

Laboratorio 1
Modelación y Simulación

Profesor:	Gonzalo Acuña
Ayudante:	Vanina Correa
Integrantes:	Nicolas Gabrielli E. Jesús Medina G. Juan Vasquez G.

Santiago - Chile

2023

TABLA DE CONTENIDOS

1.	INTRODUCCIÓN	3
2.	MARCO TEÓRICO	
3.	DESARROLLO PRIMERA PARTE	
4.	DESARROLLO SEGUNDA PARTE	
5.	CONCLUSIONES	
6.	REFERENCIAS	

1. Introducción

El presente informe aborda el análisis de sistemas lineales mediante el uso de funciones de transferencia y MATLAB como herramienta central. Los objetivos de este laboratorio están enfocados en la evaluación de sistemas a través de sus funciones de transferencia, el estudio de las respuestas en configuraciones de lazo abierto y lazo cerrado, y la utilización de las capacidades de MATLAB para la construcción de diagramas representativos.

El objetivo principal de este laboratorio es llevar a cabo un análisis exhaustivo de sistemas lineales a través de sus funciones de transferencia. Se explorarán las respuestas de estos sistemas en configuraciones de lazo abierto y lazo cerrado. Además, se emplearán las capacidades de MATLAB para visualizar y comprender mejor los resultados mediante la construcción de diagramas descriptivos.

A lo largo del informe, se examinarán los principios fundamentales y las aplicaciones prácticas de estos conceptos, proporcionando a los lectores una comprensión sólida de cómo los sistemas lineales se comportan en una variedad de contextos.

Este laboratorio brinda una oportunidad para profundizar en el análisis de sistemas lineales y adquirir un conocimiento más sólido sobre su comportamiento en diferentes configuraciones. La utilización de MATLAB como plataforma de análisis y representación gráfica facilitará la exploración y comprensión de los conceptos clave en este campo de estudio. El informe procederá a explorar estos temas en detalle.

2. Marco Teórico

2.1 Sistema Lineal

Un sistema lineal es aquel que cumple con la propiedad de superposición, es decir, que si se aplica una entrada al sistema y se obtiene una salida, y luego se aplica otra entrada y se obtiene otra salida, la salida total es la suma de las salidas individuales.

La propiedad de superposición establece que si $f(x)$ y $g(x)$ son soluciones del sistema, entonces $af(x) + bg(x)$ también es una solución, donde a y b son constantes arbitrarias.

Esta definición implica que la respuesta a una entrada compuesta es igual a la suma ponderada de las respuestas individuales, y que la respuesta a una entrada es igual a la entrada escalada de la respuesta.

2.2 Diagrama de Bloque

“Un diagrama de bloques es un sistema de control que puede presentarse como la conjunción de diversos subsistemas o componentes, mismos que se encuentran interconectados entre sí; la conexión entre cada uno de estos subsistemas tiene un orden o secuencia lógica, tal secuencia puede denominarse como flujo de la señal. Para poder mostrar y analizar el funcionamiento y las relaciones existentes entre cada uno de estos componentes se utiliza una representación gráfica denominada diagrama de bloques.”¹

2.3 Función Transferencia

“Es una expresión matemática que caracteriza las relaciones de “Entrada – Salida” de sistemas lineales invariantes en el tiempo. Se define como la relación de la transformada de Laplace de la salida (función respuesta), a la transformada de Laplace de la entrada (función excitadora), bajo la suposición de condiciones iniciales cero.”²

2.4 Conexión en Serie

En una conexión en serie de sistemas con funciones de transferencia, los subsistemas se conectan uno después del otro. La salida de un bloque se utiliza como entrada para el siguiente. La función de transferencia resultante de la conexión en serie es la multiplicación de las funciones de transferencia de los subsistemas individuales.

La función de transferencia para una conexión en serie de dos sistemas $H_1(s)$ y $H_2(s)$ sería $H(s) = H_1(s) \times H_2(s)$.

2.5 Conexión en Paralelo

En una conexión en paralelo, los subsistemas se conectan de manera que la misma entrada se aplica a todos los subsistemas simultáneamente y las salidas se suman. La función de transferencia resultante de la conexión en paralelo es la suma de las funciones de transferencia de los subsistemas individuales.

La función de transferencia para una conexión en paralelo de dos sistemas $H_1(s)$ y $H_2(s)$ sería $H(s) = H_1(s) + H_2(s)$.

