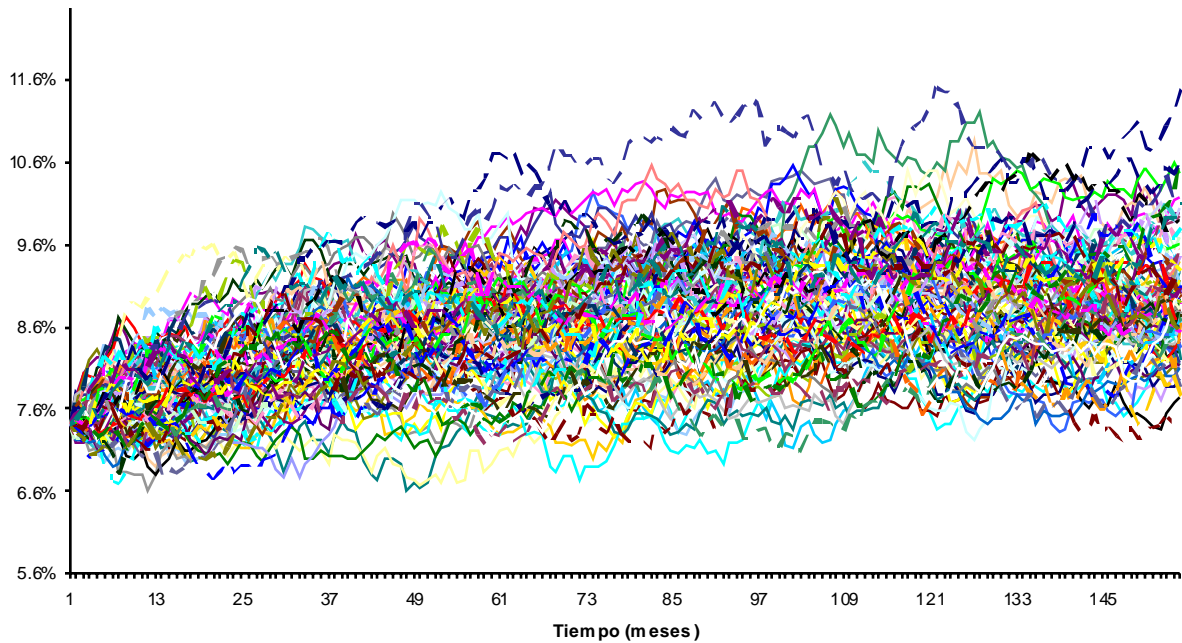
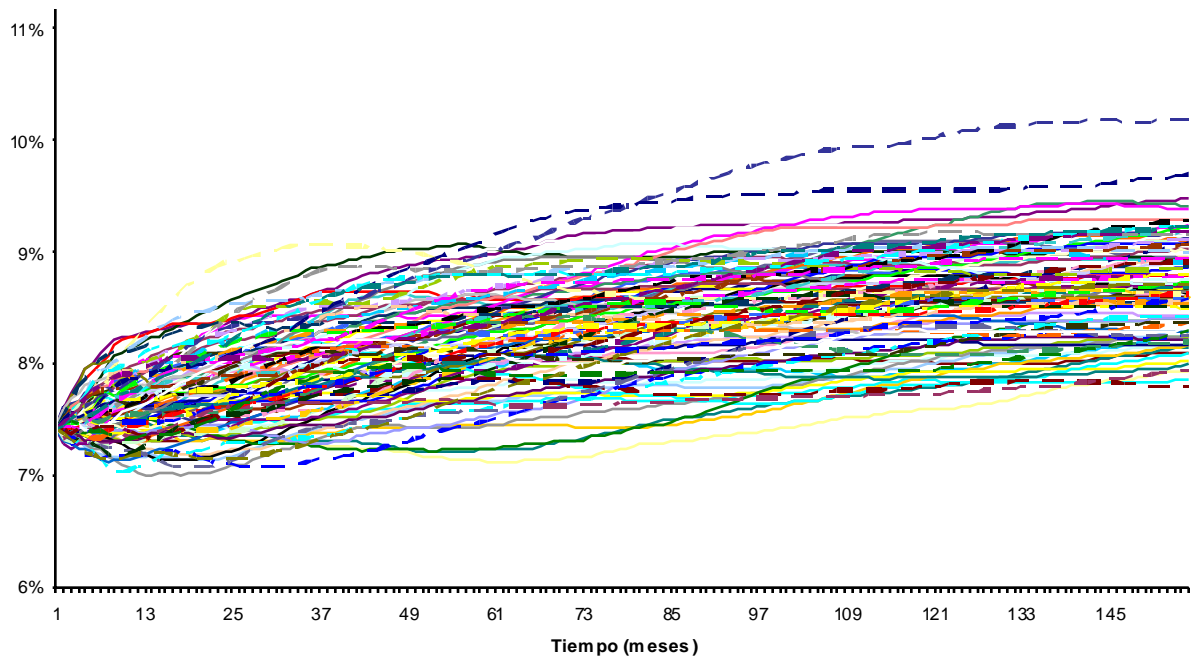
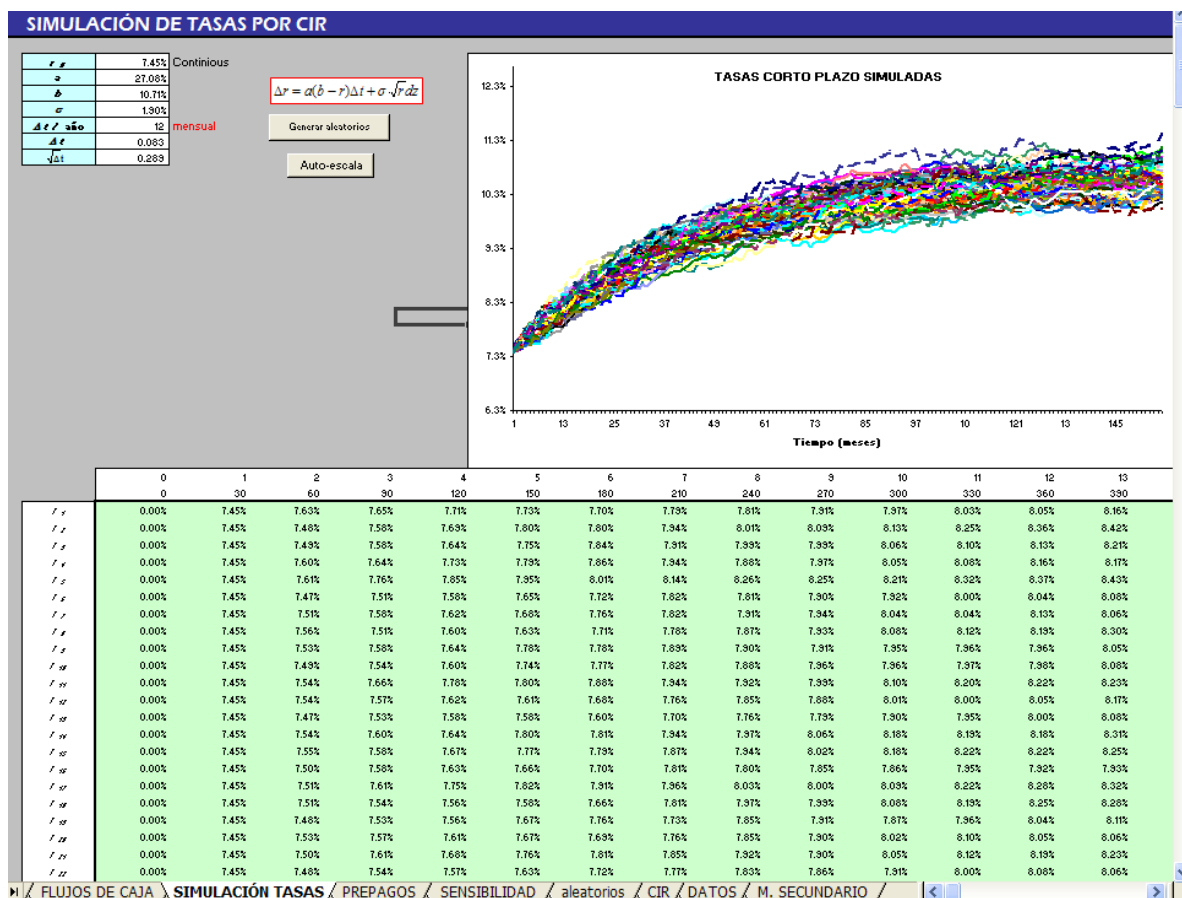


Figura 22. Estructura Temporal de las Tasas de Interés Implícita

En la hoja de Excel denominada “SIMULACIÓN TASAS” se implementó el modelo como se puede ver en la siguiente gráfica a continuación:

Figura 23. Ilustración de la Simulación de Tasas de Interés en Excel



4.3.4.3. Estimación de los prepagos a partir de la DTF simulada

Ahora a partir de la DTF simulada, y la estimación del modelo lineal de la sensibilidad de los prepagos a la variación de las tasas de interés, se procedió a obtener los vectores de *CPR* implícitos por los caminos de tasa de interés simulados.

Recordando el modelo lineal estimado anteriormente, tenemos:

$$CPR = a + b(\Delta DTF_t) + \varepsilon_t$$

Así mismo, los parámetros estimados son:

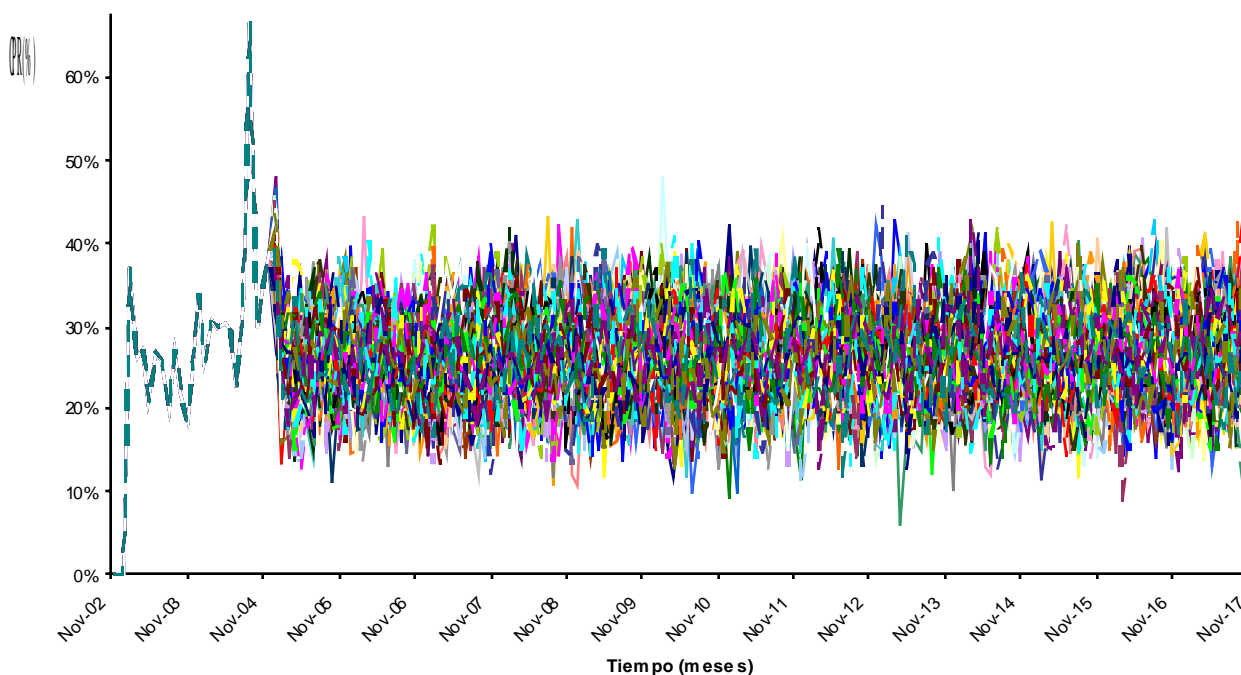
Tabla 11. Parámetros estimados sensibilidad de prepagos

Intercepto (a)	26.96%
b	-39.15

Usando los caminos de tasa de interés simulados obtenemos 100 caminos de CPR simulados, de tal forma que puedan ser aplicados a los flujos de caja de las diferentes series de los TIPS E-2.

