

## SPECIFICHE DEL PROBLEMA

Si consideri il sistema descritto dalla funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{56700}{(s + 0.7)(s + 10)(s + 90)^2}$$

Si richiede di progettare un regolatore che soddisfi le seguenti specifiche:

1. Errore a regime nullo in presenza di ingresso di riferimento a gradino di ampiezza massima pari a 2.0.
2. Attenuazione superiore a 20 volte di un disturbo sinusoidale sull'uscita  $y(t)$  a pulsazione inferiore a 0.08 rad/s e di ampiezza massima pari a 0.3.
3. Assenza di sovraelongazione e oscillazioni nella risposta al riferimento a gradino.
4. Tempo di assestamento al 5% della risposta al riferimento a gradino inferiore a 0.4s.
5. Margine di fase superiore a 45 gradi, per garantire robustezza.

Sulla misura e' sovrapposto un rumore di misura sinusoidale a frequenza 100 rad/s e ampiezza massima 0.02.

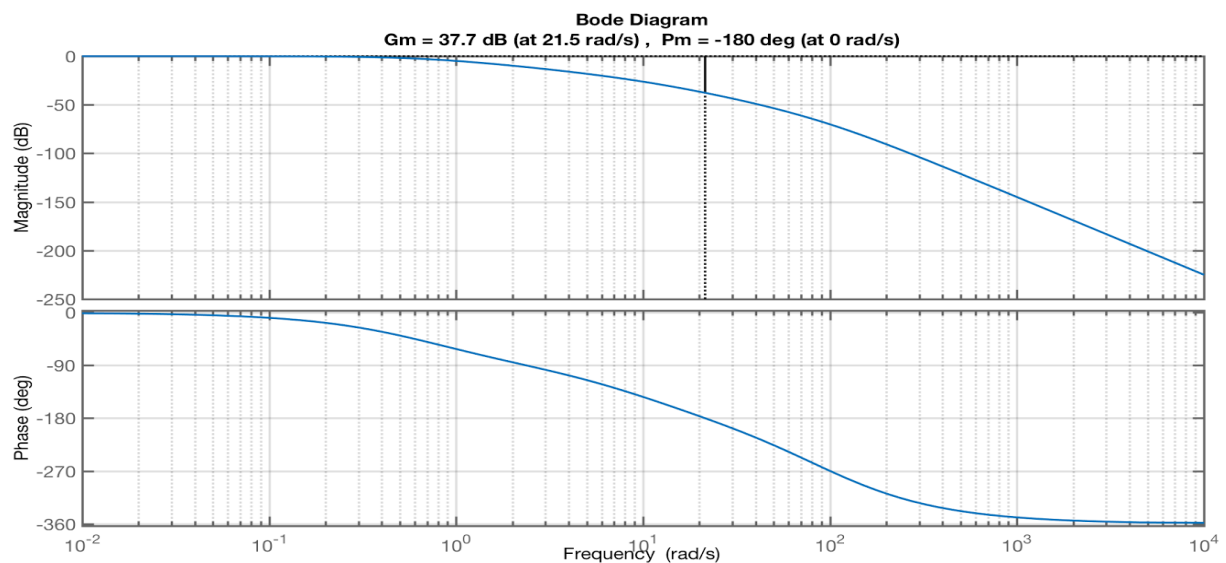
Dimensionare l'attuatore al fine di garantire il funzionamento a regime (in presenza contemporanea del riferimento, dei disturbi e del rumore) e valutare di quanto deve essere sovradimensionato per gestire il transitorio.

## DATI DEL PROBLEMA

Il sistema preso in esame è di grado relativo 4 ed è composto da 4 poli:

- Un polo a pulsazione  $\omega = 0.7 \text{ rad/s}$
- Un polo a pulsazione  $\omega = 10 \text{ rad/s}$
- Due poli coincidenti a pulsazione  $\omega = 90 \text{ rad/s}$

Ne tracciamo il diagramma di Bode per studiarne l'andamento.



## SPECIFICHE STATICHE

**Errore a regime nullo in presenza di ingresso di riferimento a gradino di ampiezza massima pari a 2.0.**

Essendo la funzione di trasferimento di tipo 0, è necessario inserire nel regolatore statico un polo nell'origine, che per il **teorema del valore finale** garantisce un errore a regime nullo.

$$R_s(s) = \frac{1}{s} \quad G_e(s) = G(s) \cdot R_s(s)$$

**Attenuazione superiore a 20 volte di un disturbo sinusoidale sull'uscita  $y(t)$  a pulsazione inferiore a 0.08 rad/s e di ampiezza massima pari a 0.3.**

