

Musterlösung Übungsserie 2

Aufgabe 1

a) Berechne die adiabate Flammtemperatur, $T_{f,ad}$.

$$h(T, p) = h_f^0(T_{ref}, p_{ref}) + \Delta h(T, p)$$

h_f^0 : Bildungsenthalpie

Δh : Enthalpiedifferenz ($\Delta h = c_p \Delta T$)

Energiebilanz (erster Hauptsatz, konstanter Druck): $\Delta Q = \Delta H$

In diesem Fall gilt: $\Delta Q = 0$ (System adiabatisch), also:

$$0 = \sum_P n_P [h_{f,P}^0(T_{ref}, p_{ref}) + \Delta h_P(T_P, p_P)] - \sum_E n_E [h_{f,E}^0(T_{ref}, p_{ref}) + \Delta h_E(T_E, p_E)]$$

$$T_{ref} = T_R = 298 \text{ K}$$

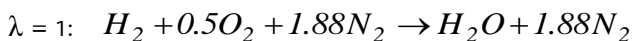
$$p_{ref} = p_R = 1 \text{ bar}$$

$$\Delta h_E(T_E, p_E) = 0$$

Somit ergibt sich:

$$\sum_E n_E [h_{f,E}^0(T_{ref}, p_{ref})] - \sum_P n_P [h_{f,P}^0(T_{ref}, p_{ref})] = \sum_P n_P [\Delta h_P(T_P, p_P)]$$

Für 1 mol Wasserstoff:



$$\sum_E n_E [h_{f,E}^0(T_{ref}, p_{ref})] = 1 \cdot h_{f,H_2}^0 + 0.5 \cdot h_{f,O_2}^0 + 1.88 \cdot h_{f,N_2}^0 = 0 + 0 + 0 = 0 \text{ [J]}$$

$$\sum_P n_P [h_{f,P}^0(T_{ref}, p_{ref})] = 1 \cdot h_{f,H_2O}^0 + 1.88 \cdot h_{f,N_2}^0 = 1 \cdot (-241820) + 0 = -241820 \text{ [J]}$$

$$\sum_P n_P [\Delta h_P(T_P, p_P)] = 1 \cdot \Delta h_{P,H_2O}(T_P, p_P) + 1.88 \cdot \Delta h_{P,N_2}(T_P, p_P)$$

Annahme: $T_p = 2500 \text{ K}$

$$\sum_P n_P [\Delta h_P(2500, 1)] = 1 \cdot (108868 - 9904) + 1.88 \cdot (82981 - 8669) = 238670,6 < 241820 \text{ [J]}$$

Annahme: $T_p = 2600 \text{ K}$

$$\sum_P n_P [\Delta h_P(2600, 1)] = 1 \cdot (114273 - 9904) + 1.88 \cdot (86650 - 8669) = 250973,3 > 241820 \text{ [J]}$$

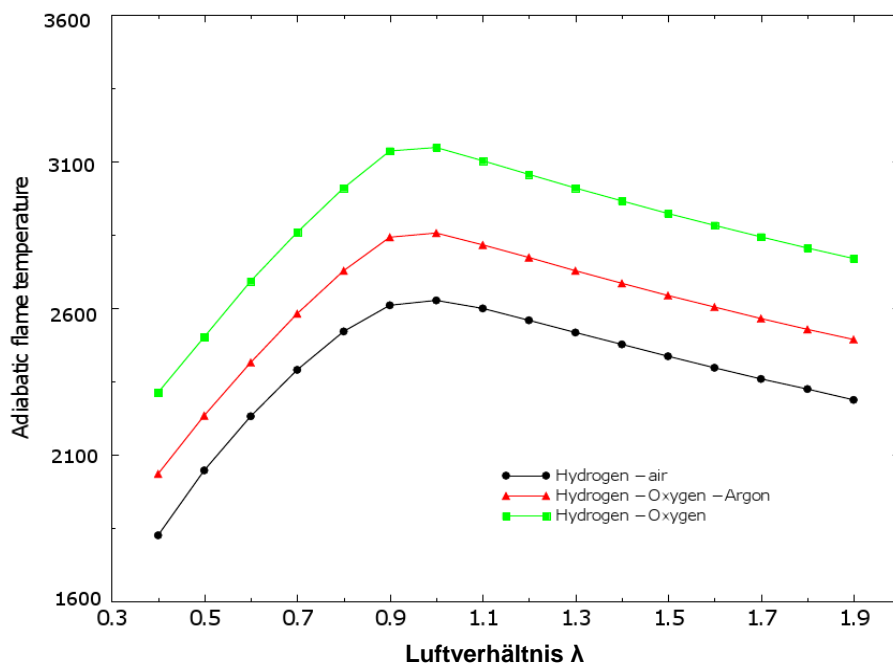
Lineare Interpolation:

$$\frac{T_{f,ad} - 2500}{241820 - 238670,6} = \frac{2600 - 2500}{250973,3 - 238670,6} \Rightarrow T_{f,ad} = 2525,6 \text{ K}$$

- Zeichne qualitativ die Abhängigkeit von $T_{f,ad}$ vom Luftverhältnis λ .
- Was passiert, wenn man den Wasserstoff anstelle von Luft mit reinem Sauerstoff (O_2) stöchiometrisch verbrennt? Zeichne qualitativ die Abhängigkeit der adiabaten Flammentemperatur von λ im selben Diagramm wie Aufgabe (b).
- Wie sieht die Abhängigkeit der adiabaten Flammentemperatur von λ aus, wenn man Ar anstelle von N_2 im anfänglichen H_2 /Luft-Gemisch hat? Zeichne erneut die $T_{f,ad} - \lambda$ Kurve in das selbe Diagramm ein.

Hinweise:

- Beachte, dass die Wärmekapazitäten von N_2 and Ar bei konstantem Druck folgende Abhängigkeit haben: $C_p(N_2) = 2C_p(Ar)$.
- Die Luft kann angenommen werden als 21% O_2 und 79% N_2 .



Aufgabe 2

Berechne:

- a) Die adiabate Flammtemperatur $T_{f,ad}$ für die Luftverhältnisse $\lambda = 1$, $\lambda = 2$ und $\lambda = 0.5$, unter der Annahme dass kein AGR eingesetzt wird und keine Dissoziationsreaktionen stattfinden.

$$h(T, p) = h_f^0(T_{ref}, p_{ref}) + \Delta h(T, p)$$

h_f^0 : Bildungsenthalpie

Δh : Enthalpiedifferenz ($\Delta h = c_p \Delta T$)

Energiebilanz (1.HS, konstanter Druck): $\Delta Q = \Delta H$

in unserem Fall $\Delta Q = 0$ (adiabatisches System), also:

$$0 = \sum_P n_P [h_{f,P}^0(T_{ref}, p_{ref}) + \Delta h_P(T_P, p_P)] - \sum_E n_E [h_{f,E}^0(T_{ref}, p_{ref}) + \Delta h_E(T_E, p_E)]$$

$$T_{ref} = T_E = 298 \text{ K}$$

$$p_{ref} = p_E = 1 \text{ bar}$$

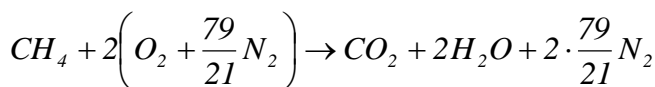
$$\Delta h_E(T_E, p_E) = 0$$

Dies ergibt:

$$\sum_E n_E [h_{f,E}^0(T_{ref}, p_{ref})] - \sum_P n_P [h_{f,P}^0(T_{ref}, p_{ref})] = \sum_P n_P [\Delta h_P(T_P, p_P)]$$

Für 1 mol Methan:

$\lambda = 1$:



$$\sum_E n_E [h_{f,E}^0(T_{ref}, p_{ref})] = 1 \cdot h_{f,CH_4}^0 + 2 \cdot h_{f,O_2}^0 + 7.52 \cdot h_{f,N_2}^0 = -74850 + 0 + 0 = -74850 \text{ [J]}$$

$$\sum_P n_P [h_{f,P}^0(T_{ref}, p_{ref})] = 1 \cdot h_{f,CO_2}^0 + 2 \cdot h_{f,H_2O}^0 + 7.52 \cdot h_{f,N_2}^0 = -393520 + 2 \cdot (-241820) + 0 = -877160 \text{ [J]}$$

$$\sum_E n_E [h_{f,E}^0(T_{ref}, p_{ref})] - \sum_P n_P [h_{f,P}^0(T_{ref}, p_{ref})] = -74850 - (-877160) = 802310 \text{ [J]}$$

$$\sum_P n_P [\Delta h_P(T_P, p_P)] = 1 \cdot \Delta h_{P,CO_2}(T_P, p_P) + 2 \cdot \Delta h_{P,H_2O}(T_P, p_P) + 7.52 \cdot \Delta h_{P,N_2}(T_P, p_P)$$

Wir nehmen an, dass $T_P = 2250 \text{ K}$

$$\sum_P n_P [\Delta h_P(2250, 1)] = 1 \cdot (115984 - 9364) + 2 \cdot (95562 - 9904) + 7.52 \cdot (73856 - 8669) = 768142 < 802310 \text{ [J]}$$

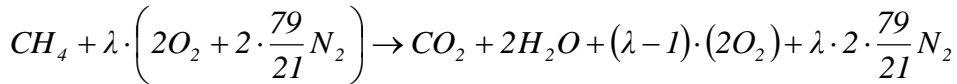
Als nächste Annahme treffen wir $T_P = 2350 \text{ K}$

$$\sum_P n_P [\Delta h_P(2350, 1)] = 1 \cdot (122091 - 9364) + 2 \cdot (100846 - 9904) + 7.52 \cdot (77496 - 8669) = 812190 > 802310 \text{ [J]}$$

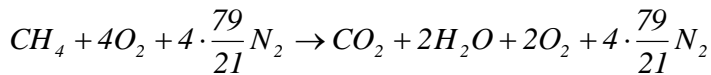
Die gesuchte Temperatur liegt somit zwischen den angenommenen. Um die korrekte Temperatur zu erhalten, verwenden wir lineare Interpolation:

$$\frac{T_{f,ad} - 2250}{802310 - 768142} = \frac{2350 - 2250}{812190 - 768142} \Rightarrow T_{f,ad} = 2328 \text{ K}$$

$\lambda = 2$:



Für $\lambda=2$ lautet die Verbrennungsgleichung demnach:



$$\sum_E n_E [h_{f,E}^0(T_{ref}, p_{ref})] = 1 \cdot h_{f,CH_4}^0 + 4 \cdot h_{f,O_2}^0 + 15.04 \cdot h_{f,N_2}^0 = -74850 + 0 + 0 = -74850 \text{ [J]}$$

$$\sum_P n_P [h_{f,P}^0(T_{ref}, p_{ref})] = 1 \cdot h_{f,CO_2}^0 + 2 \cdot h_{f,H_2O}^0 + 2 \cdot h_{f,O_2}^0 + 15.04 \cdot h_{f,N_2}^0 = -393520 + 2 \cdot (-241820) + 0 = -877160 \text{ [J]}$$

$$\sum_E n_E [h_{f,E}^0(T_{ref}, p_{ref})] - \sum_P n_P [h_{f,P}^0(T_{ref}, p_{ref})] = -74850 - (-877160) = 802310 \text{ [J]}$$

$$\sum_P n_P [\Delta h_P(T_P, p_P)] = 1 \cdot \Delta h_{P,CO_2}(T_P, p_P) + 2 \cdot \Delta h_{P,H_2O}(T_P, p_P) + 2 \cdot \Delta h_{P,O_2}(T_P, p_P) + 15.04 \cdot \Delta h_{P,N_2}(T_P, p_P)$$

