



# Thermodynamik I - Übung 3

Nicolas Lanzetti

# Heutige Themen

- Zusammenfassung letzter Woche:
  - Prozessen;
  - Energieformen der Thermodynamik;
  - Erster Hauptsatz für geschlossene Systeme;
  - Kreisprozesse;
  - Ideale Gase.
- Kreisprozesse (mit Diagrammen);
- Polytrope Zustandsänderung für ideale Gase.

# Zusammenfassung letzter Woche

- Prozessen und Typen von Prozessen:
  - Isothermer Prozess:  $T = \text{konst.}$ ;
  - Isochorer Prozess:  $v = \text{konst.}$ ;
  - Isobarer Prozess:  $p = \text{konst.}$ ;
  - Adiabater Prozess:  $Q = 0$  (kein Wärmefluss);
  - Weitere kommen später.
- Energieformen der Thermodynamik:

$$E = U + KE + PE. \quad (1)$$

- (Expansions)Arbeit:

$$W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV. \quad (2)$$

## Zusammenfassung letzter Woche

Der erste Hauptsatz lautet:

$$\Delta E = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE = Q - W, \quad (3)$$

mit Vernachlässigung von  $KE$  und  $PE$  (meistens so)

$$\Delta U = Q - W. \quad (4)$$

Der Hauptsatz gilt für die Teilprozesse aber auch für den gesamten Prozess, da Energieerhaltung immer gilt:

**Hauptsatz auf den (die) richtigen Prozess(e) anwenden, um die gesuchten Größen direkt zu berechnen!**

Für Kreisprozesse gilt:

$$W_{KP} = Q_{KP}. \quad (5)$$

# Zusammenfassung letzter Woche

$$\Delta E = Q - W$$

## Vorzeichen:

- $W > 0$ : Vom System geleistete Arbeit;
- $W < 0$ : Am System geleistete Arbeit;
- $Q > 0$ : Zum System zugeführte Wärme;
- $Q < 0$ : Vom System abgegebene Wärme.

# Zusammenfassung letzter Woche

- Ideal Gas Gleichung:

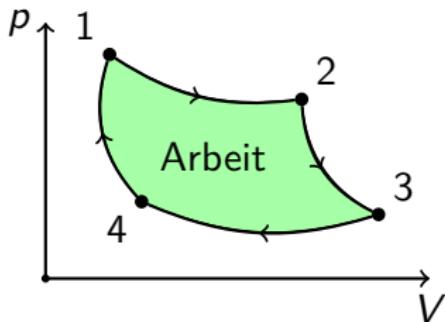
$$p \cdot v = R \cdot T, \quad p \cdot V = m \cdot R \cdot T, \quad p \cdot V = n \cdot R_0 \cdot T, \quad (6)$$

$$R_0 = 8.314 \text{ kJ/kmol}\cdot\text{K}, \quad R = \frac{R_0}{M}. \quad (7)$$

$M$ : Molare Masse (siehe Tabelle A1)

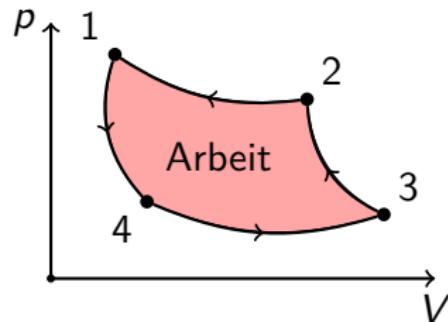
- Für idealen Gase arbeiten wir bei  $p, v, T$  **nicht** mit den Tabellen, da wir eine Gleichung haben (Wasser ist kein ideales Gas!).
- Bei idealen Gasen gibt es den “Dom” in den  $p - V$  und  $T - V$  Diagrammen nicht, da ein ideales Gas sich nie verflüssigt oder verfestigt.
- Die Innere Energie eines idealen Gases ist **nur** eine Funktion der Temperatur (siehe Tabellen A-23, ...).

# Kreisprozesse



Wärmekraftmaschine:

$$W_{KP} > 0, \quad Q_{KP} > 0.$$



Wärmepumpe:

$$W_{KP} < 0, \quad Q_{KP} < 0.$$

# Polytropen Zustandsänderung für ideale Gase

Wir haben gesehen:

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV. \quad (8)$$

Wie findet man  $p(V)$ ?

