

## Proyecto 1 - Evolución térmica en hormigones masivos [Entrega 3]

Por I. Ahumada, B. Kamke, M. Real, y N. Silva

El objetivo de este informe es estudiar la difusión calórica en un medio sólido usando simulaciones numéricas en diferencias finitas. Específicamente se predecirá la evolución térmica en hormigones masivos durante su proceso de maduración, debido a su gran importancia como foco de estudio ya que para altas variaciones de temperatura en la etapa de curado del material cementicio se pueden generar fisuras, lo que a corto y largo plazo puede llevar a problemas estructurales.

En esta primera etapa de estudio se simulará la evolución térmica en casos 1-D considerando distintos parámetros, condiciones de borde, términos de fuente calórica y discretizaciones.

La difusión térmica se representa mediante la siguiente ecuación diferencial en derivadas parciales, la cual describe la evolución de la temperatura por difusión de calor en un sólido:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{k}{c\rho} \nabla^2 u = q(t) \quad CB \begin{cases} u(t, x) = f_e(t, x) & \forall x \in \Gamma_e \\ \nabla u(t, x) \cdot \hat{n} = f_n(t, x, u) & \forall x \in \Gamma_n \\ u(0, x) = u_0(x) & t = 0 \end{cases} \quad \text{Ecuación 1}$$

Sin embargo, esta ecuación se puede resolver numéricamente mediante diferencias finitas por medio de la siguiente formulación:

$$u_i^{k+1} = q(t_k) \partial t + u_i^k + \frac{K \partial t}{c\rho \partial x^2} (u_{i+1}^k - 2u_i^k + u_{i-1}^k) \quad \text{Ecuación 2}$$

Con  $K$ ,  $c$  y  $\rho$ , condición térmica, calor específico y densidad del medio sólido, respectivamente.

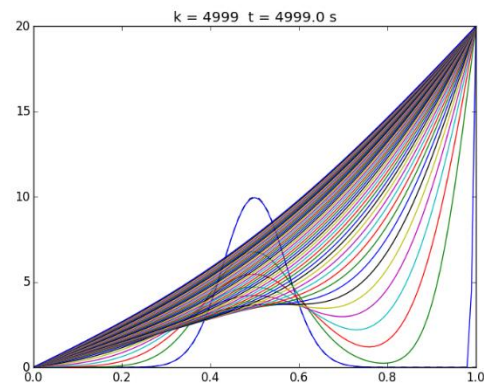
La función  $u(x)$  que se utilizó fue la siguiente:

$$u(x) = 10 \cdot e^{-\left(\frac{x-0.5}{0.1}\right)^2} \quad \text{Ecuación 3}$$

De esta forma, se puede crear un método numérico en Python para modelar y resolver el problema, se analizaron 10 casos distintos, en lo cuales se modifica la *Ecuación 2* dependiendo de los factores propuestos.

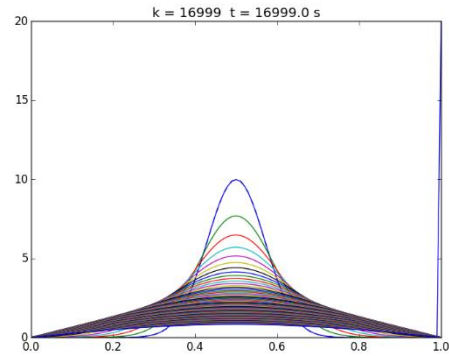
### Caso 1

El primer caso es para una barra de hierro discretizada en 100 intervalos, donde la difusión calórica va de 0 °C a 20°C. Como se puede ver en el gráfico, a medida que pasa el tiempo el calor se difunde del extremo izquierdo al derecho. La condición térmica es de  $79.5 \text{ m}^2/\text{s}$ , el calor específico  $450 \text{ J/Kg}^\circ\text{C}$  y densidad  $7800 \text{ Kg/m}^3$ .



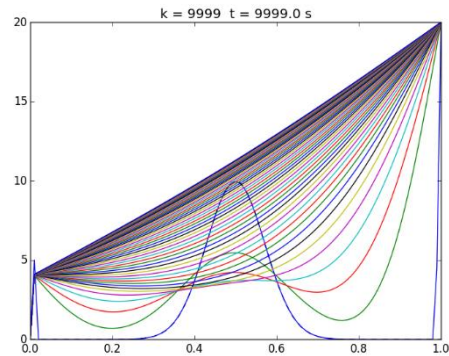
## Caso 2

El segundo caso es para hormigón, el cual se divide en 100 intervalos de material, la temperatura va de  $0^{\circ}\text{C}$  a  $0^{\circ}\text{C}$ , donde se logra un máximo de  $10^{\circ}\text{C}$  en la mitad del largo. La condición térmica es de  $15\text{ m}^2/\text{s}$ , el calor específico  $880\text{ J/Kg}^{\circ}\text{C}$  y densidad  $2400\text{ Kg/m}^3$ .



