

# Optimalidad asintótica de mercados de pruebas con influencia social

José Martínez - Rodrigo Montecinos



Universidad de Chile  
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas

20 de diciembre de 2023

# Table of Contents

- 1 Contexto
- 2 Aplicación
- 3 Resultados

## Mercado de pruebas

Es una dinámica entre consumidores y productores en donde los primeros prueban un producto antes de decidir comprarlo o no.

## Supuestos del mercado

1. Se ofrecen  $n$  productos.
2. Los productos se caracterizan con dos valores: El atractivo  $a_i$  y la calidad  $q_i$ .
3. Los consumidores son indistinguibles.
4. El orden de los productos influye en la cantidad de productos comprados. Cada posición  $p$  del ranking se caracteriza por su visibilidad  $v_p$ .
5. Comprar un producto o probar otro depende solo del producto que se está probando.

## Observación

Con los supuestos anteriores, el mercado de prueba se puede modelar como una cadena de Markov.

## Características de la cadena de Markov

1. El espacio de estados es  $E = [n]$ .
2. El tiempo es discreto, en cada unidad de tiempo el consumidor toma una decisión.
3. La matriz de transición es  $P = (p_{ij})_{i,j \in E}$  con  $p_{ij}$  la probabilidad de que el consumidor cambie de  $i$  a  $j$ .
4. La distribución inicial  $\mu = (\mu_i)_{i \in E}$  se define como la preferencia de los consumidores por cada producto.

## Probabilidad de probar el producto $i$

$$P_i(\sigma, d^t) = \frac{v_{\sigma_i} q_i(a_i + d_i^t)}{\sum_{j=1}^n v_{\sigma_j} (a_j + d_j^t)}, \quad d^t \text{ es el vector de compras hasta el tiempo } t.$$

## Objetivo

Encontrar un ranking  $\sigma \in S_n$  que maximice el número esperado de compras  $\sum_{i=1}^N P_i(\sigma, d^t)$ . El problema es que  $S_n$  es muy grande para  $n$  pequeño, por lo tanto se utilizará Simulated Annealing para encontrar  $\sigma$ .

# Aplicación

Consideremos  $E = \{\text{Nokia, Samsung, Blackberry, Tecno, Infinix, HTC, Sony, Huawei, Gionee, LG, Microsoft, Panasonic, Sharp, Wiko, ZTE, Apple, Injoo, Motorola, Lenovo, Xiaomi, Other}\} \cong [n]$ .

Se utilizara  $P$  y  $\mu$  obtenidas de [3].

Brands	Probability
Nokia	0.256
Samsung	0.128
Blackberry	0.197
Tecno	0.151
Infinix	0.096
HTC	0.021
Sony	0.026
Huawei	0.014
Gionee	0.013
LG	0.019
Microsoft	0.012
Panasonic	0.002
Sharp	0.004
Wiko	0.008
ZTE	0.009
Apple	0.019
Injoo	0.002
Motorola	0.005
Lenovo	0.010
Xiaomi	0.000
Other	0.008

Figura 1: Distribución inicial.

	Nokia	Samsung	Blackberry	Tecno	Infinix	HTC	Sony	Huawei	Gionee	LG	Microsoft	Panasonic	Sharp	Wiko	ZTE	Apple	Injoo	Motorola	Lenovo	Xiaomi	Other
Nokia	0.156	0.152	0.203	0.141	0.109	0.055	0.016	0.004	0.020	0.008	0.004	0	0.012	0	0.004	0.090	0.008	0	0	0.004	0.016
Samsung	0.211	0.133	0.219	0.086	0.086	0.047	0.008	0.008	0	0.023	0.023	0.016	0	0	0	0.117	0.008	0	0.008	0	0.008
Blackberry	0.076	0.102	0.279	0.010	0.198	0.041	0	0	0.010	0.030	0.061	0.005	0	0	0	0.147	0.020	0	0.020	0	0
Tecno	0.093	0.126	0.086	0.093	0.278	0.040	0.026	0.007	0	0.013	0.060	0	0.013	0	0.007	0.152	0.007	0	0	0	0
Infinix	0.177	0.021	0.177	0.021	0.313	0.021	0.031	0.021	0	0	0.052	0	0	0	0	0.156	0	0	0	0	0.010
HTC	0.048	0.095	0.143	0.143	0.095	0.048	0.048	0.048	0.048	0	0.143	0	0	0	0.048	0.048	0.048	0	0	0	0
Sony	0.038	0.038	0.077	0.038	0.154	0.038	0.269	0	0.038	0.038	0	0.038	0	0	0	0.192	0.038	0	0	0	0
Huawei	0	0	0.214	0	0.214	0.357	0	0.143	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.071	0
Gionee	0.077	0.077	0	0.231	0.077	0.154	0	0	0	0.154	0.77	0	0	0.077	0	0.077	0	0	0	0	0
LG	0.105	0.053	0.053	0.053	0.158	0.263	0.053	0.053	0	0.053	0	0	0	0	0.053	0.053	0.053	0	0	0	0
Microsoft	0	0.250	0	0	0.083	0	0	0	0	0.083	0.250	0	0	0	0	0.167	0.083	0	0	0	0.083
Panasonic	0	0	0	0	0	0	0.500	0	0	0	0	0.250	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Sharp	0	0.250	0	0	0	0	0.500	0	0	0	0	0.250	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Wiko	0	0.125	0	0	0.125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.500	0	0	0.125	0.125	0
ZTE	0.222	0.111	0	0	0.222	0.111	0	0.222	0	0	0	0	0	0.111	0	0	0	0	0	0	0
Apple	0	0.211	0.211	0.105	0.105	0	0	0	0	0.053	0	0	0	0	0	0.263	0	0	0	0	0.053
Injoo	0	0	0.500	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.500
Motorola	0	0	0	0.200	0.800	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Lenovo	0.200	0	0.100	0.400	0.100	0	0	0	0.100	0.100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Xiaomi	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Other	0.375	0	0	0.125	0.125	0.250	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.125	0	0	0	0	0

