



# Thermodynamik I - Übung 8

Nicolas Lanzetti

# Heutige Themen

- Zusammenfassung letzter Woche;
- Die Entropie;
- Die  $TdS$ -Gleichungen;
- Die erzeugte Entropie.

# Hinweise Zwischenprüfung

**Prüfungseinsicht: Heute, ML J34.1, 15:15-17:00.**

# Zusammenfassung letzter Woche

## **Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik:**

Wärme kann nicht vollständig in Arbeit umgewandelt werden.

Zwei Formulierungen:

- Formulierung von Kelvin-Plank;
- Formulierung von Clausius.

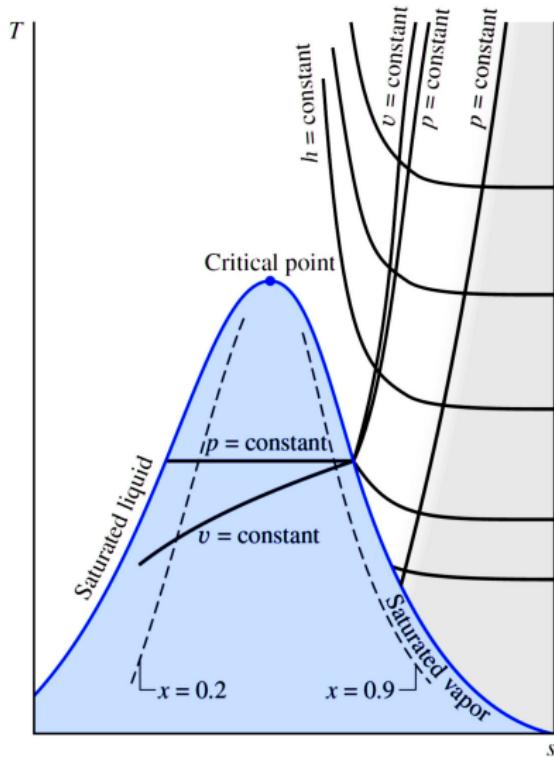
## Zusammenfassung letzter Woche

Die Entropie ist ein Mass für:

- Irreversibilität;
- Richtung eines Prozesses.

In anderen Worten stellt die Entropie ein Mass für die verlorenen Arbeitsmöglichkeiten einer thermischen Energiemenge dar.

# Das $T - s$ Diagramm



# Die $TdS$ Gleichungen

Die  $TdS$  Gleichungen lauten:

$$T \cdot dS = dU + p \cdot dV, \quad T \cdot dS = dH - V \cdot dp, \quad (1)$$

$$T \cdot ds = du + p \cdot dv, \quad T \cdot ds = dh - v \cdot dp, \quad (2)$$

$$T \cdot d\bar{s} = d\bar{u} + p \cdot d\bar{v}, \quad T \cdot d\bar{u} = d\bar{h} - \bar{v} \cdot dp. \quad (3)$$

**Wichtig:** Die  $TdS$  Gleichungen werden im Skript (Kapitel 6.10.3) für einen reversiblen Prozess hergeleitet. Die gelten aber auch für irreversible Prozesse.

# Bestimmen von Entropiedifferenzen

Wie bestimmt man

$$\Delta S = S_2 - S_1 \quad (4)$$

d.h. die Entropiedifferenz zwischen Zustand 1 und 2?

Drei Möglichkeiten:

- Wenn möglich: Tabellen;
- Ideale Gase: Siehe Formeln (nächste Folie);
- Mit den  $TdS$  Gleichung, aber aufpassen.

