

Facultad de Ciencias Económicas  
Universidad de Buenos Aires

Seminario de integración y aplicación  
Licenciatura en Economía

Dinámica no lineal y caos en el mercado cambiario:  
Un análisis empírico para Argentina

Ariel Nicolás Jorge  
Reg: 818.668

Tutor: Ing. Julio Fabris

Buenos Aires

Noviembre de 2004

### **Resumen**

El objetivo de este trabajo es estudiar el comportamiento reciente del tipo de cambio peso-dólar a partir del herramental propuesto por la dinámica no lineal. La principal hipótesis a contrastar es la existencia de dinámica no lineal y caos en el precio del dólar. Este análisis se realiza por medio de los test de hipótesis BDS, para comprobar la no linealidad, y el test NEGM para buscar comportamiento caótico. Como resultado se encontró una fuerte evidencia a favor de la hipótesis de no linealidad del proceso que determina la evolución del tipo de cambio. Por otro lado, no hay en los datos evidencia de caos. Finalmente se exponen las conclusiones de algunos modelos no lineales de tipo de cambio y se muestra que la dinámica no lineal puede ser un enfoque relevante para entender los fenómenos observables en el mercado cambiario.

## INDICE

<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>4</b>
<b>2. CONCEPTOS GENERALES</b>	<b>5</b>
2.1. Sistemas dinámicos no lineales	5
2.2. Caos en sistemas deterministas	7
2.3. El exponente de Lyapunov	10
2.4. Caos en sistemas estocásticos	12
<b>3. TEST ECONOMETRICOS</b>	<b>13</b>
3.1. El test BDS	13
3.2. El estimador NEGM	15
<b>4. EL TIPO DE CAMBIO EN ARGENTINA</b>	<b>16</b>
4.1. El mercado cambiario en la Argentina	16
4.1. Resultados del test BDS	17
4.2. Resultados de la estimación NEGM	18
<b>5. CONSECUENCIAS DE LA DINAMICA NO LINEAL</b>	<b>20</b>
5.1. Modelo de tipo de cambio con expectativas heterogéneas.	20
5.2. Volatilidad del tipo de cambio	21
<b>6. CONCLUSIONES</b>	<b>23</b>
<b>7. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS</b>	<b>25</b>

## 1. INTRODUCCIÓN

El estudio de la dinámica no lineal aplicado a la economía no es nuevo. Ya en 1940, Kaldor desarrolló un modelo de ciclos de negocios no lineal. Sin embargo, en los últimos 20 años hubo un gran crecimiento del uso de este herramental en economía. Esto se debió tanto al surgimiento de nuevos modelos no lineales como al desarrollo de técnicas para estudiar la no linealidad a partir de series de tiempo.

En el plano de la economía teórica, el enfoque se movió hacia los mercados financieros, donde la interacción de distintos tipos de agente ('chartistas' y 'fundamentalistas') provoca la aparición de no linealidades o incluso caos. Algunos modelos aplican este esquema de agentes heterogéneos para explicar la volatilidad del tipo de cambio y otros fenómenos observados frecuentemente en los mercados cambiarios. Por el lado de la investigación empírica, los nuevos test de hipótesis permiten estudiar la existencia de no linealidades o caos en los procesos que generan las series de tiempo observadas.

En economías pequeñas, como la Argentina, el tipo de cambio es una variable muy importante. Por ejemplo, la alta volatilidad del tipo de cambio puede generar incertidumbre que distorsiona los volúmenes de comercio. Arize, Osang, y Slottje (2004) encuentran efectivamente que para ocho países de América Latina (entre ellos, Argentina) en momentos de alta volatilidad del tipo de cambio se reducen las exportaciones en el corto y largo plazo.

El objetivo de este trabajo es estudiar el comportamiento reciente del tipo de cambio peso-dólar a partir del herramental propuesto por la dinámica no lineal. La principal hipótesis a contrastar es la existencia de dinámica no lineal y caos en el precio del dólar. Este análisis se realiza por medio de los test de hipótesis BDS, para comprobar la no linealidad, y el test NEGM, para buscar comportamiento caótico.

Luego de la salida de la convertibilidad, en el año 2002 el tipo de cambio experimentó una gran volatilidad, pero en los periodos siguientes se comportó de manera más estable. La volatilidad puede ser analizada dentro del marco propuesto por los modelos no lineales de mercado cambiario del tipo 'chartistas vs. fundamentalistas'. Por ello, en este trabajo también se exponen sus principales conclusiones y se analiza el rol de la intervención del Banco Central de la República Argentina a partir de las mismas.

El resto del trabajo se estructura de la siguiente manera: En la segunda sección se introducen algunos conceptos matemáticos relacionados con la dinámica no lineal y el caos. En la tercera, se describen los test econométricos que permiten determinar la existencia de no linealidad y caos. Estos test se aplican en la cuarta sección a la serie de tiempo del tipo de cambio peso-dólar. La sección 5 describe las principales conclusiones de algunos modelos de tipo de cambio no lineales. Finalmente, en la sección 6 se exponen las principales conclusiones del trabajo de investigación.

## **2. CONCEPTOS GENERALES**

En esta sección se introducen algunos conceptos básicos necesarios para la comprensión de los temas analizados en las secciones posteriores. Está basada principalmente en el trabajo de Barnett, Medio y Serletis (1998), una guía valiosa para comenzar a estudiar dinámica no-lineal en economía.

### **2.1. Sistemas dinámicos no lineales**

Este apartado muestra algunas definiciones relacionadas con los sistemas dinámicos en tiempo discreto. Se dejan de lado los sistemas en tiempo continuo para simplificar la exposición y porque no son necesarios para el desarrollo del presente trabajo.

Supongamos una variable  $x \in X$ , cuyo comportamiento evoluciona en el dominio del tiempo según la ecuación en diferencias:

$$x_t = f(x_{t-1}) \quad (1)$$

donde  $t \in T$ , y  $f: X \rightarrow X$  es una función no necesariamente lineal. A la variable  $x$  se la suele denominar variable de estado, y al espacio  $X$  lo llamaremos espacio de fases o de estados. El espacio  $T \times X$  se llama espacio de movimientos.

En este caso estamos en presencia de un sistema dinámico autónomo, porque  $f$  no depende de  $t$ . A la ecuación (1) también se la conoce como mapa iterativo, porque es posible obtener el valor de  $x_t$  aplicando recursivamente  $f$  al estado inicial  $x_0$ . Así, por ejemplo:

$$x_2 = f(f(x_0)) = f^2(x_0)$$

Aquí, el superíndice en  $f^2$  significa aplicar 2 veces la función  $f$ .

