

**ALLGEMEINE BEZIEHUNGEN**Definitionen

- Definition einer Zustandsgrösse:

$$\oint d(\text{Zustandsgrösse}) = 0$$

- Definition einer Prozessgrösse:

$$\oint \delta(\text{Prozessgrösse}) \neq 0$$

- Extensive Zustandsgrösse:

$$Z$$

- Intensive Zustandsgrösse:  
(bezogen auf Systemgrösse)

$$z = \frac{Z}{m}$$

- Zustandsprinzip für einfache thermodynamische Systeme:

$$z = z(x, y), x, y \text{ sind dabei unabhängige Zustandsvariablen}$$

- Relevante Eigenschaften partieller Differentiale:  
( $z = z(x, y)$ )

$$\left( \frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_z = 1$$

$$\left( \frac{\partial y}{\partial z} \right)_x \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)_y \left( \frac{\partial x}{\partial y} \right)_z = -1$$

- Definition der Enthalpie:

$$H = U + pV \quad \text{bzw. massenspezifisch: } h = u + pv$$

- Definition der freien Energie:  
(Helmholtz'sche Funktion)

$$\Psi = U - T \cdot S \quad \text{bzw. massenspezifisch: } \psi = u - T \cdot s$$

- Definition der freien Enthalpie:  
(Gibb'sche Funktion)

$$G = H - T \cdot S \quad \text{bzw. massenspezifisch: } g = h - T \cdot s$$

**Thermodynamische Gleichgewichtsbeziehungen**

- Totales Differential der inneren Energie:

$$dU = TdS - pdV \quad \text{bzw. massenspezifisch: } du = Tds - pdv$$

- Totales Differential der Enthalpie:

$$dH = TdS + Vdp \quad \text{bzw. massenspezifisch: } dh = Tds + vdp$$

- Totales Differential der Entropie:

$$dS = \left( \frac{\partial Q}{T} \right)_{rev}$$

**REINSTOFFMODELLE**Ideale Flüssigkeit ('if')

- Flüssigkeit ist inkompressibel:

$$v^{if} = const$$

- Wärmekapazitäten:

$$c_p^{if}(T) = c_v^{if}(T) = c^{if}(T)$$

- Spez. Änderung der inneren Energie:

$$u^{if}(T_2) - u^{if}(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c^{if}(T) dT$$

- Spez. Änderung der Enthalpie:

$$h^{if}(T_2, p_2) - h^{if}(T_1, p_1) = \int_{T_1}^{T_2} c^{if}(T) dT + v^{if}(p_2 - p_1)$$

- Spez. Änderung der Entropie:

$$s^{if}(T_2) - s^{if}(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c^{if}(T)}{T} dT$$

Ideales Gas ('ig')

- Ideale Gaskonstante:

$$\bar{R} = 8.314 \frac{J}{molK} \quad (\text{allgemein}), \quad R = \frac{\bar{R}}{M} \quad (\text{spezifisch}, M - \text{Molare Masse})$$

- Ideales Gasgesetz:

$$pV = n\bar{R}T \quad \text{bzw. massenspezifisch: } pv = RT$$

- Spez. Wärmekapazität  
(ermittelt bei konstantem Volumen)

$$c_v^{ig}(T) = \left( \frac{\partial q}{\partial T} \right)_v = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v$$

- Spez. Wärmekapazität  
(ermittelt bei konstantem Druck)

$$c_p^{ig}(T) = \left( \frac{\partial q}{\partial T} \right)_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p$$

- Isentropenkoeffizient:

$$\kappa = \frac{c_p^{ig}}{c_v^{ig}} = \frac{c_v^{ig} + R}{c_v^{ig}} \quad (R = c_p^{ig} - c_v^{ig})$$

- Spez. Änderung der inneren Energie:

$$u^{ig}(T_2) - u^{ig}(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_v^{ig}(T) dT$$

- Spez. Änderung der Enthalpie:

$$h^{ig}(T_2) - h^{ig}(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_p^{ig}(T) dT$$

- Spez. Änderung der Entropie:  
( $s = f(T, p)$ )

Verwendung von  
Tabellenwerten:  
( $s^0(T) = s(T, p_{Tablelle})$ )

$$s^{ig}(T_2, p_2) - s^{ig}(T_1, p_1) = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p^{ig}(T)}{T} dT - R \ln \frac{p_2}{p_1}$$

$$s^{ig}(T_2, p_2) - s^{ig}(T_1, p_1) = s^0(T_2) - s^0(T_1) - R \ln \frac{p_2}{p_1}$$

