

Ejercicio Resuelto: Reglas de Integración Numérica

Ejemplo 1 : Cálculo de la integral de $f(x) = x^2$ entre 0 y 2

Sea la función $f(x) = x^2$, y queremos calcular la integral definida entre $a = 0$ y $b = 2$.

Vamos a usar las reglas de integración numérica: Trapezoidal, Simpson 1/3 y Simpson 3/8.

Dividimos el intervalo $[0, 2]$ en $n = 4$ subintervalos ($h = (b - a)/n = 0.5$):

Puntos: $x_0=0$, $x_1=0.5$, $x_2=1.0$, $x_3=1.5$, $x_4=2.0$

Valores $f(x)$: $f(0)=0$, $f(0.5)=0.25$, $f(1)=1$, $f(1.5)=2.25$, $f(2)=4$

1. Regla Trapezoidal ($n=4$):

Integral approx $(h/2) * [f(x_0) + 2(f(x_1)+f(x_2)+f(x_3)) + f(x_4)]$

$$= 0.5/2 * [0 + 2(0.25+1+2.25) + 4]$$

$$= 0.25 * [0 + 2*(3.5) + 4]$$

$$= 0.25 * (0 + 7 + 4)$$

$$= 0.25 * 11 = 2.75$$

2. Regla de Simpson 1/3 ($n=4$, par):

Integral approx $(h/3) * [f(x_0) + 4(f(x_1)+f(x_3)) + 2(f(x_2)) + f(x_4)]$

$$= 0.5/3 * [0 + 4(0.25+2.25) + 2(1) + 4]$$

$$= 0.1667 * [0 + 4*(2.5) + 2 + 4]$$

$$= 0.1667 * (0 + 10 + 2 + 4)$$

$$= 0.1667 * 16 = 2.6667$$

3. Regla de Simpson 3/8 ($n=3$, múltiplo de 3):

Dividimos en 3 subintervalos ($h = (2-0)/3 = 0.6667$)

Puntos: $x_0=0$, $x_1=0.6667$, $x_2=1.3333$, $x_3=2$

Valores $f(x)$: $f(0)=0$, $f(0.6667)=0.4444$, $f(1.3333)=1.7778$, $f(2)=4$

Integral approx $(3h/8) * [f(x_0) + 3(f(x_1)+f(x_2)) + f(x_3)]$

$$= (3*0.6667/8) * [0 + 3(0.4444 + 1.7778) + 4]$$

Ejercicio Resuelto: Reglas de Integración Numérica

$$= 0.25 * [0 + 3*(2.2222) + 4]$$

$$= 0.25 * (0 + 6.6666 + 4)$$

$$= 0.25 * 10.6666 = 2.6667$$

$$\text{Valor exacto de la integral } \int_0^2 x^2 dx = (2^3)/3 = 8/3 = 2.6667$$