Supongamos ahora que  $\mathbf{f}(t, x_0)$  es una solución para la ecuación (1). Es decir, dado el estado inicial  $x_0$ ,  $\mathbf{f}(t, x_0) = f(\mathbf{f}(t-1, x_0))$  para todo  $t \in T$ . Definimos entonces al conjunto  $\{\mathbf{f}(t, x_0) \mid t \in T\}$  como la órbita de  $\mathbf{f}$  que comienza en  $x_0$ , y a  $\{(t, \mathbf{f}(t, x_0)) \mid t \in T\}$  como la trayectoria. Nótese que la órbita está contenida en el espacio de fases, y la trayectoria en el espacio de movimientos.

Decimos que un conjunto  $S$  incluido en  $X$  es invariante si, aplicando  $f$  a todos sus elementos, las imágenes también están incluidas en  $S$ . Es decir, las órbitas que comienzan en  $S$  se quedan en  $S$ .

Dado un conjunto abierto  $A$  que contiene al conjunto cerrado e invariante  $S$  decimos que  $S$  ‘atrae’ a  $A$  si para cualquier punto  $x_0 \in A$ ,  $f^n(x_0) \in S$  conforme  $n$  tiende a infinito, es decir, todas las órbitas que comienzan en  $A$  son absorbidas por el conjunto  $S$ . Si el conjunto ‘ $A$ ’ es el más grande posible que cumple con esta propiedad, lo llamamos ‘cuenca de atracción’. Así, la cuenca de atracción está compuesta por todos los estados iniciales cuyas órbitas serán atraídas por  $S$ .

Por último, si el conjunto  $S$  atrae a  $A$ , y  $S$  es el conjunto más pequeño que cumple con esta propiedad, entonces decimos que  $S$  es un atractor. Existen varios tipos de atractores conocidos. Los que más nos interesan a nosotros son, en complejidad creciente:

- Punto Fijo Estable: El atractor es un único punto en el espacio de fases, al cual convergen todas las órbitas en una cuenca de atracción.
- Ciclo Límite: Se dice que un atractor es un ciclo límite si está compuesto por una secuencia de  $n$  puntos  $\{x^*, f(x^*), \dots, f^n(x^*)\}$  que el sistema recorre repetidamente, siempre en el mismo orden.
- Quasiperiódico: En un atractor quasiperiódico el movimiento nunca se repite, sin embargo no es caótico. La forma mas fácil de imaginarlo es como una estructura compuesta por varios movimientos cíclicos, como un espirógrafo.

- Atractor caótico: El movimiento en un atractor caótico no es cíclico, de hecho, parece aleatorio y tiene la propiedad de ser sensible a las condiciones iniciales, como se desarrollará más adelante.

En realidad, es más común el uso del término ‘atractor extraño’ en lugar de ‘atractor caótico’. Se decidió dejar de lado esa denominación por que hace referencia a dos propiedades independientes: Por un lado, a la estructura fractal que tienen algunos atractores, y por otro a la sensibilidad a las condiciones iniciales. Dado que en este trabajo sólo nos interesa la segunda propiedad, se utilizará el término ‘atractor caótico’. En los próximos apartados se ahondará en las características de estos atractores.

## 2.2. Caos en sistemas deterministas

Si bien no hay un gran acuerdo sobre la definición de caos, se suelen requerir tres características:

- Comportamiento aperiódico pero acotado.
- Movimientos aparentemente aleatorios, pero causados por la propia dinámica no lineal. (Nótese que esta propiedad y la anterior pueden aparecer también en atractores no caóticos.)
- Sensibilidad a las condiciones iniciales.

El comportamiento aparentemente aleatorio puede ser importante para el estudio del tipo de cambio, porque es una variable que suele tener una gran volatilidad. Cabe preguntarse, entonces, si ésta puede ser generada endógenamente en el mercado cambiario. Esta es una de las cuestiones en las que los modelos no lineales pueden echar algo de luz, como se verá más adelante.

Debido a que las variables económicas en general suelen mostrar movimiento acotado aparentemente aleatorio, es usual utilizar simplemente la sensibilidad a las condiciones iniciales como una definición de caos. El resto de esta sección se centrará en la descripción de las implicancias de esta propiedad.

Supongamos que tenemos dos trayectorias  $(t, \mathbf{f}(t, x_0))$  y  $(t, \mathbf{f}(t, x_0 + h))$ . Normalmente cabría esperar que, si  $h$  es lo suficientemente pequeña, las dos trayectorias no difieran mucho en el tiempo. De hecho, este es un supuesto que se suele hacer al intentar predecir el comportamiento futuro de un sistema: Si el error de medición de  $x_0$  es pequeño, se asume

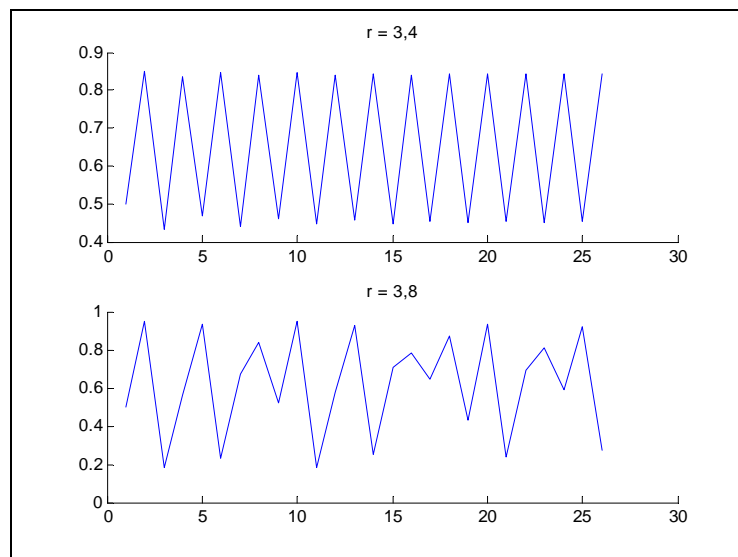
que el error de predicción, es decir, la distancia entre la trayectoria predicha y la real, será también bajo.

Ahora bien, este supuesto no tiene fundamento en un sistema caótico. La sensibilidad a las condiciones iniciales implica que las distancias entre las trayectorias  $(t, \mathbf{f}(t, x_0))$  y  $(t, \mathbf{f}(t, x_0 + h))$  crecerá en el tiempo, incluso si el error  $h$  fuera pequeño. Como resultado, el sistema se torna impredecible en el largo plazo.

Este fenómeno es mas fácil de entender por medio de un ejemplo. Supongamos un sistema dinámico que evoluciona según la ecuación

$$x_t = r \cdot x_{t-1} \cdot (1 - x_{t-1})$$

Esta ecuación se conoce como mapa logístico, y es un ejemplo muy usado al presentar los conceptos básicos de dinámica no lineal porque, a pesar de su simplicidad, puede generar comportamientos muy interesantes. Trabajaremos con el estado inicial  $x_0 = 0,5$ . En el gráfico 1 se simulan las trayectorias para distintos valores del parámetro  $r$  en el intervalo de tiempo  $[0 ; 25]$ .