Source: From Field Survey (2015)

Figura 2: Matriz de transición.

```

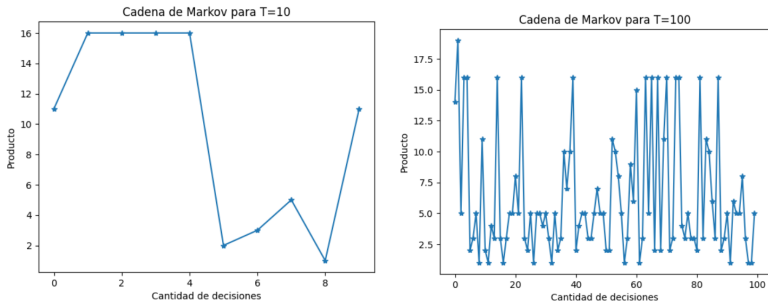
a=[0.09640078 0.00497159 0.05931075 0.07081878 0.04253611 0.08234774
0.02336803 0.00721186 0.07549482 0.02978986 0.02147293 0.06542426
0.09186693 0.0007104 0.04149595 0.06024431 0.06221504 0.0272797
0.02750247 0.03988124 0.06965644]
v=[0.07994439 0.07584481 0.07200836 0.06925264 0.06813753 0.06715945
0.06710585 0.06507122 0.06448306 0.06407523 0.06195404 0.05522219
0.0507133 0.04042061 0.02701479 0.02162654 0.01785796 0.01044192
0.00886333 0.00699347 0.00580933]
q=[0.09270405 0.08916983 0.08671719 0.0782869 0.07236411 0.06583245
0.05822824 0.05627629 0.04775206 0.04640435 0.04519781 0.04342101
0.04036488 0.03955264 0.03287388 0.03046504 0.02890768 0.0224083
0.02180952 0.00112501 0.00013875]

```

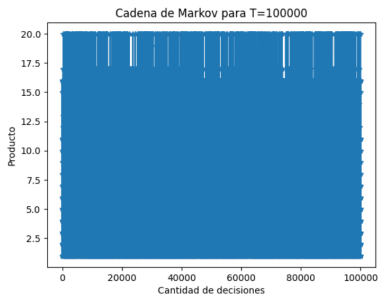
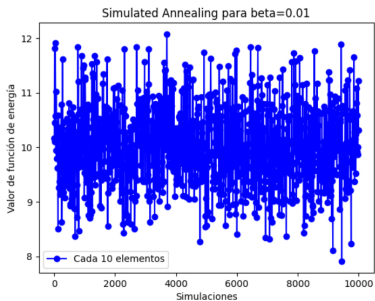
**Figura 3:** Vectores de atractivo, visibilidad y calidad, respectivamente.



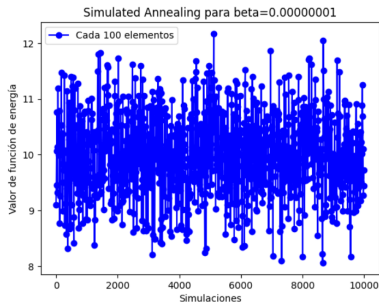
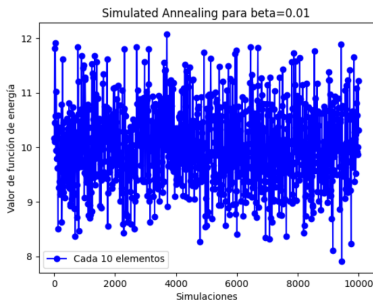
# Resultados



**Figura 4:** Cadena de Markov para  $T=10$  y  $T=100$ , respectivamente.



**Figura 5:** Cadena de Markov para  $T=1000$  y  $T=100000$ .



**Figura 6:** Energía para distintos  $\beta$ .



A. Abeluik, G. Berbeglia, F. Maldonado, P. Van Hentenryck, *Asymptotic Optimality of Myopic Optimization in Trial-Offer Markets with Social Influence*, 2016.



Ka Ching Chan, *Market share modelling and forecasting using Markov chains and alternative models.*, 2015.



S. Mutiu, O. Dotun, *Application of Markov Chain in Forecasting: A Study of Customers' Brand Loyalty for Mobile Phones*, 2015.



J. Fontbona, *Apunte simulación estocástica*, 2023

# Gracias por su atención