

# Lösung Übungsserie 1

## Aufgabe 1

Die folgende Aufgabe behandelt den Vergleich zwischen zwei Brennstoffen, ein Alkan und ein Alkohol.

### Annahmen und Vereinfachungen:

- Die Verbrennung ist vollständig
- Die Gase können als ideale Gase angesehen werden

### Weitere Angaben:

- Molare Masse CO<sub>2</sub>: 44 g/mol
- Molare Masse H<sub>2</sub>O: 18 g/mol
- Molare Masse O<sub>2</sub>: 32 g/mol
- Molare Masse N<sub>2</sub>: 28 g/mol

- a) Ändere die allgemeine Oxidationsgleichung für Kohlenwasserstoffe so um, dass sie auch für Alkohole (C<sub>x</sub>H<sub>y</sub>O<sub>z</sub>) gültig ist ( $\lambda \geq 1$ ). Was passiert für  $\lambda < 1$ ?
- b) Berechne Massenverhältnis ( $m_{\text{Luft}}/m_{\text{Brennstoff}})_\text{stöch}$  für Ethanol(C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>OH).
- c) Berechne das Massenverhältnis ( $m_{\text{Luft}}/m_{\text{Brennstoff}})_\text{stöch}$  für Ethan (C<sub>2</sub>H<sub>6</sub>) und vergleiche das Resultat mit dem Ergebnis aus b). Was fällt auf? Begründe deine Aussagen!
- d) Ermittle die Enthalpie der Produkte aus Aufgabe b) und c) bei einer Temperatur von 1400 K für  $\lambda = 1$  pro kg Rauchgas (Produkte).

### Lösung:

a)

$$\begin{aligned} C_xH_yO_z + \lambda \cdot \left( \left( x + \frac{y}{4} - \frac{z}{2} \right) O_2 + \left( x + \frac{y}{4} - \frac{z}{2} \right) \cdot \frac{79}{21} N_2 \right) \rightarrow \\ \rightarrow x \cdot CO_2 + \frac{y}{2} H_2O + (\lambda - 1) \cdot \left( x + \frac{y}{4} - \frac{z}{2} \right) O_2 + \lambda \cdot \left( x + \frac{y}{4} - \frac{z}{2} \right) \cdot \frac{79}{21} N_2 \end{aligned}$$

Für  $\lambda < 1$  verbleiben in den Produkten (Rauchgasen) Anteile des Brennstoffes. In der Realität meist als unverbrannte Kohlenwasserstoffe.

b)

$$\left( \frac{m_{Luft}}{m_{Brennstoff}} \right)_{stöch} = \left( x + \frac{y}{4} - \frac{z}{2} \right) \cdot \frac{M_{O_2} + \frac{79}{21} \cdot M_{N_2}}{x \cdot M_C + y \cdot M_H + z \cdot M_O} = 8.96$$

c)

$$\left( \frac{m_{Luft}}{m_{Brennstoff}} \right)_{stöch} = \left( x + \frac{y}{4} \right) \cdot \frac{M_{O_2} + \frac{79}{21} \cdot M_{N_2}}{x \cdot M_C + y \cdot M_H} = 16.02$$

Auf Grund des im Brennstoff vorhandenen Sauerstoffs, sinkt das stöchiometrische Luft-Brennstoff-Verhältnis bei Alkoholen gegenüber Alkanen.

d)

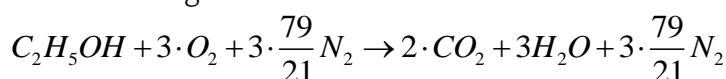
$$h_P = \sum_P n_P \left[ h_{f,P}^0(T_{ref}, p_{ref}) + \Delta h_P(T_P, p_P) \right]$$

$$h(T, p) = h_f^0(T_{ref}, p_{ref}) + \Delta h(T, p)$$

$$\Delta h_i = h_i(T_P) - h_i(T_{ref})$$

$h_f^0$  : Bildungsenthalpie

Für Ethanol ergibt sich:



Aus den Tabellen kriegt man die Enthalpien in kJ/kmol:

$$h_{fCO_2}^0 = -393'520 \quad h_{CO_2}(1400K) = 65'271 \quad h_{CO_2}(298K) = 9'364$$

$$h_{fH_2O}^0 = -241'820 \quad h_{H_2O}(1400K) = 53'351 \quad h_{H_2O}(298K) = 9'904$$

$$h_{fN_2}^0 = 0 \quad h_{N_2}(1400K) = 43'605 \quad h_{N_2}(298K) = 8'669$$

Bei der Verbrennung von einem Mol Ethanol ergeben sich 0.458 kg Rauchgas:

$$2 \cdot M_{CO_2} + 3M_{H_2O} + 3 \cdot \frac{79}{21} M_{N_2} = 458 \frac{g}{mol}$$

1 kg Rauchgas setzt sich also zusammen aus:

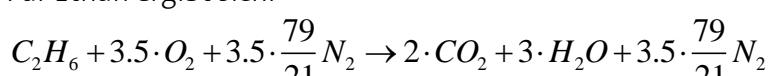
$$n_i \left[ \frac{mol}{kg_{Rauchgas}} \right] = \frac{1}{0.458} \cdot n_i "$$

4.367 mol CO<sub>2</sub>, 6.55 mol H<sub>2</sub>O und 24.641 mol N<sub>2</sub>.

