Aufgabe 1

a) Zustand 1: $p_1 = 1\ bar \quad T_1 = 300\ K$

Zustand 2: $p_2 = 7\ bar$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = 523.1\ K$$

Zustand 3: $m \cdot (u_3 - u_2) = Q_{23} - W_{23}$ da isochor

$$m \cdot c_v \cdot (T_3 - T_2) = Q_{23}$$

$$c_v = \frac{c_p}{\kappa} = 0.714\ \frac{kJ}{kgK}$$

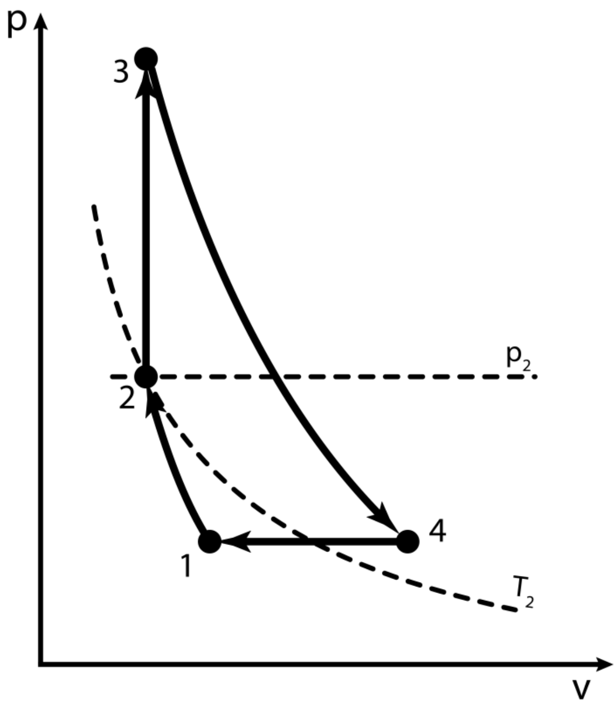
$$T_3 = T_2 + \frac{Q_{23}}{m \cdot c_v} = 523.092\ K + \frac{5500\ kJ}{4\ kg \cdot 0.714\ \frac{kJ}{kgK}} = 2448.09\ K$$

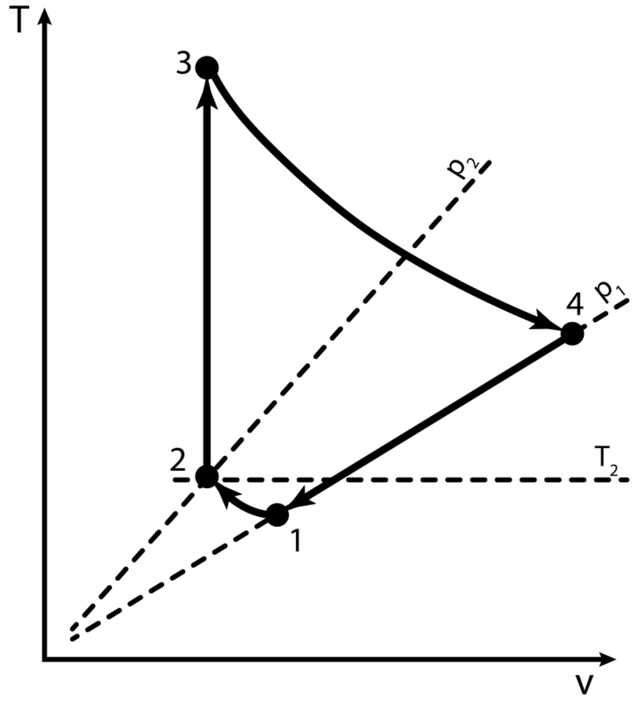
$$\frac{T_3}{p_3} = \frac{T_2}{p_2} \quad \rightarrow \quad p_3 = p_2 \cdot \frac{T_3}{T_2} = 32.76\ bar$$

Zustand 4: $p_4 = p_1 = 1\ bar$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = 903.38\ K$$

b)





c) $W_{net} = W_{12} + W_{34} + W_{41}$

$U_2 - U_1 = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) = -W_{12}$
$W_{12} = -637.41\ kJ$

$U_4 - U_3 = m \cdot c_v \cdot (T_4 - T_3) = -W_{34}$
$W_{34} = 4413.46\ kJ$

$R = c_p - c_v = 0.286\ \frac{kJ}{kgK}$
$W_{41} = m \cdot p_1(v_1 - v_4) = mR \cdot (T_1 - T_4)$
$W_{41} = -689.58\ kJ$

$W_{net} = W_{12} + W_{34} + W_{41} = 3086.47\ kJ$

Alternativer Lösungsweg ($Q_{23} = 5500\ kJ$ (aus Aufgabenstellung)):
$W_{net} = Q_{zu} - Q_{ab} = Q_{23} + Q_{41}$

$U_1 - U_4 = Q_{41} - W_{41}$
$= Q_{41} - p_1(V_1 - V_4)$
($W_{41} < 0$, da die Umgebung Arbeit am System leistet, um das Gas zu komprimieren)
$(U_1 + p_1V_1) - (U_4 + p_4V_4) = Q_{41}$
$H_1 - H_4 = Q_{41}$
$m \cdot c_p \cdot (T_1 - T_4) = Q_{41}$
$Q_{41} = m \cdot c_p \cdot (T_1 - T_4) = -2413.53\ kJ$