2.6 Retroalimentación

“La retroalimentación indica un método de control de sistemas, a través del cual, los resultados derivados de una actividad se reintroducen de nuevo en el sistema con el objetivo de mantener un control y una optimización de su comportamiento.

Por eso, la retroalimentación puede aplicarse a casi todos los procesos que posean mecánicas de ajuste y autorregulación de algún sistema. También podemos encontrarla con el nombre de realimentación, retroacción o feedback.”³

Se utilizará la función `feedback()` de la librería Control System Toolbox de MATLAB para simular el uso de una retroalimentación.

2.7 Lazo Abierto

En un sistema de lazo abierto, la salida del sistema no afecta directamente la entrada o el proceso de control. Es decir, no hay un mecanismo para medir la salida y ajustar la entrada en consecuencia. La entrada se establece sin considerar la salida actual del sistema. Este tipo de sistema puede ser menos preciso y menos robusto a las perturbaciones y cambios en las condiciones del entorno.

2.8 Lazo Cerrado

En un sistema de lazo cerrado, la salida del sistema se utiliza para ajustar la entrada del sistema. Es decir, hay una retroalimentación que compara la salida real del sistema con la salida deseada y, en función de esa comparación, se realiza una corrección en la entrada para minimizar cualquier diferencia. Este tipo de sistema tiende a ser más preciso, estable y capaz de adaptarse a cambios en las condiciones del entorno.

3. Desarrollo Primera Parte

Para comenzar, lo primero que se hizo fue obtener la función de transferencia de cada una de las funciones entregadas en el enunciado de manera manual.

Primera función de transferencia:

$$6\frac{dy}{dt} + 2y = 8\frac{du}{dt}; y(0) = 3; u(0) = 1$$

$$6L\left[\frac{dy}{dt}\right] + 2L[y] = 8L\left[\frac{du}{dt}\right]$$

$$6(sY(s) - y(0)) + 2Y(s) = 8(sU(s) - u(0))$$

$$6(sY(s) - 3) + 2Y(s) = 8(sU(s) - 1)$$

$$6sY(s) - 18 + 2Y(s) = 8sU(s) - 8$$

$$Y(s)(6s + 2) - 18 = 8sU(s) - 8$$

$$Y(s)(6s + 2) - 18 = 8sU(s) + 10$$

$$Y(s) = \frac{8sU(s)+10}{6s+2}$$

$$Y(s) = \frac{4sU(s)+5}{3s+1}$$

$$H_1(s) = \frac{4s}{3s+1} \Rightarrow K = 4 \wedge T = 3$$

Segunda función de transferencia:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 6\frac{dy}{dt} + 3y - 5\frac{d^2u}{dt^2} - 7\frac{du}{dt} - u = 0; y(0) = 0; y'(0) = 0; u(0) = 0; u'(0) = 1$$

$$L\left[\frac{d^2y}{dt^2}\right] + 6L\left[\frac{dy}{dt}\right] + 3L[y] - 5L\left[\frac{d^2u}{dt^2}\right] - 7L\left[\frac{du}{dt}\right] - L[u] = 0$$

$$(s^2Y(s) - sy(0) - y'(0)) + 6(sY(s) - y(0)) + 3Y(s) - 5(s^2U(s) - su(0) - u'(0)) - 7(sU(s) - u(0)) - U(s) = 0$$

$$s^2Y(s) + 6sY(s) + 3Y(s) - 5s^2U(s) + 5 - 7sU(s) - U(s) = 0$$

$$Y(s)(s^2 + 6s + 3) - U(s)(5s^2 + 7s + 1) + 5 = 0$$

$$Y(s)(s^2 + 6s + 3) = U(s)(5s^2 + 7s + 1) + 5$$

$$Y(s) = \frac{U(s)(5s^2+7s+1)+5}{s^2+6s+3}$$

$$H_2(s) = \frac{5s^2+7s+1}{s^2+6s+3}$$

Una vez hecho esto, se define el parámetro "s" como una variable de transferencia (tf) para su uso en las funciones de transferencia.

Se define la función de transferencia H1 como $(4s) / (3s + 1)$.