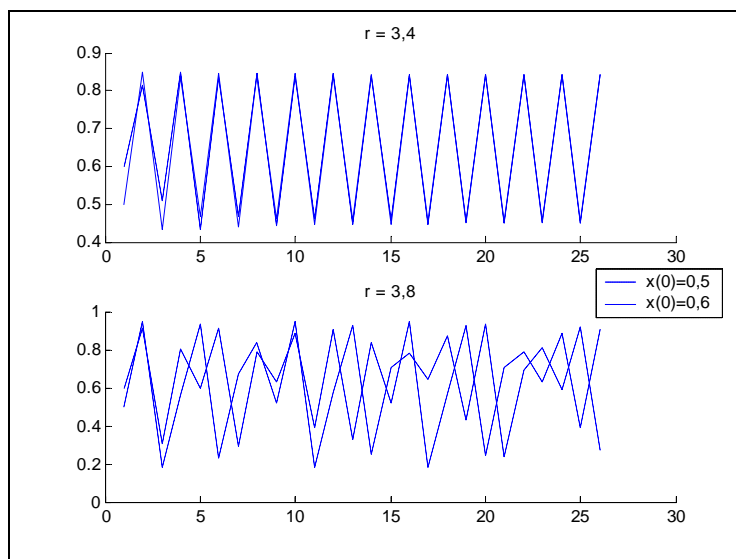
**Gráfico 1** – Simulación del mapa logístico. Nótese que para el valor del parámetro  $r = 3,4$  el sistema converge a un ciclo límite. En cambio, para  $r = 3,8$  el comportamiento parece aleatorio, a pesar de que es un sistema determinista.



En el panel superior del gráfico 1 se observa que la trayectoria para  $r = 3,4$  rápidamente converge a un ciclo en el que dos valores se repiten periódicamente. En cambio para  $r = 3,8$  el comportamiento es desordenado, aparentemente aleatorio.

En el gráfico 2 se comparan estas trayectorias con las asociadas al estado inicial  $x_0 = 0,6$ . Obsérvese que en el primer caso la nueva trayectoria (línea punteada) es atraída rápidamente al ciclo límite, de manera tal que las distancias entre ambas trayectorias se vuelve inapreciable en el gráfico. En el segundo caso la diferencia entre las trayectorias también es pequeña para los primeros periodos, pero pronto la distancia se hace más grande hasta que las trayectorias se mueven de forma completamente diferente.

Entonces, para  $r = 3,8$  el sistema se mueve en una región acotada (no explota), pero sin embargo es impredecible en el largo plazo debido a la sensibilidad a las condiciones iniciales. En este caso, decimos que el atractor es caótico.



**Gráfico 2** – Sensibilidad a las condiciones iniciales. Obsérvese que para el caso no caótico, las trayectorias convergen al mismo ciclo límite. En cambio, para el caso caótico, se mueven de forma completamente diferente.

### 2.3. El exponente de Lyapunov

El exponente de Lyapunov es una herramienta útil que permite medir la sensibilidad a las condiciones iniciales. Consiste en calcular la tasa promedio de crecimiento exponencial de la distancia entre dos órbitas distanciadas infinitesimalmente en el momento inicial. Por ejemplo, suponiendo la ecuación:

$$x_t = f(x_{t-1})$$

Donde  $x$  pertenece ahora al conjunto de los números reales. Definimos a  $h$  como un número pequeño pero positivo. Las órbitas  $f(t, x_0)$  y  $f(t, x_0 + h)$  estarán dadas por:

$$\begin{aligned} f(t, x_0) &= f^t(x_0) \\ f(t, x_0 + h) &= f^t(x_0 + h) \end{aligned}$$

Para un intervalo de tiempo  $[0, k]$ , la tasa promedio de crecimiento exponencial de la distancia entre las dos órbitas,  $I(x_0)$ , está dada por la ecuación:

$$\left| f^k(x_0 + h) - f^k(x_0) \right| = h.e^{I(x_0)k}$$

Obsérvese que en el momento  $k$ , si  $I(x_0)$  es positivo, las órbitas estarán más separadas que al inicio. En cambio, si  $I(x_0)$  es negativo, las órbitas se habrán acercado. Tomando logaritmos miembro a miembro y reordenando:

$$\frac{1}{k} \ln \left| \frac{f^k(x_0 + h) - f^k(x_0)}{h} \right| = I(x_0)$$

Tomando el límite para  $h$  tendiendo a cero,

$$\frac{1}{k} \ln |(f^k)'(x_0)| = I(x_0)$$

Expandiendo la derivada por la regla de la cadena, y tomando el límite para  $k$  tendiendo a infinito, queda definido el exponente de Lyapunov  $I$  para la órbita que comienza en  $x_0$ :

$$I(x_0) = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \ln \left| \prod_{i=0}^{k-1} f'(x_i) \right|$$

Si el exponente de Lyapunov  $I(x_0)$  es positivo las órbitas se separan (en promedio), y decimos entonces que el sistema es sensible a las condiciones iniciales. En ese caso, el sistema se torna impredecible en el largo plazo en presencia de error de estimación. En el apartado anterior se describió el mapa logístico. Continuando con ese ejemplo, para el estado inicial  $x_0 = 0,5$ , cuando el parámetro  $r = 3,4$   $I(x_0) \sim -0,14$  (no caótico). En cambio, para  $r = 3,8$  el exponente de Lyapunov es  $I(x_0) \sim 0,43$  (caótico).

En general, dada la ecuación

$$x_t = f(x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-(n-1)}, x_{t-n})$$

Es posible describirla como el sistema

$$\begin{cases} x_t = f(x_{t-1}, z_{t-1}^1, \dots, z_{t-1}^{n-2}, z_{t-1}^{n-1}) \\ z_t^1 = x_{t-1} \\ \dots \\ z_t^{n-2} = z_{t-1}^{n-3} \\ z_t^{n-1} = z_{t-1}^{n-2} \end{cases}$$

Si se define  $f_i$  como la derivada con respecto al  $i$ -ésimo argumento de  $f$  evaluada en  $(x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-(n-1)})$ , la matriz Jacobiana  $J_t$  evaluada en el estado del sistema en el momento  $t$  es:

$$J_t = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & \dots & f_3 & f_n \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

En este sistema hay  $n$  exponentes de Lyapunov, según la dirección en que consideremos la divergencia de las trayectorias. Basta con que solo uno de ellos sea positivo para que el sistema sea sensible a las condiciones iniciales. Por esto, aquí sólo nos interesa el signo del mayor exponente de Lyapunov, que está definido por:

$$I(x_0) = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \ln \|J_k J_{k-1} \dots J_1\|$$

Donde  $\|A\| = v(A^t A)^{1/2}$  y  $v(A^t A)$  es el mayor autovalor de la matriz  $A^t A$ .