$W_{net} = Q_{23} + Q_{41} = 5500\ kJ - 2413.53\ kJ = 3086.47\ kJ$

d) $\eta_{th} = \frac{W_{net}}{Q_{zu}} = \frac{W_{net}}{Q_{23}} = \frac{3086.47\ kJ}{5500\ kJ} = 56.1\ \%$

Aufgabe 2

a) $\dot{m}_1 = \dot{m}_{Luft} = \frac{\dot{V}_1}{v_1} \xrightarrow{pv=RT} \dot{m}_1 = \frac{p_1 \dot{V}_1}{R_{Luft} \cdot T_1}$, wobei $R_{Luft} = \frac{\bar{R}}{M_{Luft}} = 286.987 \; \frac{J}{kg \cdot K}$

$\dot{m}_1 = \frac{p_1 \dot{V}_1}{R_{Luft} \cdot T_1} = 1.162 \; \frac{kg}{s}$

b) 1.HS für den ganzen Wärmetauscher: offenes System mit zwei Massenströmen $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}_{Luft}$ und $\dot{m}_3 = \dot{m}_4 = \dot{m}_{Ammoniak}$ bei vernachlässigten kinetischen und potentiellen Energieänderungen:

$$\underbrace{\cancel{\frac{dE}{dt}}}_{\text{stationär}} = \dot{Q} - \underbrace{\cancel{\dot{W}_s}}_{\text{keine Arbeit}} + \dot{m}_1 (h_1 - h_2) + \dot{m}_3 (h_3 - h_4)$$

nach $\dot{m}_3$ aufgelöst:

$\dot{m}_3 = \frac{-\dot{Q} - \dot{m}_1 (h_1 - h_2)}{h_3 - h_4}$

, wobei $-\dot{Q}$ genau 10% der von der Luft abgegebenen Wärme $\dot{m}_1 (h_1 - h_2)$ entspricht.

$\dot{m}_3 = \frac{0.9 \cdot \dot{m}_1 (h_1 - h_2)}{h_4 - h_3}$

- Enthalpien Luft (Tab. A-22): $h_1 = 300.19 \frac{kJ}{kg}$ $h_2 = 283.136 \frac{kJ}{kg}$
- Enthalpien Ammoniak (Tab. A-14): $h_3 = 448.582 \frac{kJ}{kg}$ $h_4 = 1134.44 \frac{kJ}{kg}$

$\dot{m}_3 = \frac{0.9 \cdot \dot{m}_1 (h_1 - h_2)}{h_4 - h_3} = 0.026 \; \frac{kg}{s}$

c) Zu zeigen ist, dass für Luft als ideales Gas $dh = c_p(T) \cdot dT$ gilt und daher für kleine Temperaturunterschiede $\Delta h = c_p \cdot \Delta T$ mit konstantem c_p auch bei sich änderndem Druck verwendet werden darf.

Allgemein gilt für die Enthalpie als Funktion der Temperatur und des Druckes das totale Differenzial

$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p dT$

Nun folgt mit der Definition von c_p und der Definition eines idealen Gases

$dh = \cancel{\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T} dp + \underbrace{\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p}_{:= c_p} dT = c_p \cdot dT$

$= 0$, da ideales Gas -> $h = h(T)$

□

d) Die maximal mögliche Leistungszahl wird beim reversiblen Prozess erreicht

$$\varepsilon_{WP,max} = \frac{\dot{Q}_{heiss}}{-\dot{W}_s} = \frac{\dot{Q}_{heiss}}{\dot{Q}_{heiss}-\dot{Q}_{kalt}} = \frac{T_{heiss}}{T_{heiss}-T_{kalt}}$$

, wobei das warme Reservoir das Haus ist: $T_{heiss} = T_{Haus} = 23°C$ und das kalte Reservoir die gleiche Temperatur wie der Ammoniak bei der Wärmeaufnahme haben muss $T_{kalt} = 4.13°C$ (Tabelle A-14 bei $p_3 = p_4 = 5\ bar$).

$$\varepsilon_{WP,max} = \frac{T_{heiss}}{T_{heiss}-T_{kalt}} = 15.69$$

e) $\dot{Q}_{heiz} = \dot{Q}_{heiss} = \dot{Q}_{kalt} \cdot \frac{T_{heiss}}{T_{kalt}}$

, wobei $\dot{Q}_{kalt} = \dot{Q}^{\swarrow}{}_{Ammoniak} = \dot{m}_3(h_4 - h_3) = 17.83\ kW$

$\dot{Q}_{heiz} = 19.04\ kW$

$$\dot{W}_{Kompressor} = \dot{W}_s = \frac{\dot{Q}_{heiss}}{-\varepsilon_{WP,max}} = -1.213\ kW$$

Der Kompressor muss also $1.213\ kW$ leisten um das Haus mit $19.04\ kW$ Wärme zu versorgen.