

Thermodynamik I – Lösung Rechenübung 2

Aufgabe 1

Prozess	Q	W	E_1	E_2	ΔE
a	+50	-20	-20	+50	+70
b	+50	+20	+20	+50	+30
c	-40	-60	+40	+60	+20
d	-90	-90	+50	+50	0
e	+50	+150	+20	-80	-100

a)

$$\begin{aligned}\Delta E &= Q - W = 50 - (-20) = +70 \\ E_2 - E_1 &= \Delta E \Rightarrow E_1 = E_2 - \Delta E = 50 - 70 = \underline{\underline{-20}}\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}\Delta E &= Q - W = 50 - (+20) = +30 \\ E_2 - E_1 &= \Delta E \Rightarrow E_2 = E_1 + \Delta E = 30 + 20 = \underline{\underline{+50}}\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}W &= Q - \Delta E = -40 - 20 = -60 \\ E_2 - E_1 &= \Delta E \Rightarrow E_1 = E_2 - \Delta E = 60 - 20 = \underline{\underline{+40}}\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}Q &= \Delta E + W = 0 + (-90) = -90 \\ E_2 - E_1 &= \Delta E \Rightarrow E_1 = E_2 - \Delta E = 50 - 0 = \underline{\underline{+50}}\end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned}W &= Q - \Delta E = 50 - (-100) = +150 \\ E_2 - E_1 &= \Delta E \Rightarrow E_2 = E_1 + \Delta E = 20 + (-100) = \underline{\underline{-80}}\end{aligned}$$

Aufgabe 2

a) Anfangszustand Tank A:

$$\left. \begin{array}{l} p_{1,A} = 400 \text{ kPa} \\ x_{1,A} = 0.80 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} v_f = 0.001084, v_g = 0.4625 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_f = 604.31, u_{fg} = 1949.3 \text{ kJ/kg} \end{array} \right.$$

$$v_{1,A} = v_f + x_1 v_{fg} = 0.001084 + 0.8(0.4625 - 0.001084) = 0.3702 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$u_{1,A} = u_f + x_1 u_{fg} = 604.31 + 0.8 \cdot 1949.3 = 2163.75 \text{ kJ/kg}$$

$$m_{1,A} = \frac{V_A}{v_{1,A}} = \frac{0.2 \text{ m}^3}{0.3702 \text{ m}^3/\text{kg}} = 0.540 \text{ kg}$$

Anfangszustand Tank B:

$$\left. \begin{array}{l} p_{1,B} = 200 \text{ kPa} \\ T_{1,B} = 250^\circ\text{C} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} v_{1,B} = 1.333 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_{1,B} = 2731.2 \text{ kJ/kg} \end{array} \right.$$

$$m_{1,B} = \frac{V_B}{v_{1,B}} = \frac{0.5 \text{ m}^3}{1.333 \text{ m}^3/\text{kg}} = 0.375 \text{ kg}$$

Endzustand Gesamtsystem:

$$m_{tot} = m_{1,A} + m_{1,B} = 0.540 + 0.375 = 0.915 \text{ kg}$$

$$v_2 = \frac{V_{tot}}{m_{tot}} = \frac{0.7 \text{ m}^3}{0.915 \text{ kg}} = 0.765 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\left. \begin{array}{l} v_2 = 0.765 \text{ m}^3/\text{kg} \\ T_2 = 25^\circ\text{C} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} v_f = 0.001003 \text{ m}^3/\text{kg}, v_g = 43.36 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_f = 104.88 \text{ kJ/kg}, u_{fg} = 2304.9 \text{ kJ/kg} \end{array} \right.$$

$$x_2 = \frac{v_2 - v_f}{v_g - v_f} = \frac{0.765 - 0.001}{43.36 - 0.001} = 0.0176$$

$$p_2 = p_{sat}(T = 25^\circ\text{C}) = 3.169 \text{ kPa}$$

$$u_2 = u_f + x_2 u_{fg} = 104.88 + 0.0176 \cdot 2304.9 = 145.45 \text{ kJ/kg}$$

b) Es gibt keine Arbeitsleistung und die Änderung der kinetischen und potentiellen Energie ist vernachlässigbar. Die Energiebilanz lautet damit:

$$Q - \underbrace{W}_{=0} = \Delta U + \underbrace{\Delta KE}_{=0} + \underbrace{\Delta PE}_{=0} \implies Q = m_{tot} u_2 - m_{1,A} u_{1,A} - m_{1,B} u_{1,B}$$

$$Q = 0.915 \text{ kg} \cdot 145.45 \text{ kJ/kg} - 0.540 \text{ kg} \cdot 2163.75 \text{ kJ/kg} - 0.375 \text{ kg} \cdot 2731.2 \text{ kJ/kg}$$

$$Q = -2059.5 \text{ kJ}$$

Aufgabe 3

Annahmen:

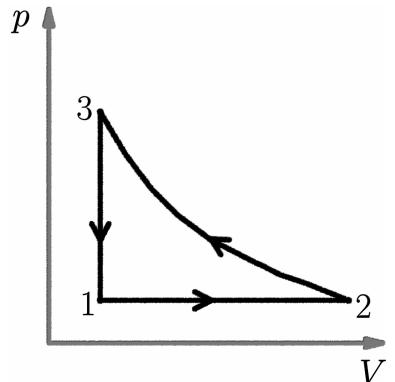
- Das System ist geschlossen
- Kinetische und potentielle Energie können vernachlässigt werden

a)

$W_{12} > 0$, das System leistet also im Schritt 1 - 2 Arbeit. Da

$$W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1)$$

Da mit $p = \text{konstant}$ ist, muss sich also das Volumen des Gases vergrößern \Rightarrow Expansion



$$\text{b) } V_2 = \frac{W_{12}}{p} + V_1 = \frac{(10.5 \text{ kJ})}{(1.4 \text{ bar})} \left(\frac{10^3 \text{ Nm}}{1 \text{ kJ}} \right) \left(\frac{1 \text{ bar}}{10^5 \text{ N/m}^2} \right) + 0.028 \text{ m}^3 \\ = \underline{\underline{0.103 \text{ m}^3}}$$

Die Nettoarbeit im Kreisprozess setzt sich aus allen Teilarbeiten zusammen:

$$W_{Kreis} = W_{12} + W_{23} + \underbrace{W_{31}}_{=0} \quad W_{31} = 0 \text{ da } V = \text{konst.}$$

$$W_{23} = \int_{V_2}^{V_3} p dV \text{ mit } pV = C = p_2 V_2 = p_3 V_3 \rightarrow p = \frac{C}{V} \text{ und damit}$$

$$W_{23} = C \int_{V_2}^{V_3} \frac{dV}{V} = \underbrace{p_2 V_2}_{p_3 V_3} \int_{V_2}^{V_3} \frac{dV}{V} = p_2 V_2 \ln V \Big|_{V_2}^{V_3}$$

Es folgt so:

$$W_{23} = p_2 V_2 \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right) = (1.4 \text{ bar}) (0.103 \text{ m}^3) \ln \left(\frac{0.028}{0.103} \right) \left(\frac{10^5 \text{ N/m}^2}{1 \text{ bar}} \right) \left(\frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ Nm}} \right) \\ W_{23} = \underline{\underline{-18.78 \text{ kJ}}}$$

und somit $W_{Kreis} = \underline{\underline{-8.28 \text{ kJ}}}$

$$\text{c) } \underbrace{\Delta KE}_{=0} + \underbrace{\Delta PE}_{=0} + \Delta U = Q_{12} - W_{12} = U_2 - U_1 \text{ aus Angabe:}$$

$$U_1 - U_3 = \underline{\underline{-26.4 \text{ kJ}}}$$

nach Prozess 2 - 3 gilt: $U_2 = U_3$ und $U_1 - U_2 = -26.4 \text{ kJ}$

$$Q_{12} = -(U_1 - U_2) + W_{12} = \underline{\underline{36.9 \text{ kJ}}}$$