## 2.4. Caos en sistemas estocásticos

A pesar de que el movimiento en los sistemas caóticos pueda parecer aleatorio, en los apartados anteriores se analizaron solamente sistemas deterministas. Consideremos ahora la ecuación

$$x_t = f(x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-(n-1)}, x_{t-n}) + \mathbf{e}_t$$

donde  $\mathbf{e}_t$  es una variable aleatoria idénticamente distribuida, con  $E(\mathbf{e}_t) = 0$  y  $\text{var}(\mathbf{e}_t) = \sigma^2$ .

En economía hay muchas razones para suponer un modelo no determinista. Por ejemplo, en modelos que describen la evolución del precio de un activo, la inclusión del término estocástico puede tener dos interpretaciones: Por un lado, pueden existir ‘noise traders’, que operan en el mercado de forma ocasional sin grandes conocimientos sobre el mismo, ni interés en la forma en que funciona, de manera tal que su demanda u oferta pueden tomarse como aleatorios. Una segunda interpretación, puede encontrarse en la influencia que tienen en el mercado las nuevas noticias con respecto a los ‘fundamentals’.

Si bien el exponente de Lyapunov sigue siendo una medida válida en los sistemas estocásticos, su interpretación es diferente. Ellner, Nychka, Gallant (1992) la describen de la siguiente manera:

*“El signo de  $I$  nos dice si la dinámica endógena del sistema, representada por  $f$ , amplifica o amortigua en el tiempo los efectos de las perturbaciones exógenas. Un sistema caótico ( $I > 0$ ) es un ‘amplificador de ruido’: Los efectos de las perturbaciones son incluidos, y no pueden ser ignorados al predecir el estado futuro del sistema. Un sistema no caótico es un ‘silenciador de ruido’: Los efectos de una perturbación son transitorios y*

*asintóticamente no tienen efecto en la dinámica de largo plazo del sistema.”<sup>1</sup>*

Esto tiene una importancia mayor para el estudio del tipo de cambio: Si su dinámica está dada por un sistema caótico, es posible que las perturbaciones se amplifiquen y alejen cada vez más al tipo de cambio de su valor de largo plazo dado por los ‘fundamentals’.

### 3. TEST ECONOMETRICOS

Existen varios test econométricos para estudiar la no linealidad o el caos a partir de una serie de tiempo. Todos estos test tienen sutiles variaciones en la hipótesis nula. Para comprobar la existencia de no linealidad el de uso más extendido es el test BDS, por su gran potencia y su facilidad de implementación, debido a que está incluido en el software econométrico E-Views 4.0. En el siguiente apartado se exponen sus aspectos más significativos para este trabajo.

En caso de no linealidad, tiene sentido buscar la presencia de caos en la serie. Para ello, se utilizará el test NEGM, que permite estimar el exponente de Lyapunov y así determinar su signo para estudiar la sensibilidad a las condiciones iniciales. Este tema se desarrollará al final de la presente sección.

#### 3.1. El test BDS<sup>2</sup>

El test BDS está diseñado para comprobar si una serie de datos corresponde a una variable independiente idénticamente distribuida (i.i.d.), pero es posible utilizarlo como un test de no linealidad. El procedimiento consiste en remover la estructura lineal de la serie, por ejemplo mediante un filtro ARIMA. Si para la nueva serie el test rechaza la hipótesis nula de independencia, entonces la estructura remanente en los datos debe ser no lineal.

Dada la serie de tiempo  $\{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ , se define a la probabilidad de que la distancia entre dos puntos  $x_t$  y  $x_s$  sea menor que  $\epsilon$  como  $P_a = P(|x_t - x_s| < \epsilon)$ . La probabilidad de que esto se produzca para una historia de dos observaciones es:

---

<sup>1</sup> Ellner, Nychka, Gallant (1992), La traducción es propia.

<sup>2</sup> La descripción del test BDS en este apartado está basada principalmente en Belaire-Franch y Contreras-Bayarri (2002). Ese trabajo es una muy buena introducción al test, ya que muestra los aspectos prácticos de su ejecución.

$$P_b = P(|x_t - x_s| < \mathbf{e}, |x_{t-1} - x_{s-1}| < \mathbf{e})$$

Ahora bien, si la serie es i.d.d. se debe cumplir que  $P_b = P_a^2$ , es decir no hay relación entre las distancias en  $t$  y en  $t-1$ . Si  $P_a$  y  $P_b$  son estimados a partir de una muestra, bajo la hipótesis nula de independencia la esperanza de  $P_b - P_a^2$  debe ser cero. Para estimar la probabilidad de que la distancia entre dos historias (o subseries con valores consecutivos de la serie principal) de largo  $m$  sea menor que  $\mathbf{e}$ , se define a la integral de correlación como

$$c(n, m, \mathbf{e}) = \frac{2}{(n-m+1)(n-m)} \sum_{s=m}^n \sum_{t=s+1}^n \prod_{j=0}^{m-1} H(\mathbf{e} - |x_{s-j} - x_{t-j}|)$$

donde  $n$  es el tamaño de la muestra,  $m$  es el largo de las historias y  $H(u)$  es la función:

$$H(u) = \begin{cases} 1 & \text{si } u > 0 \\ 0 & \text{si } u \leq 0 \end{cases}$$

La integral de correlación podría ser útil para testear la existencia de caos. Sin embargo, su distribución bajo esa hipótesis no es conocida. El test BDS usa la integral de correlación para testear la hipótesis nula de ‘blancura’. Bajo esta hipótesis,  $E[c(n, m, \mathbf{e})] = E^m [c(n, 1, \mathbf{e})]$ . El estadístico BDS es

$$BDS(n, m, \mathbf{e}) = \sqrt{n-m+1} \frac{c(n, m, \mathbf{e}) - c^m(n-m+1, 1, \mathbf{e})}{\hat{S}}$$

A pesar de que bajo la hipótesis nula el estadístico se distribuye de forma asintóticamente normal con media cero y varianza  $\sigma^2$ , la muestra a utilizar en este trabajo es demasiado pequeña como para que los resultados obtenidos sean confiables<sup>3</sup>. Lo que se suele recomendar en este caso es el uso de bootstrapping para calcular el valor  $p$  (nivel de significancia más bajo que lleva a rechazar la hipótesis nula), que es el procedimiento elegido para este trabajo. Otra alternativa habría sido utilizar los valores críticos para muestras pequeñas, tabulados por Kanzler (1999).

La intuición del bootstrapping aplicado al test BDS es la siguiente. Supongamos que tenemos la serie de tiempo  $z = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ . Si  $z$  no es i.d.d., se espera que la dependencia de cada observación con las observaciones anteriores se rompa al reordenar la serie al azar.

---

<sup>3</sup> Se omite describir el estimador de la varianza por brevedad y porque no es necesario en este trabajo.