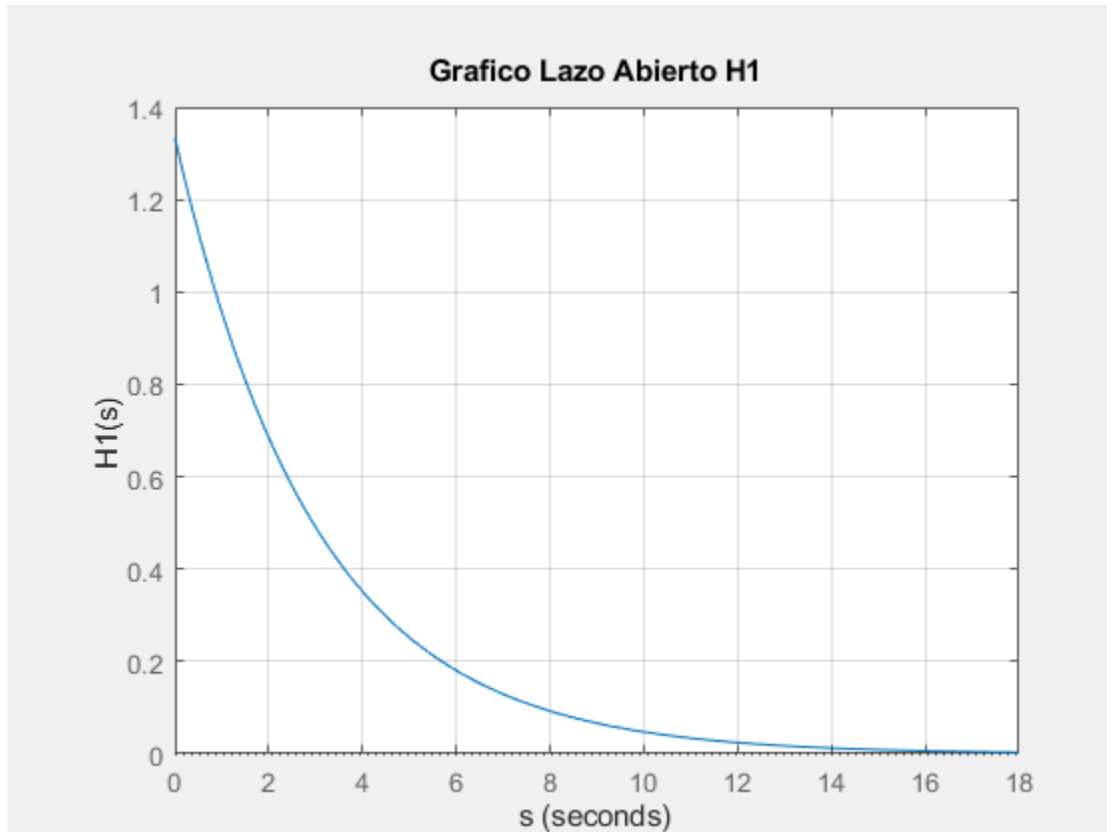
Se crea una variable lazo_abierto_h1 que representa el sistema en lazo abierto utilizando H1.

Se utiliza la función feedback() para calcular el sistema en lazo cerrado para H1 con una

retroalimentación unitaria ($1/(1 + H1)$), y se almacena en `lazo_cerrado_h1`.

Se calculan los ceros con la función “`zero()`” de MATLAB y los polos con la función “`pole()`” de `H1` en lazo abierto y lazo cerrado, y se almacenan en las variables correspondientes.

Se crea un gráfico de la respuesta al escalón del sistema en lazo abierto `H1`.



Se crea un gráfico de la respuesta al escalón del sistema en lazo cerrado H1.