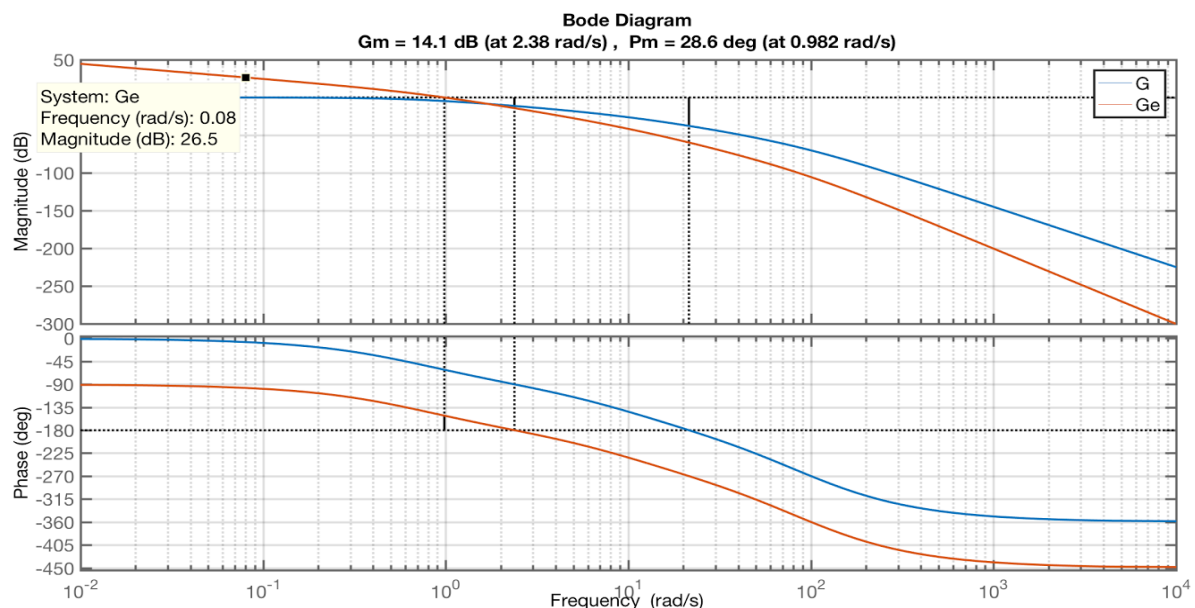
Per risolvere questa specifica ci serviamo della funzione di sensitività  $S(s) = \frac{1}{1+L(s)}$ , che mette in relazione il disturbo "d" con l'uscita in questo modo:  $Y(s) = S(s) \cdot D(s)$ . Per attenuare il rumore sarà quindi necessario che  $S(s) < \frac{1}{20} \Rightarrow L(s) > 19$ . Quindi andremo ad aumentare il guadagno del regolatore statico in modo che, per pulsazioni minori di 0.08 rad/s, il modulo di  $|L(j\omega)| > 20 \cdot \log(19) \approx 25.5751 \text{ dB}$ . Dal diagramma di Bode vediamo che  $G_e(0.08j) \approx 21.8816 \text{ dB}$  e per differenza quindi otteniamo il valore  $25.5751 - 21.8816 = 3.6935 \text{ dB}$  che, riportato in scala lineare, corrisponde al guadagno statico da applicare al regolatore.

$$\mu = 10^{\frac{(3.6935)}{20}} = 1.5299$$

Scegliamo quindi un valore leggermente superiore,  $\mu = 1.7$  e il regolatore statico risulterà

$$R_s(s) = \frac{1.7}{s}$$

Ora possiamo confrontare la  $G(s)$  con la funzione di trasferimento estesa  $G_e(s)$ :



## SPECIFICHE DINAMICHE

- **Sovraelongazione nulla e assenza di oscillazioni.**
- **Tempo di assestamento al 5% minore di 0.4 secondi.**
- **Margine di fase  $\geq 45^\circ$ , per garantire robustezza.**

Osservando il diagramma di Bode è chiara la necessità di incrementare il margine di fase per garantire robustezza al sistema, poiché per avere assenza di sovraelongazione è necessario

$S\% \leq 5\% \Rightarrow 100e^{\frac{-\pi\delta}{\sqrt{1-\delta^2}}} \leq 5\% \Rightarrow \delta \geq 0.7$ . Essendo  $\delta = \frac{M_f}{100}$ , ci interessa avere un margine di fase almeno al di sopra di  $70^\circ$ .

Per avere un  $T_{ass, 5\%} \leq 0.4 \text{ s}$  inoltre dobbiamo avere  $M_f \cdot \omega_c \geq \frac{300}{0.4}$  da cui  $\omega_c \geq 10.71 \text{ rad/s}$

Arrivati a questo punto diventa evidente un'incompatibilità sulle specifiche: la presenza del disturbo di misura ad alte frequenze va a collidere con la specifica sul tempo di assestamento, che richiederebbe un attraversamento in alta frequenza.

Decidiamo quindi di dare priorità alla robustezza del sistema e di trascurare per il momento la specifica sul tempo di assestamento, andando a concentrarci sull'anticipo di fase.

### REGOLATORE DINAMICO

Decidiamo quindi di creare una rete anticipatrice in modo da ottenere un miglioramento della fase inserendo uno zero seguito da un polo.