Supóngase entonces que tenemos un conjunto de  $k$  muestras,  $U = \{ z_1, z_2, \dots, z_k \}$ , que surgieron de reordenar  $z$  al azar. Así, es posible calcular los valores para el estadígrafo BDS:  $V = \{ BDS_{z1}, BDS_{z2}, \dots, BDS_{zk} \}$ . Nótese que a partir de  $V$  es posible dibujar una curva de distribución ‘empírica’ para el estadístico  $BDS$  bajo la hipótesis nula de ‘blancura’. Como resultado, esto permite aplicar el test sin necesidad de suponer que la distribución es normal.

### 3.2. El estimador NEGM

Los métodos que permiten estimar el exponente de Lyapunov a partir de una serie de tiempo se pueden clasificar en dos grupos. Los llamados métodos ‘directos’ buscan en la serie puntos cercanos en el espacio de fases, y estiman la divergencia de las trayectorias a partir de los datos sucesivos. El segundo enfoque (‘Jacobiano’) consiste en estimar la matriz Jacobiana del sistema a partir de los datos, y luego utilizarla para calcular el exponente de Lyapunov. Esta última es la técnica que se empleará en este trabajo, porque permite obtener mejores resultados con muestras pequeñas y es menos problemática en sistemas estocásticos que los métodos directos.

Supongamos que el proceso que generó las observaciones es:

$$x_t = f(x_{t-l}, x_{t-2l}, \dots, x_{t-dl}) + \mathbf{e}_t$$

Donde  $\mathbf{e}_t$  es una variable aleatoria idénticamente distribuida,  $d$  es la cantidad de rezagos, y a  $l$  se lo suele llamar retraso temporal o *delay*. La idea básica consiste en aproximar la función  $f$  y luego usarla para calcular la matriz Jacobiana. Para ello, Ellner, Nychka, Gallant y McCaffrey (1992) recomiendan el uso de una red neuronal con la forma:

$$\hat{f}(x_1, x_2, \dots, x_d) = \mathbf{b}_0 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^d \mathbf{b}_j \Psi(x_i \mathbf{g}_{ij} + \mathbf{m}_j)$$

Donde  $\mathbf{b}_i$ ,  $\mathbf{g}_j$  y  $\mathbf{m}$  son los  $k(d+2)+1$  parámetros a estimar minimizando la suma de cuadrados de los residuos,  $k$  es la cantidad de unidades en la capa oculta de la red neuronal, y la función de activación es  $\Psi(u) = (1 + e^{-u})^{-1}$ . Para determinar  $l$ ,  $d$  y  $k$  los mismos autores

sugieren elegir los valores que minimicen el criterio de información bayesiano definido, bajo el supuesto de normalidad de los errores, por:

$$BIC = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \ln(2p) + \ln \frac{SCR}{n} + \frac{\ln n}{n} [k(d+2) + 1] \right\}$$

Donde SCR es la suma de cuadrados de los residuos. Una vez estimada  $f$  es posible evaluar la matriz Jacobiana para cada observación. El estimador NEGM del exponente de Lyapunov es:

$$\hat{I} = \frac{1}{n} \ln \| \hat{J}_n \cdot \hat{J}_{n-1} \dots \hat{J}_1 \|$$

#### **4. EL TIPO DE CAMBIO EN ARGENTINA**

En la segunda sección se expusieron algunos conceptos teóricos relacionados con los sistemas dinámicos no lineales. Luego, se describieron las herramientas econométricas que se utilizarán en lo que sigue del trabajo. En esta sección, las técnicas descriptas se aplicarán al estudio del tipo de cambio peso-dólar, para tratar de extraer algunas conclusiones respecto de la dinámica del mismo.

##### **4.1. El mercado cambiario en la Argentina**

La elección de la serie a evaluar tuvo en cuenta los acontecimientos ocurridos desde la caída de la convertibilidad al comenzar el año 2002. Desde entonces, y hasta la actualidad, Argentina mantuvo un sistema de tipo de cambio flotante. El esquema en realidad es de flotación ‘sucia’, porque el banco central interviene en el mercado cambiario.

Sin embargo, el sistema tuvo varias modificaciones en estos últimos años. Finalizada la convertibilidad, las regulaciones del mercado apuntaban a evitar una gran depreciación del peso y caídas en las reservas. Una vez lograda la estabilidad del tipo de cambio, se avanzó en la flexibilización para crear un Mercado Unico y Libre de Cambios. Si bien se realizaron modificaciones en los años 2003 y 2004, muchos de los cambios en la normativa más importantes se realizaron entre enero y mayo de 2003. Algunos de ellas fueron:

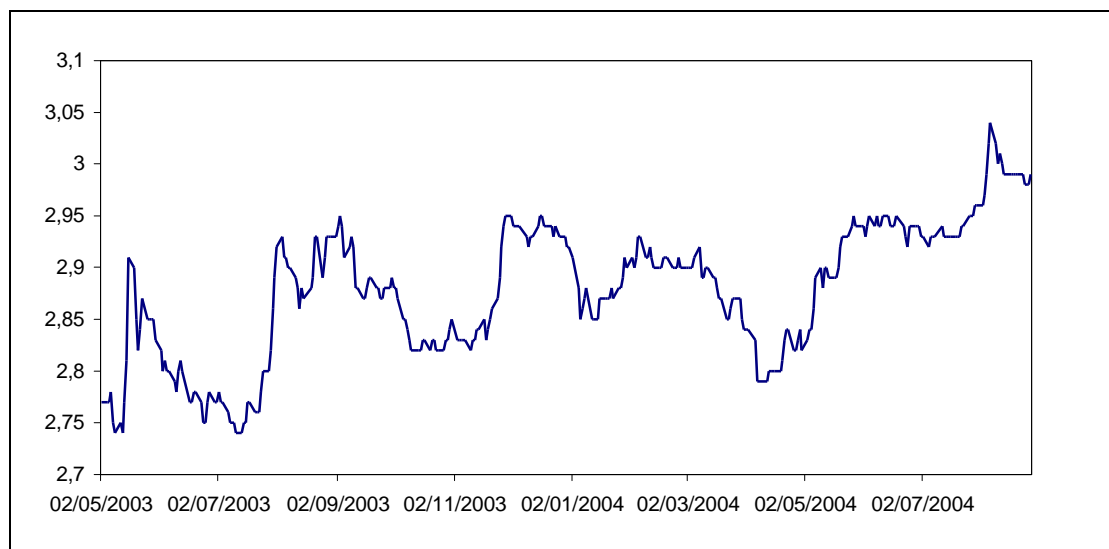
- Liberalización del pago de intereses financieros.
- Liberalización del pago de utilidades y dividendos.



- Eliminación de la obligación de ceder divisas al banco central por los cobros de las exportaciones. (Sigue en pie, sin embargo, la obligación de liquidar los cobros en el mercado cambiario).