Por ejemplo para un ejercicio de simulación obtenemos los siguientes resultados:

Figura 24. Ilustración de la Simulación de CPR



Cabe anotar que el CPR obtenido para el periodo de tiempo entre Noviembre del 2002 y Diciembre del 2004 sigue un camino único ya que para dicho intervalo se encuentra con el el CPR histórico experimentado por la Emisión TIPS E-2. Al establecer la fecha de

cumplimiento (valoración) entre el intervalo mencionado, el modelo de valoración reconoce el CPR histórico anterior a la fecha de cumplimiento. Esto se hace para garantizar que si se hace una valoración después de una fecha dada, el saldo vigente reconocido por el modelo, sea el saldo real a dicha fecha.

4.3.4.4. Proyección de los Flujos de Caja

Para hacer las proyecciones del flujo de caja de cada uno de los títulos, se parte del saldo vigente de cada uno de los títulos. Aunque cada TIPS a la fecha de emisión tiene un valor real (en UVRs) y un valor nominal (en pesos dependiendo de la tasa UVR a la fecha de emisión), la valoración se hace suponiendo un saldo vigente para cada uno de los títulos de 100. Esto se hace con el fin de manejar precios estandarizados que no dependan del verdadero valor del título. Al hacer el análisis en base 100, si obtenemos un precio de 98, sabemos que el verdadero valor del título puede ser obtenido multiplicando 98% por el valor facial del título. Cabe anotar también que los flujos de caja analizados se encuentran en términos reales al estar denominados los títulos en UVRs.

Para estructurar los flujos de caja proyectados de los títulos es importante tener en cuenta las características específicas de cada una de las series de los títulos: entre otras, la tasa facial de cada una de las series, la programación de amortización de los títulos suponiendo la inexistencia de prepagos, la fecha de emisión, y cada una de las fechas de pago, la base de valoración, entre otros.

A continuación se hace un resumen de los factores relevantes en la proyección del flujo de caja de cada una de las series:

Tabla 12. Factores de Consideración en Proyección de Flujos de Caja

Factor de Consideración	Fuente	Comentarios
Tasa Facial	Prospecto de Emisión TIPS E-2	Para la serie 2007 la tasa efectiva anual es 7%, para la serie 2012 es 7.5%, y para la serie 2017 es 8.25%. Dichas tasas serán convertidas a tasas efectivas mensuales o trimestrales con el fin de determinar el pago por intereses.
Amortización de las series	Prospecto de Emisión TIPS E-2	Las series serán retiradas de forma secuencial. Es decir, hasta que no se retire completamente la serie 2007, no se pagará capital a las series 2012 y 2017.
Vector de amortización	Página web Titularizadora	Para proyectar el flujo de caja de cada una de las series se necesitará conocer la amortización programada de capital para cada uno de los títulos (la amortización suponiendo la inexistencia de prepagos, es decir, asumiendo el flujo contractual de las hipotecas titularizadas).
Fechas de emisión	Prospecto de Emisión TIPS E-2	Noviembre 18 del 2002
Fechas de pago	Prospecto de Emisión TIPS E-2	Se realizan pagos de capital e intereses el día 18 de cada mes hasta que se retire cada serie correspondiente. Durante los primeros meses de la emisión no habrá pago alguno de capital e intereses, pero se causarán intereses a ser pagados en la primera fecha de pago.
Base de Valoración	Prospecto de Emisión TIPS E-2	Se utiliza una base 30/360. Es decir, se consideran años de 360 días y meses de 30 días. Para implementar la valoración es necesario saber esta denominación, ya que permite tener en cuenta los intereses acumulados cuando se valora el título a una fecha diferente a las fechas de pago. Además permite determinar como se componen los intereses.

Ahora se describirá, cómo son calculadas las diferentes variables necesarias para estimar el Flujo de Caja para cualquier momento t .

- $\text{Saldo Vigente}_t = \text{Saldo Vigente}_{t-1} - \text{Pago de Capital}_t$
- $\text{Pago de Capital}_t = \text{Pago Programado}_t + (1 - (1 - \text{CPR}\%)^{1/12}) * (\text{Saldo Vigente}_{t-1} - \text{Pago Programado}_t)^{54}$
- $\text{Pago de Interés}_t = \text{Saldo Vigente}_{t-1} * \text{Tasa Facial del Título}^{55}$
- $\text{Pago de Total}_t = \text{Pago de Capital}_t + \text{Pago de Interés}_t$

4.3.4.5. Estimación del Valor Presente Promedio de los caminos simulados

⁵⁴ Dicho valor será calculado si las series anteriores fueron retiradas, si el saldo vigente es mayor que cero, y si la fecha de pago es mayor o igual al tercer mes desde la emisión

⁵⁵ Se pagarán intereses a partir del tercer mes de la emisión. En la primera fecha de pago los intereses serán pagados con una tasa trimestral efectiva, de ahí en adelante se usará la tasa efectiva mensual.

Para calcular el Valor Presente de cada uno de los caminos generados para cada título usamos la metodología propuesta en el Marco de Bibliográfico del Proyecto.

$$VP[\text{camino}_n] = \sum_{t=1}^{180} \frac{C_t(n)}{[1 + z_t(n) + OAS]^{\frac{t \text{ en días}}{360}}}$$

donde:

$VP[\text{camino}_n]$ = valor presente del flujo de caja para el mes T en el camino n

$C_T(n)$ = flujo de caja para el mes T en el camino n

$z_T(n)$ = tasa *spot* real simulada para el mes T en el camino n ⁵⁶

OAS = el *Option Adjusted Spread* para el título analizado

Cabe anotar que para obtener una tasa adecuada de descuento, se debe convertir la estructura temporal de la DTF a términos reales. Esto se logra usando la ecuación de Fisher:

$$(1 + r_{\text{real}}) = \frac{(1 + r_{\text{nominal}})}{(1 + \Delta P)}$$

donde r_{nominal} es la tasa de interés simulada, r_{real} es la tasa de interés necesaria para descontar los flujos, y ΔP es la inflación esperada.

En el modelo de valoración desarrollado en el presente proyecto se dejó a modo opcional del usuario el supuesto de inflación a utilizar para realizar los análisis. Por un lado se puede utilizar la base histórica de la inflación corrida de los últimos doce meses,

⁵⁶ Cabe anotar que cuando la fecha de valoración no es igual a una fecha de pago (es decir, no se valora en un día 18 del mes), es necesario hacer una interpolación lineal en la estructura temporal de tasas de interés para obtener la tasa adecuada para descontar los respectivos flujos. Esto se debe a que cuando se generan las tasas de interés, la simulación se hace partir de la DTF de la fecha de valoración, obteniendo así tasas un mes adelante, dos meses adelante, etc. Para descontar adecuadamente los flujos, necesitamos entonces una tasa para los días 18 de cada mes, en vez de necesitar la estructura temporal a los n días del mes, suponiendo que el análisis se hace a los n días de un mes particular.

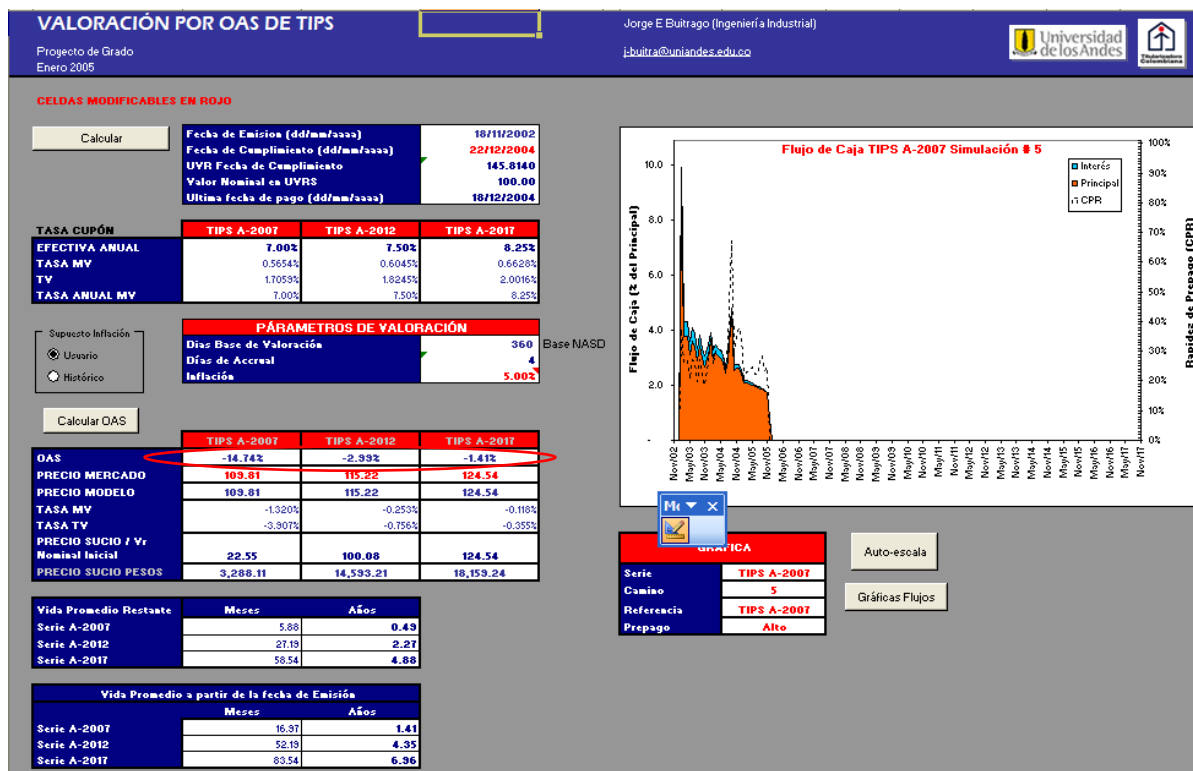
o se puede introducir la cifra que se considere pertinente. En el análisis de los resultados arrojados por el modelo se decidió utilizar la tasa esperada de inflación de la economía colombiana de largo plazo a partir de las proyecciones de un agente económico competente. En este caso se consultaron las proyecciones realizada por Corfivalle, y el dato utilizado es de 5.5%.⁵⁷

Ahora bien, una vez se obtiene el valor presente para cada uno de los caminos generados, obtenemos un precio estimado por el modelo de valoración al sacar el promedio del valor presente de todos los caminos generados. Este es el precio generado por el modelo de valoración desarrollado.