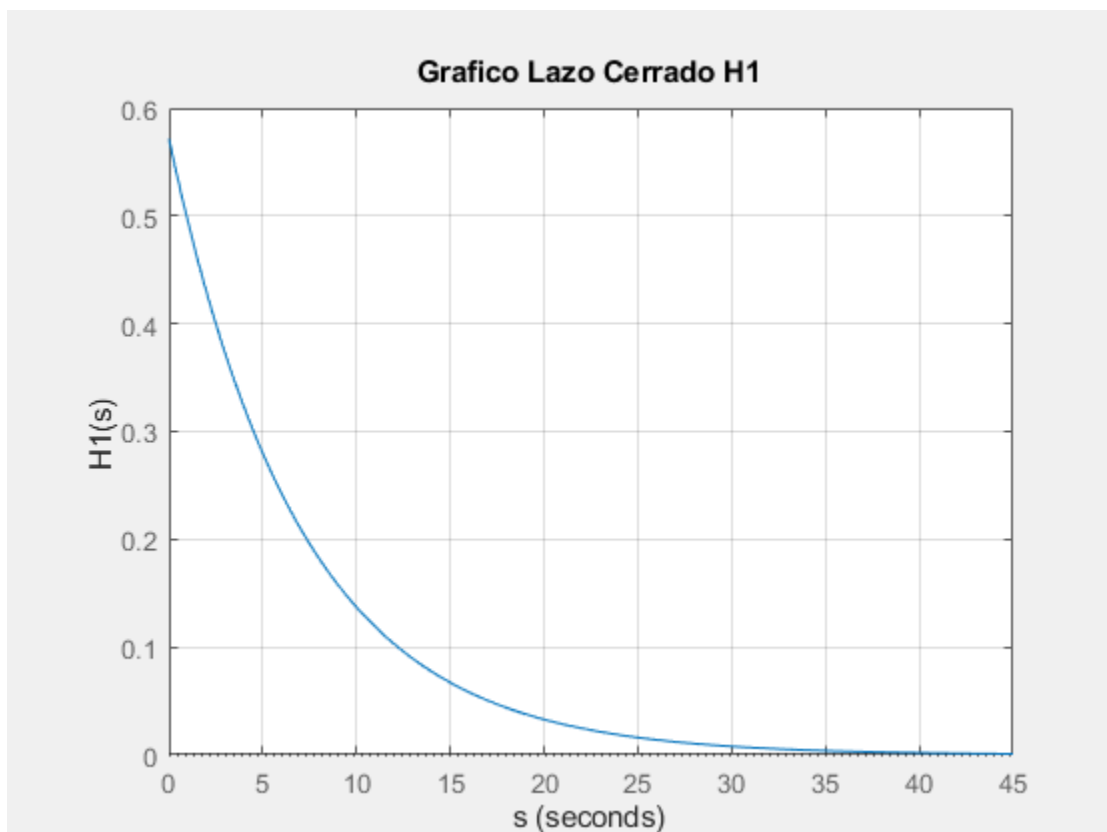


Tabla comparativa para el sistema H1 obtenida a través del comando `damp()`.

Tipo de Lazo	Tiempo de estabilización	Ganancia estática
Lazo Abierto H1	3	4
Lazo Cerrado H1	7	4

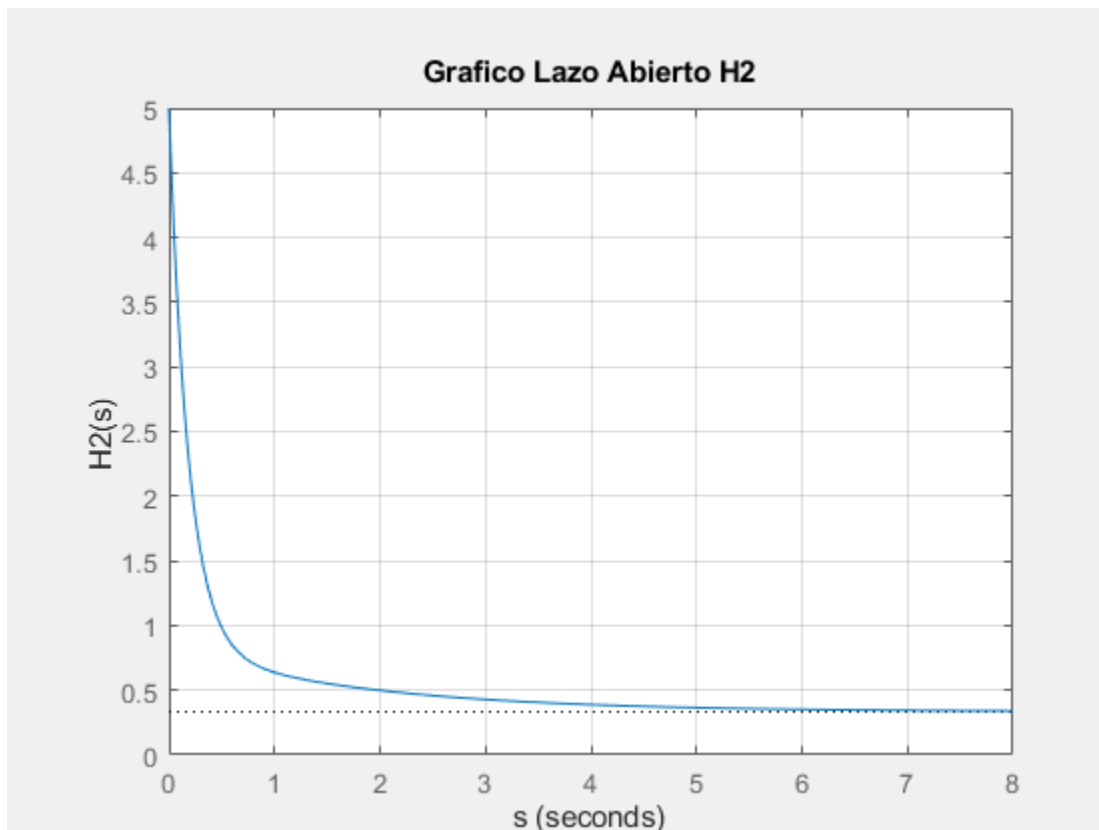
A continuación se define la segunda función de transferencia H2 como $(5s^2 + 7s + 1) / (s^2 + 6s + 3)$.