$$Rd(s) = \frac{1 + \tau s}{1 + \alpha \tau s}$$

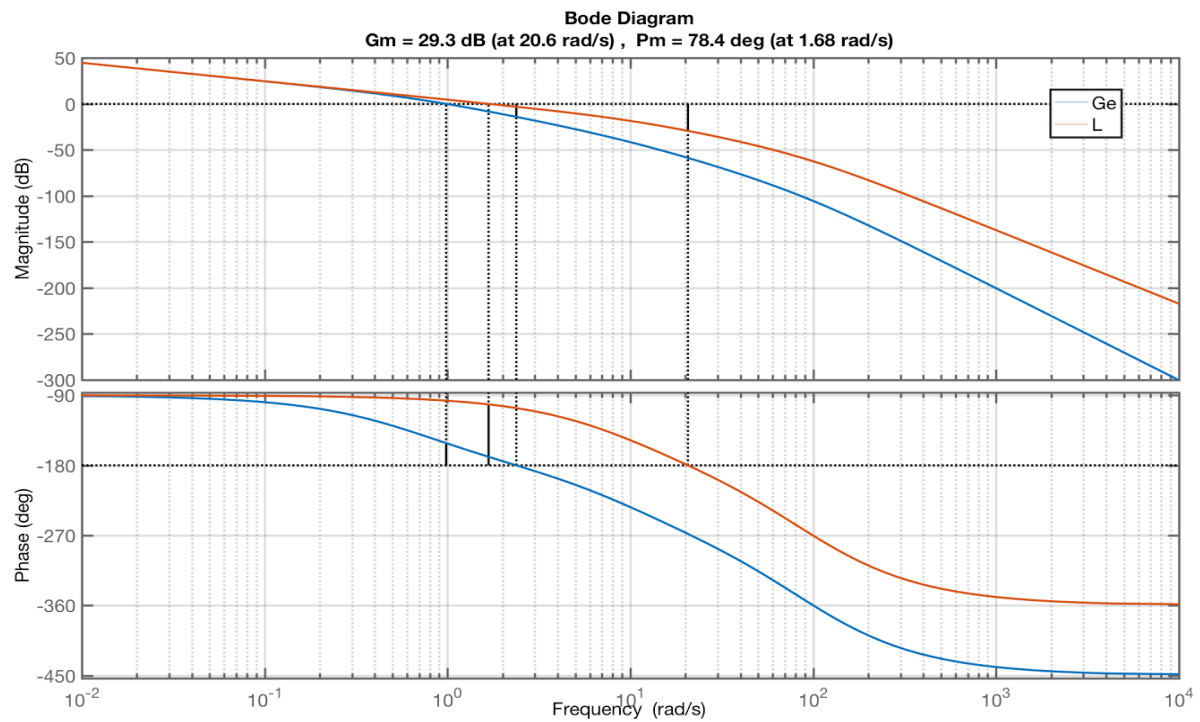
Avendo già inserito un polo nell'origine nel regolatore statico, l'inserimento di un secondo polo risulterebbe però ridondante, ed è quindi possibile eliminarlo. Otteniamo complessivamente in questo modo un **regolatore proporzionale - integrale**. Fisso lo zero del regolatore in cancellazione con il polo in  $0.7 \text{ rad/s}$ .

$$Rfb(s) = \mu \frac{1 + \tau s}{s} \Rightarrow Rfb(s) = \mu \frac{1 + (\frac{1}{0.7})s}{s}$$

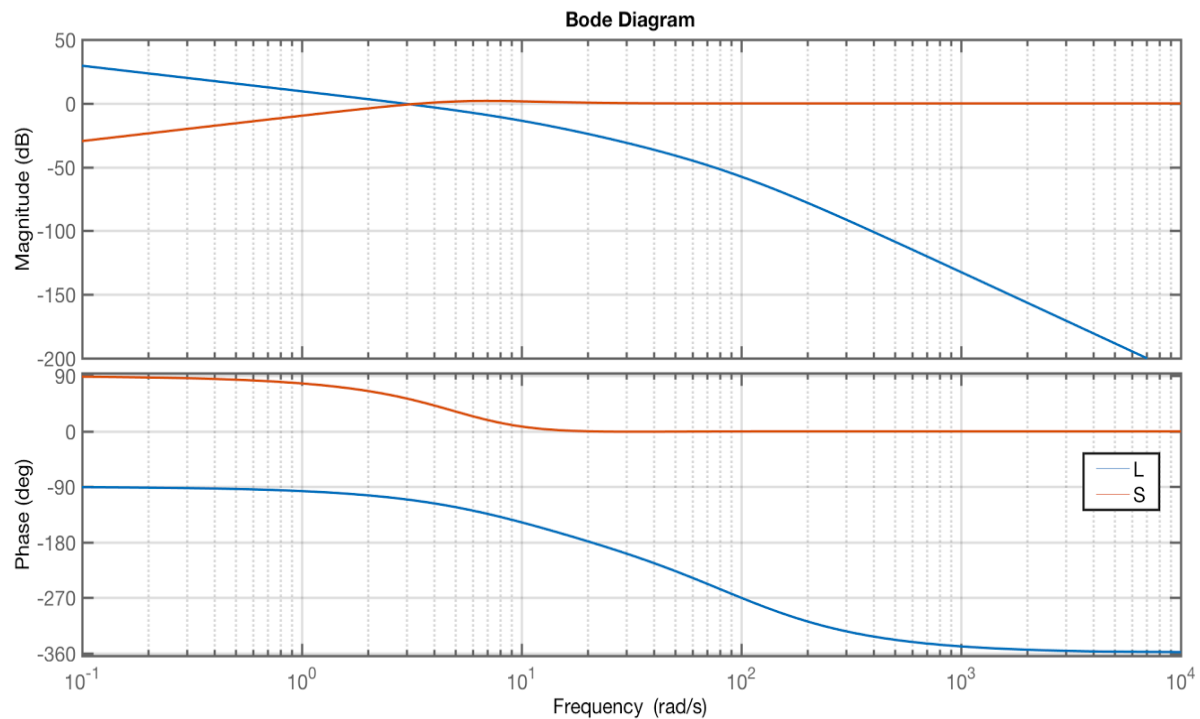
### ANALISI DEL SISTEMA

Per analizzare il sistema e verificare il comportamento del nostro regolatore feedback andiamo a tracciare le funzione di trasferimento ad anello aperto  $L(s) = Rfb(s) \cdot G(s)$  e le funzioni di sensitività:

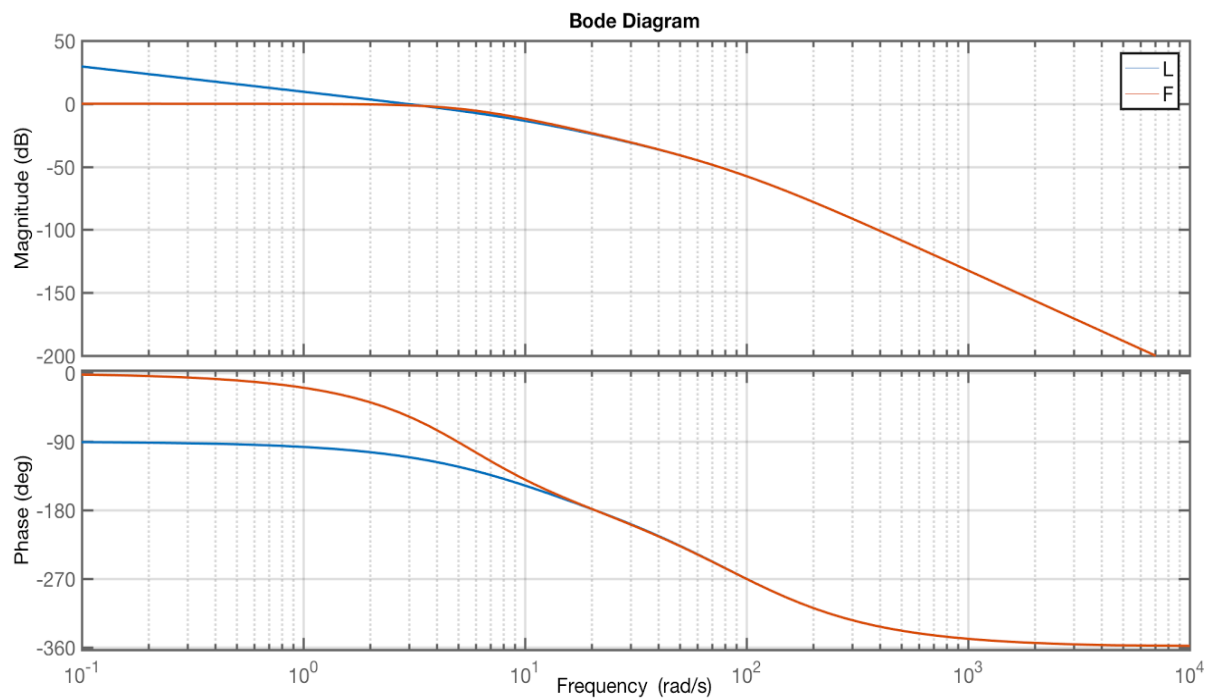
- Funzione di sensitività  $S(s) = \frac{1}{1 + L(s)}$
- Funzione di sensitività complementare  $F(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}$
- Funzione di sensitività del controllo  $Q(s) = \frac{R(s)}{1 + L(s)}$



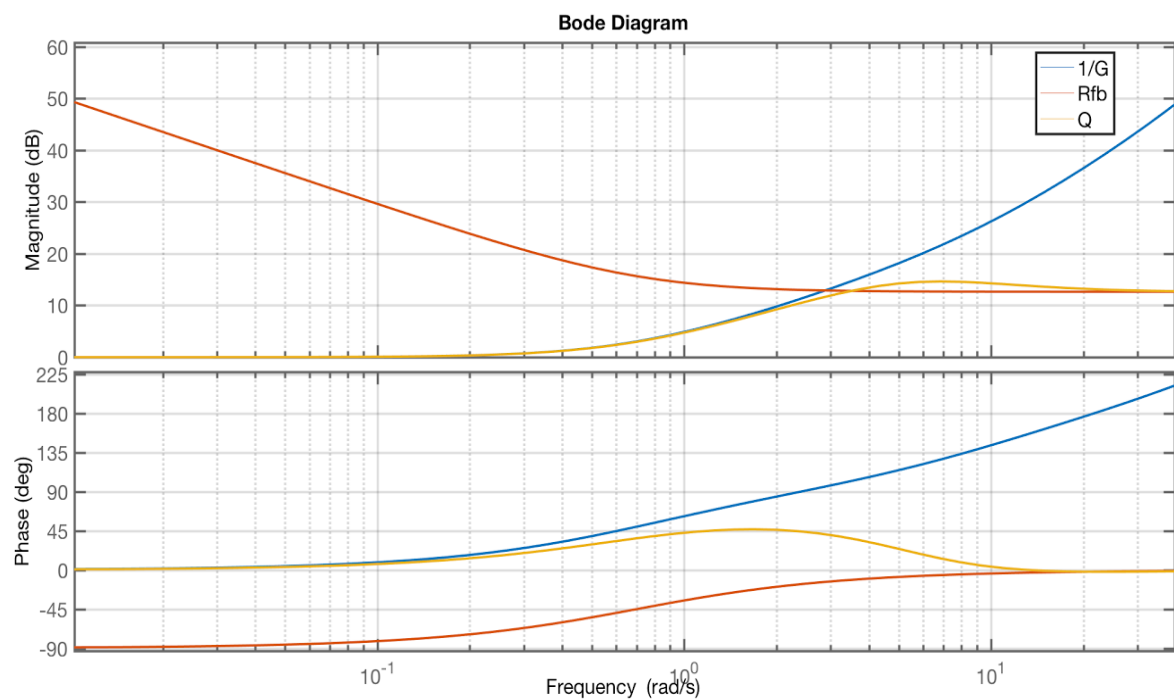
*Come previsto siamo riusciti ad incrementare il margine di fase al di sopra del valore voluto*