En la página principal del modelo de Excel, las celdas señaladas son los resultados del modelo de valoración para cada uno de los títulos:

⁵⁷ Dicho dato puede ser accesado en el webiste de Corfivalle: <http://www.corfivalle.com>

Figura 25. Página Principal del Modelo de Valoración



4.3.4.6. Obtención del OAS a partir de un algoritmo iterativo

Finalmente se procede a calcular el OAS que hace que el precio estimado por el modelo, sea igual al arrojado por el mercado. Esto se hace a través de una macro de VBA que al implementar la herramienta Buscar Objetivo (*Goal Seek*) de Excel, encuentra iterativamente el OAS que debe ser sumado a la tasa de descuento para obtener el precio introducido por el usuario. En la gráfica, dicho precio se encuentra como un *input* en rojo bajo el nombre de Precio de Mercado. Al dar clic en el botón “Calcular OAS” la macro de Excel es activada y se implementa Buscar Objetivo para cada uno de los títulos a partir de los precios de mercado introducidos por el usuario en rojo.

5. APLICACIÓN DEL MODELO Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Una vez estructurado el modelo, se procedió a implementarlo a partir de los datos disponibles e ilustrar su utilidad, y las posibles conclusiones que se pueden deducir a partir de los resultados arrojados por el modelo. Así mismo, el diseño del modelo tiene en cuenta diferentes herramientas que pueden ser útiles en el análisis de los resultados.

5.1. HERRAMIENTAS DE SALIDA DEL MODELO DE VALORACIÓN

Con el fin de ilustrar la utilidad del modelo desarrollado, se describirán los resultados arrojados por este:

5.1.1. Medida OAS

El OAS es la salida principal del modelo de valoración, y se encuentra en la página principal del modelo. Como fue mencionado anteriormente es una medida del *spread* de rendimiento que puede ser usada para reconciliar las diferencias existentes entre el valor del título estimado y el precio de mercado. Si recordamos la ecuación por la cual se calcula el OAS iterativamente, podemos ver que al lado izquierdo tenemos la estimación del mercado sobre el valor del título (el precio de mercado del título), y en el lado derecho tenemos el promedio del valor presente de los flujos de caja simulados (valor estimado del título).

La medida de OAS le permite al inversionista determinar si debe comprar o no el título. Lo que buscamos es encontrar un título cuyo valor sea mayor que su precio de mercado. Se puede hablar con esta medida de si el título es 2 puntos más barato, 1 punto más caro, etc. Adicionalmente, la medida es en términos de rentabilidad en vez de cifras monetarios, lo que suele ser más conveniente para un *trader* en la práctica.

El OAS entonces es una medida promedio del *spread* que debe ser asignado a la curva de valoración para obtener el precio del mercado. Entonces podríamos decir en un principio, que si obtenemos un *spread* negativo, los títulos estarían sobrevalorados por el mercado, y por otro lado, si el *spread* es positivo, los títulos estarían subvalorados por el mercado respecto al valor estimado por el modelo.

En la página principal del modelo se puede conocer la medida OAS una vez se le haya dado *click* al botón “Calcular OAS”:

Figura 26. Salida Principal del Modelo de Valoración

	TIPS A-2007	TIPS A-2012	TIPS A-2017
OAS	-14.74%	-2.99%	-1.41%
PRECIO MERCADO	109.81	115.22	124.54
PRECIO MODELO	109.81	115.22	124.54
TASA MV	-1.320%	-0.253%	-0.118%
TASA TV	-3.907%	-0.756%	-0.355%
PRECIO SUCIO / Vr Nominal Inicial	22.55	100.08	124.54
PRECIO SUCIO PESOS	3,288.11	14,593.21	18,159.24

5.1.2. Vida Promedio de los Títulos

El modelo desarrollado en este proyecto reporta la vida promedio de cada uno de los títulos calculado a partir de los diferentes caminos simulados. Así mismo permite conocer la desviación estándar de la vida de cada uno de los títulos de tal forma que se pueda determinar la incertidumbre respecto a su longitud.

En la hoja principal del modelo, podemos encontrar dicha medida:

Figura 27. Estimación de la Vida Promedio de los Títulos

Vida Promedio Restante	Meses	Años	Desviación (en años)
Serie A-2007	5.88	0.49	0.10
Serie A-2012	27.19	2.27	0.31
Serie A-2017	58.54	4.88	0.64

Vida Promedio a partir de la fecha de Emisión			
	Meses	Años	Desviación (en años)
Serie A-2007	16.97	1.41	0.01
Serie A-2012	52.19	4.35	0.31
Serie A-2017	83.54	6.96	0.64

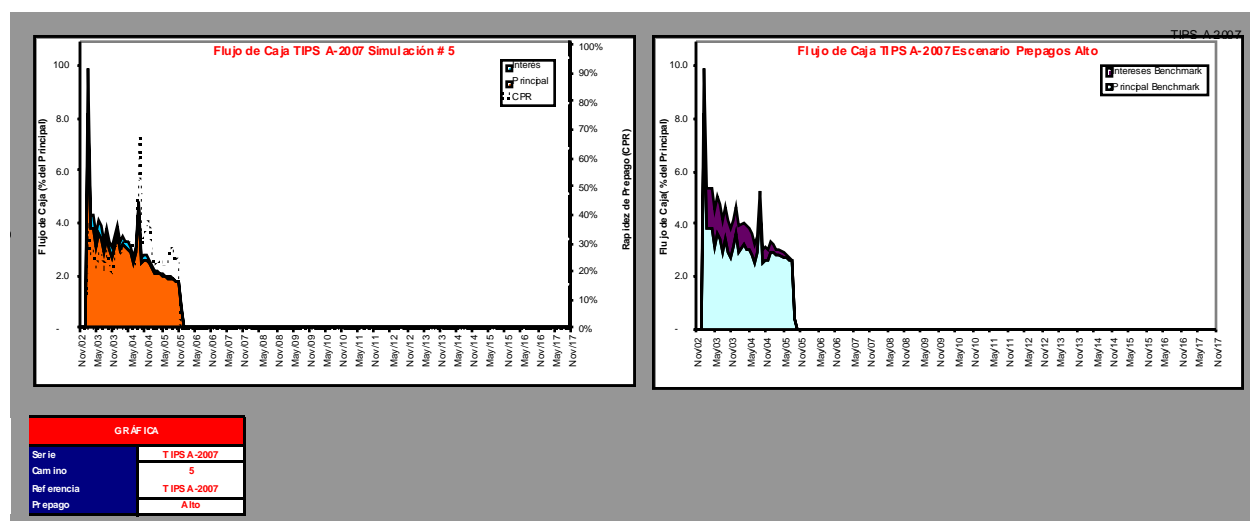
5.1.3. Comparación de los Flujos de Caja Simulados

La siguiente salida del modelo permite comparar los flujos de caja simulados con los *benchmark* establecidos por la Titularizadora Colombiana para la calculadora desarrollada por ellos. Adicionalmente, la salida permite ver la CPR simulada.

El menú en la parte inferior izquierda, permite escoger la serie a analizar, el número del camino simulado (de 1 a 100), y el nivel de prepagos del *benchmark* de la Titularizadora (teórico⁵⁸, bajo, medio bajo, medio, medio alto, y alto).

⁵⁸ Sin prepagos

Figura 28. Comparación de Flujos de Caja Simulados y *Benchmark* Titularizadora



5.1.4. Sensibilidad de las estimaciones del OAS

Con la finalidad de determinar la variación del estimado del OAS por el efecto de las simulaciones generadas, se desarrolló una macro en VBA que permite determinar 100 estimados del OAS para el mismo precio y los otros *inputs* necesarios para implementar el modelo de valoración. La macro genera 100 veces el conjunto de números aleatorios usado para cada corrida del modelo. De esta forma se puede estimar la media, la desviación, el coeficiente de variabilidad y las desviación en puntos básicos de los OAS generados.

Para implementar esta herramienta se da clic en el botón “Determinar sensibilidad” en la hoja del modelo denominada “SENSIBILIDAD”.

5.1.5. Estimación del *spread* estático y estimación automática de la base de datos del mercado secundario

En la hoja de Excel del modelo denominada “M. Secundario” podemos encontrar la base de datos del mercado secundario de la emisión TIPS E-2 suministrada por la Titularizadora, y una herramienta construida sobre una macro de VBA que permite calcular el *spread* estático y el costo de la opción implícita por el *spread* estático y el OAS⁵⁹. Para calcular el *spread* estático la macro calcula el OAS para los *inputs* reconocidos y asigna una volatilidad de cero para el modelo de tasa de interés.

Adicionalmente, la macro permite obtener varios datos, mediante la especificación de un intervalo de fechas en el cual la macro se implementara. En dicha macro, los parámetros del modelo son obtenidos a partir de la parte izquierda y el modelo es implementado desde el principio para obtener las estimaciones necesarias (OAS, *spread* estatico, costo de la opción, etc.).

A continuación se puede ver la interfaz de dicha herramienta:

Figura 29. Interfaz de la herramienta de base de datos

Tiempo de Inicio

09:14:29 a.m.

Tiempo de Terminación

10:33:36 a.m.