Se crea una variable `lazo_abierto_h2` que representa el sistema en lazo abierto utilizando H2.

Se utiliza la función `feedback()` para calcular el sistema en lazo cerrado para H2 con una retroalimentación unitaria ($1/(1 + H2)$), y se almacena en `lazo_cerrado_h2`.

Se calculan los ceros con la función `zero()` de MATLAB y los polos con la función `pole()` de H2 en lazo abierto y lazo cerrado, y se almacenan en las variables correspondientes.

Se crea un gráfico de la respuesta al escalón del sistema en lazo abierto H2.



Se crea un gráfico de la respuesta al escalón del sistema en lazo cerrado H2.

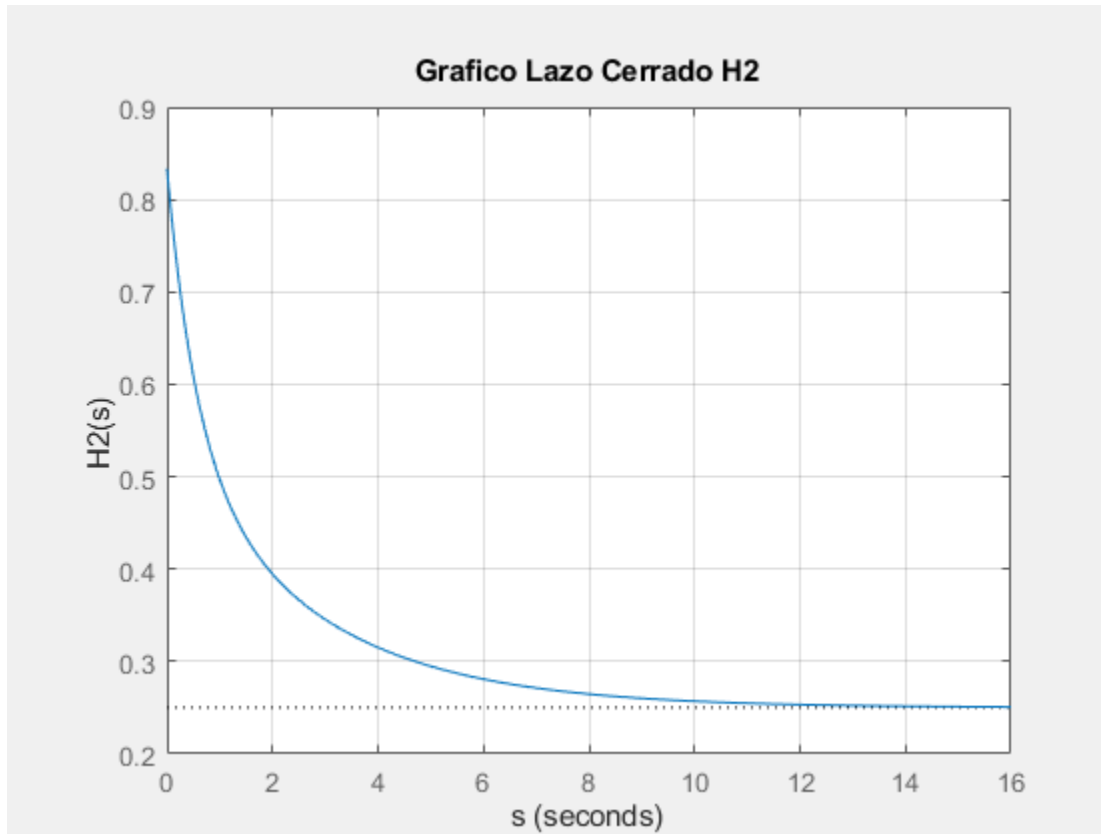


Tabla comparativa para el sistema H2

Tipo de Lazo	Tiempo de estabilización	Coefficiente de Amortiguamiento
Lazo Abierto H2 Polo -5.4495	0.184	1
Lazo Abierto H2 Polo -0.5505	1.82	1
Lazo Cerrado H2 Polo -1.7953	0.557	1
Lazo Cerrado H2 Polo -0.3713	2.69	1

4. Desarrollo Segunda Parte