*La funzione di sensitività  $S(s)$  assume come previsto il seguente comportamento:  
prima della pulsazione di attraversamento ha andamento inverso alla  $L(s)$ , per poi assestarsi a 0 dB.*

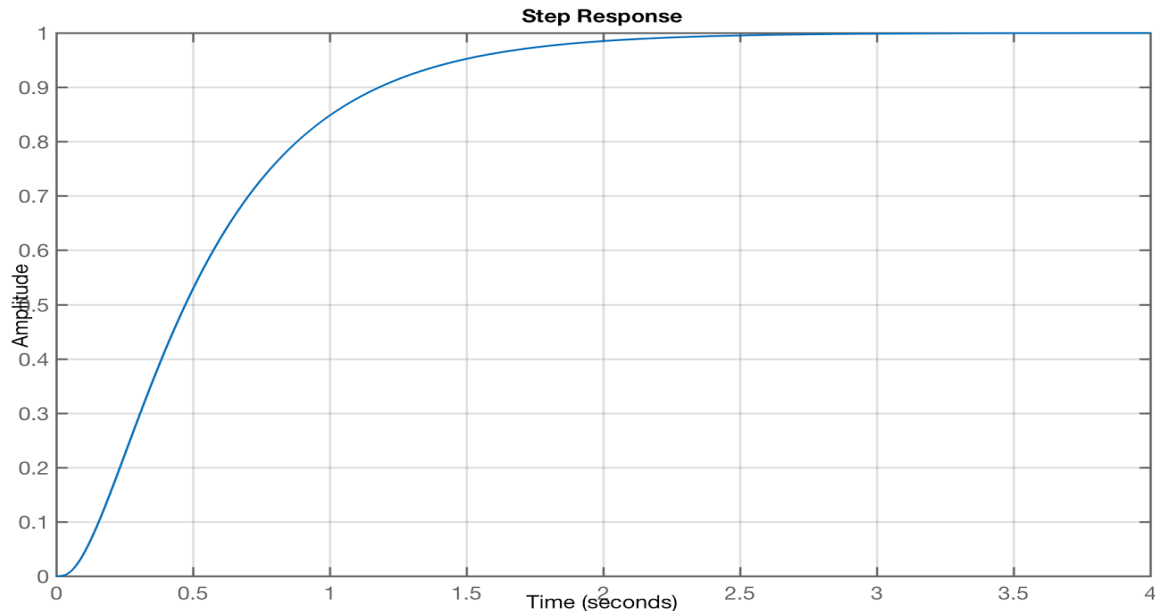


Anche la funzione di sensitività complementare  $F(s)$  si comporta come voluto:  
prima della pulsazione di attraversamento è nulla, poi segue la  $L(s)$



La funzione  $Q(s)$  prima della pulsazione di attraversamento  
segue la funzione  $1/G(s)$ , dopo si assesta alla  $Rfb(s)$

A questo punto vogliamo andare a vedere il comportamento del nostro sistema con riferimento a gradino. Per farlo andiamo ad utilizzare la funzione di sensitività complementare  $F(s)$  che mette in relazione il riferimento con l'uscita.



Come previsto non abbiamo sovraelongazione, mentre il tempo di assestamento è troppo lungo. Per rientrare nella specifica andiamo a progettare un **regolatore feedforward**.