### Perfektes Gas ('pg')

- Spez. Wärmekapazität  
(ermittelt bei konstantem Volumen)

$$c_v^{pg} = const$$

- Spez. Wärmekapazität  
(ermittelt bei konstantem Druck)

$$c_p^{pg} = const$$

- Isentropenkoeffizient:

$$\kappa = \frac{c_p^{pg}}{c_v^{pg}} = const$$

### Reales Fluid (2-Phasengebiet)

- Dampftafeln:

$$z = f(T, p), \quad (z \text{ - spezifische Zustandsgrösse, } z = v, u, h, s)$$

- Nassdampf:

$$z = z_f + x(z_g - z_f)$$

- Dampfgehalt:

$$x = \frac{m_{Dampf}}{m_{Flüssig} + m_{Dampf}}$$

- Verdampfungsenthalpie:

$$h_{fg} = h_g - h_f$$

- Clapeyron Gleichung:  
(allg. Phasenänderung)

$$\left( \frac{dp}{dT} \right)_{Saet} = \frac{h'' - h'}{T(v'' - v')} \quad (\text{`' - untere Phasengrenze, } \text{' - obere Phasengrenze})$$

für Verdampfung:

$$\left( \frac{dp}{dT} \right)_{Saet} = \frac{h_g - h_f}{T(v_g - v_f)}$$

falls Dampfphase ideales Gas:  
(Clausius-Clapeyron Gleichung)

$$\left( \frac{d(\ln p)}{dT} \right)_{Saet} = \frac{h_g - h_f}{R \cdot T^2}$$

- Ideale Dampfdruckkurve:

$$p_D(T) = p_{D,0} \cdot \exp \left[ -\frac{h_g - h_f}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right]$$

Reales Fluid

$$\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_s = - \left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_v \quad \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s = \left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_p$$

- Maxwell-Gleichungen:

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = - \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T \quad \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T$$

---

**PROZESSE**Zustandsänderungen

- Poly trope:  $pV^n = \text{const}$  bzw. massenspezifisch:  $pv^n = \text{const}$   
( $n$  - Polytropenexponent)
- Isobare:  $p = \text{const}$  ( $n \equiv 0$ )
- Isotherme:  $T = \text{const}$
- Isochore:  $V = \text{const}$  ( $n \rightarrow \infty$ )
- Isenthalpe:  $H = \text{const}$
- Isentrope:  $S = \text{const}$

Zustandsänderungen idealer Gase

- Isotherme:  $n = 1$
- Isentrope:  $n = \kappa = \frac{c_p^{ig}}{c_v^{ig}}$
- Polytropes Temperaturverhältnis:  $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1}$

---

**ENERGIEBETRACHTUNGEN**Definitionen

- Gesamte Energie:  $E = U + KE + PE$  bzw. massenspezifisch:  $e = u + ke + pe$
- Änderung der gesamten Energie:  $\Delta E = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE$  bzw. massenspezifisch:  $\Delta e = \Delta u + \Delta ke + \Delta pe$
- Spez. kinetische und potentielle Energie:  $ke = \frac{KE}{m} = \frac{w^2}{2}, \quad pe = \frac{PE}{m} = gz$

Spezifische Arbeiten bei quasistatischer Zustandsänderung

- Spez. Volumenarbeit:  $\frac{W_{V12}}{m} = \int_1^2 pdv$   
für Polytrope,  $n=1$ :  $\left(\int_1^2 pdv\right)_{n=1} = p_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1} = p_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$   
für Polytrope,  $n \neq 1$ :  $\left(\int_1^2 pdv\right)_{n \neq 1} = \frac{1}{1-n} (p_2 v_2 - p_1 v_1)$

für Polytrope,  $n \neq 1$ :  
(ideales Gas)

$$\left( \int_1^2 pdv \right)_{n \neq 1} = \frac{R(T_2 - T_1)}{1-n}$$

- Mitteldruck (Kreisprozess):

$$p_m = \frac{\oint pdV}{V_h}; \quad (V_h \text{ - Hubvolumen})$$

- Spez. Wellenarbeit:

$$\frac{\dot{W}_{S12}}{\dot{m}} = - \left( \int_1^2 vdp + \varphi_{Dissipation} + \Delta ke + \Delta pe \right)$$

für Polytrope,  $n = 1$ :

$$\left( \int_1^2 vdp \right)_{n=1} = - \left( \int_1^2 pdv \right)_{n=1}$$

für Polytrope,  $n \neq 1$ :

$$\left( \int_1^2 vdp \right)_{n \neq 1} = -n \cdot \left( \int_1^2 pdv \right)_{n \neq 1}$$

### Energiebilanzen

- für geschlossene Systeme:  
(Systemmasse konstant)

$$\Delta E = Q - W \quad \text{bzw.} \quad \frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}$$

massenspezifisch:

$$\Delta e = \frac{Q}{m} - \frac{W}{m}$$

für Kreisprozesse:

$$W_{KP} = Q_{zu} - Q_{ab} \quad (\Delta E = 0)$$

- für halboffene Systeme:

(Systemmasse nicht konstant, Ein-/ Ausschubbedingungen konstant)

$$\Delta E = Q - W + \sum_{i=1}^n \Delta m_{i,e} \cdot \left( h_{i,e} + \frac{v_{i,e}^2}{2} + g \cdot z_{i,e} \right) - \sum_{j=1}^k \Delta m_{j,a} \cdot \left( h_{j,a} + \frac{v_{j,a}^2}{2} + g \cdot z_{j,a} \right)$$

- für offene Systeme:

$(\sum_i \dot{m}_{i,e} = \sum_j \dot{m}_{j,a})$

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}_s + \sum_{i=1}^n \dot{m}_{i,e} \cdot \left( h_{i,e} + \frac{v_{i,e}^2}{2} + g \cdot z_{i,e} \right) - \sum_{j=1}^k \dot{m}_{j,a} \cdot \left( h_{j,a} + \frac{v_{j,a}^2}{2} + g \cdot z_{j,a} \right)$$

für stationäre Fließprozesse mit einem Massenstrom:

$$\dot{Q} - \dot{W}_s = \dot{m} \cdot \left[ h_a - h_e + \frac{1}{2} \cdot (v_a^2 - v_e^2) + g \cdot (z_a - z_e) \right]$$

---

### ENTROPIEBETRACHTUNGEN

#### Entropiebilanzen

- für geschlossene Systeme:

$$S_{erz} = S_2 - S_1 - \int_1^2 \frac{\delta Q}{T_G}, \quad (T_G \text{ - Temperatur an der Systemgrenze})$$

für konstante Systemgrenztemperaturen:

$$S_{erz} = S_2 - S_1 - \sum_{j=1}^l \frac{Q_j}{T_{G,j}}$$

zeitspezifisch:

$$\dot{S}_{erz} = \frac{dS}{dt} - \sum_{j=1}^l \frac{\dot{Q}_j}{T_{G,j}}$$

für Kreisprozesse:

$$\oint \frac{\delta Q}{T_G} \leq 0 \quad (\text{Clausius-Ungleichung})$$

- für halboffene Systeme:

(Systemmasse nicht konstant, Ein- / Ausschubbedingungen konstant)

$$S_{erz} = S_2 - S_1 - \sum_{j=1}^l \frac{Q_j}{T_j} + \sum_{k=1}^m \Delta m_{k,a} \cdot s_{k,a} - \sum_{i=1}^n \Delta m_{i,e} \cdot s_{i,e}$$

- für offene Systeme:

$(\sum_i \dot{m}_{i,e} = \sum_j \dot{m}_{j,a})$

$$\dot{S}_{erz} = \frac{dS}{dt} - \sum_{j=1}^l \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \sum_{k=1}^m \dot{m}_{k,a} \cdot s_{k,a} - \sum_{i=1}^n \dot{m}_{i,e} \cdot s_{i,e}$$

für stationäre Fliessprozesse mit einem Massenstrom:

$$\dot{S}_{erz} = \dot{m} \cdot (s_2 - s_1) - \sum_{j=1}^l \frac{\dot{Q}_j}{T_j}$$

## EXERGIEBETRACHTUNGEN

### Definitionen

- Exergie für geschlossenes System:  
massenspezifisch:
- Exergiedifferenz für geschlossenes System:  
massenspezifisch:
- Exergie einer Strömung (offenes System):  
massenspezifisch:
- Exergiedifferenz einer Strömung (offenes System):  
massenspezifisch:

$$E_{x,geschl.} = U - U_0 + p_0(V - V_0) - T_0(S - S_0) + KE + PE$$

$$e_{x,geschl.} = u - u_0 + p_0(v - v_0) - T_0(s - s_0) + ke + pe$$

$$E_{x,2} - E_{x,1} = U_2 - U_1 + p_0(V_2 - V_1) - T_0(S_2 - S_1) + \Delta KE + \Delta PE$$

$$e_{x,2} - e_{x,1} = u_2 - u_1 + p_0(v_2 - v_1) - T_0(s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe$$

$$\dot{E}_{x,str.} = \dot{m} \cdot [h - h_0 - T_0(s - s_0) + ke + pe]$$

$$e_{x,str.} = h - h_0 - T_0(s - s_0) + ke + pe$$

$$\dot{E}_{x,2} - \dot{E}_{x,1} = \dot{m} \cdot [h_2 - h_1 - T_0(s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe]$$

$$e_{x,2} - e_{x,1} = h_2 - h_1 - T_0(s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe$$