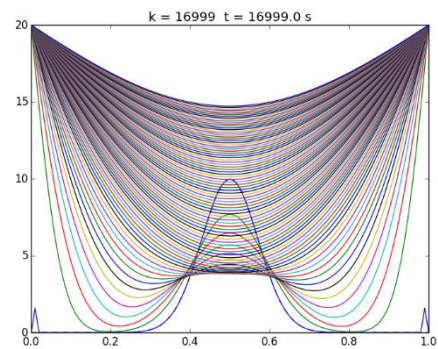
## Caso 3

El tercer caso es para hierro, con condición térmica de  $15\text{ m}^2/\text{s}$ , calor específico  $880\text{ J/Kg}^{\circ}\text{C}$  y densidad  $2400\text{ Kg/m}^3$ . En este caso, la pendiente del primer intervalo es mayor que los otros, por eso se puede ver que sube muy rápida la temperatura en el extremo izquierdo y después aumenta a menor razón hasta llegar a  $20^{\circ}\text{C}$ .



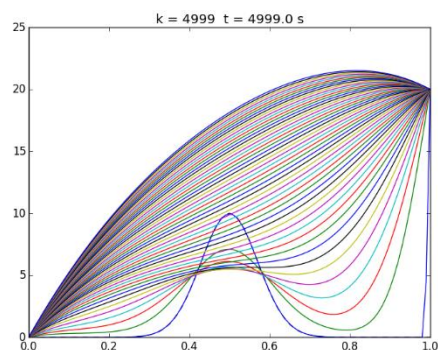
## Caso 4

El cuarto caso es para hormigón, con condición térmica de  $15\text{ m}^2/\text{s}$ , calor específico  $880\text{ J/Kg}^{\circ}\text{C}$  y densidad  $2400\text{ Kg/m}^3$ . En este caso, las condiciones de borde son que en los dos extremos tienen una temperatura de  $20^{\circ}$ .



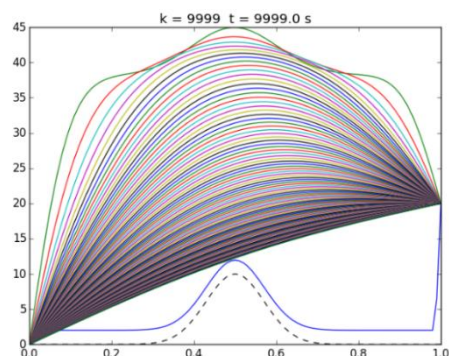
## Caso 5

El quinto caso es para hierro, con condición térmica de  $15\text{ m}^2/\text{s}$ , calor específico  $880\text{ J/Kg}^{\circ}\text{C}$  y densidad  $2400\text{ Kg/m}^3$ . En este caso la condición inicial es de  $0^{\circ}\text{C}$  y la final de  $20^{\circ}\text{C}$ . Se creó una función de fuente calórica la cual es  $q(x)=5/c$ , con c: calor específico. Esta función hace que suba de  $0^{\circ}\text{C}$  a  $22^{\circ}\text{C}$  aproximadamente y luego disminuya a  $20^{\circ}\text{C}$ .



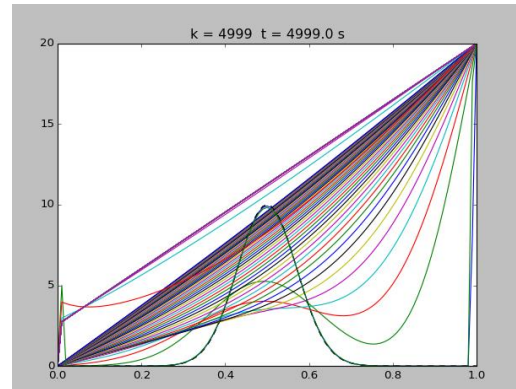
## Caso 6

El sexto caso es para hierro, con condición térmica de  $15\text{ m}^2/\text{s}$ , calor específico  $880\text{ J/Kg}^{\circ}\text{C}$  y densidad  $2400\text{ Kg/m}^3$ . En esta ocasión, a la función de calor se le agrega  $2^{\circ}\text{C/s}$  para los primeros 15 segundos, es por esto por lo que la temperatura se ve incrementada hasta llegar a los  $45^{\circ}\text{C}$ .