## REGOLATORE FEEDFORWARD

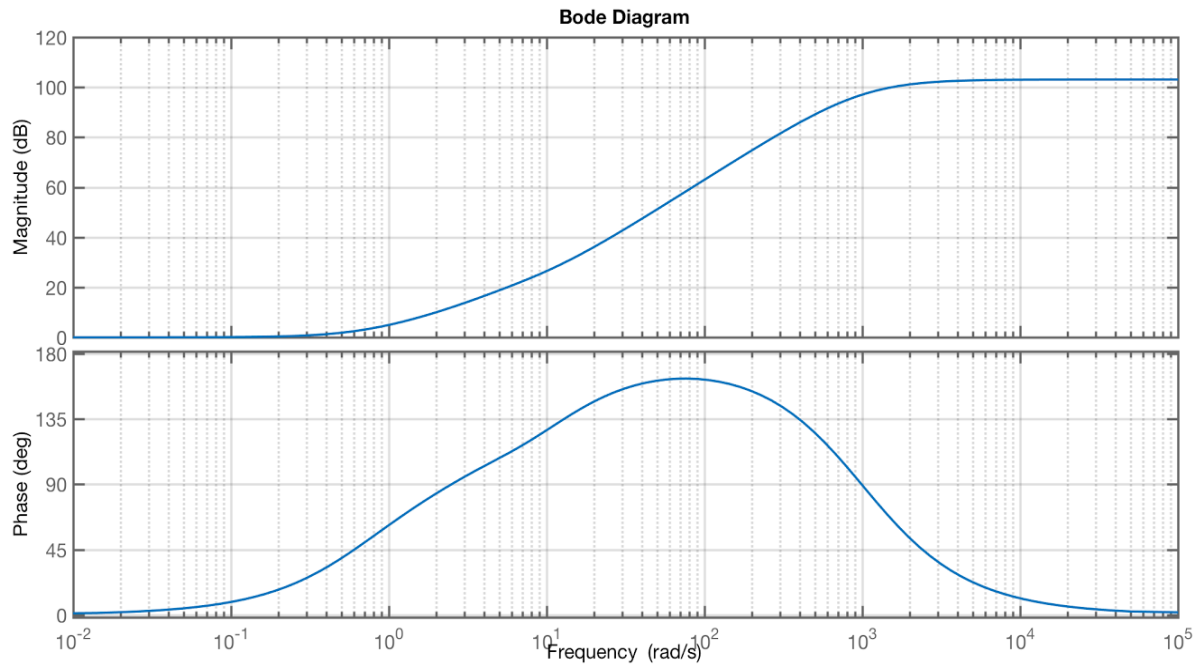
Il regolatore feedforward si occupa di "inseguire" il riferimento, ottenendo delle performance ottimali che si vanno a sommare alla robustezza data dal regolatore feedback. Per avere un sistema di controllo ideale sarebbe necessario progettare il regolatore in modo che  $R_{ff}(s) = \frac{1}{G(s)}$ . Ciò però comporterebbe avere un regolatore composto da soli zeri, che inciderebbero molto negativamente sulla funzione di sensitività del controllo e sulla complessità del progetto, rischiando di renderlo fisicamente irrealizzabile.

Per risolvere queste problematiche andiamo ad inserire poli ad alta frequenza fuori banda in modo da ottenere grado relativo del regolatore nullo.

Nel nostro caso abbiamo creato il regolatore cancellando i due poli a più bassa frequenza (e quindi più lenti):

$$R_{ff}(s) = \frac{(1+(1/0.7)s) (1+(1/10)s)}{(1+(1/100)s)^2}$$

Andiamo ora ad analizzare la funzione di sensitività del controllo  $Q(s)$ :



Si può notare che ad alte frequenze la funzione amplifica, per cui, per far fronte a questa problematica, introduciamo **un prefiltro**.

## PREFILTRO

Attraverso il prefiltro è possibile moderare la funzione di sensitività di controllo smussando il riferimento a gradino.

Quest'ultimo infatti, essendo un segnale molto brusco, è molto difficile da inseguire in maniera precisa e il sistema riesce ad assestarsi al valore corretto solamente a regime.

