

Tema: transición de fase en el modelo IvGFF

Luis Plaza Busto - Felipe Espinoza Vergara

Profesor: Joaquin Fontbona T.

Auxiliares: Camilo Carvajal Reyes; Arie Wortsman Z; Pablo Zúñiga Rodríguez-Peña

Tema: transición de fase en el modelo IvGFF

resumen

El IvGFF “integer value Gaussian free field” también conocido como “discrete Gaussian free field” es un modelo de física estadística similar al modelo de Ising visto en clase, nos ubicamos en una grilla 2-dimensional $\Lambda = \Lambda_N = -N, \dots, N^2 \subset \mathbb{Z}$ y cada molécula tiene un valor asociado que puede ser cualquier valor entero, a diferencia del modelo de Ising donde cada punto era 1 o -1, y al igual que en el caso de Ising en este modelo existe una transición de fase del primer orden.

objetivo del proyecto

Mi objetivo sera aproximar numéricamente el valor de la temperatura critica para este caso, esto se realizara mediante M.C.M.C.

Metodología

La energía de una configuración viene dada por la expresión:

$$H(x) = \sum_{m \sim m'} [x(m) - x(m')]^2 \quad (1)$$

donde $m \sim m'$ denota que son vecinos en la grilla como ya se especificó y $x(m)$ es el valor que tiene la grilla en la posición m y supondremos que la probabilidad de que el sistema se encuentre en una cierta configuración x será:

$$\pi_x = \frac{e^{-\beta H(x)}}{Z(\beta)} \quad (2)$$

para un $\beta > 0$ dado y $Z(\beta) = \sum_{y \in E}$ es la constante de normalización y E es el conjunto de todas las posibles configuraciones en la grilla. Luego al igual que en el modelo de Ising queremos realizar simulaciones de esta distribución π Comenzaremos aplicando el método Metropolis-Hasting con el algoritmo Metrópolis pues en nuestro modelo en nuestro grafo de transiciones cada vértice representa una configuración de valores en la grilla y sus vecinos serán todas las configuraciones que difieran en solo una posición de la grilla (no necesariamente deben diferir en 1 en dicha posición), entonces se justifica el uso del algoritmo Metrópolis dada la cantidad enorme de vecinos que tiene cada vértice del grafo.

Finalmente para determinar la transición de fase graficaremos el macro 2 que está definido como la suma de todos los valores de la grilla al cuadrado divididos por la cantidad de puntos de la grilla versus el inverso de la temperatura y se determinará visualmente la transición de fase.

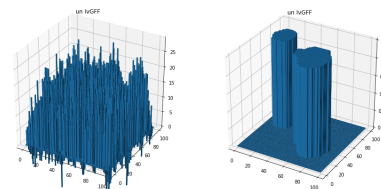


Figura 1: Gráfico 3d del IvGFF para valores de Beta bajo y alto.

Referencias

- [1] HANS-OTTO GEORGI, *Gibbs measure and phase transition*, seccion 6.3
- [2] FRIEDRIK Velenik, *Statistical mechanics of lattice systems. A concrete mathematical introduction*, capitulo 1 pags 34 - 46.
- [3] ETIENNE PARDOUX, *Markov processes and applications, algorithms, networks genome and finance*, capitulo 3, sección 3.1