Es ergibt sich:

$$h_{Rauchgas} = -1913 \frac{kJ}{kg_{Rauchgas}}$$

Für Ethan ergibt sich:



Bei der Verbrennung von einem Mol Ethan ergeben sich 0.51 kg Rauchgas:

1 kg Rauchgas setzt sich zusammen aus:

3.91 mol CO<sub>2</sub>, 5.87 mol H<sub>2</sub>O und 25.78 mol N<sub>2</sub>.

Es ergibt sich:

$$h_{Rauchgas} = -1584 \frac{kJ}{kg_{Rauchgas}}$$

## Aufgabe 2

In einem idealen, adiabaten Reaktor wird Methan (CH<sub>4</sub>) mit Luft bei konstantem Druck verbrannt.

- Schreibe die Reaktionsgleichung in Funktion von  $\lambda$ .
- Schätze die Bildungsenthalpie von H<sub>2</sub>O und NH<sub>3</sub> anhand der verschiedenen Verbindungsenergien (O-H, H-H und O=O resp. H-H, N≡N und N-H) und vergleiche das Resultat mit dem Wert aus den Tabellen. Ist die Abschätzung sinnvoll?
- Berechne für die Reaktion in a) die freigesetzte Energie in MJ/kg<sub>CH<sub>4</sub></sub> für  $\lambda = 0.8, 1$  und  $2$ . Woher kommt bzw. wohin geht diese freigesetzte Energie?
- Berechne die Partialdrücke der einzelnen Komponenten im Rauchgas bei einem  $\lambda$  von  $2$  und einem Druck von  $20$  bar in der Brennkammer.

Verbindungsenergien in [kJ/kmol]:

$$\text{H-H} \quad 4.36 \cdot 10^5$$

$$\text{O-H} \quad 4.56 \cdot 10^5$$

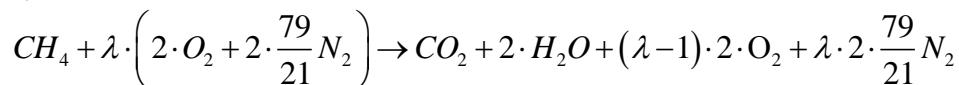
$$\text{O=O} \quad 4.98 \cdot 10^5$$

$$\text{N≡N} \quad 9.44 \cdot 10^5$$

$$\text{N-H} \quad 3.60 \cdot 10^5$$

### Lösung:

a)



b)

Die H<sub>2</sub>O Bildungsenthalpie ist die nötige zugeführte Energie zur Entstehung von H<sub>2</sub>O aus den O<sub>2</sub> und H<sub>2</sub>.

$$H_{B_{H_2O}} = \frac{\text{Verb.En}(O=O) + 2 \cdot \text{Verb.En}(H-H) - 4 \cdot \text{Verb.En}(O-H)}{2}$$

$$H_{B_{H_2O}} = \frac{(4.98 + 2 \cdot 4.36 - 4 \cdot 4.56) \cdot 10^5 \frac{kJ}{kmol}}{2} = -2.27 \cdot 10^5 \frac{kJ}{kmol}$$

Die NH<sub>3</sub> Bildungsenthalpie berechnet sich dementsprechend:

$$H_{B_{NH_3}} = \frac{\text{Verb.En}(N \equiv N) + 3 \cdot \text{Verb.En}(H-H) - 6 \cdot \text{Verb.En}(N-H)}{2}$$

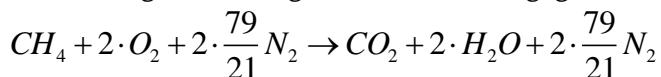
$$H_{B_{NH_3}} = \frac{(9.44 + 3 \cdot 4.36 - 6 \cdot 3.60) \cdot 10^5 \frac{kJ}{kmol}}{2} = 0.46 \cdot 10^5 \frac{kJ}{kmol}$$

Die korrekte Bildungsenthalpie aus den Tabellen ist  $-2.42 \cdot 10^5 \frac{kJ}{kmol}$  für  $H_2O$  und  $-0.46 \cdot 10^5 \frac{kJ}{kmol}$  für  $NH_3$ . Somit ist im Falle von  $H_2O$  die Abschätzung als Näherung zufriedenstellend, während für  $NH_3$  der Wert nicht nur stark abweicht, sondern sich sogar das Vorzeichen ändert. Der Unterschied zum Tabellenwert ist begründet durch Wechselwirkungen zwischen den Bindungen. Für grössere und komplexere Moleküle ist eine solche Abschätzung nicht mehr sinnvoll.

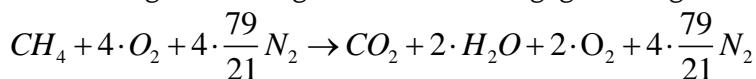
c)

Die freigesetzte Energie (Reaktionswärme) entspricht der Bildungsenthalpie der Edukte minus der Bildungsenthalpie der Produkte.