Mögliche analytische Darstellung mit Polytropenkonstante  $n$ :

$$p \cdot v^n = \text{konst.}, \quad p \cdot V^n = \text{konst..} \quad (9)$$

Im Allgemeinen gilt also:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^n. \quad (10)$$

# Polytrope Zustandsänderung für ideale Gase

---

**Isobar**       $p = \text{konst.}$        $p \cdot v^0 = \text{konst.}$        $n = 0$

---

**Isotherm**     $T = \text{konst.}$      $R \cdot T = p \cdot v = \text{konst.}$      $n = 1$

---

**Isochor**     $v = \text{konst.}$      $\frac{v_1}{v_2} = 1 = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}}$      $n = \infty$

---

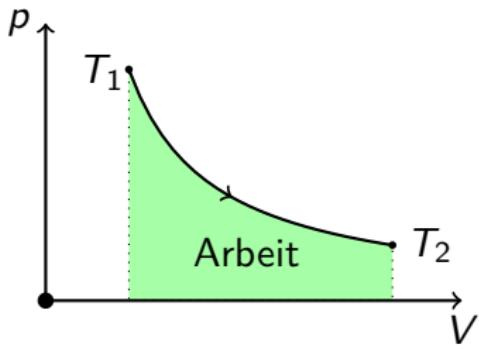
**Adiabat**     $\frac{p \cdot V}{T} = \text{konst.}$

---

# Isothermer Prozess ( $n = 1$ )

$$p \cdot V = m \cdot R \cdot T = \text{konst.} \quad (11)$$

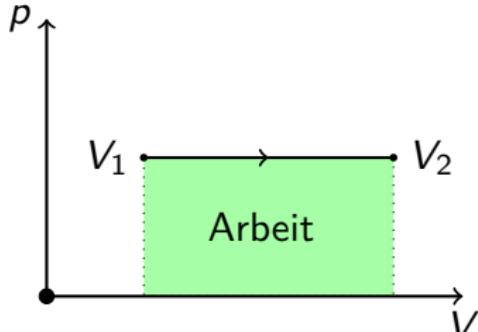
$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \quad (12)$$



$$\begin{aligned} W_{12} &= \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_1 V_1}{V} dV \\ &= p_1 V_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad (13) \\ &= mRT \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \end{aligned}$$

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q_{12} = W_{12} \quad (14)$$

# Isobarer Prozess ( $n = 0$ )

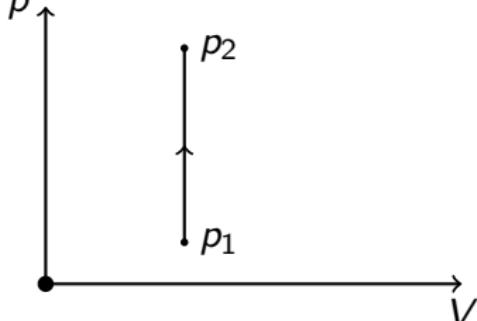


$$\frac{p}{m \cdot R} = \frac{T}{V} = \text{konst.} \quad (15)$$

$$\frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} W_{12} &= p \int_{V_1}^{V_2} dV \\ &= p \cdot (V_2 - V_1) \\ &= mR \cdot (T_2 - T_1) \end{aligned} \quad (17)$$

# Isochorer Prozess ( $n = \infty$ )



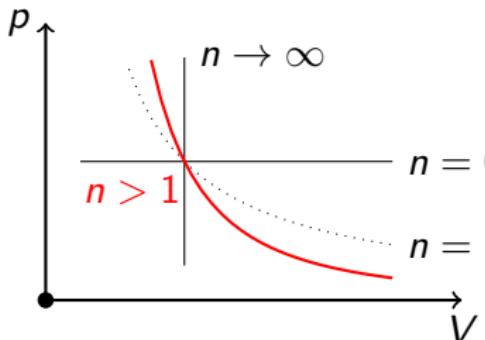
$$\frac{1}{m \cdot R \cdot V} = \frac{T}{p} = \text{konst.} \quad (18)$$

$$\frac{T_1}{p_1} = \frac{T_2}{p_2} \quad (19)$$

$$W_{12} = 0 \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \Delta U &= Q_{12} \\ &= m \cdot (u_2 - u_1) \end{aligned} \quad (21)$$

# Allgemeiner Prozess ( $n \neq 1$ )



$$p \cdot V^n = \text{konst.} \quad (22)$$

$$T^n \cdot p^{1-n} = \text{konst.} \quad (23)$$

$$W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_1 \cdot V_1^n}{V^n} dV \quad (24)$$

$$= \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{1 - n} \quad (25)$$

$$= \frac{m \cdot R}{1 - n} \cdot (T_2 - T_1) \quad (26)$$

Je grösser  $n$  desto steiler ist die Kurve.

## Bemerkungen zu den polytropen Zustandsänderung

**Achtung:** Diese Formeln gelten **nur** für ideale Gase!

## Bemerkungen zu den polytropen Zustandsänderung

Es kann trotzdem passieren, dass der Polytropenkoeffizient explizit gegeben ist, auch wenn man nicht mit einem idealen Gas arbeitet.  
Dann gelten die Gleichungen

$$p_1 \cdot V_1^n = p_2 \cdot V_2^n, \quad p \cdot V^n = \text{konst.} \quad (27)$$

sowie

$$W_{12} = \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{1 - n} \quad (28)$$

aber nicht alle andere Gleichungen, die mit der Idealgasgleichung hergeleitet wurden.

# Fragen?