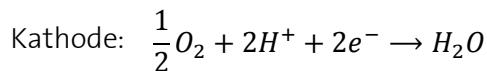
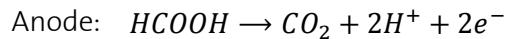


Musterlösung Übungsserie 5

Aufgabe 1 – Brennstoffzellen

- Schreibe die Reaktionsgleichungen für Anode und Kathode auf (und gebe an welche Reaktion an der Kathode, und welche an der Anode stattfindet).



- Berechne den elektrischen Strom I^* und die elektrische Leistung P_{BZ}^* bei maximaler Leistung.

Elektrische Leistung der Brennstoffzelle als Funktion des Stroms:

$$P_{BZ}(\tilde{I}) = -U(\tilde{I}) \cdot \tilde{I} \cdot I_{max} = -0.45 \cdot \tilde{I}^3 \cdot I_{max} + 1.2 \cdot \tilde{I}^2 \cdot I_{max} - 0.9 \cdot \tilde{I} \cdot I_{max}$$

Elektrische Leistung wird maximal bei $\tilde{I} = 0$, $\tilde{I} = 1$ oder:

$$\frac{dP_{BZ}(\tilde{I})}{d\tilde{I}} = 0 \Rightarrow 0.45 \cdot 3 \cdot \tilde{I}^2 - 1.2 \cdot 2 \cdot \tilde{I} + 0.9 = 0 \Rightarrow \tilde{I} = 1.24 \text{ or } \tilde{I} = 0.54$$

$\tilde{I} = 1.2403$ wird ausgeschlossen. Weiterhin ist $P_{BZ}(0) = 0$ und $P_{BZ}(1) = -15.75 W$. Schlussendlich folgt, dass das Maximum bei $\tilde{I} = 0.5375$ resp. $I = 56.44 A$ mit $P_{BZ,max} = -21.73 W$ liegt.

- Angenommen der Umsetzungswirkungsgrad $\eta_I = 1$, berechne den Brennstoffstrom (mol/s) bei einem elektrischen Strom von $I = 10.5 A$. Berechne außerdem die Masse Ameisensäure die der Brennstoffzelle bei $I = 10.5 A$ zugeführt werden muss um $1 kWh$ elektrisch zu erhalten.

Der Brennstoffstrom berechnet sich zu:

$$\dot{n}_{CH_2O_2} = \frac{I}{N_E \cdot F_A \cdot \eta_I} = \frac{10.5 A}{2 \cdot 96485.34 \frac{C}{mol}} \left[\frac{A}{C} = \frac{\frac{C}{S}}{C} = \frac{mol}{S} \right]$$

$$\Rightarrow \dot{n}_{CH_2O_2} = 54.41 \frac{\mu mol}{s}$$

Bei $I = 10.5 \text{ A} \Rightarrow \tilde{I} = 0.1$ ist $U(\tilde{I}) = 0.78 \text{ V}$ und $P_{BZ} = -U \cdot I = 8.24 \text{ W}$.

Um Gesamthaft 1 kWh elektrischer Energie zu erhalten muss die Brennstoffzelle demnach während einer Zeit $t = 437039.06 \text{ s}$ (ungefähr 5 Tage und eine Stunde) durchgehend im gegebenen Betriebspunkt arbeiten.

In dieser Zeit wird dann die Brennstoffmenge $N_{CH_2O_2} = 23.78 \text{ mol}$ konsumiert. Dies entspricht einer Masse von: $\mathbf{m_{CH_2O_2} = 1.10 \text{ kg}}$.

- Berechne die Effizienz der Brennstoffzelle wenn ein effektiver Brennstoffmassenstrom von $\dot{m}_{CH_2O_2} = 10.6 \text{ mg/s}$ zugeführt wird und der Umsetzungsgrad $\eta_I = 0.90$ beträgt.

In diesem Betriebspunkt fliesst ein Strom von:

$$I = N_E \cdot F_A \cdot \left(\frac{\dot{m}_{CH_2O_2}}{M_{CH_2O_2}} \cdot \eta_I \right)$$

$$\Rightarrow I = 2 \cdot 96\,485.34 \frac{\text{C}}{\text{mol}} \cdot 10.6 \cdot 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{46.03 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 0.90$$

$$\Rightarrow I = 40.00 \text{ A}$$

Die Effizienz der Zelle berechnet sich dann mit:

$$\eta_{BZ} = \eta_I \cdot \frac{U(I)}{U_H(T)} = U\left(\frac{40A}{105A}\right) \cdot 0.90 \cdot \frac{N_E \cdot F_A}{H_U}$$

$$\Rightarrow \eta_{BZ} = 0.35$$

- Stelle die notwendige(n) Gleichung(en) für die Berechnung des Strom der den abgeföhrten Wärmestrom \dot{Q} maximiert auf (keine Berechnung erforderlich). Kann dieser Strom identisch mit I^* , dem Strom bei maximaler elektrischer Leistung P_{BZ}^* sein? Begründe deine Antwort mittels der aufgestellten Gleichung(en) (keine Berechnung erforderlich).