Als erste Annahme $T_P = 1400 \text{ K}$

$$\sum_P n_P [\Delta h_P(1400, 1)] = 1(65271 - 9364) + 2(53351 - 9904) + 2(45648 - 8682) + 15.04(43605 - 8669) = 742170 < 802310 \text{ [J]}$$

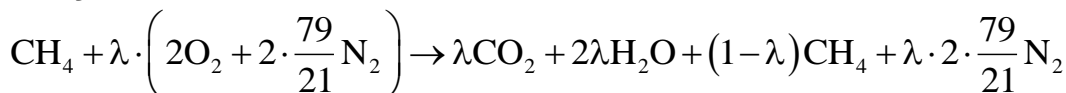
Als zweite Annahme $T_P = 1500 \text{ K}$

$$\sum_P n_P [\Delta h_P(1500, 1)] = 1(71078 - 9364) + 2(57999 - 9904) + 2(49292 - 8682) + 15.04(47073 - 8669) = 816720 > 802310 \text{ [J]}$$

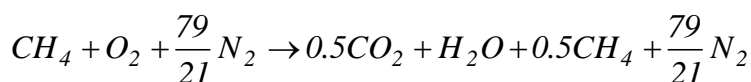
Lineare Interpolation:

$$\frac{T_{f,ad} - 1400}{802310 - 742170} = \frac{1500 - 1400}{816720 - 742170} \Rightarrow T_{f,ad} = 1481 \text{ K}$$

$\lambda = 0.5$:



Für $\lambda=0.5$ wird die Verbrennungsreaktion zu:



$$\sum_E n_E [h_{f,E}^0(T_{ref}, p_{ref})] = 1 \cdot h_{f,CH_4}^0 + 1 \cdot h_{f,O_2}^0 + 3.76 \cdot h_{f,N_2}^0 = -74850 + 0 + 0 = -74850 \text{ [J]}$$

$$\begin{aligned}\sum_P n_P [h_{f,P}^0(T_{ref}, p_{ref})] &= 0.5h_{f,CO_2}^0 + 1h_{f,H_2O}^0 + 0.5h_{f,CH_4}^0 + 3.76h_{f,N_2}^0 = 0.5 \cdot (-393520) + 1(-241820) + 0.5(-74850) + 0 = -476005 \text{ [J]} \\ \sum_E n_E [h_{f,E}^0(T_{ref}, p_{ref})] - \sum_P n_P [h_{f,P}^0(T_{ref}, p_{ref})] &= -74850 - (-476005) = 401155 \text{ [J]} \\ \sum_P n_P [\Delta h_P(T_P, p_P)] &= 0.5\Delta h_{P,CO_2}(T_P, p_P) + 1\Delta h_{P,H_2O}(T_P, p_P) + 0.5\Delta h_{P,CH_4}(T_P, p_P) + 3.76\Delta h_{P,N_2}(T_P, p_P)\end{aligned}$$

Erste Annahme $T_P = 1800 \text{ K}$

$$\begin{aligned}\sum_P n_P [\Delta h_P(1800, 1)] &= 0.5(88806 - 9364) + 1(72513 - 9904) + 0.5(114958 - 10062) + 3.76(57651 - 8669) = \\ &= 338950.3 < 401155 \text{ [J]}\end{aligned}$$

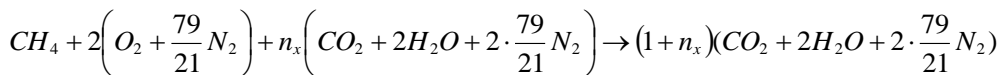
Zweite Annahme $T_P = 2100 \text{ K}$

$$\begin{aligned}\sum_P n_P [\Delta h_P(2100, 1)] &= 0.5(106864 - 9364) + 1(87735 - 9904) + 0.5(143043 - 10062) + 3.76(68417 - 8669) = \\ &= 417724 > 401155 \text{ [J]}\end{aligned}$$