Tiempo Total

01:19:07

Fecha Inicial

21/11/2002

Fecha Final

15/12/2004

	FECHA	FOLIO	SERIE	MONTO UVR	OPERACIÓN	PRECIO	GIRO	PLAZO
1	21/11/2002	12,481	TIPS A-2007	10,000,000	Compra	105.74	1,358,711,344	-
2	21/11/2002	12,481	TIPS A-2007	10,000,000	Compra	105.74	1,358,711,344	-
3	21/11/2002	12,481	TIPS A-2007	10,000,000	Compra	105.74	1,358,711,344	-
4	21/11/2002	12,432	TIPS A-2007	56,761,000	Compra	106.29	7,752,266,639	-
5	25/11/2002	12,255	TIPS A-2012	10,000,000	Compra	109.07	1,402,474,600	-
6	27/11/2002	12,257	TIPS A-2017	8,579,000	Venta	106.52	1,175,516,531	-
7	28/11/2002	12,087	TIPS A-2017	3,592,000	Venta	107.04	492,122,485	-

⁵⁹ La fundamentación teórica al respecto puede encontrarse en el marco bibliográfico del presente proyecto

Figura 30. Pro forma de los resultados a obtener de la implementación de la herramienta de base de datos

Segunda corrida				
OAS	Cero σ OAS	Costo Opción	Vida Promedio	Vida Promedio
		0.0000%		
		0.0000%		
		0.0000%		
		0.0000%		
		0.0000%		
		0.0000%		
		0.0000%		
		0.0000%		
		0.0000%		

5.2. EJEMPLO DE UNA CORRIDA DEL MODELO DE VALORACIÓN

Para ilustrar el funcionamiento del modelo, y la interpretación de los resultados arrojados se corrieron los siguientes 3 ejercicios. A causa que en ningún día específico se realizaron transacciones con las tres series de la emisión analizada, se buscaron fechas cercanas para hacer el ejercicio. Esto con el fin de eliminar los efectos posibles por variaciones en las condiciones en el mercado de valores local.

Al analizar por un esquema de OAS los *tranches* o tramos de una emisión de títulos hipotecarios es importante tener en cuenta que el objetivo es encontrar los títulos cuyo OAS sea alto, su valor sea alto, y el riesgo sea bajo.

Las corridas realizadas se realizaron usando como *input* del modelo:

- Tasa de interés a proyectar: DTF del día del cumplimiento según cifras históricas

- Tasa de interés de largo plazo: DTF de equilibrio según proyecciones de Corfivalle⁶⁰ (11,3% E. A.)
- Inflación estimada: inflación de largo plazo según proyecciones de Corfivalle⁶¹ (5,0 %)
- Volatilidad de la DTF: estimada anteriormente a partir del modelo de Cox, Ingersoll & Ross a partir de datos históricos desde el 4 de julio del 2002 hasta el 3 de enero del 2005 (1,87% anual)
- Sensibilidad de los prepagos: a partir de los coeficientes estimados en el modelo lineal

Se obtuvieron los siguientes resultados:

Figura 31. Resultado de ejercicio realizado

			Volatilidad estimada				
FECHA	SERIE	PRECIO	OAS	Cero σ OAS	Costo Opción	Vida Promedio Inicial	Vida Promedio
24/06/2004	TIPS A-2007	106.90	-532	-532	0.46865	17.36	9.14
30/06/2004	TIPS A-2012	114.19	-153	-152	0.72923	53.12	34.12
30/06/2004	TIPS A-2017	119.94	-19	-17	2.34777	84.33	65.33

Figura 32. Resultado de ejercicio realizado bajo un supuesto de mayor volatilidad

			Volatilidad = 5%			
FECHA	SERIE	PRECIO	OAS	Costo Opción	Vida Promedio Inicial (meses)	Vida Promedio
24/06/2004	TIPS A-2007	106.90	-532	0.4687	17.36	9.14
30/06/2004	TIPS A-2012	114.19	-154	1.8039	53.16	34.16
30/06/2004	TIPS A-2017	119.94	-22	5.2549	84.18	65.18

Como podemos ver en ambos casos, los tramos no recibieron el OAS de forma equitativa. Lo mismo sucede para el costo de la opción. El valor se tiende ir hacia los tramos de mayor madurez, algo que la literatura sugiere como lo más normal⁶². El

⁶⁰ Dicha proyección fue obtenida de las proyecciones para el 2005, disponibles en <http://www.corfivalle.com>

⁶¹ Dicha proyección fue obtenida de las proyecciones para el 2005, disponibles en <http://www.corfivalle.com>

⁶² FABOZZI, Frank. *The Handbook of Mortgage-Backed Securities*. 5ta ed. McGraw-Hill, 2001. 878 páginas.

spread estático y el costo de la opción aumentan al mismo tiempo que la madurez del título aumenta. Para encontrar un título en el que invertir nos gustaría encontrar un título con mayor OAS, pero con menor costo de la opción de prepago (mide el riesgo de prepago recibido por el título). Sin embargo, en este caso no hay ningún título que cumpla este requisito.

Ahora bien, podemos ver que al aumentar la volatilidad de las tasas de interés a 5%, el OAS de los títulos disminuye, afectando el valor de cada uno de los títulos. Podemos ver que a mayor madurez, la pérdida es mayor (la magnitud de variación del OAS, es mayor para el TIPS A 2017, que para el TIPS A 2012).

Como podemos ver en los resultados arrojados por el modelo el costo de la opción es positivo para todos los títulos analizados. Este resultado es consistente con lo esperado por la intuición económica, ya que esperaríamos que los inversionistas asignen una prima de riesgo por las implicaciones respecto al riesgo de prepago descrito anteriormente. Los participantes del mercado al conocer las implicaciones del retiro de los títulos antes de la madurez y otros hechos ocasionados por el efecto de prepago descritos anteriormente (riesgo de contracción, riesgo de extensión, convexidad negativa de los títulos, etc), castigarían al título aplicándole una prima de riesgo mayor.

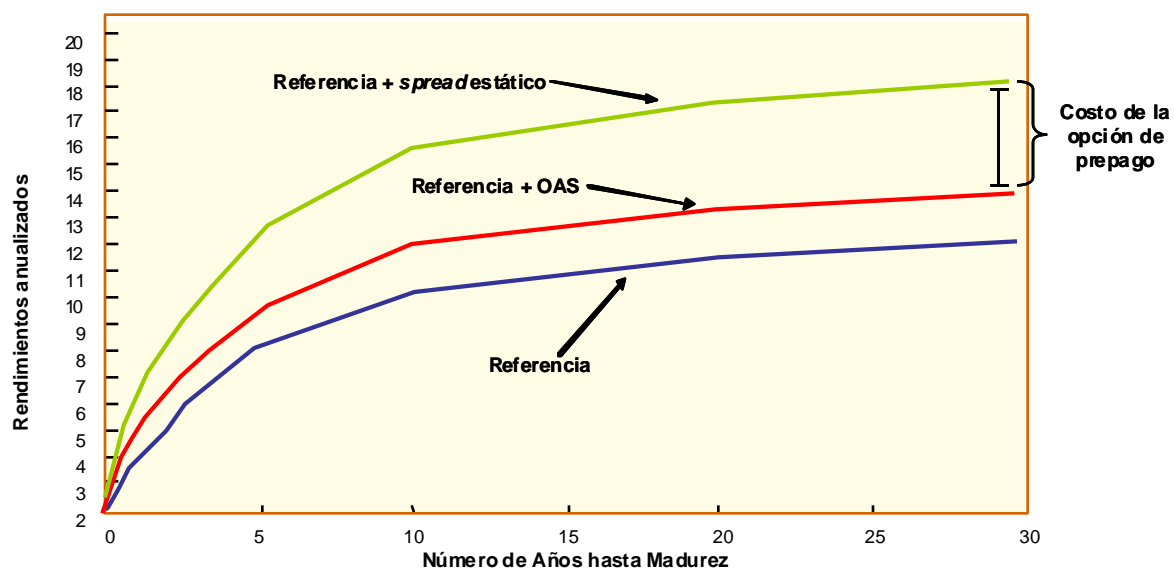
Por otro lado podemos ver que el OAS calculado para todos los títulos analizados en las fechas tenidas en cuenta, es negativo implicando que los títulos se encuentran sobrevalorados en el mercado respecto a la curva de descuento usada para realizar el ejercicio (la DTF real). Este fenómeno podría ser explicado en parte por la atracción de los agentes del mercado por estos títulos ya que sus rendimientos se encuentran exentos del impuesto de renta, atrayendo a más inversionistas a este mercado inclusive por encima de títulos del gobierno denominados en UVRs.

También podemos ver que el título con el mayor OAS es el TIPS A-2017, teniendo una mayor asignación de valor que las otras series.

5.2.1. Interpretación del costo de la opción

Como fue mencionado anteriormente, la opción de prepago implícita en un título hipotecario puede ser calculada a partir de la diferencia entre el *spread* en un escenario de cero volatilidad y el OAS. En una situación de cero volatilidad el inversionista ganaría el *spread* estático. Cuando las tasas de interés futuras son inciertas, el *spread* es menor a causa de la opción de los deudores hipotecarios a prepagar, es decir, el OAS refleja el *spread* después de considerar la opción de prepago.

Figura 33. Ilustración del OAS

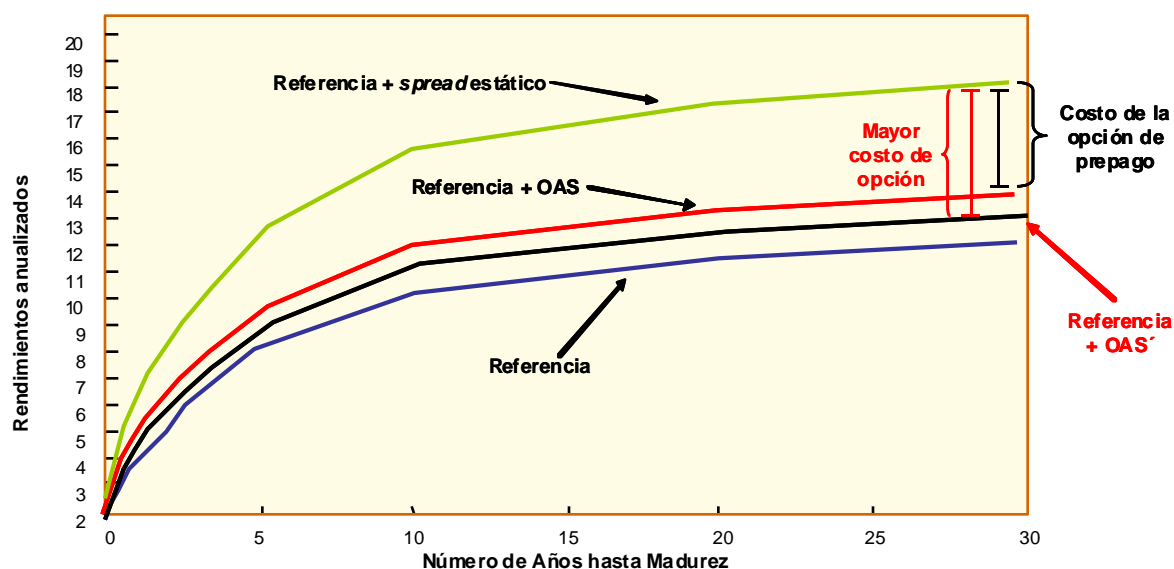


5.2.2. Interpretación del aumento en la volatilidad de las tasas de interés

En la siguiente gráfica podemos ver que es lo que sucede cuando la volatilidad de las tasas de interés aumenta. Al aumentar el costo de la opción de prepago por una mayor variación esperada en las tasas de interés (siguiendo la intuición detrás de la teoría de

opciones), el OAS disminuye ya que el *spread* estático siempre se mantendrá constante. Los inversionistas, al estar enfrentando un mayor riesgo por la variabilidad de las tasas de interés recibirán un menor rendimiento, reflejado por la nueva curva OAS'.