Por lo tanto, para realizar los test de hipótesis se decidió utilizar el tipo de cambio peso-dólar para la compra, cotización promedio en Capital Federal, en una frecuencia diaria desde el 01/05/2003 hasta el 27/08/2004, con un total de 332 observaciones. (Gráfico 3)<sup>4</sup>

Se disponía de una serie más larga, desde el 01/01/2002. Sin embargo, se optó por usar los datos desde mayo de 2003 porque las mencionadas modificaciones en la normativa pueden haber causado cambios en la estructura del modelo, y habrían sesgado las conclusiones obtenidas.



**Gráfico 3** – Cotización del dólar en Capital Federal – fuente: DolarSi.com

#### **4.1. Resultados del test BDS**

Existe una gran variedad de programas para ejecutar el test BDS. Siguiendo la recomendación de Belaire-Franch y Contreras-Bayarri (2002), se decidió usar el software E-Views 4.0. Primero se aplicó un filtro ARIMA(2,1,0) siguiendo la metodología de Box y Jenkins, para remover la estructura lineal de la serie. Luego se aplicó el test a los residuos.

<sup>4</sup> Los datos fueron obtenidos de DolarSi.com (<http://dolarsi.com/>)

En la ejecución el test se siguió la metodología sugerida por Kanzler (1999) para las muestras pequeñas, que consiste en elegir  $\epsilon$  tal que  $c(n, 1, \epsilon)$  se encuentre entre 0.71 y 0.84. Como se observa en los valores  $p$  que se resumen en la tabla 1, el resultado fue un fuerte rechazo de la hipótesis nula de ‘serie i.d.d.’ para todos los valores de  $\epsilon$  y  $m$  usados. Los valores  $p$  fueron calculados mediante bootstrapping con 25.000 remuestreos, aunque el test también rechazó fuertemente la hipótesis nula bajo el supuesto de distribución normal.

El rechazo de la hipótesis nula significa que aún queda estructura en la serie que no pudo ser removida con el filtro lineal. Dejamos de lado la posibilidad de que aún quede estructura lineal en la serie porque se suele aceptar que la metodología de Box y Jenkins es una técnica efectiva para tal fin. Entonces, el test evidencia que la serie surge de un proceso no lineal.

$m$	$c(n, 1, \epsilon)$				
	0,710	0,743	0,775	0,808	0,840
2	0,00000	0,00008	0,00000	0,00000	0,00000
3	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
4	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
5	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
6	0,00000	0,00008	0,00000	0,00000	0,00000
7	0,00000	0,00016	0,00008	0,00000	0,00000
8	0,00008	0,00032	0,00008	0,00000	0,00000
9	0,00016	0,00056	0,00008	0,00000	0,00000
10	0,00024	0,00064	0,00008	0,00000	0,00000
11	0,00032	0,00088	0,00008	0,00000	0,00000
12	0,00056	0,00104	0,00024	0,00000	0,00000
13	0,00056	0,00168	0,00032	0,00000	0,00000
14	0,00096	0,00304	0,00048	0,00000	0,00000
15	0,00152	0,00432	0,00088	0,00000	0,00000

**Tabla 1** – Resultados del test BDS. En esta tabla se muestran, para los distintos valores de  $c(n, 1, \epsilon)$  y de la dimensión de inserción  $m$ , los valores  $p$  obtenidos al ejecutar el test. Se encontró un fuerte rechazo de la hipótesis nula en todos los casos.

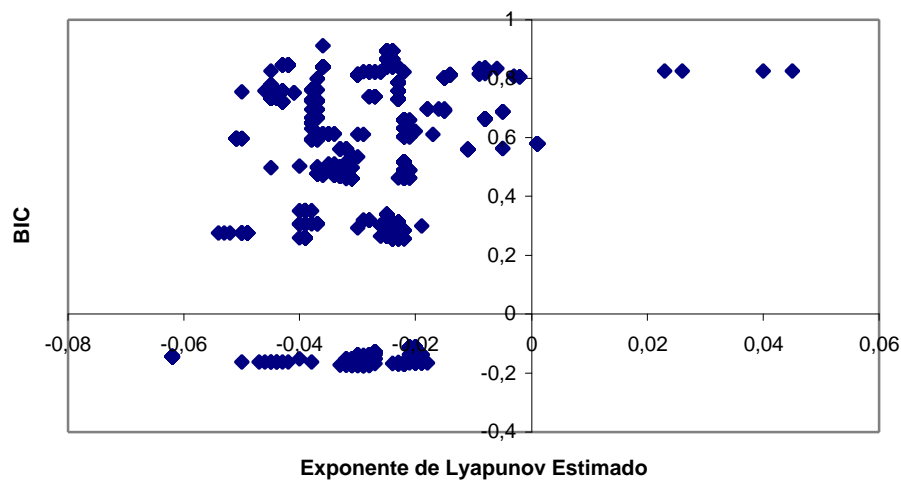
## 4.2. Resultados de la estimación NEGM

En el apartado anterior se halló evidencia a favor de la hipótesis de no linealidad del proceso que generó la serie. Es relevante, entonces tratar de determinar la existencia de caos en ese proceso para caracterizar mejor su dinámica. Para ello se utiliza el estimador del exponente de Lyapunov NEGM descrito más arriba. La estimación se realizó utilizando el software Lenns, desarrollado por Ellner, Nychka y Gallant (1992).

Este software se distribuye gratuitamente para su uso en investigación, y su código fuente en Fortran 77 está disponible en <http://www-ncsl.postech.ac.kr/en/software/>. Dado que la minimización numérica de la suma de cuadrados de los residuos para una red neuronal es muy trabajosa (porque la función objetivo está llena de óptimos locales), la ejecución tomó 7 horas.

Siguiendo la recomendación de los autores, se estimaron varios modelos, con distintos valores para  $l$ ,  $d$  y  $k$ : (de 1 a 6 para  $l$ , 1 a 3 para  $d$  y 1 a 3 para  $k$ ), y se plotearon los valores del criterio de información bayesiano contra las estimaciones del exponente de Lyapunov. (Gráfico 4)

El menor BIC se logró con el modelo  $l = 1$   $d = 2$  y  $k = 1$ . El exponente de Lyapunov estimado es  $-0,029$ , por lo que la serie utilizada no confirmaría la hipótesis de existencia de caos en el tipo de cambio, por lo menos para modelos de baja dimensión ( $d \leq 3$ ).



**Gráfico 4** – Resultados de la estimación NEGM. Este gráfico muestra las estimaciones del exponente de Lyapunov y los valores del BIC para todos los modelos utilizados. Nótese que, si bien es difícil elegir una estimación puntual, los datos muestran una fuerte evidencia a favor de la negatividad del exponente de Lyapunov.