Lineare Interpolation:

$$\frac{T_{f,ad} - 1800}{401155 - 338950.3} = \frac{2100 - 1800}{417724 - 338950.3} \Rightarrow T_{f,ad} = 2037 \text{ K}$$

b) Den Anteil AGR (in Molanteil X_{AGR}), mit welchem eine adiabate Flammtemperatur $T_{f,ad} = 1300 \text{ K}$ mit $\lambda = 1$ erreicht wird.



$$\begin{aligned}\sum_E n_E [h_{f,E}^0(T_{ref}, p_{ref})] &= 1 \cdot h_{f,CH_4}^0 + 2 \cdot h_{f,O_2}^0 + 7.52 \cdot h_{f,N_2}^0 + n_x(1 \cdot h_{f,CO_2}^0 + 2 \cdot h_{f,H_2O}^0 + 7.52 \cdot h_{f,N_2}^0) = \\ &= -74850 + 0 + 0 + n_x(-877160) \text{ [J]} \\ \sum_P n_P [h_{f,P}^0(T_{ref}, p_{ref})] &= (1 + n_x)(h_{f,CO_2}^0 + 2h_{f,H_2O}^0 + 7.52h_{f,N_2}^0) = (1 + n_x)(-393520 + 2(-241820) + 0) = \\ &= (1 + n_x)(-877160) \text{ [J]}\end{aligned}$$

Dies ergibt:

$$\sum_E n_E [h_{f,E}^0(T_{ref}, p_{ref})] - \sum_P n_P [h_{f,P}^0(T_{ref}, p_{ref})] = -74850 + n_x(-877160) - (1 + n_x)(-877160) = 802310 \text{ [J]}$$

Die Enthalpiedifferenzen der Produkte sind:

$$\sum_P n_P [\Delta h_P(T_P, p_P)] = (1 + n_x)(1 \cdot \Delta h_{P,CO_2}(T_P, p_P) + 2 \cdot \Delta h_{P,H_2O}(T_P, p_P) + 7.52 \cdot \Delta h_{P,N_2}(T_P, p_P))$$

Und $T_p=1300\text{ K}$:

$$\sum_p n_p [\Delta h_p(1300,1)] = (1+n_x)(1(59522-9364) + 2(48807-9904) + 7.52(40170-8669)) = (1+n_x)364852[J]$$

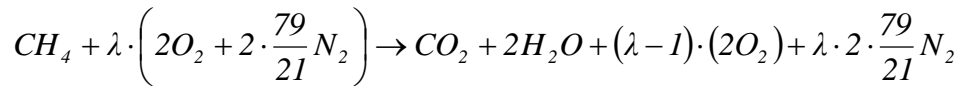
$$(1+n_x) \cdot 364852 = 802310 \Rightarrow n_x = \frac{802310}{364852} - 1 = 1.199$$

$$X_{AGR} = \frac{n_{AGR}}{n_{tot}} = \frac{n_x(1+2+7.52)}{(1+n_x)(1+2+7.52)} = 0.545 \Rightarrow 54.5\%$$

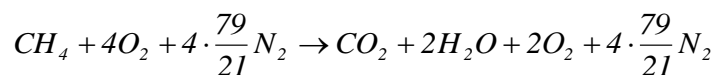
Aufgabe 3

a) Die vom Brenner absolut verlorene Wärme \dot{Q} (in MW)

Die vollständige Methan-Verbrennung wird beschrieben durch:



und mit $\lambda=2$ ergibt sich



Energiebilanz (erster Hauptsatz, konstanter Druck): $\Delta Q^\downarrow = \Delta H$