Der abgegebene Wärmestrom berechnet sich aus:

$$\dot{Q}(I) = -\frac{H_U}{N_E \cdot F_A} \cdot I - P_{BZ} = U(I) \cdot I - U_H \cdot I$$

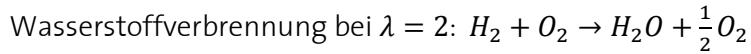
Dieser wird maximal wenn:

$$\frac{d\dot{Q}}{dI} = \frac{dU(I) \cdot I}{dI} - U_H = 0$$

Da $\frac{dU(I) \cdot I}{dI}$ bei I^* zu Null geht, kann $\frac{d\dot{Q}}{dI}$ hier keine Nullstelle erreichen.

Aufgabe 2 – Flammmtemperatur

- Für eine bestimmte Schweißarbeit wird eine Temperatur von $T_a = 3250 \text{ K}$ benötigt. Kann die gewünschte Temperatur erreicht werden wenn der Wasserstoff bei einem Sauerstoffüberschuss von $\lambda = 2$ verbrennt?



Erster Hauptsatz über den Brenner: $\Delta H = \dot{Q} - \dot{W}$, wobei $\dot{W} = 0$ (da Druckdifferenz über den Brenner null ist), und $\dot{Q} = 0$ da der Brenner adiabat modelliert wird (siehe Hinweise). Die Enthalpiebilanz berechnet sich zu (Drücke nicht explizit angeschrieben da überall identisch):

$$\Delta H = 0 = \sum_P n_P \cdot (h_{f,P}^0(T_{ref}) + \Delta h_P(T_p)) - \sum_R n_R \cdot (h_{f,R}^0(T_{ref}) + \Delta h_R(T_R))$$

Für 1 mol Wasserstoff (mit $h_{f,H_2}^0 = 0$, $h_{f,O_2}^0 = 0$ und $\Delta h_{H_2}(T_{H_2}) = 0$ da $T_{H_2} = T_{ref}$):

$$\begin{aligned} \Delta h &= (h_{f,H_2O(g)}^0(T_{ref}) + \Delta h_{H_2O(g)}(T_{f,ad})) + \frac{1}{2} \cdot \Delta h_{O_2}(T_{f,ad}) - \Delta h_{O_2}(T_{O_2}) = 0 \\ &\underbrace{-h_{f,H_2O(g)}^0(T_{ref}) + h_{H_2O}(T_{ref}) - \frac{1}{2} \cdot h_{O_2}(T_{ref}) + h_{O_2}(T_{O_2})}_{L} = \underbrace{h_{H_2O}(T_{f,ad}) + \frac{1}{2} \cdot h_{O_2}(T_{f,ad})}_{R(T_{f,ad})} \end{aligned}$$

Die linke Seite dieser Gleichung L ist konstant; die rechte Seite $R(T_{f,ad})$ wächst mit steigendem $T_{f,ad}$. Damit $L = R(T)$ mit $T > 3250 \text{ K}$ muss bei $T = 3250 \text{ K}$ $R(T) \leq L$ sein.

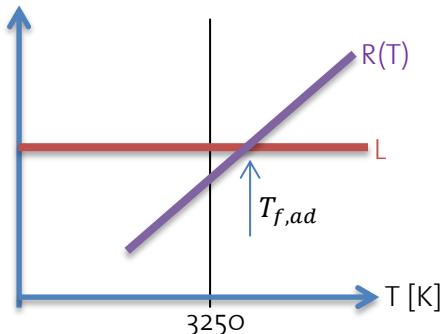
Unter Zu-Hilfenahme der Tabellen A-25, A-30, folgt für $T_{f,ad} = 3250 \text{ K}$:

$$L = 241820 + 9904 - \frac{1}{2} \cdot 8682 + 7275 = 254658$$

$$R(3250 \text{ K}) = 150272 + \frac{1}{2} \cdot 116827 = 208686$$

$$\Rightarrow 254658 > 208686 \text{ [J/mol}_{H_2}\text{]}$$

\Rightarrow Bedingung erfüllt, $T_{f,ad} > T_a = 3250 \text{ K}$



2. Wie hoch ist die adiabate Flammtemperatur bei stöchiometrischer Verbrennung ($\lambda = 1$)?



Analog zu Teilaufgabe 1 folgt aus dem 1. HS, $\Delta H = 0$, und es gilt pro 1 mol H_2 :