Figura 34. Interpretación aumento volatilidad de tasas de interés



5.2.3. Interpretación del *spread* bajo cero volatilidad

El rendimiento o TIR de un instrumento financiero es la tasa de interés que hace el valor presente de los flujos de caja esperados del título igual al precio de mercado más el interés acumulado. Para un título hipotecario, el rendimiento calculado es un *rendimiento del flujo de caja*. Para este tipo de títulos, el problema al calcular su rendimiento es el flujo de caja es desconocido porque hay prepagos que hacen que su comportamiento sea diferente al flujo esperado, en contraste con un título de renta fija tradicional. Por lo tanto, para obtener un estimado del rendimiento del flujo de caja, algún supuesto sobre los prepagos se debe hacer. Así mismo, al incorporar la estructura temporal de tasas de interés, podemos encontrar un *spread estático* sobre la curva de referencia utilizada, obteniendo el *spread* bajo cero volatilidad.

En este caso, al introducir una volatilidad de la tasa de interés igual a cero, el modelo de prepagos establece para todos los caminos un prepagado determinístico único, teniendo en cuenta la relación entre las variaciones de la tasa de interés, y el efecto en los prepagos.

En la práctica aunque estos estimados son utilizados, además de presentar el inconveniente de usar un único supuesto sobre el prepagado del título ya que el prepagado realizado puede ser diferente, los rendimientos y la curva de rendimientos estáticos no son posibles de alcanzar ya que el inversionista se enfrenta al *riesgo de reinversión* (el riesgo de reinvertir los pagos recibidos por el título a tasas menores al rendimiento de flujo de caja), y al *riesgo de tasa de interés* (el riesgo a tener que vender el título antes de la madurez a pérdida por variaciones desfavorables en las tasas de interés del mercado).

En la siguiente gráfica podemos ver que sucede para el modelo de prepagos bajo una volatilidad de cero. Al no haber variación alguna en las tasas de interés, diferente a la tendencia determinística hacia el largo plazo la cual se puede ver en la figura 36, el prepagado es único para todos los caminos de valoración de los títulos.

Figura 35. Índice de prepago bajo volatilidad cero

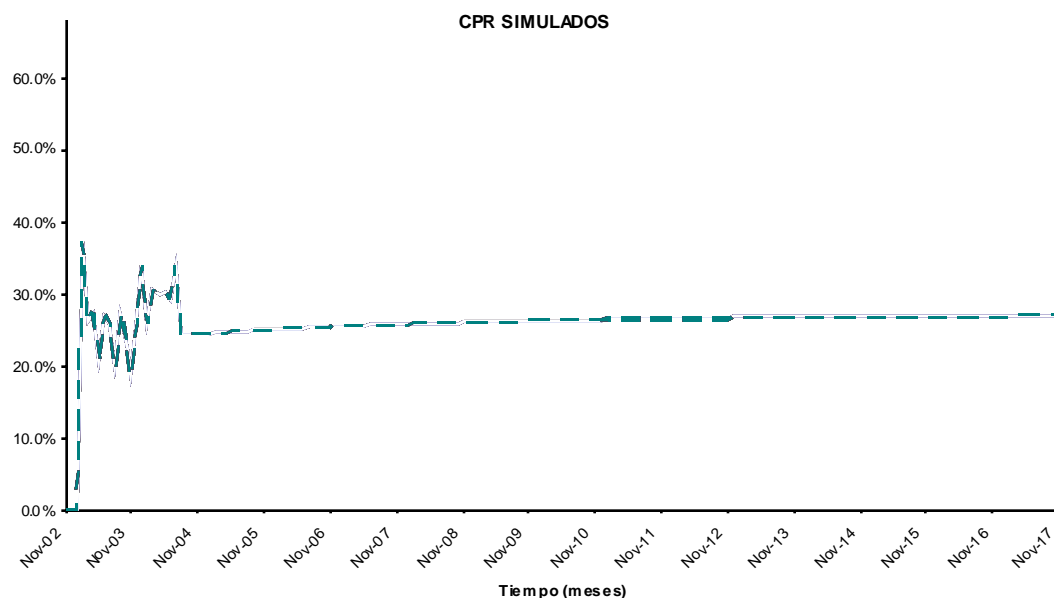
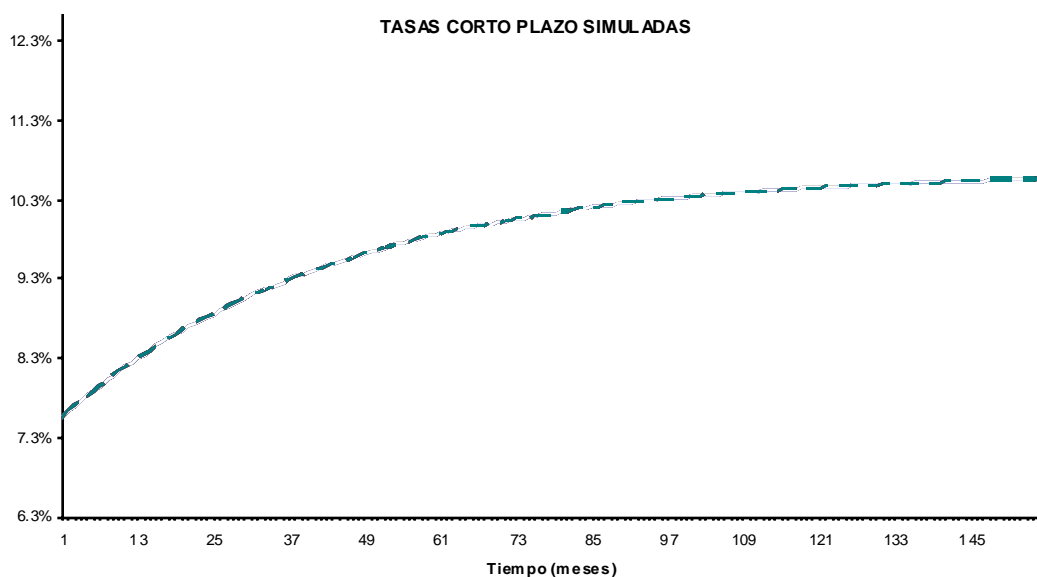


Figura 36. Tasas simuladas bajo supuesto de cero volatilidad



5.2.4. Sensibilidad de las estimaciones

Para determinar la sensibilidad del modelo, usamos la herramienta previamente descrita. Se corrió el modelo 100 veces para los mismos *inputs* (precio de cumplimiento,

fecha, DTF, etc.), y se obtuvieron los siguientes resultados respecto a la variación de los estimados del OAS. Podemos, ver que la variabilidad obtenida es baja y satisfactoria, (cinco puntos básicos), teniendo en cuenta las restricciones computacionales del modelo. La aplicación de métodos de reducción de varianza podrían reducir esta variabilidad.

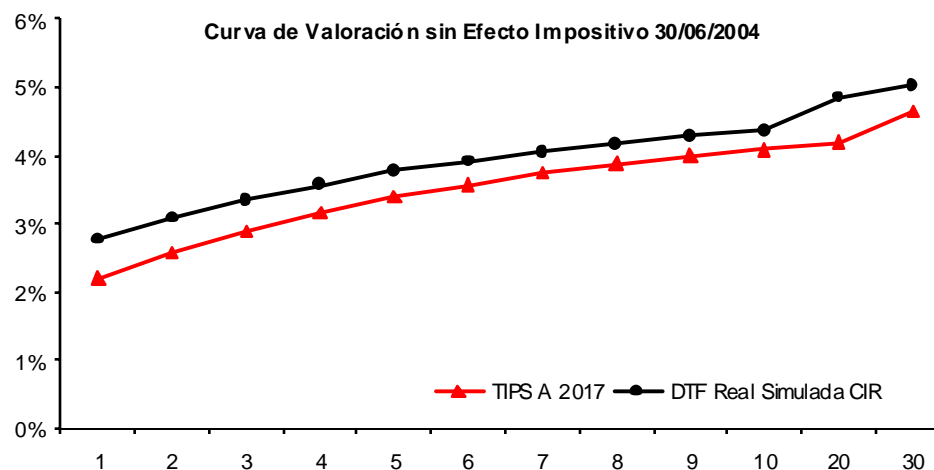
Figura 37. Salida de la herramienta de sensibilidad para una corrida

	Estadísticas de Sensibilidad del OAS		
	TIP A-2007	TIP A-2012	TIP A-2017
Media	- 0.67%	- 0.74%	- 1.20%
Desviación Muestral	0.05%	0.05%	0.05%
Coef. De Variabilidad	0.07	0.07	0.04
Desv. pps	5	5	5

5.2.5. Interpretación del OAS negativo

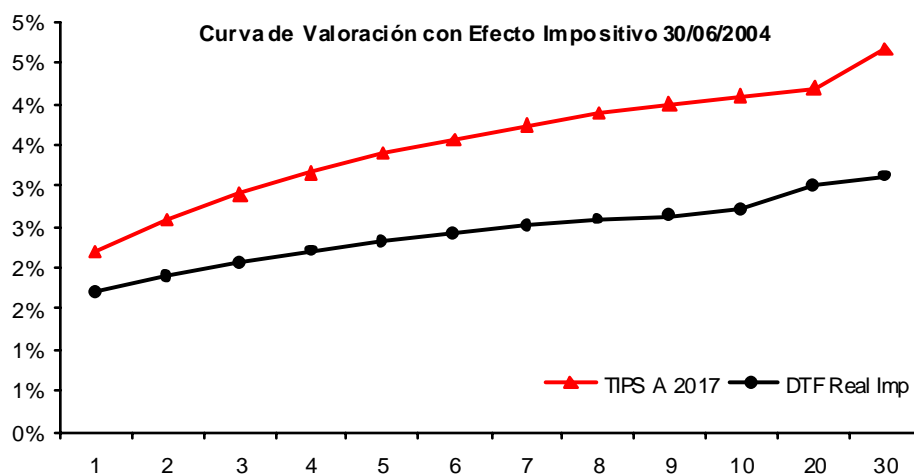
Al analizar los resultados obtenidos, puede parecer extraño el haber obtenido OAS negativos. Como fue mencionado anteriormente, esto es efecto de la exención tributaria a la que son sujetos los TIPS al no tener que pagar impuesto de renta por sus rendimientos. Como podemos ver, estos son los resultados obtenidos al no considerar el efecto tributario:

Figura 38. Análisis sin efecto impositivo



Ahora bien, al incorporar el impuesto que es cobrado al rendimiento implícito en la curva de rendimiento, y al mismo tiempo sin afectar los rendimientos de los TIPS, podemos ver que efectivamente hay un *spread* positivo sobre la curva de referencia, corroborando lo sugerido por la intuición, es decir, el mercado cobra un *spread* a los títulos por los diferentes riesgos que enfrenta (crédito, prepago, etc.). Para obtener la curva de referencia, calculamos el rendimiento después de impuestos, es decir, multiplicamos la curva de referencia usada en la valoración por $1 - T_i$, donde T_i es la tasa impositiva (38.5%).