En un nuevo archivo MATLAB se define el parámetro "s" como una variable de transferencia (tf) para su uso en las funciones de transferencia.

Se definen varias funciones de transferencia H1, H2, H3, H4, H5 y H6 con lo entregado en el enunciado.

Se realiza la suma en paralelo de H1 y H2, almacenando el resultado en H1_H2_Paralelo.

Se calcula el lazo cerrado para H3 utilizando la función feedback. La retroalimentación se asume negativa (-1), y el resultado se almacena en Lazo_Cerrado_H3.

Se realiza la conexión en serie del sistema en lazo cerrado Lazo_Cerrado_H3 con H4 y H5, almacenando los resultados en Lazo_Cerrado_H3H4 y Lazo_Cerrado_H3H5 respectivamente.

Se suma Lazo_Cerrado_H3H4 y Lazo_Cerrado_H3H5 en Suma_LCH3H4_LCH3H5.

Se realiza la conexión en serie de Suma_LCH3H4_LCH3H5 con H6, almacenando el resultado en Serie_H3H4H5_H6.

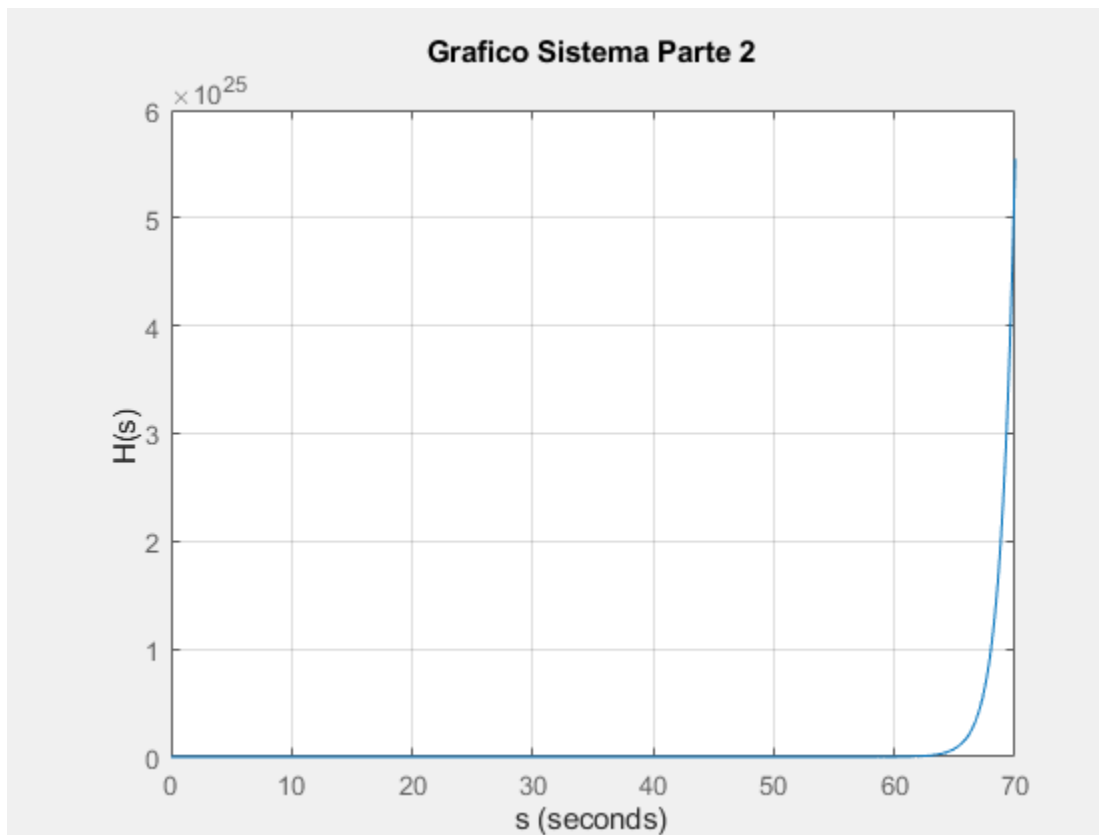
Se suma "H1_H2_Paralelo" con Serie_H3H4H5_H6, y el resultado se almacena en salida.