Die Wärmeverluste werden berechnet als:

$$Q = -\Delta Q^\downarrow = H_{Edukte} - H_{Produkte}$$

$$Q = \sum_E n_E \left[h_{f,E}^0(T_{ref}, p_{ref}) + \Delta h_E(T_E, p_E) \right] - \sum_P n_P \left[h_{f,P}^0(T_{ref}, p_{ref}) + \Delta h_P(T_P, p_P) \right]$$

$$\sum_P n_E \left[h_{f,E}^0(T_{ref}, p_{ref}) \right] = 1 \cdot h_{f,CH_4}^0 + 4 \cdot h_{f,O_2}^0 + 15.04 \cdot h_{f,N_2}^0 = -74850 + 0 + 0 = -74850 \text{ [J]}$$

$$\sum_P n_P \left[h_{f,P}^0(T_{ref}, p_{ref}) \right] = 1 \cdot h_{f,CO_2}^0 + 2 \cdot h_{f,H_2O}^0 + 2 \cdot h_{f,O_2}^0 + 15.04 \cdot h_{f,N_2}^0 = -393520 + 2 \cdot (-241820) + 0 = -877160 \text{ [J]}$$

$$\sum_E n_E [\Delta h_E(298,1)] = 0 \text{ [J]}$$

$$\sum_P n_P [\Delta h_P(1400,1)] = 1 \cdot (65271 - 9364) + 2 \cdot (53351 - 9904) + 2 \cdot (45648 - 8682) + 15.04 \cdot (43605 - 8669) = 742170 \text{ [J]}$$

$$Q = H_{Edukte} - H_{Produkte} = (-74850 + 0) - (-877160 + 742170) = 60140 \text{ [J]}$$

1 kg/s $_{CH_4}$ entspricht:

$$1 \frac{kg_{CH_4}}{s} = 1000 \frac{g_{CH_4}}{s} \cdot \frac{mol_{CH_4}}{16g_{CH_4}} = 62.5 \frac{mol_{CH_4}}{s}$$

Die totalen Wärmeverluste ergeben sich als:

$$\dot{Q} = \frac{60140J}{1mol_{CH_4}} \cdot 62.5 \frac{mol_{CH_4}}{s} = 3.759MW$$

b) Der verlorene Anteil (in %) der chemisch freigesetzten Energie durch Wärmeverluste.

Die chemisch freigesetzte Energie ist:

$$\dot{Q}_{\text{chem}} = \dot{m}_{\text{CH}_4} \cdot H_{U_{\text{CH}_4}} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 50 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}} = 50 \text{ MW}$$

Der Anteil der Wärmeverluste ist somit

$$\frac{\dot{Q}_{\text{Verluste}}}{\dot{Q}_{\text{chem}}} = \frac{3.759 \text{ MW}}{50 \text{ MW}} = 0.0752 = 7.52 \%$$

c) Das Volumen von Wasser in m³ pro Tag, welches von 20 °C auf 45 °C erwärmt wird.

Die nötige Energie pro kg Wasser wird gerechnet als:

$$E_{\text{H}_2\text{O}} = c_{p,\text{H}_2\text{O}} \cdot \Delta T_{\text{H}_2\text{O}} = 4180 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 25 \text{ K} = 104.5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}}}$$

Für die totale Wassermasse pro Tag ergibt sich:

$$\dot{m}_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{\dot{Q} \cdot (24 \cdot 3600 \text{ s})}{E_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{3.759 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot \left(\frac{24 \cdot 3600 \text{ s}}{\text{Tag}} \right)}{104.5 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}}}} = 3.108 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}}}{\text{Tag}}$$

Das Volumen Wasser pro Tag wird:

$$\dot{V}_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{\dot{m}_{\text{H}_2\text{O}}}{\rho_{\text{H}_2\text{O}}} = 3.108 \cdot 10^3 \frac{\text{m}^3_{\text{H}_2\text{O}}}{\text{Tag}}$$