Figura 39. Análisis con efecto impositivo



6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La investigación realizada sobre la valoración de títulos hipotecarios en el escenario colombiano, ha permitido obtener un mayor entendimiento de las variables claves que afectan el valor de un título hipotecario y así mismo, ha resultado en un número de consideraciones importantes que permitirán implementar en un futuro un modelo de valoración de títulos hipotecarios más robusto y con un mayor grado de sofisticación. Entre los resultados arrojados por el trabajo de investigación se considera pertinente mencionar las siguientes conclusiones y aclaraciones:

a) La reciente introducción de los títulos hipotecarios en Colombia a partir de la introducción de una sociedad titularizadora especializada en la estructuración de dichos títulos, ha creado una necesidad en los agentes del mercado de capitales respecto al entendimiento de las características de dichos títulos y las circunstancias que pueden afectar su valor. Por ejemplo, en el año 2002 Colombia ocupó el primer lugar en América Latina en lo referente a emisiones de titularización realizadas, demostrando la creciente importancia del mercado secundario hipotecario en el país, y la necesidad obtener un mayor entendimiento de los prepagos. La medida de OAS (*Option adjusted spread*), permite cuantificar en una cifra la prima de riesgo que los agentes del mercado asignan a los TIPS para compensar el riesgo de prepagos subyacente en los activos que respaldan la emisión (las hipotecas). En el futuro un mejor entendimiento del riesgo de prepagos por parte de las sociedades titularizadoras y del mercado, permitirán hacer mejores proyecciones de los flujos de caja de los títulos y así mismo evaluar de una mejor forma el riesgo asociado a invertir en estos instrumentos financieros. La sofisticación del mercado secundario de hipotecas hará más eficiente el mercado de estos títulos, conectando de una mejor forma los agentes deficitarios de capital (los emisores), y los agentes superávitarios (los inversionistas).

b) El modelo aquí desarrollado a partir de la implementación de esquemas de valoración de MBS reconocidos en la literatura permite calcular el costo de la opción de

prepago implícito en los precios de mercado. Dicha estimación permite tener una idea sobre como el mercado de valores se encuentra evaluando la posibilidad que el título pague una mayor cantidad de capital a causa de la naturaleza del activo subyacente que respalda la emisión. Aunque el costo de la opción de prepago estimada para los TIPS no es equivalente al estimado para una hipoteca cualquiera debido a la transformación del flujo de caja implícita en la estructuración de los TIPS, el valor calculado permite a los originadores de cartera, y en general a todo el mercado, tener un punto de referencia respecto al precio de la opción otorgada a los deudores hipotecarios en general.

c) A partir de la implementación del modelo de valoración desarrollado, usando precios históricos del mercado secundario de los TIPS, se pudo comprobar la intuición detrás de la exención tributaria. Al hacer el análisis de valoración de cualquier título, encontramos que el *spread* implícito en los precios de mercado es negativo. Sin embargo, al incorporar el efecto tributario en la curva de valoración, encontramos que efectivamente el mercado asigna un *spread* positivo, lo que es consistente con la teoría financiera.

d) Así mismo, se pudo corroborar que el mercado asigna un costo de opción de prepago positivo, lo que corrobora lo esperado por la teoría. El valor de dicha opción aumenta con la volatilidad de la tasa de interés, lo cual es lógico teniendo en cuenta los conceptos básicos sobre valor de opciones. Así mismo, podemos ver que a mayor madurez de los títulos, el valor de la opción de prepago es superior debido a la mayor incertidumbre al extender el periodo de pago de los títulos.

e) Mediante la implementación de una corrida del modelo de valoración, se ilustra como deben ser realizados los análisis a partir de los estimados arrojados y su utilidad. En conclusión, es importante reconocer que cualquier inversionista racional prefiere títulos con mayor OAS, y menor costo de la opción de prepago. Adicionalmente, es

importante reconocer que a mayor volatilidad de las tasas de interés, el valor de los títulos es reducido por el incremento del costo de la opción de prepago.

f) La implementación de un modelo de valoración en Colombia a partir de un esquema ampliamente utilizado en la práctica internacional (E.E.U.U. en específico), permite dirigir la investigación y la práctica respecto al tema hacia estándares internacionales, y hace posible contrastar las implicaciones y los problemas que puede enfrentar el analista que use dichos esquemas para analizar los títulos hipotecarios emitidos en Colombia. Durante el desarrollo de la propuesta del modelo de valoración de TIPS, se hizo evidente la importancia de establecer supuestos adecuados respecto a la simulación de las tasas de interés relevantes, la proyección de los flujos de caja asociados a cada título, y las variables que pueden afectar el comportamiento de dichos flujos en el futuro. Aunque las reglas de distribución de los flujos de caja recibidos por la cartera son establecidas con anterioridad a la emisión y pueden ser incorporadas al modelo de valoración fácilmente a partir de la lectura del prospecto de emisión, hay ciertos factores no determinísticos que afectan el flujo de caja recibido por la universalidad subyacente a los títulos emitidos. Por ejemplo, el riesgo de prepago está compuesto por una componente sistemática que afecta a cualquier hipoteca, y otra idiosincrásica que es particular a cada hipoteca y que dependerá de los criterios de selección de la cartera a titularizar. Entre las variables que afectan la componente sistemática encontramos: la variación de las tasas de interés, las variaciones del ciclo económico, y el desempleo, entre otras. Por otro lado, la componente no-sistemática estará afectada por la edad de los créditos, la tasa de interés de originación, si es o no de vivienda de interés social, entre otras. Un modelo adecuado de proyección del comportamiento de la cartera subyacente, hará posible una estimación robusta de los flujos asociados a los títulos emitidos. La correcta especificación de las relaciones existentes entre las variables relevantes y los prepagos de la cartera titularizada permitirán establecer un modelo realista que permita realizar un análisis adecuado de los inductores de valor de los TIPS.

g) A pesar de las simplificaciones establecidas para la formulación del modelo desarrollado en el presente proyecto, el esquema desarrollado aquí representa un avance respecto al esquema establecido en la actualidad para el caso colombiano (la calculadora de precios disponible en el *website* de la Titularizadora Colombiana). En dicho modelo de valoración, el prepago experimentado por los títulos de la emisión depende de un vector determinístico de amortización de los títulos que incorpora un escenario de prepagos. Dicho escenario puede ser de un nivel alto, medio, bajo o teórico de prepagos⁶³. El modelo de valoración por simulación de Monte Carlo permite introducir la dependencia de los flujos de caja a la emisión a la evolución de variables relevantes, como lo es en este caso la variación de la DTF.

h) Aunque en el presente proyecto sólo se tuvo en cuenta un factor para afectar el comportamiento proyectado de los prepagos (la DTF), el ejercicio realizado permitió establecer una metodología marco a seguir para establecer un modelo de valoración más fiel a la realidad. En adelante, se esperaría que el presente aporte sea complementado con un modelo más completo de proyección de flujos de caja a partir de la introducción de otras variables relevantes⁶⁴, y que dichas variables afecten directamente la cartera en vez de afectar los flujos de caja de los títulos. Una vez afectados los flujos de la cartera, dichos estimativos serán introducidos en un modelo de estructura que permitirá obtener los flujos de caja finales de los títulos a partir de la consideración de las prioridades de pago establecidas en el prospecto de emisión. Dicha metodología hará posible la implementación de un modelo más fiel a la realidad.

i) Debido al carácter confidencial de la información relacionada con la cartera hipotecaria, el acceso a ciertos parámetros relevantes como lo son los prepagos y las características específicas de los créditos, es limitado. El presente proyecto puede ser

⁶³ En el escenario teórico de prepagos, estos no existen como tal ya que se supone una amortización equivalente al pago de capital contractual de la cartera. Es decir, no existen prepagos como tal.

⁶⁴ El comportamiento del Producto Interno Bruto (PIB), el desempleo, el tipo de crédito, el LTV original, el plazo original y el sistema de amortización, son variables identificadas en el estudio de Leiva, Sánchez P., y Sánchez S. (2004), que suponen afectar el flujo de caja de los créditos hipotecarios bajo la evidencia estadística obtenida en dicho estudio.

utilizado por una entidad como la Titularizadora Colombiana, que por su acceso privilegiado a la información disponible sobre el mercado hipotecario y los modelos de estructuración de titularización hipotecaria, pueden darle un mejor uso al esquema desarrollado aquí, implementando las modificaciones pertinentes a partir del *know-how* adquirido por la entidad durante los últimos dos años.

j) Teniendo en cuenta el efecto de la exención tributaria en el análisis de valoración de los títulos hipotecarios, sería interesante hacer un estudio similar al realizado en este proyecto una vez la exención sea eliminada en el 2005.

k) En un futuro mediante extensiones al modelo desarrollado en el presente proyecto, se podría incorporar otras herramientas útiles para el análisis de títulos de renta fija como lo son: la duración efectiva y la convexidad efectiva del título. Siguiendo a Fabozzi (2001)⁶⁵, la duración y la convexidad pueden ser obtenidas a partir de las siguientes formulas de aproximación:

$$Duration = \frac{P^- - P^+}{2P_0\Delta y}$$

$$Convexity = \frac{P^+ - P^- - 2P_0}{2P_0(\Delta y)^2}$$

donde:

P^- = precio si la estructura a término tiene un *shift* negativo de Δy en la estructura temporal de tasa de interés manteniendo el OAS constante

P^+ = precio si la estructura a término tiene un *shift* positivo de Δy en la estructura temporal de tasa de interés manteniendo el OAS constante

⁶⁵ "Chapter 23: Valuation of Mortgage Backed Securities" FABOZZI, Frank. The Handbook of Mortgage-Backed Securities. 5ta ed. McGraw-Hill, 2001.