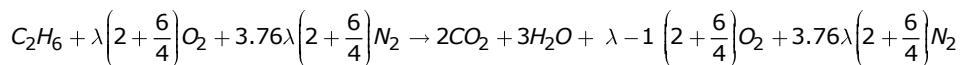
$$\begin{aligned}\Delta h &= \left(h_{f,H_2O(g)}^0(T_{ref}) + \Delta h_{H_2O(g)}(T_{f,ad}) \right) - \frac{1}{2} \Delta h_{O_2}(T_{O_2}) = 0 \\ \Rightarrow -h_{f,H_2O(g)}^0(T_{ref}) + h_{H_2O}(T_{ref}) - \frac{1}{2} \cdot h_{O_2}(T_{ref}) + \frac{1}{2} \cdot h_{O_2}(T_{O_2}) &= h_{H_2O}(T_{f,ad})\end{aligned}$$

Mit der gegebenen Approximation $h_{H_2O}(T) = 40 \cdot T + 20272$ folgt:

$$T_{f,ad} = \frac{1}{40} \cdot \left(241820 + 9904 - \frac{1}{2} \cdot 8682 + \frac{1}{2} \cdot 7275 - 20272 \right) = 5768.7 \text{ K}$$

Aufgabe 3: Dissoziation von N_2

In einem Verbrennungsprozess wird Ethan (C_2H_6) mit 32,032 kg Luft pro kg Ethan verbrannt.



1. Mit welchem Luftverhältnis λ läuft die Verbrennung ab?

Bei stöchiometrischer Verbrennung (sh. LAV Formelsammlung):

$$\left(\frac{m_L}{m_B} \right)_{st.} = \left(2 + \frac{6}{4} \right) \frac{M_{O_2} + 3.76 M_{N_2}}{2 M_C + 6 M_H} = 16.016$$

Da $m_{C_2H_6}$ und m_L gegeben sind folgt aus der Definition von λ :

$$\lambda = \frac{\left(\frac{m_L}{m_B} \right)}{\left(\frac{m_L}{m_B} \right)_{st.}} \Rightarrow \lambda = \frac{32.032}{16.016} = 2$$

2. Bestimme die Zusammensetzung des Abgases.

Bei $\lambda = 2$: ... $\rightarrow 2CO_2 + 3H_2O + 3.5O_2 + 26.32N_2$

3. Wie hoch müsste die Temperatur T des Abgases sein, bei einem Druck von $p=1\text{bar}$, damit 7.975 ppm N_2 dissoziert?

Dissoziation von Stickstoff: $N_2 \rightleftharpoons 2N$

Im Gleichgewicht:

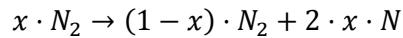
$$K_p(T) = \prod_j \left(\frac{p_j}{p_{ref}} \right)^{(v''_j - v'_j)}$$

Wobei der Partialdruck von Spezies j : $p_j = \frac{n_j}{\sum_j n_j} \cdot p$ wobei p den Druck im System misst.

Angewandt auf Stickstoffdissoziation:

$$K_p = \left(\frac{p_{N_2}}{p_{ref}} \right)^{0-1} \cdot \left(\frac{p_N}{p_{ref}} \right)^{2-0} = \frac{n_N^2}{n_{N_2}} \cdot \left(\frac{p}{p_{ref}} \cdot \frac{1}{n_{tot}} \right)$$

Angenommen, im Gleichgewicht sei eine Menge x der anfänglichen N_2 dissoziiert:



Durch Einsetzen in die Reaktionsgleichung folgt für die Abgaszusammensetzung:

$$\dots \rightarrow 2 \cdot CO_2 + 3 \cdot H_2O + 3.52 \cdot O_2 + 26.32 \cdot (1 - x) \cdot N_2 + 26.32 \cdot 2 \cdot x \cdot N$$

$$\Rightarrow n_N = 2 \cdot x \cdot 26.32$$

$$\Rightarrow n_{N_2} = (1 - x) \cdot 26.32$$

$$\Rightarrow n_{tot} = \sum_j n_j = 2 + 3 + 3.5 + 2 \cdot x \cdot 26.32 + 26.32 \cdot (1 - x)$$

Also ist:

$$K_p = \frac{(2 \cdot x \cdot 26.32)^2}{(1 - x) \cdot 26.32} \cdot \frac{1}{34.82 + 26.32 \cdot x} \cdot \left(\frac{1 \text{ atm}}{1 \text{ atm}} \right)$$

Aus der Aufgabenstellung: 7.975 ppm dissoziiert $\Rightarrow x = 7.975 \cdot 10^{-6}$

Demnach ist $K_p = 1.923 \cdot 10^{-10}$ und $\log_{10}(K_p) = -9.716$.

Aus Table A-32 folgt $T=3000\text{K}$.