- Exergie einer Wärme:
- Exergieverlust:  
(Verlustarbeit)
- Thermodynamische Mitteltemperatur:

$$E_{x,Q} = \int_Q \left(1 - \frac{T_0}{T_G}\right) \delta Q, \quad (T_G \text{ - Temperatur an der Systemgrenze})$$

$$E_{x,verl} = W_{verl} = W_{rev} - W = T_0 \cdot S_{erz}$$

$$\bar{T} = \frac{\int_1^2 T ds}{s_2 - s_1}$$

### Exergiebilanzen

- für geschlossene Systeme:  
zeitspezifisch:
- für halboffene Systeme:  
(Systemmasse nicht konstant,  
Ein- / Ausschubbedingungen konstant)
- für offene Systeme:  
 $(\sum_i \dot{m}_{i,e} = \sum_j \dot{m}_{j,a}, \text{konstantes Systemvolumen})$   
für stationäre Fliessprozesse mit einem Massenstrom:

$$E_{x,2} - E_{x,1} = \int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T_G}\right) \delta Q - \left[W - p_0(V_2 - V_1)\right] - T_0 \cdot S_{erz}$$

$$\frac{dE_x}{dt} = \sum_{j=1}^l \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j - \left[\dot{W} - p_0 \frac{dV}{dt}\right] - T_0 \cdot \dot{S}_{erz}$$

$$\Delta E_x = \sum_{i=1}^n \Delta m_{ie} \cdot e_{x,str,ie} - \sum_{k=1}^m \Delta m_{ka} \cdot e_{x,str,ka} + \sum_{j=1}^l \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j - \left[W - p_0 \Delta V\right] - T_0 \cdot S_{erz}$$

$$\frac{dE_x}{dt} = \sum_{i=1}^n \dot{m}_{ie} \cdot e_{x,str,ie} - \sum_{k=1}^m \dot{m}_{ka} \cdot e_{x,str,ka} + \sum_{j=1}^l \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j - \dot{W}_S - T_0 \cdot \dot{S}_{erz}$$

$$\sum_{j=1}^l \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j - \dot{W}_S - T_0 \cdot \dot{S}_{erz} = \dot{m} \cdot [h_2 - h_1 - T_0(s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe]$$

## WIRKUNGSGRADE

- Thermischer Wirkungsgrad:

$$\eta_{th} = \frac{W_{nutz}}{Q_{zu}}$$

für Kreisprozesse:

$$\eta_{th,KP} = \frac{W_{KP}}{Q_{zu}} = 1 - \frac{Q_{kalt}}{Q_{heiss}} \quad (\text{Beachte: Hier } Q_{kalt} > 0, Q_{heiss} > 0, \text{ VZ wurde bereits berücksichtigt!})$$

- Carnotscher Wirkungsgrad:

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_{kalt}}{T_{heiss}} \quad (\text{für reversible Prozesse gilt: } \frac{Q_{kalt}}{Q_{heiss}} = \frac{T_{kalt}}{T_{heiss}})$$

- Leistungszahl (Wärmepumpe):

$$\varepsilon_W = \frac{\dot{Q}_{heiss}}{-\dot{W}_S} = \frac{\dot{Q}_{heiss}}{\dot{Q}_{heiss} - \dot{Q}_{kalt}}$$

- Leistungszahl (Kältemaschine):

$$\varepsilon_K = \frac{\dot{Q}_{kalt}}{-\dot{W}_S} = \frac{\dot{Q}_{kalt}}{\dot{Q}_{heiss} - \dot{Q}_{kalt}}$$

- Isentroper Verdichterwirkungsgrad:

$$\eta_{V,s} = \frac{(w_{S12})_{rev}}{w_{S12}}, \quad \text{falls Prozess adiabat: } \eta_{V,s} = \frac{h_1 - h_{2,s}}{h_1 - h_2}$$

- Isentroper Turbinenwirkungsgrad:

$$\eta_{T,s} = \frac{w_{S12}}{(w_{S12})_{rev}}, \quad \text{falls Prozess adiabat: } \eta_{T,s} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2,s}}$$

- Isentroper Düsenwirkungsgrad:

$$\eta_{D,s} = \frac{v_2^2 / 2}{(v_2^2 / 2)_{rev}} = \frac{v_2^2 / 2}{v_{2,max}^2 / 2}, \quad \text{falls Prozess adiabat: } \eta_{D,s} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2,s} - h_1}$$

- Back work ratio:

$$bwr = \frac{\dot{W}_P}{\dot{W}_T} = \frac{h_4 - h_3}{h_1 - h_2}; \quad (\dot{W}_P - \text{Pumpenleistung}; \dot{W}_T - \text{Turbinenleistung})$$

- Exergetischer Wirkungsgrad:

$$\varepsilon = \frac{\text{genutzter Exergiestrom}}{\text{zugeführter Exergiestrom}}$$