P_0 = precio inicial

Δy = magnitud del cambio en puntos básicos para calcular P^+ y P^-

En general la duración mide la sensibilidad del precio a un cambio pequeño en las tasas de interés, y la convexidad es la medida del cambio en precio de un título por variación en las tasas de interés, no explicado por la duración del título.

l) Así mismo sería recomendable incorporar un modelo de estructura temporal de tasa de interés que sea libre de arbitraje como es recomendado en las fuentes bibliográficas consultadas. El objetivo de realizar este tipo de modificaciones, se desprende de la necesidad que manifiestan los *traders* de usar modelos que sean capaces de valorar adecuadamente instrumentos líquidos con la curva implícita por la tasas *forward* simuladas. El modelo aquí utilizado no incorpora esta característica, lo que hace que la estructura implícita por la DTF simulada no sea útil para obtener los precios observados en el mercado que usen como tasas de referencia dicha tasa. En el presente proyecto se decidió no incorporar dichos modelos por la mayor complejidad matemática necesaria para desarrollarlos, y por la naturaleza misma del modelo desarrollado, ya que se pretendía ilustrar de la forma más intuitiva posible cómo debe realizarse la implementación de un modelo de valoración de títulos hipotecarios por Simulaciones de Montecarlo.

m) Con el fin de mejorar las características estadísticas de los estimativos generados, sería recomendable incorporar técnicas de reducción de varianza y un mayor número de caminos que permitan mejorar la calidad de los resultados arrojados por el modelo. Las limitaciones computacionales de implementar el modelo en Excel, hacen que un mayor número de caminos hagan que el modelo se vuelva lento. La implementación del modelo en un lenguaje de programación más avanzado, y que incorpore técnicas computacionales que permitan algoritmos más eficientes pueden solucionar los problemas descritos anteriormente.

BIBLIOGRAFÍA

ARDITTI, Fred D. *Derivatives: a comprehensive resource for options, futures, interest rate swaps, and mortgage securities*. Financial Management Association Survey and Synthesis Series. Boston: Harvard Business School Press, c1996. 394 p. : il. ; 24 cm.

BOHÓRQUEZ, Daniel. *Análisis de la titularización hipotecaria y propuesta de un modelo para determinar el comportamiento de los prepagados en los créditos hipotecarios en Colombia*. Tesis (Ingeniero Industrial) -- Universidad de los Andes. Bogotá, D. C.: Uniandes, 2001.

CORFINSURA.COM Página *web* disponible en: <http://www.corfinsura.com>

CORFIVALLE.COM Página *web* disponible en: <http://www.corfivalle.com>

FABOZZI, Frank & MODIGLIANI, Franco. *Mortgage and mortgage-backed securities markets* . Harvard Business School Press series in financial services management. Boston, Massachusetts : Harvard Business School Press, c1992. 341 p. : ill. ; 24 cm.

FABOZZI, Frank J. "Chapter 5: Valuing Mortgage-Backed and Asset Backed Securities" *Fixed Income Analysis for the Chartered Financial Analyst® Program* (Rev. ed. New Hope, Pennsylvania, USA: Frank J. Fabozzi Associates, 2000. p. 491-527)

FABOZZI, Frank J. "Part VI : Analyzing Mortgage-Backed Securities" en *Fixed Income Mathematics: Analytical and Statistical Techniques* (3rd. ed. New York, NY, USA: McGraw Hill, 1997 p. 356-373)

FABOZZI, Frank J. *Bond Markets, analysis and strategies*. 4ta ed. Upper Saddle River, NJ, EEUU: Prentice Hall, 2000. p. 217-286, 338-386.

FABOZZI, Frank. *Advances and innovations in the bond and mortgage markets*. Boston, Mass. : Probus, c1989. 653 p. : il. ; 24 cm.

FABOZZI, Frank. *The Handbook of Mortgage-Backed Securities*. 5ta ed. McGraw-Hill, 2001. 878 páginas.

GIRALDO, Liliana. *Consideraciones para la titularización como instrumento de financiación de vivienda en Colombia*. Tesis (Magister en Administración) – Universidad de los Andes. Bogotá, D.C. : Uniandes, 2002.

HARVEY, Campbell R. *Campbell R. Harvey's Hypertextual Finance Glossary*. Recuperado de <http://www.duke.edu/~charvey/Classes/wpg/bfglost.htm>

HULL, John C. *Options, Futures and Other Derivatives* (5th ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 2003 p.537-543.

Información de la Emisión TIPS E-2, en la siguiente dirección:
http://www.titularizadora.com/tips2002_2_General.asp?Archivo=InfoEmision

Información de los títulos y universalidades de la Emisión TIPS E-2, en la siguiente dirección: http://www.titularizadora.com/tips2002_2_General.asp?Archivo=InfoTitulos

JACKSON, Mary & STAUTON, Jack. *Advanced modelling in finance using Excel and VBA*. Wiley Finance Series. New York: Wiley, c2001. 263 p. : il. ; 25 cm. + 1 disco compacto (4 3/4 plg.).

KALOTAY, A., YANGE, D. & FABOZZI, F. *An Option-Theoretic Prepayment Model for Mortgages and Mortgage-Backed Securities*. Artículo próximo a ser publicado en

International Journal of Theoretical and Applied Finance. Disponible en:
<http://www.kalotay.com/pdfs/MBS.pdf>

LEIVA, O., SÁNCHEZ, M. & SÁNCHEZ, J. *Estimación de Ecuaciones de Siniestralidad y Prepago para Portafolios de Créditos denominados en UVR*. Versión Preliminar para Discusión Interna – Septiembre 21 del 2004. Bogotá D. C., Colombia: Dirección de Estructuración y Riesgo – Titularizadora Colombiana S. A., 2004.

LONDOÑO, Carlos. *Los títulos hipotecarios: tips y recomendaciones para la implementación de su valor en riesgo*. Tesis (Ingeniero Industrial). -- Universidad de los Andes. Bogotá: Uniandes, 2003.

Prospecto de Colocación Títulos Hipotecarios TIPS E-2. Titularizadora Colombiana SA Bogotá D. C., 2002. Disponible en: <http://www.titularizadora.com>

Statistics and Operations Research Community – support.sas.com en:
<http://support.sas.com/rnd/app/examples/ets/hetmod/>

WILMOTT, Paul. *Paul Wilmott on Quantitative Finance – Volume Two*. Rev.ed. Chichester, UK: John Wiley & Sons Ltd., 2000. p. 611-619.

ANEXOS

ANEXO A. Ingresos Universalidad NO VIS

Los ingresos de la Universalidad No VIS estarán conformados por las siguientes partidas:

- (a) Los flujos que se recauden por concepto de valores derivados (i) del ajuste por UVR al Saldo de Capital de Créditos No VIS y (ii) intereses corrientes de los Créditos No VIS.
- (b) Los flujos que se recauden por concepto de intereses de mora de los Créditos No VIS.
- (c) Los rendimientos de las Inversiones Temporales No VIS.
- (d) Los rendimientos de las Inversiones Temporales No VIS del Fondo de Reserva No VIS.
- (e) La utilidad que se obtenga en remates de garantías hipotecarias y ventas de BRP⁶⁶.
- (f) Ingresos por intereses de Cuotas Anticipadas de los Créditos No VIS.
- (g) Otros ingresos

ANEXO B. Ingresos Universalidad VIS

Los ingresos de la Universalidad VIS estarán conformados por las siguientes partidas:

- (a) Los flujos que se recauden por concepto de valores derivados (i) del ajuste por UVR al Saldo de Capital de Créditos VIS y (ii) intereses corrientes de los Créditos VIS.
- (b) Los flujos que se recauden por concepto de intereses de mora de los Créditos VIS.

⁶⁶ Son los Bienes Recibidos en Pago ya sea por adjudicación en remate o directamente del Deudor.

- (c) Los rendimientos de las Inversiones Temporales VIS
- (d) La utilidad que se obtenga en remates de Garantías Hipotecarias y ventas de BRP.
- (e) Ingresos por intereses de Cuotas Anticipadas de los Créditos VIS.
- (f) Otros ingresos

ANEXO C. Prelación de Pagos NO VIS

Los pagos de la Universalidad No VIS se sujetarán a la siguiente Prelación de Pagos No VIS:

- (a) Conceptos relacionados en el numeral 8.2.2.3.3 del Prospecto de Emisión TIPS E-2, correspondientes a los literales a., c., d. y e. del Costo del Mecanismo de Cobertura Parcial IFC y; los gastos necesarios para la elaboración y/o legalización de documentos y contratos del Mecanismo de Cobertura Parcial IFC.
- (b) Reembolso a la Titularizadora de los egresos iniciales de conformidad con los numerales 6.2.2.3.2.1 y 6.2.2.3.2.1.1 deL Prospecto de Emisión.
- (c) Comisiones a favor de la Titularizadora.
- (d) Comisión de administración a favor de los Administradores Autorizados de los Créditos No VIS.
- (e) Comisión de custodia a favor de los Custodios Designados.
- (f) Gastos de administración de los Créditos No VIS señalados en los literales (i) a (iv) del numeral e. de los egresos periódicos incluyendo los pagos por concepto de Primas de Seguros de los Créditos No VIS corrientes y en mora en el orden en que se vayan causando.
- (g) Gastos de administración de la emisión de Títulos No VIS señalados en los literales (i) a (vi) del numeral f. de los egresos periódicos en el orden en que se vayan causando.
- (h) Gastos periódicos de retitularización de Títulos No VIS, desarrollo y oferta pública de la Emisión TIPS señalados en los literales (i) a (x) del numeral g. de los egresos periódicos en el orden en que se vayan causando.

