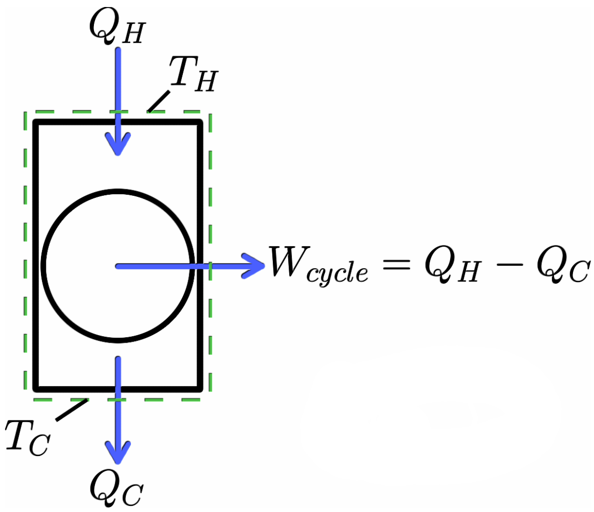
Thermodynamik I – Lösung Rechenübung 9

Aufgabe 1



a) Exergiebilanz für geschlossene Systeme:

$$E_{x,2} - E_{x,1} = \oint_b \left(1 - \frac{T_0}{T_b}\right) \cdot \delta Q - [W - p_0 \cdot (V_2 - V_1)] - T_0 \cdot S_{erz}$$

aus 1. HS: $Q_H = Q_C + W_{cycle}$

$$\begin{aligned}
0 &= \left[1 - \tfrac{T_0}{T_H}\right] \cdot Q_H - \left[1 - \tfrac{T_0}{T_C}\right] \cdot (Q_H - W_{cycle}) - W_{cycle} - T_0 \cdot S_{erz} \\
0 &= \left[1 - \tfrac{T_0}{T_H}\right] \cdot Q_H - \left[1 - \tfrac{T_0}{T_C}\right] \cdot Q_H + W_{cycle} - \tfrac{T_0}{T_C} W_{cycle} - W_{cycle} - T_0 \cdot S_{erz} \\
W_{cycle} &= \tfrac{T_C}{T_0} \cdot \left[\left(1 - \tfrac{T_0}{T_H}\right) - \left(1 - \tfrac{T_0}{T_C}\right)\right] \cdot Q_H - \tfrac{T_C \cdot T_0 \cdot S_{erz}}{T_0}
\end{aligned}$$

durch Q_H dividieren:

$$\eta = \frac{W_{cycle}}{Q_H} = \underbrace{1 - \frac{T_C}{T_H}}_{\eta_{Carnot}} - \frac{T_C \cdot T_0 \cdot S_{erz}}{T_0 \cdot Q_H} = 1 - \frac{T_C}{T_H} - \frac{T_C \cdot E_{x,verl}}{T_0 \cdot Q_H}$$

b) Die maximale thermische Effektivität wäre erreicht falls $E_{x,verl} = 0$, also keine internen Irreversibilitäten auftreten:

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

c) Wenn keine Arbeit erzeugt wird, $W_{cycle} = 0$, gilt $\eta = 0$ und mit der Formel aus a) folgt:

$$0 = 1 - \frac{T_C}{T_H} - \frac{T_C \cdot E_{x,verl}}{T_0 \cdot Q_H} \quad E_{x,verl} = T_0 \cdot \left[\frac{1}{T_C} - \frac{1}{T_H}\right] \cdot Q_H$$

Der Verlust wird erzeugt durch den Wärmetransport durch die Wand mit der Innenwandtemperatur T_H und T_C an der Aussenwand.

Aufgabe 2

Aus der Energiebilanz folgt die Endtemperatur T_2:

$$U_{Ende} - U_{Anfang} = \Delta U = 0 \Rightarrow [(2mu(T_2) - [mu(T_a) + mu(T_b)]] = 0$$
$$\Rightarrow 2u(T_2) - u(T_a) - u(T_b) = 0 \Rightarrow c[T_2 - T_a] + c[T_2 - T_b] = 0 \Rightarrow T_2 = 1/2(T_a + T_b)$$

Entropiebilanz: $S_{erz} = \Delta S = S_{Ende} - S_{Anfang} \Rightarrow$

$$S_{erz} = 2 \cdot m \cdot s(T_2) - [m \cdot s(T_a) + m \cdot s(T_b)] = m\{[s(T_2) - s(T_a)] + [s(T_2) - s(T_b)]\}$$
$$= mc \ln \tfrac{T_2}{T_a} + mc \ln \tfrac{T_2}{T_b} = mc \ln[\tfrac{T_2^2}{T_a T_b}] = mc \ln[\tfrac{(T_a+T_b)^2}{4T_a T_b}]$$

Damit gilt: $E_v = T_0 \cdot S_{erz} \quad \rightarrow \quad E_v = mcT_0 \ln[\frac{(T_a+T_b)^2}{4T_aT_b}]$

Annahme:

$E_v < 0 \Rightarrow \frac{(T_a+T_b)^2}{4T_aT_b} < 1 \Rightarrow (T_a + T_b)^2 < 4T_aT_b \Rightarrow T_a^2 - 2T_aT_b + T_b^2 < 0 \Rightarrow$
$(T_a - T_b)^2 < 0 \Rightarrow$ nicht möglich $\Rightarrow E_v$ kann nicht negativ sein

