

# Simulated Annealing on Chinese Postman Problem

Rafael Retamal Bruno Skarmeta

## 1 Chinese Postman Problem y Simulated Annealing

El CPP es un problema NP-completo, que dado un grafo  $G$  simple, finito y conexo con pesos en sus aristas, buscar un recorrido cerrado (que empiece y termine en el mismo vértice) de peso mínimo que pase por todas sus aristas. Cuando existe circuito euleriano, esta es la solución, sin embargo, en el caso general puede tomar muchas formas.

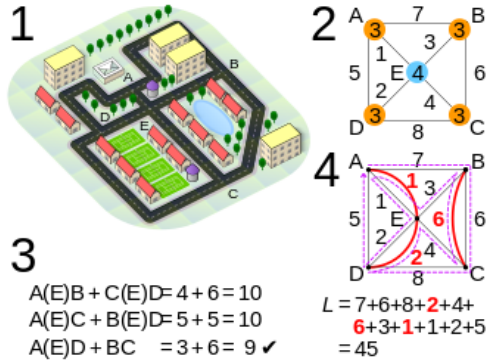


Figura 1: Chinese Postman Problem

Para esto, se buscan soluciones a partir de la técnica Simulated Annealing (recocido simulado). Esta técnica se basa en que a partir de un grafo donde los nodos son posibles soluciones factibles y las aristas existen cuando hay una relación simétrica entre dos posibles soluciones, se va explorando el grafo a partir de la aleatoriedad, donde la posible solución va cambiando a partir de ciertos algoritmos estocásticos. Dependiendo de la construcción de este grafo, su relación de vecinos y sus parámetros, se puede probar teóricamente que converge a una solución óptima. Se utiliza la referencia [1] meramente como apoyo de inspiración para idear el algoritmo.

## 2 Configuraciones accesibles

Los elementos de estudio son secuencias no repetidas de todas las aristas, de la forma  $(e_1, \dots, e_m)$  donde el grafo tiene  $m$  aristas. Los vecinos de estas configuraciones son permutaciones usuales (con restricción añadida en la primera arista). Para relacionarlo con el problema, a través de una secuencia de aristas, se diseña un algoritmo de reconstrucción de caminos, esto es, reconstruir un camino utilizando las aristas con un orden de prioridad como aparecen dentro de la secuencia. Acá se puede, con el recorrido reconstruido, calcular su peso y su respectiva temperatura para aplicar simulated annealing. En resumen, el grafo regular está compuesto por secuencias de aristas cuyos vecinos son permutaciones, y la función energía a minimizar es la distancia (suma de pesos) correspondiente a la reconstrucción del camino al grafo original.

## 3 Aplicación y Resultados

Se aplica el algoritmo a un conjunto de 30 ciudades de la región Metropolitana, extrayendo sus distancias de [2], situándolas en un grafo con pesos, lo cual es aplicable, por ejemplo, a una empresa de correos localizada en la región central. Se obtienen los gráficos de la Figura 2 que ilustran la clara convergencia asociada a la función beta lineal, donde el óptimo obtenido es una buena aproximación del óptimo global, pues está relativamente cerca de la suma de los pesos de las aristas (peso del ciclo euleriano, que en caso de existir, es óptimo).

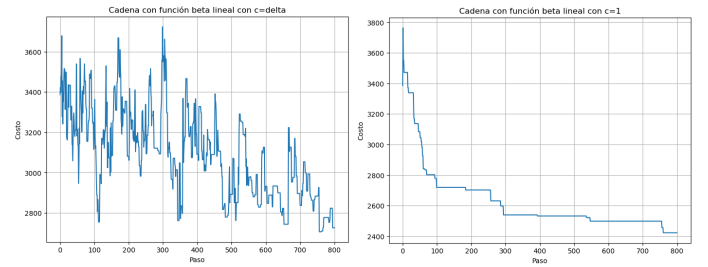


Figura 2: Gráficos de evolución de CdM con funciones beta logarítmica y lineal.

El algoritmo propuesto logra obtener una buena aproximación como primer acercamiento al problema propuesto, con clara convergencia para funciones beta lineal, cuadrática y exponencial. En Figura 3 se encuentra un frame de una animación del camino óptimo obtenido.

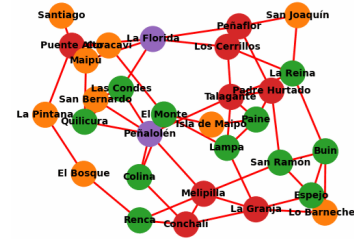


Figura 3: Frame de animación, representando aproximación del camino óptimo.

## 4 Referencias

- [1] Jing Zhang (2011). Modeling and Solution for Multiple Chinese Postman CSEE.
- [2] Pareto Software, LLC. (2023). Chile Cities Database. SimpleMaps. [Link](#).