- (i) Pago de intereses causados del Título No VIS A incluyendo el pago del Interés Adicional.
- (j) Pago de Capital Programado al Título No VIS A.
- (k) Ajuste de Balance de Capital Requerido del Título No VIS A.
- (l) Pagos de Capital Anticipado al Título No VIS A en los casos en que el Saldo de Capital Vigente del Título No VIS A sea inferior al saldo de capital del Fondo de Reserva No VIS.
- (m) Pago de intereses sobre el Saldo Utilizado del Mecanismo de Cobertura Parcial IFC.
- (n) Repago del Saldo Utilizado del Mecanismo de Cobertura Parcial IFC.
- (o) Apropiación para el Fondo de Reserva No VIS.
- (p) Pago de intereses del Título No VIS B.
- (q) Pagos de Capital Anticipado al Título No VIS A hasta que el Saldo de Capital Vigente del Título No VIS A se reduzca a cero (0) en los casos en que haya lugar la aplicación de cualquiera de las Causales de Suspensión de Pagos No VIS durante el tiempo que tales Causales de Suspensión de Pagos No VIS estén vigentes.
- (r) Ajuste de Balance de Capital Requerido del Título No VIS B.
- (s) Pagos de Capital al Título No VIS B hasta que el Saldo de Capital Vigente del Título No VIS B se reduzca a cero (0) en los casos en que haya lugar a la aplicación de cualquiera de las Causales de Suspensión de Pagos No VIS durante el tiempo que tales Causales de Suspensión No VIS estén vigentes siempre que el Saldo de Capital Vigente del Título No VIS A sea igual a cero (0).
- (t) Pago de intereses del Título No VIS C.
- (u) Pago de Capital al Título No VIS C.
- (v) Los Residuos que llegaren a resultar después de atender la totalidad de los pagos relacionados en los literales a. hasta u. de la Prelación de Pagos No VIS corresponderán al Título No VIS C.
- (w)

ANEXO D. Prelación de Pagos VIS

Los pagos de a cargo de la Universalidad VIS se sujetarán a la siguiente Prelación de Pagos VIS:

- (a) La Comisión de Garantía Nación y; los gastos necesarios para la elaboración y/o legalización de documentos y contratos de la Garantía Nación.
- (b) Reembolso a la Titularizadora de los Egresos Iniciales de conformidad con los numerales 6.2.3.3.5.1 y 6.2.3.3.5.2 del Prospecto de Emisión.
- (c) Comisiones a favor de la Titularizadora.
- (d) Comisión de administración a favor de los Administradores Autorizados de los Créditos VIS.
- (e) Comisión de custodia a favor de los Custodios Designados.
- (f) Gastos de administración de los Créditos VIS señalados en los literales (i) a (iv) del numeral e. de los Egresos Periódicos incluyendo los pagos por concepto de Primas de Seguros de los Créditos VIS corrientes y en mora en el orden en que se vayan causando.
- (g) Gastos de administración de la emisión de Títulos VIS señalados en los literales (i) a (vi) del numeral f. de los egresos periódicos en el orden en que se vayan causando.
- (h) Gastos periódicos de retitularización de Títulos VIS, desarrollo y oferta pública de la Emisión TIPS señalados en los literales (i) a (x) del numeral g. de los egresos periódicos en el orden en que se vayan causando.
- (i) Pago de intereses causados del Título VIS A.
- (j) Pago de Capital Programado al Título VIS A.
- (k) Ajuste de Balance de Capital Requerido del Título VIS A.
- (l) Pago de intereses sobre la Porción Subrogada del Título VIS A.
- (m) Pago de capital correspondiente a la Porción Subrogada del Título VIS A y pago de la Cuenta por Pagar a Fogafin.
- (n) Pago de intereses del Título VIS B.

- (o) Pagos de Capital Anticipado al Título VIS A hasta que el Saldo de Capital Vigente del Título VIS A se reduzca a cero (0) en los casos en que haya lugar a la aplicación de cualquiera de las Causales de Suspensión de Pagos VIS durante el tiempo que tales Causales de Suspensión de pagos VIS estén vigentes.
- (p) Ajuste de Balance de Capital Requerido del Título VIS B.
- (q) Pagos de Capital al Título VIS B hasta que el Saldo de Capital Vigente del Título VIS B se reduzca a cero (0) en los casos en que haya lugar a la aplicación de cualquiera de las Causales de Suspensión de Pagos VIS durante el tiempo que tales Causales de Suspensión VIS estén vigentes siempre que el Saldo de Capital Vigente de los Títulos VIS A sea igual a cero (0).
- (r) Los Residuos que llegaren a resultar después de pagar los conceptos relacionados en los literales a. hasta q. de la Prelación de Pagos VIS corresponderán al Título VIS B.

ANEXO D. Código de SAS de estimación del modelo de tasa de interés

```

/*
DTF Efectiva Anual
Cifras semanales
Fuente: Titularizadora.com
*/
options nodate nocenter nopage; title;
data DTFsemanal;
    input fecha yymmdd8. DTF;
    format fecha date7.;
    label Date = 'Fecha'
           DTF = 'DTF Efectiva Anual, Cifras semanales';
datalines;
20020604      0.084524955
20020611      0.083329608
20020617      0.081948583
20020624      0.078903598
20020702      0.078718755
20020708      0.078441426
20020715      0.076868444
20020722      0.074550731
20020729      0.074550731
20020805      0.074457911
20020812      0.075849312
20020820      0.075292984
20020826      0.076961041

```

20020902	0.076405331
20020916	0.076590602
20020923	0.076312683
20020930	0.076127360
20021007	0.074829141
20021016	0.075478461
20021021	0.076683225
20021028	0.076034686
20021105	0.076127360
20021112	0.076127360
20021118	0.076312683
20021125	0.076127360
20021202	0.075571187
20021210	0.074365082
20021216	0.074736346
20021223	0.074457911
20021230	0.074179398
20030107	0.074179398
20030113	0.073436318
20030120	0.073250462
20030127	0.073715038
20030203	0.074921927
20030210	0.074643543
20030217	0.074086543
20030224	0.075292984
20030303	0.074829141
20030310	0.075478461
20030317	0.074643543
20030325	0.075107472
20030331	0.073993680
20030407	0.073993680
20030414	0.073993680
20030421	0.074365082
20030428	0.074272244
20030505	0.074736346
20030512	0.075014704
20030519	0.075200233
20030526	0.075200233
20030603	0.074736346
20030609	0.074643543
20030616	0.074829141
20030624	0.074921927
20030701	0.075200233
20030707	0.075107472
20030714	0.074550731
20030721	0.075200233
20030728	0.075385727
20030804	0.075756612
20030811	0.075571187
20030819	0.075756612
20030825	0.075849312
20030901	0.074736346
20030908	0.075014704
20030915	0.074921927

20030922	0.075385727
20030929	0.074829141
20031006	0.073993680
20031014	0.074643543
20031020	0.075478461
20031027	0.075292984
20031104	0.076127360
20031110	0.076590602
20031118	0.076497971
20031124	0.075571187
20031201	0.076405331
20031209	0.077053629
20031215	0.076312683
20031222	0.075849312
20031229	0.076220026
20040105	0.076775839
20040113	0.076868444
20040119	0.076034686
20040126	0.076868444
20040202	0.077053629
20040209	0.076312683
20040216	0.076775839
20040223	0.074736346
20040301	0.074179398
20040308	0.077146209
20040315	0.074272244
20040323	0.073900808
20040329	0.075200233
20040405	0.074086543
20040412	0.074829141
20040419	0.075571187
20040426	0.074643543
20040510	0.075756612
20040517	0.074736346
20040525	0.075107472
20040531	0.075942004
20040607	0.074457911
20040615	0.075478461
20040622	0.076034686
20040628	0.075200233
20040706	0.075942004
20040712	0.074736346
20040719	0.076127360
20040726	0.075014704
20040802	0.075756612
20040806	0.075756612
20040817	0.074643543
20040823	0.074921927
20040826	0.074921927
20040830	0.075107472
20040906	0.075107472
20040913	0.074829141
20040920	0.074365082
20041019	0.074179398

20041025	0.074365082
20041025	0.074365082
20041103	0.073993680
20041108	0.073900808
20041117	0.074086543
20041122	0.073993680
20041130	0.073993680
20041206	0.074736346
20041213	0.075014704
20041220	0.074457911
20041227	0.074272244
20050103	0.074457911

```

;
run;

proc gplot data=DTFsemanal;
  plot DTF*fecha / haxis=axis1 vaxis=axis2 cframe=ligr ;
  symbol1 c=green i=join;
  axis1 order=('30jun02'd, '30sep02'd, '31dec02'd,
               '31mar03'd, '30jun03'd, '30sep03'd, '31dec03'd,
               '31mar04'd, '30jun04'd, '30sep04'd, '31dec04'd');
  axis2 label=(angle=90 'DTF %');
  title1 "DTF Efectiva Anual";
run;
quit;

```

```
/* Modelaje Heteroscedastico de la DTF */
```

```

proc model data=DTFsemanal;
  id fecha;
  DTF = lag(DTF) + kappa * (theta - lag(DTF));
  lag_DTF = lag( DTF );
  label kappa = "Vel. Reversion a la Media";
  label theta = "Media LP";
  fit DTF / fiml breusch=( lag_DTF ) out=resid outresid;
run;

```

```

proc gplot data=resid;
  plot DTF*fecha / haxis=axis1 vaxis=axis2 cframe=ligr ;
  symbol1 c=blue i=join;
  axis1 order=('30jun02'd, '30sep02'd, '31dec02'd,
               '31mar03'd, '30jun03'd, '30sep03'd, '31dec03'd,
               '31mar04'd, '30jun04'd, '30sep04'd, '31dec04'd');
  axis2 label=(angle=90 'Residuales DTF');
  title1 "DTF Efectiva Anual";
  title2 "Modelo Vasicek";
run;
quit;

```

```

proc model data=DTFsemanal;
  id fecha;
  DTF = lag(DTF) + kappa * (theta - lag(DTF));
  h.DTF = sigma**2 * lag(DTF);
  label kappa = "Vel. Reversion a la Media";
  label theta = "Media LP";
  label sigma = "Parte const. varianza";
  fit DTF / fiml out=resid outresid;
run;

proc gplot data=resid;
  plot DTF*fecha / haxis=axis1 vaxis=axis2 cframe=ligr ;
  symbol1 c=blue i=join;
  axis1 order=('30jun02'd, '30sep02'd, '31dec02'd,
               '31mar03'd, '30jun03'd, '30sep03'd, '31dec03'd,
               '31mar04'd, '30jun04'd, '30sep04'd, '31dec04'd);
  axis2 label=(angle=90 'Residuales DTF');
  title1 "DTF Efectiva Anual";
  title2 "Modelo Cox Ingersoll Ross ";
run;
quit;

proc model data=DTFsemanal;
  id fecha;
  DTF = lag(DTF) + kappa * (theta - lag(DTF));
  if ( _OBS_ = 1 ) then
    h.DTF = arch0 + arch1 * mse.DTF + garch1 * mse.DTF;
  else
    h.DTF = arch0 + arch1 * zlag(resid.DTF**2)
            + garch1 * zlag(h.DTF);
  fit DTF / fiml out=resid outresid;
run;

proc gplot data=resid;
  plot DTF*fecha / haxis=axis1 vaxis=axis2 cframe=ligr ;
  symbol1 c=blue i=join;
  axis1 order=('30jun02'd, '30sep02'd, '31dec02'd,
               '31mar03'd, '30jun03'd, '30sep03'd, '31dec03'd,
               '31mar04'd, '30jun04'd, '30sep04'd, '31dec04'd);
  axis2 label=(angle=90 'Residuales DTF');
  title1 "DTF Efectiva Anual";
  title2 "Modelo Garch(1,1)";
run;
quit;

```