Aufgabe 3

Mit dem idealen Gasgesetz gilt:

$$W = m \cdot \textstyle\int_1^2 pdv = m \cdot p \cdot (v_2 - v_1) = m \cdot R \cdot (T_2 - T_1)$$
$$= 1\,kg \tfrac{8.314}{28.97}\,kJ/kg\,K (450 - 300)\,K = 43.0\,kJ$$

Die Exergie der Volumenänderungsarbeit beträgt:

$$E_{x,W} = W - p_0 \Delta V = W - mp_0(\tfrac{RT_2}{p_2} - \tfrac{RT_1}{p_1}) = W - mR\,(T_2 - T_1)\,\tfrac{p_0}{p} = W - W \cdot \tfrac{p_0}{p}$$
$$= 43.0\,kJ \cdot \left(1 - \tfrac{1}{2}\right) = 21.5\,kJ$$

Aus der Energiebilanz folgt:

$$Q = \Delta U + W = m(u_2 - u_1) + W$$

mit Werten aus Tabelle A-22 für $u(T)$ kann dies berechnet werden. Alternative:

$$Q = \Delta U + W = m(u_2 - u_1) + mp(v_2 - v_1) = m(h_2 - h_1)$$

Ebenfalls berechenbar mit Werten für $h(T)$ aus Tabelle A22:

$$Q = 1\,kg\,(451.8 - 300.19)\,kJ/kg = 151.6\,kJ$$

mit der Wärme transportierte Exergie:

$$\begin{aligned}&E_{x,Q} = \int_1^2 [1 - \tfrac{T_0}{T_b}]\delta Q = Q - T_0 \int_1^2 \tfrac{\delta Q}{T_b} \\ &= 151.6\,kJ - 280\,K \cdot 1\,kg \cdot [s^o(T_2) - s^o(T_1) - R\,\ln(\tfrac{p_2}{p_1})]\,kJ/kg\,K \\ &= (151.6 - 280\,[2.11161 - 1.70203]) = 36.9\,kJ\end{aligned}$$

Aufgabe 4

a) Annahmen:

- Das Wasser im Kolben-Zylinder-System ist ein geschlossenes System.
- Der Prozess ist intern reversibel.
- Temperatur und Druck sind während des Prozesses konstant.
- Keine Änderung der kinetischen und potentiellen Energie.

Die Änderung der spezifischen Exergie berechnet sich als

$$\Delta e_x = u_g - u_f + p_0 \cdot (v_g - v_f) - T_0 \cdot (s_g - s_f)$$

Mit Werten aus Tabelle A-2:

$$\begin{aligned}&\Delta e_x = 2087.56\,kJ/kg + 1.014 \cdot 10^5\,N/m^2 \cdot 1.672\,m^3/kg \cdot \tfrac{1\,kJ}{10^3\,Nm} \\ &-293.15\,K \cdot 6.048\,kJ/kg\,K = 484\,kJ/kg\end{aligned}$$

Mit konstantem Druck berechnet sich die Arbeit als:

$$\frac{W}{m} = \int_f^g p dv = p \cdot (v_g - v_f)$$

Da $p = p_0$, ist der Transfer von Exergie durch Arbeit:

$$e_{x,W} = \frac{W}{m} - p_0 \cdot (v_g - v_f) = (p - p_0) \cdot (v_g - v_f) = 0$$

Der Wärmeübergang in einem intern reversiblen Prozess bei konstanter Temperatur ist:

$$\frac{Q}{m} = \int_f^g T ds = T \cdot (s_g - s_f) = 373.15\,K \cdot (7.3549 - 1.3069)\;kJ/kg\,K = 2257\,kJ/kg$$

und damit der Transfer von Exergie verbunden mit Wärmeübergang:

$$e_{x,Q} = \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot \frac{Q}{m} = \left(1 - \frac{293.15}{373.15}\right) \cdot 2257\,kJ/kg = 484\,kJ/kg$$

Da es keine Irreversibilitäten im Prozess gibt, gibt es keinen Exergieverlust.

b) Annahmen:

- Das Wasser im Kolben-Zylinder System ist ein geschlossenes System.
- Es gibt keinen Wärmeübergang zur Umgebung.
- Das System ist zu Beginn und am Ende des Prozesses im Gleichgewicht.
- Keine Änderung der kinetischen und potentiellen Energie.

Die Änderung der spezifischen Exergie ist identisch mit Fall a): $\Delta e_x = 484\, kJ/kg$ Die Arbeit ergibt sich für das System mit

$$\frac{W}{m} = -\frac{\Delta U}{m} = -\left(u_g - u_f\right) = -2087.56\, kJ/kg$$

und damit der Exergietransfer durch Arbeit:

$$\begin{aligned} &e_{x,W} = \tfrac{W}{m} - p_0\left(v_g - v_f\right) = \\ &-2087.56\, kJ/kg - 1.014 \cdot 10^5\, N/m^2 \cdot 1.672\, m^3/kg \cdot \tfrac{1\, kJ}{10^3\, Nm} \\ &= -2257\, kJ/kg \end{aligned}$$

Da es keinen Wärmeübergang gibt, gibt es auch keinen Transfer von Exergie verbunden mit Wärmeübergang. Der Exergieverlust berechnet sich mit Hilfe einer Exergiebilanz:

$$\frac{E_{Verlust}}{m} = -\Delta e_x - \left[\frac{W}{m} - p_0\left(v_g - v_f\right)\right] = -\Delta e_x - e_{x,W} = 1773\, kJ/kg$$