## 5. CONSECUENCIAS DE LA DINAMICA NO LINEAL

El test BDS ha mostrado que la serie del tipo de cambio tiene una estructura no lineal. A pesar de ello, no hay evidencia de que su comportamiento sea caótico, como mostró el test NEGM. Como resultado, la serie no debería presentar problemas particulares para la predicción a largo plazo, aunque la estructura no lineal sí podría tener efectos importantes. Para estudiar estos efectos, a continuación se expondrán las principales conclusiones de dos modelos no lineales de tipo de cambio. En el primer apartado se desarrollan las consecuencias de la no linealidad en el tipo de cambio. En el segundo, se muestran las implicaciones de la no linealidad para la efectividad de la intervención en el mercado cambiario.

### 5.1. Modelo de tipo de cambio con expectativas heterogéneas.

De Grauwe y Grimaldi (2002) usan un modelo con expectativas heterogéneas para mostrar las posibles consecuencias de la no-linealidad. A continuación se describe el modelo y sus principales conclusiones.

El modelo supone que en el mercado hay dos tipos de agentes, los ‘fundamentalistas’, que basan sus expectativas en la creencia de que el tipo de cambio convergerá al determinado por los ‘fundamentals’, y los ‘chartistas’, que extrapolan el tipo de cambio por medio de un modelo de media móvil.

La variación del tipo de cambio esperada por los fundamentalistas es:

$$E_{f,t}(\Delta s_t) = \theta \cdot (s_t - s_t^*)^2$$

Donde  $s_t$  es el tipo de cambio de mercado, y  $s_t^*$  es el que se determina por los fundamentos (por simplicidad, se supone que sigue un random walk). El parámetro  $\theta$  es positivo si  $s_t - s_t^* < 0$  y negativo si  $s_t - s_t^* > 0$ . Nótese que mientras más alto es el desvío del tipo de cambio de su valor de equilibrio de largo plazo, mayor es la velocidad de ajuste esperada.

Por otro lado, la expectativa de los chartistas está dada por:

$$E_{c,t}(\Delta s_t) = b \sum_{i=1}^T a_i \Delta s_{t-i}$$

Es decir, los chartistas extrapolan los movimientos pasados del tipo de cambio, y no toman en cuenta ninguna información sobre las variables que lo determinan. Si  $n_f$  y  $n_c$  es el peso de cada tipo de agente en el mercado:

$$\Delta s_t = n_f q(s_t - s_t^*)^2 + n_c b \sum_{i=1}^T a_i \Delta s_{t-i} + e_{t+1}$$

Donde  $e_t$  es una variable aleatoria que se comporta como ruido blanco.

Hasta aquí se describió una versión sencilla del modelo. De Grauwe y Grimaldi (2002) estudian también un caso más general, en el que  $n_f$  y  $n_c$  son endógenas (dependen de la capacidad de generar beneficios de cada uno de los métodos de formar las expectativas), y pueden existir costos de transacción. Por medio de simulaciones, incluso para combinaciones de parámetros que no producen caos, concluyen que es posible encontrar los siguientes fenómenos, entre otros:

- La separación del tipo de cambio de mercado del tipo de cambio de equilibrio durante mucho tiempo.
- Mínimos cambios en los parámetros o pequeños errores en las estimaciones de los agentes que operan en el mercado puede causar grandes saltos que rompen el vínculo entre el tipo de cambio y sus ‘fundamentals’. Estos saltos muestran ‘cambios de régimen endógenos’, es decir, sin cambios de política por parte del gobierno o el banco central.
- Por último, la dinámica no lineal puede causar que la volatilidad del tipo de cambio sea demasiado alta, muy por encima de la del tipo de cambio de equilibrio determinado por los ‘fundamentals’.

## 5.2. Volatilidad del tipo de cambio

De los tres fenómenos mencionados en el último apartado, el más evidente en los últimos años en Argentina fue la alta volatilidad del precio del dólar luego de la salida de la convertibilidad, y su posterior estabilización. Calculada como desvío estándar, la

volatilidad fue de 0,66 \$ en el año 2002, aunque luego descendió a 0,14 \$ para el año 2003 y 0,04 \$ para el primer semestre de 2004.

Ahora bien, dado que en la sección anterior se halló evidencia de dinámica no lineal, cabe preguntarse cuál fue el rol de la intervención del BCRA en el mercado cambiario para lograr esa estabilización, teniendo en cuenta el marco teórico propuesto por los modelos no lineales. Wieland y Westerhoff (2003) examinan la efectividad de distintas estrategias de intervención en un modelo no lineal con expectativas heterogéneas (chartistas vs. fundamentalistas, aunque la formalización es diferente a la del modelo expuesto en el apartado anterior).

La estrategia 'leaning against the wind' consiste en que el banco central contrarreste los movimientos en el tipo de cambio, comprando dólares cuando el precio cae y vendiendo cuando sube, reaccionando en contra de los movimientos pasados. Wieland y Westerhoff encuentran que este método no es efectivo para controlar los movimientos causados por la dinámica no lineal en el modelo.

Una segunda estrategia, llamada 'targeting long run fundamentals' implica comprar dólares siempre que el tipo de cambio se encuentre por debajo del valor de equilibrio de largo plazo percibido por las autoridades monetarias, y vender en el caso contrario. Según el trabajo mencionado, este método es efectivo para estabilizar las oscilaciones endógenas del tipo de cambio.

La tercera estrategia estudiada por estos autores es una aplicación del método de control de caos de Ott, Grebogi y Yorke (OGY). Esta aplicación es muy similar al método anterior, con la diferencia de que el banco central interviene para apuntar al valor de largo plazo sólo cuando el tipo de cambio se encuentra dentro de un intervalo alrededor éste. Encuentran que este método también es efectivo para estabilizar el mercado cambiario.

Por último Wieland y Westerhoff estudian el método 'constant feedback', que consiste en que la autoridad monetaria compre (o venda) en cada período una cantidad constante de divisas. Este método es el más común cuando se desea lograr un tipo de cambio alto. Los autores encuentran que este método logra efectivamente reducir la volatilidad.

A pesar de que el BCRA interviene en el mercado cambiario, su objetivo no es de tipo de cambio, como aclaró el 18/12/2003 el entonces presidente del banco central Alfonso Prat-Gay:

*"es que hoy el mercado más líquido es el mercado de cambios. Entonces lo más fácil para el BCRA, si quiere agregar pesos es ir al mercado cambiario. Por eso compramos dólares.*

*[...]*

*La intervención diaria en el mercado de cambios durante todo el año tuvo picos y valles. Hubo picos en mayo y junio que coinciden con la estacionalidad en la demanda de dinero. Había más necesidad de pesos y más necesidad de emisión. Pero a partir de fines de septiembre empezamos a tener una intervención mucho más ordenada y prolija. Durante aproximadamente siete semanas estuvimos comprando 30 millones de dólares diarios. En lo que va de diciembre, por el aumento en la necesidad de expansión, pasamos de los 30 millones diarios a los 40 millones diarios. Esto debiera dejar muy claro que el objetivo del BCRA cuando interviene en el mercado de cambios no es un objetivo de precio, sino de cantidad de dinero demandada."*<sup>5</sup>

Si bien el BCRA no sigue una regla fija de intervención, probablemente su comportamiento sea asimilable a la regla 'constant feedback', por lo que es de suponer que la intervención por parte del banco central tuvo un rol importante en la baja de la volatilidad. Lamentablemente, comprobar empíricamente la efectividad de la intervención es muy difícil, porque exige un estudio contrafáctico. Es decir, sería necesario estimar cual habría sido la evolución del tipo de cambio si no hubiera habido intervención.