Se muestra en la consola la descripción del sistema salida.

salida =

```
30240 s^14 + 317936 s^13 + 1.549e06 s^12 + 4.5e06 s^11 + 8.41e06 s^10 + 1.046e07 s^9 + 9.403e06 s^8 + 7.386e06 s^7
+ 4.592e06 s^6 - 351956 s^5 - 3.876e06 s^4 - 4.339e06 s^3 - 4.77e06 s^2 - 3.646e06 s - 1.024e06
-----
33600 s^15 + 403040 s^14 + 2.192e06 s^13 + 7.077e06 s^12 + 1.465e07 s^11 + 1.886e07 s^10 + 1.105e07 s^9
- 8.155e06 s^8 - 2.369e07 s^7 - 2.155e07 s^6 - 6.748e06 s^5 + 4.474e06 s^4 + 6.246e06 s^3 + 4.304e06 s^2
```

Se crea un gráfico de la respuesta al escalón del sistema salida en el dominio del tiempo.



Se calculan los ceros del sistema "salida" y se almacenan en "ceros_sistema_salida" con `zero()`.

Se calculan los polos del sistema "salida" y se almacenan en "polos_sistema_salida" con `pole()`.

5. Conclusiones

Respecto a las conclusiones se dividen en 2 partes. En la primera parte luego de haber desarrollado paso por paso la solución solicitada, obtuvimos los gráficos mostrados anteriormente. En ellos se puede ver claramente como con lazo abierto el sistema es más rápido y más simple, esto se debe a que no tiene una retroalimentación. Por otro lado, en los sistemas de primer orden podemos observar que la ganancia estática no cambia mientras que el tiempo de estabilización puede variar.

Los sistemas con lazo simple son ciertamente más rápidos y simples, sin embargo, los sistemas de lazo cerrado son más precisos y estables por lo que dependerá del objetivo cuál utilizar.

En la segunda parte podemos observar la extensa función de transferencia obtenida gracias a MATLAB, de esta se puede ver que es de orden 15. Luego analizando el gráfico se puede observar como a partir del valor 62 aproximadamente la función de transferencia se dispara.

En resumen, MATLAB ha demostrado ser una herramienta valiosa para realizar este tipo de análisis y visualización. La elección entre lazo abierto y lazo cerrado dependerá de las necesidades y los objetivos específicos de cada aplicación, y es fundamental considerar cuidadosamente estos factores al diseñar sistemas lineales. Además se pudo observar también la gran complejidad que puede llegar a tener un sistema y como este llega a su límite.

6. Referencias

1. Pérez, D. T. V. I. B. R. (s. f.). :: *Resolución de diagramas de bloques* ::
https://suayed.cuautitlan.unam.mx/uapas/02_Res_DiagramaDeBloques/
2. FUNCIÓN TRANSFERENCIA | Cátedra: “Sistemas de Control” – TEO – 03/2015. (s.f.). sitios de cátedras facet.
https://catedras.facet.unt.edu.ar/sistemasdecontrol/wp-content/uploads/sites/101/2015/12/CL03_Funci%C3%B3n_Transferencia_Modelado_y_an%C3%A1lisis_de_sistemas_2015.pdf
3. ▷ *Retroalimentación ¿Qué es?, ¿Qué tipos existen?* (s.f.). Software DELSOL.,
<https://www.sdelsol.com/glosario/retroalimentacion/>