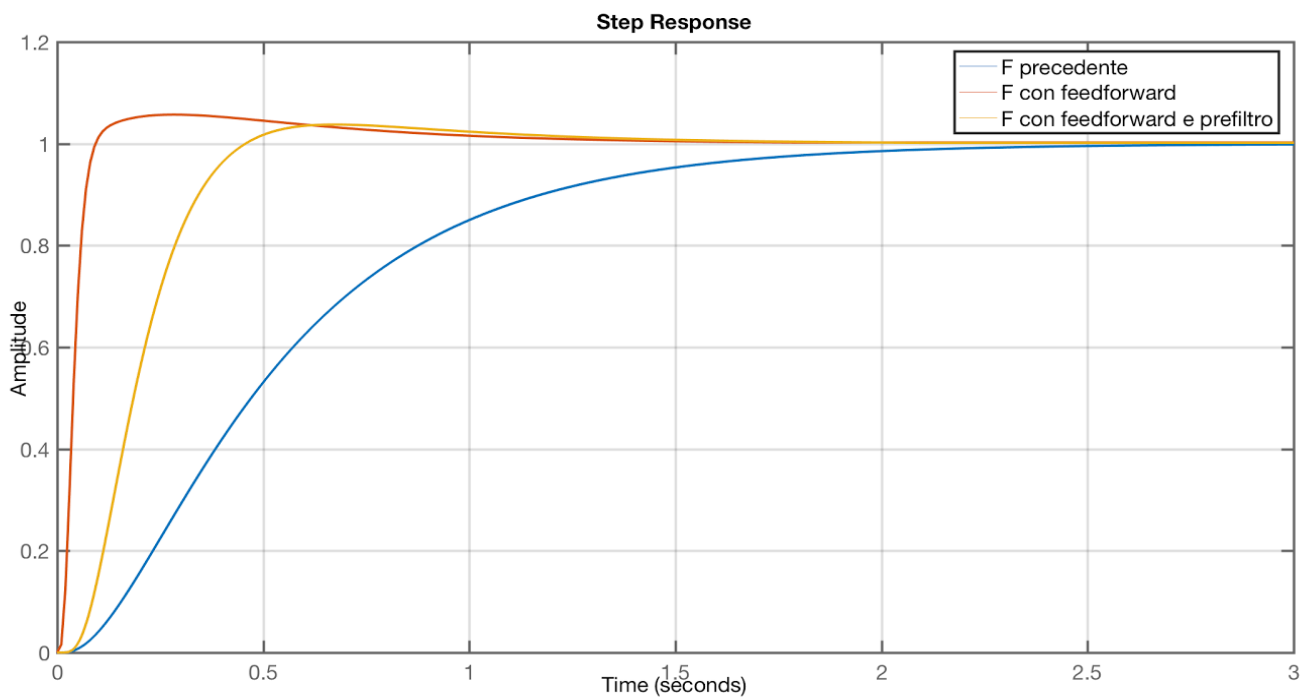
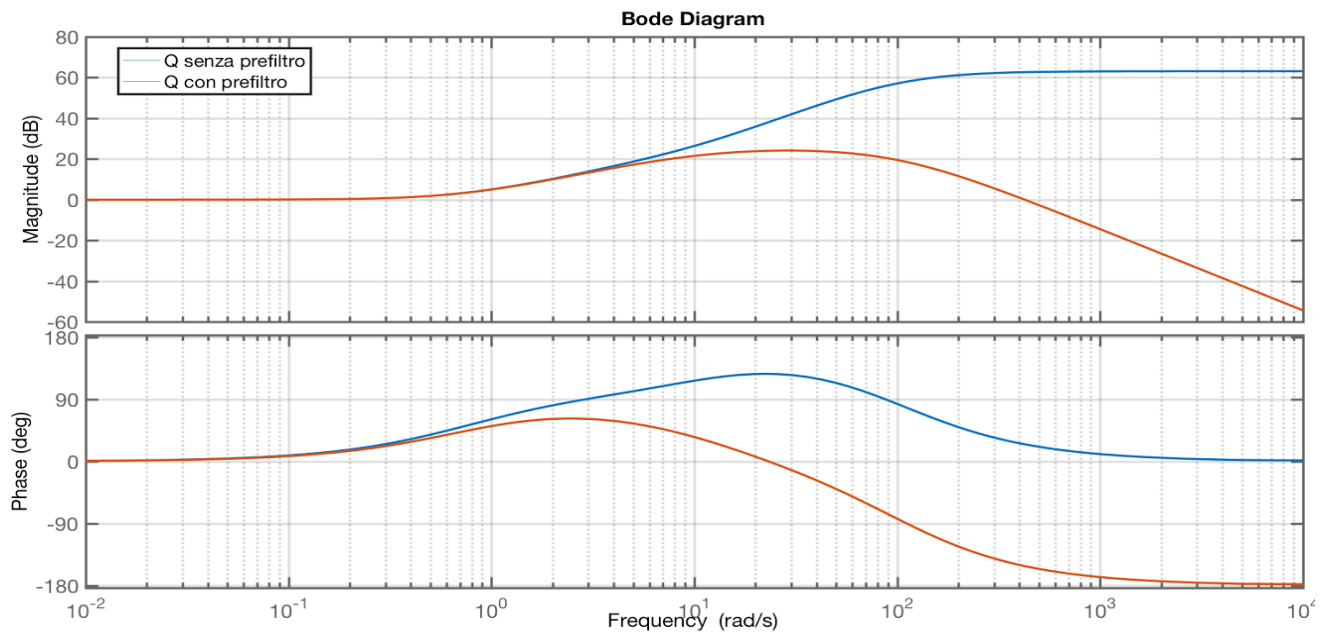
Dopo svariati tentativi abbiamo deciso di introdurre un prefiltro del secondo ordine con pulsazione di attraversamento  $\omega_c = 7.5 \text{ rad/s}$

$$Rpf(s) = \frac{1}{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)} \quad \tau_1 \simeq \tau_2 = \frac{0.65}{\omega_c}$$

Andando a tracciare di nuovo i diagrammi di Bode si può notare dai grafici che:

- L'andamento della  $Q(s)$  ad alte frequenze ora è stato attenuato
- La  $F(s)$  che mette in relazione il riferimento all'uscita è notevolmente migliorata: ora infatti le specifiche sull'assenza di sovralongazione e sul tempo di assestamento sono rispettate.