## **6. CONCLUSIONES**

En la sección dos se introdujeron algunos conceptos relacionados con los sistemas dinámicos no lineales en tiempo discreto. En la sección tres, se describieron los test de hipótesis BDS y NEGM

En la sección cuatro se caracterizó la dinámica del tipo de cambio a partir de estos test. El test BDS mostró que existe fuerte evidencia a favor de la hipótesis de no linealidad del proceso que determina la evolución del tipo de cambio. Por otro lado, como sugieren los

---

<sup>5</sup> Banco Central de la República Argentina, (2003)

resultados del test NEGM, no hay en los datos evidencia de sensibilidad a las condiciones iniciales en ese proceso. Estos resultados no son contradictorios, ya que la no linealidad es condición necesaria pero no suficiente para la presencia de caos.

El resultado del estudio empírico permitió comprobar la relevancia del uso de modelos no lineales para comprender el tipo de cambio en Argentina. Por ello, en la sección cinco se mostraron las consecuencias que podrían tener movimientos no lineales en el mercado cambiario: volatilidad, ‘cambios de régimen’ endógenos y divergencia por largo tiempo del tipo de cambio de equilibrio. Nótese, sin embargo, que la no linealidad hallada no implica necesariamente la existencia de estos fenómenos.

De todas formas, estos modelos permitieron en el apartado 5.2 dar una interpretación sencilla a la caída en la volatilidad. Este último punto merece un estudio más profundo, que está fuera de los objetivos de este trabajo. Dos cuestiones quedarían por responder. Primero, si el efecto descrito en la sección 5 es lo suficientemente importante como para justificar la estabilización. Probablemente la principal razón para la caída en la volatilidad sea la estabilidad en los fundamentals. Y, segundo, sería necesario tratar de determinar cuan preciso es el enfoque chartistas / fundamentalistas para describir el mercado cambiario argentino.



## **7. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS**

Arize A. C., Osang T. Slottje D. J. (2004), "Exchange-Rate Volatility in Latin America and its Impact on Foreign Trade", Texas A&M University.

Banco Central de la República Argentina, (2003), Texto del discurso ante las comisiones de Economía y Hacienda del Senado, Alfonso Prat-Gay, presidente del BCRA, 18/12/03, BCRA

Banco Central de la República Argentina, (2004) "Resumen de regulaciones vigentes en materia de comercio exterior y cambios.", comunicado Nro. 47888 02/01/2004, BCRA

Banco Central de la República Argentina, (2004) "Regulaciones vigentes en materia de comercio exterior y cambios. Síntesis.", comunicado Nro. 48045 31/08/2004, BCRA

Barnett, W.A., Gallant, A.R., Hinich, M.J., Jungeilges, J.A., Kaplan, D.T., Jensen, M.J. (1997), "A single-blind controlled competition among tests for nonlinearity and chaos", Journal of Econometrics 82, 157-192.

Barnett, W.A., Medio, A., Serletis, A. (1998) "Nonlinear and complex dynamics in economics", Economics Working Paper Archive at WUSTL.

Belaire-Franch, J., Contreras-Bayarri, D. (2002), "The BDS Test: A Practitioner's Guide", Documentos de trabajo, Departamento de Análisis Económico, Universidad de Valencia.

Brock, W.A., Hommes, C. (1998), "Heterogeneous beliefs and routes to chaos in a simple asset pricing model", Journal of Economic Dynamics and Control 22(8-9), 1235-1274.

Brun, C., Coria, M. M. (2002), "La elección de un régimen cambiario en Argentina", Revista Análisis #12. IDIED, FCE, Universidad Austral.

Bullard, J. B., Butler, A. (1993), "Nonlinearity and Chaos in Economic Models: Implications for Policy Decisions", Working Paper 1991-002B, Economic Journal, July 1993.

Da Silva, S. (2000), "The Role of Foreign Exchange Intervention in a Chaotic Dornbusch Model", *Kredit und Kapital*, 33(3), 309-345.

Da Silva, S. (2001), "Chaotic Exchange Rate Dynamics Redux", *Open economies review*, 12: 281–304.

De Grauwe, P. (1996) "International Money. Postwar trends and theories.", Oxford University Press, Oxford.

De Grauwe, P., Grimaldi, M. (2002), "The exchange rate and its fundamentals. A chaotic perspective", CESifo Working Paper No. 639 (6), January 2002.

Dennis, B., Desharnais, R. A., Cushing, J. M., Henson, S. M. and Costantino, (2003). "Can noise induce chaos?" – *Oikos* 102: 329–339.

Ellner, S., Nychka, D., Gallant, R. (1992). "Lenms, a program to estimate the dominant Lyapunov exponent of noisy nonlinear systems from time series data." Institute of Statistics Mimeo Series # 2235 (BMA Series # 39), Statistic Department, North Carolina State University, Raleigh NC 27695-8203.

Ellner, S., Nychka, D., Gallant, R., McCaffrey (1992), "Finding Chaos in Noisy Systems", *Journal of the Royal Statistic Society, Ser B54*, No. 2, pp. 399-426.

Gamez Amian, C., Torres Chacón, J. L. (1997) "Teoría monetaria internacional", McGraw-Hill.

Kanzler, Ludwig (1999), "Very Fast and Correctly Sized Estimation of the BDS Statistic", Oxford University, Department of Economics, en <http://users.ox.ac.uk/~econlrk>

Izumi, K. (1998), "An Artificial Market Model of a Foreign Exchange Market", PhD Thesis, Department of General Systems Studies, U. Tokyo.

Ping Chen (1988), "Empirical and theoretical evidence of economic chaos", System Dynamics Review, Vol. 4, No.1-2.

Shintani M., Linton O. (2003), "Nonparametric neural estimation of Lyapunov exponents and a direct test for chaos", Suntory and Toyota International Centres for Economics and Related Disciplines, LSE, STICERD - Econometrics Paper Series 2003.

Weston, R., Premachandran, P. (2003), "A Chaotic Analysis of the New Zealand Exchange Rate 1985-2004", Macquarie Graduate School of Management, Australia.

Wieland, C., Westerhoff, F. H. (2003), "Exchange Rate Dynamics, Central Bank Interventions and Chaos Control Methods", Department of Economics, University of Osnabrueck, Germany.