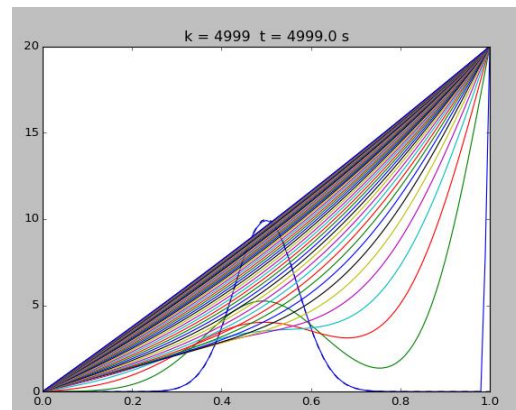
### Caso 7

El séptimo caso es para el aluminio, el cual se divide en 100 intervalos de material, la temperatura va de 0°C a 20°C, acá cambiamos los parámetros del material para poder representar el gráfico, la conducción térmica es  $209.3 \text{ m}^2/\text{s}$ , su calor específico es de  $880 \text{ J/Kg}^\circ\text{C}$  y su densidad de  $2700 \text{ Kg/m}^3$



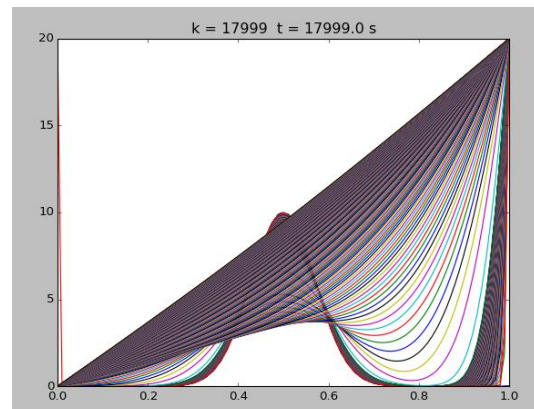
### Caso 8

En el octavo caso cambiamos de material, el material utilizado ahora es el estaño, el cual esta dividido en 100 subdivisiones. Su condición y final va de 0°C a 20°C respectivamente. Los parámetros de este material también son distintos. conducción térmica es  $66.6 \text{ m}^2/\text{s}$ , su calor específico es de  $230 \text{ J/Kg}^\circ\text{C}$  y su densidad de  $7310 \text{ Kg/m}^3$ .



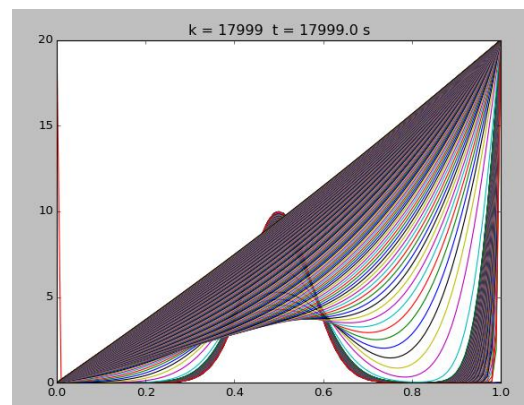
### Caso 9

En el noveno caso cambiamos el material nuevamente y escogimos el acero ahora, con sus parámetros la conducción térmica es  $50.2 \text{ m}^2/\text{s}$ , su calor específico es de  $460 \text{ J/Kg}^\circ\text{C}$  y su densidad de  $7850 \text{ Kg/m}^3$ . Sus condiciones iniciales y finales van de 20°C a 20°C



### Caso 10

En este caso lo hicimos con la madera, que sus parámetros fueron los siguientes, la conducción térmica es  $0.04 \text{ m}^2/\text{s}$ , su calor específico es de  $420 \text{ J/Kg}^\circ\text{C}$  y su densidad de  $900 \text{ Kg/m}^3$ . Sus condiciones iniciales y finales van de 0°C a 0°C.



## **Conclusión**

Con los resultados y gráficos presentados en este informe se pudo comprender la gran importancia y utilidad que tienen las diferencias finitas ya que con ellas se puede realizar una aproximación para poder resolver, numéricamente, ecuaciones que pueden parecer más complejas.

También, con los gráficos presentados, se pudo apreciar cómo funciona el fenómeno de la difusión térmica de acuerdo con ciertos parámetros predefinidos en el código (condiciones de borde, cambios de pendiente, parámetros del material, entre otros).

Otro aspecto que cabe recalcar es que a pesar de que se trate de materiales distintos, la difusión térmica actúa de manera muy similar en estos, fenómeno que se puede ver en los casos 9 y 10 por ejemplo, ya que en el caso 9 se hicieron las simulaciones suponiendo que el material era acero y en el caso 10 madera, pero si se observan los gráficos, estos son muy similares.

## **Contenido Adicional**

Repositorio MCOC-Proyecto-1, GitHub.

<https://github.com/nicolasilvac/MCOC-Proyecto-1>

- En el enlace se encontrarán los códigos Python y link de Trello.