## Entropiedifferenzen bei idealen Gasen

Im Allgemeinen benutzt man auch für ideale Gasen die Tabellen:

$$s(T_2, p_2) - s(T_1, p_1) = s^0(T_2) - s^0(T_1) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right), \quad (5)$$

$$\bar{s}(T_2, p_2) - \bar{s}(T_1, p_1) = \bar{s}^0(T_2) - \bar{s}^0(T_1) - R_0 \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right). \quad (6)$$

Bei perfekten Gasen ( $c_p$  und  $c_v$  konstant) gilt:

$$s(T_2, p_2) - s(T_1, p_1) = c_v \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right), \quad (7)$$

$$s(T_2, p_2) - s(T_1, p_1) = c_p \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right). \quad (8)$$

**Achtung:** Einheit von  $R$  muss mit der Einheit von  $s^0, c_v$  oder  $c_p$  übereinstimmen!

## Beispiel mit einer $TdS$ Gleichung

Aus

$$T \cdot ds = dh - v \cdot dp \quad (9)$$

folgt

$$\int T \cdot ds = \int dh - \int v \cdot dp. \quad (10)$$

Sind  $T$  und  $v$  konstant bekommt man

$$T \cdot \int ds = \int dh - v \cdot \int dp \quad (11)$$

$$T \cdot \Delta s = \Delta h - v \cdot \Delta p. \quad (12)$$

# Erzeugte Entropie

Die erzeugte Entropie

$$S_{\text{erz}}$$

ist ein Mass dafür, wie irreversibel/verlustsreich ein Prozess ist.

Es gilt

$$S_{\text{erz}} \geq 0. \quad (13)$$

**Achtung:**  $S_{\text{erz}}$  und  $S$  nicht vermischen:

- $S$  ist eine Zustandsgrösse: Jeder Zustand hat eine Entropie;
- $S_{\text{erz}}$  ist keine Zustandsgrösse: Sie ist mit dem Prozess verbunden!

# Erzeugte Entropie für geschlossene Systeme

$$S_{\text{erz}} = S_2 - S_1 - \sum_i \frac{Q_i}{T_{G,i}} \quad (14)$$

mit  $T_G$  Temperatur am Systemgrenze.

Es gilt:

- $S_{\text{erz}} = 0$ : Reversibel;
- $Q = 0$ : Adiabat;
- $S_2 - S_1 = 0$ : Isentrop;
- Kreisprozesse:  $S_2 - S_1 = 0$ .

Adiabat + Reversibel  $\Rightarrow$  Isentrop.

## Erzeugte Entropie für offene Systeme

$$\dot{S}_{\text{erz}} = \frac{d}{dt} S - \sum_i \frac{\dot{Q}_i}{T_{G,i}} + \sum_i \dot{m}_{i,a} \cdot s_{i,a} - \sum_i \dot{m}_{i,e} \cdot s_{i,e} \quad (15)$$

mit  $T_G$  Temperatur am Systemgrenze.

Es gilt:

- $\dot{S}_{\text{erz}} = 0$ : Reversibel;
- $\dot{Q} = 0$ : Adiabat;
- $\frac{d}{dt} S = 0$ : Stationär;

Spezialfall: Stationär mit einem Massenstrom:

$$\dot{S}_{\text{erz}} = - \sum_i \frac{\dot{Q}_i}{T_{G,i}} + \dot{m} \cdot (s_a - s_e). \quad (16)$$

# Entropiebilanz vs. Energiebilanz

Die zwei Bilanzen lauten ( $KE = PE = 0$ ):

$$\frac{d}{dt}S = \sum_i \frac{\dot{Q}_i}{T_{G,i}} + \sum_i \dot{m}_{i,e} \cdot s_{i,e} - \sum_i \dot{m}_{i,a} \cdot s_{i,a} + \dot{S}_{\text{erz}}, \quad (17)$$

$$\frac{d}{dt}E = \dot{Q} - \dot{W}_s + \sum_i \dot{m}_{i,e} \cdot h_{i,e} - \sum_i \dot{m}_{i,a} \cdot h_{i,a}. \quad (18)$$

Normalerweise braucht man **beide** Gleichung, um die Aufgabe zu lösen.

# Fragen?