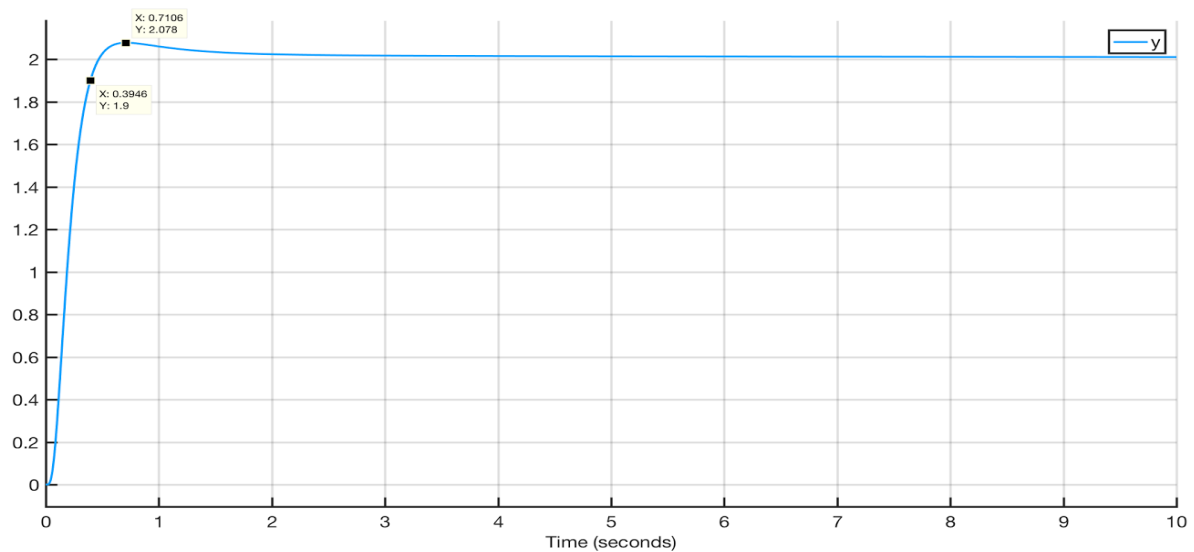
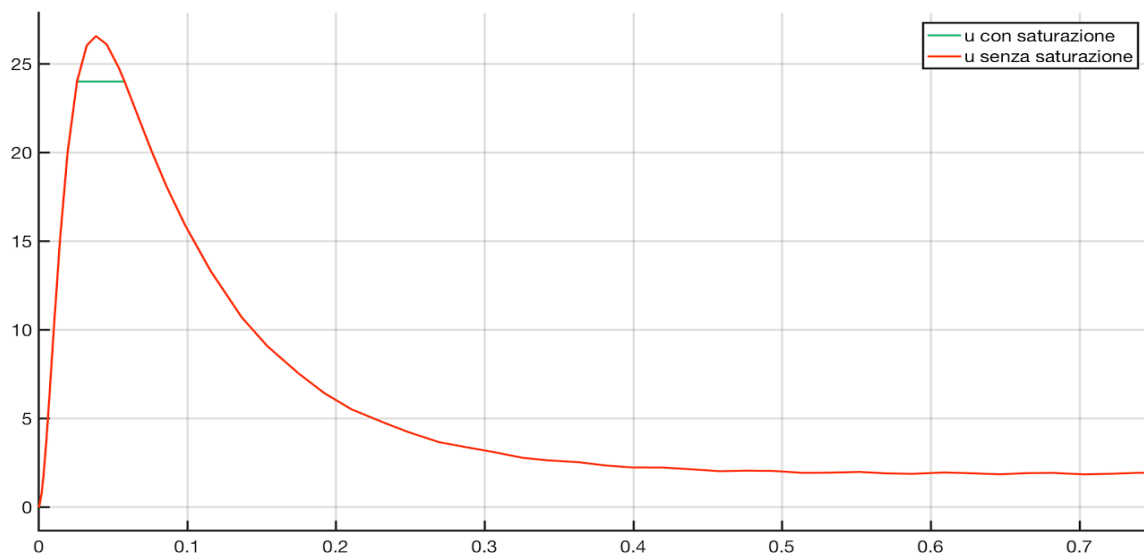
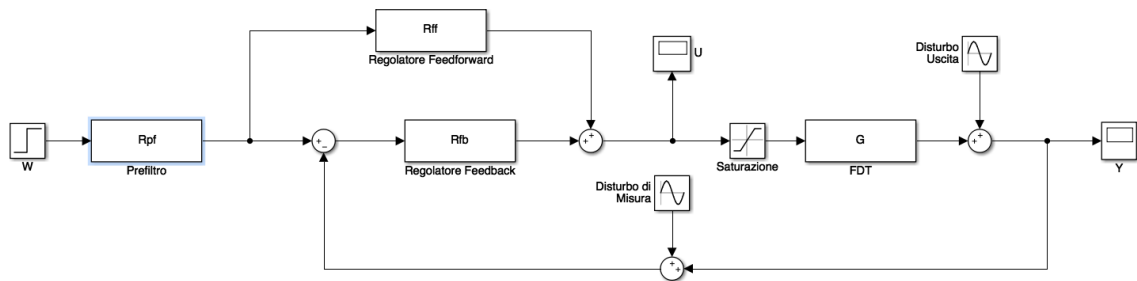
## ATTUATORE

Siamo andati infine a dimensionare l'attuatore, inserendo un blocco di  **Saturazione**  con limiti impostati a 24 e -24, che sono i valori più piccoli possibili che ci permettono di continuare a rispettare le specifiche. I limiti imposti sono piuttosto alti, ma questo è dovuto alla struttura del nostro sistema in contrapposizione con le specifiche date, che ci obbligano ad avere elevate performance a scapito dello "sforzo" di controllo.



## SIMULINK

Andiamo ora a simulare il comportamento della nostra rete inserendo il sistema appena creato in **simulink**, considerando il gradino in ingresso e i segnali di disturbo.



Tempo di assestamento  $T_{a\ 5\%} \approx 0.3946 < 0.4$  e sovraelongazione  $S\% \approx 3.9\% < 5\%$