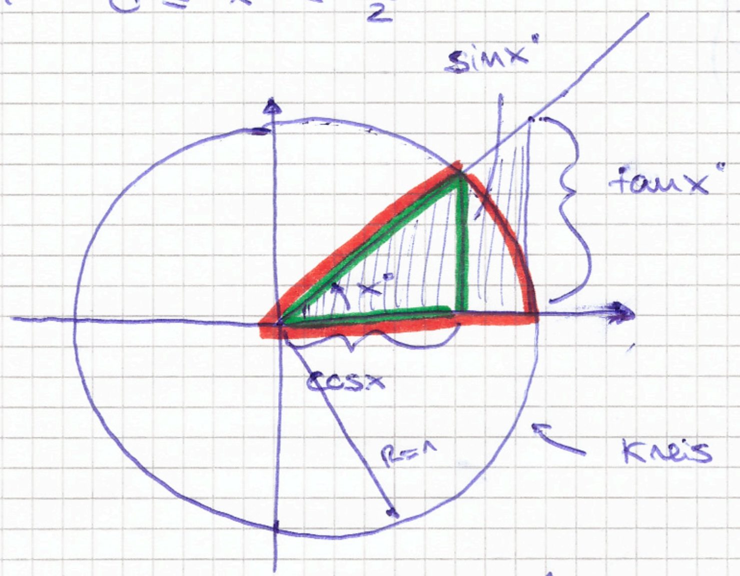
Nicolas Lanzetti

Serie 3
Aufgabe 2.c.

Für $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$



Kreis mit Radius 1

$x°$: im Grad

$S_1 =$ |||| - Fläche $= \tan x° \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}$ (Dreieck)

$S_2 =$ rote - Fläche $= \frac{\pi r^2}{360} x° = \frac{\pi}{360} x°$ (Kreis)

$S_3 =$ grüne - Fläche $= \frac{1}{2} \sin x° \cdot \cos x°$ (Dreieck)

Jetzt: $S_1 > S_2 > S_3$

$$\frac{1}{2} \tan x° > \frac{\pi}{360} x° > \frac{1}{2} \sin x° \cos x°$$

$$\tan x° > \frac{\pi}{180} x° > \sin x° \cos x°$$

Division durch $\sin x°$:

$$\frac{1}{\cos x°} > \frac{\pi}{180} \frac{x°}{\sin x°} > \cos x°$$

$$\rightarrow \cos x° < \frac{180}{\pi} \frac{\sin x°}{x°} < \frac{1}{\cos x°}$$ (alles hoch -1)

Wenn $x° \rightarrow 0$ $\quad 1 < \frac{180}{\pi} \lim_{x° \to 0} \frac{\sin x°}{x°} < \frac{1}{1}$

D.h. $\lim_{x \to 0^+} \frac{\sin x°}{x°} = \frac{\pi}{180}$

Da die Funktion $\frac{\sin(x°)}{x°}$ gerade ist, gilt:

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\sin x°}{x°} = \lim_{x \to 0^-} \frac{\sin(x°)}{x°} = \lim_{x \to 0} \frac{\sin(x°)}{x°} = \frac{\pi}{180}$$