Für  $\lambda = 1$  ergibt sich folgende Verbrennungsgleichung:



Für  $\lambda = 2$  ergibt sich folgende Verbrennungsgleichung:



Beachte: die Bildungsenthalpien von  $O_2$  und  $N_2$  sind null. Somit ergibt sich:

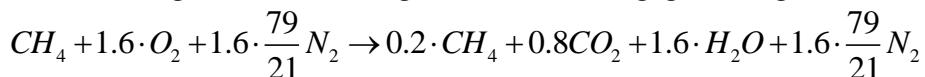
Für den Fall  $\lambda = 1$  und  $2$  ist kein Brennstoff mehr in den Produkten und ergibt

$$\Delta Q_R = h_{f,CH_4}^0 - (h_{f,CO_2}^0 + 2 \cdot h_{f,H_2O}^0) = 803.15 \frac{kJ}{mol_{CH_4}} = 50.19 \frac{MJ}{kg_{CH_4}}$$

Für  $\lambda < 1$  lautet die allgemeine Verbrennungsgleichung wie folgt:

$$C_xH_y + \lambda \cdot \left( x + \frac{y}{4} \right) \cdot \left[ O_2 + \frac{79}{21} N_2 \right] \rightarrow (1 - \lambda) \cdot C_xH_y + \lambda \cdot x \cdot CO_2 + \lambda \cdot \frac{y}{2} \cdot H_2O + \lambda \cdot \left( x + \frac{y}{4} \right) \cdot \frac{79}{21} N_2$$

Für  $\lambda = 0.8$  ergibt sich somit folgende Verbrennungsgleichung:



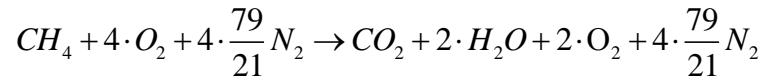
Also ergibt sich:

$$\Delta Q_R = h_{f,CH_4}^0 - (0.8 \cdot h_{f,CO_2}^0 + 1.6 \cdot h_{f,H_2O}^0 + 0.2 \cdot h_{f,CH_4}^0) = 643 \frac{kJ}{mol_{CH_4}} = 40.15 \frac{MJ}{kg_{CH_4}}$$

Die freigesetzte Energie kommt aus den unterschiedlichen Werten für die Bildungsenthalpie der Produkte und Edukte. Beim Aufbrechen der Bindungen der Edukte in die Radikalen wird weniger Energie konsumiert als bei der Bildung der Produkte aus den Radikalen freigesetzt wird.

Die somit bei der Verbrennung freigesetzte Energie wird von den Produkten ( $CO_2$ ,  $H_2O$ ,  $N_2$ , ev.  $O_2$ , ev.  $C_xH_x$ ) aufgenommen, welche sich erwärmen.

d)



$$p_i = \frac{n_i}{n_{tot}} p_{tot}$$

$$p_{CO_2} = \frac{1 \text{ mol}}{20.05 \text{ mol}} \cdot 20 \text{ bar} = 0.997 \text{ bar}$$

$$p_{H_2O} = 1.995 \text{ bar}$$

$$p_{O_2} = 1.995 \text{ bar}$$

$$p_{N_2} = 15.01 \text{ bar}$$

### Aufgabe 3

In einer Gasturbine (offenes System) wird durch Verbrennung eines Kraftstoffes mit Luft Wärme erzeugt. Die Verbrennung setzt eine Leistung von 100MW frei. Bei der Gasturbine gehen 10% dieser Leistung als Wandwärmeverluste verloren, weitere 50% gehen als Abwärme im Abgas verloren.

- Formuliere den ersten Hauptsatz für das gegebene System.
- Berechne die thermische Leistung und den thermischen Wirkungsgrad der Gasturbine.

**Lösung:**

a)

Für offene Systeme wird der erste Hauptsatz zu:

$$\Delta H = Q^\downarrow - W^\uparrow$$

Wobei

$$\Delta H = (h_{f,P}^o - h_{f,E}^o) + (\Delta h_p - \Delta h_E) \text{ mit } \Delta h_E = 0 \text{ und } (h_{f,P}^o - h_{f,E}^o) = -\Delta Q_R$$

Somit ergibt sich:

$$-\Delta Q_R + \Delta h_p = Q^\downarrow - W^\uparrow \text{ wobei } \Delta h_p = 0.5 \cdot \Delta Q_R \text{ und } Q^\downarrow = -0.1 \cdot \Delta Q_R$$

b)

Die thermische Leistung wird:

$$\dot{W}^\uparrow = \Delta \dot{Q}_R - 0.5 \cdot \Delta \dot{Q}_R - 0.1 \cdot \Delta \dot{Q}_R$$

$$\dot{W}^\uparrow = 40 \text{ MW}$$

Der thermische Wirkungsgrad ist definiert als:

$$\eta_{th} = \frac{\dot{W}^\uparrow}{\Delta \dot{Q}_R} = \frac{40 \text{ MW}}{100 \text{ MW}} = 0.4$$