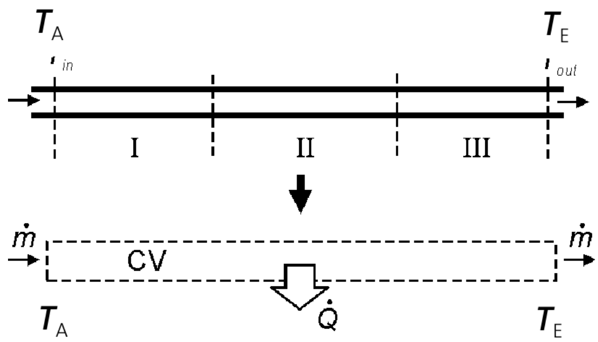
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Thermodynamik II – Musterlösung Rechenübung 6

Aufgabe 1

a)



1. HS über das CV:

$$\dot{m}h_A - \dot{m}h_E + \dot{Q} = 0$$

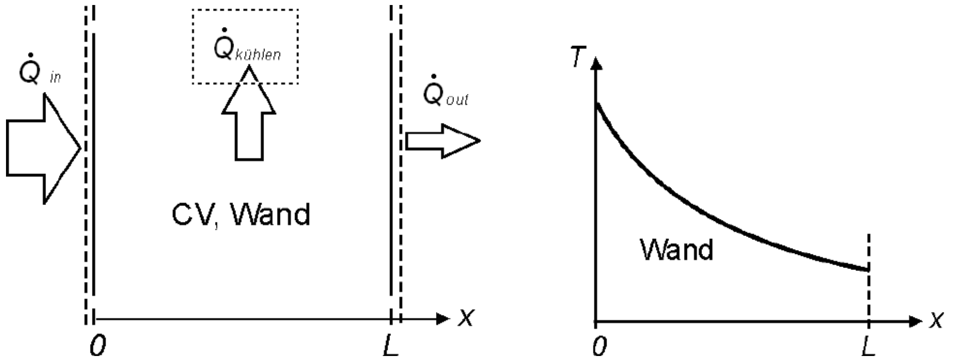
mit $\Delta h_i = c_p \Delta T_i$ und $\dot{m} = \rho \dot{V} = \rho B D w$
(Einheitenkontrolle: $kg/s = kg/m^3 \cdot m \cdot m \cdot m/s \Rightarrow o.k.$)

$$\dot{Q} = \rho B D w c_p \left(T_E - T_A\right) = -243\,MW$$

b)

- Wärmestrahlung (wichtig bei hoher Temperatur): v.a bei Abschnitt I.
- Erzwungene Konvektion: (durch Transportgeschwindigkeit des Bleches hervorgerufen): bei Abschnitt I, II und III.
- Erzwungene Konvektion (durch Kühlwasserfluss hervorgerufen) und Verdampfen des Kühlwassers: bei Abschnitt II.
- Natürliche Konvektion: eher geringer Einfluss.
- Wärmeleitung (zu Transportrollen und Spule) und Wärmeleitung in Blechebene: eher geringer Einfluss.

Aufgabe 2



Kontrollvolumen um Wand erstellen (Bemerkung: Wärme fliesst von links nach rechts, da $T(x=0) > T(x=L)$):

a) 1. HS über CV:

$$\dot{Q}_{in} = \dot{Q}_{out} + \dot{Q}_{\text{kühlen}}$$

mit

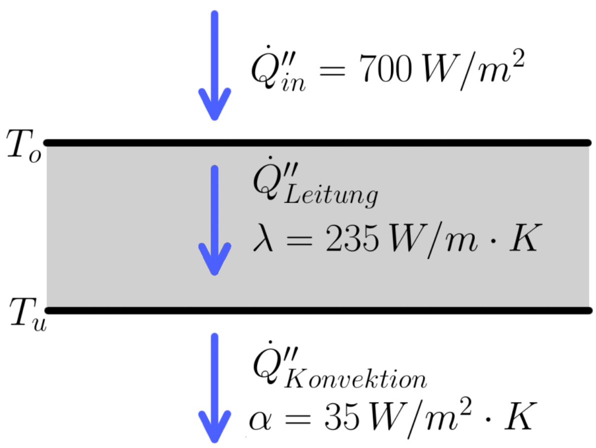
$$\dot{Q}_{in} = -A \cdot \lambda \cdot \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0}, \dot{Q}_{out} = -A \cdot \lambda \cdot \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=L}$$

$$\dot{Q}_{\text{kühlen}} = \dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out} = A \cdot \lambda \cdot \left(\left(-\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0}\right) - \left(-\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=L}\right)\right) > 0$$

weil $\left(-\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0}\right) > \left(-\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=L}\right)$, d.h. Steigung bei $x=0$ fällt steiler ab als bei $x=L$.
$\Rightarrow$ Senke in der Wand

b) Profil wird sich dem stationären Zustand annähern (linearer Temperaturverlauf)

Aufgabe 3



Annahmen:

- stationärer Zustand,
- 1-dimensional,
- $\lambda = konst.$,
- unendlich lange Platte
- keine Quellen

Energieerhaltung:

$$\dot{Q}''_{in} = \dot{Q}''_{Leitung} = \dot{Q}''_{Konvektion} = -\lambda_{Alu}\frac{\partial T}{\partial x} = \alpha\,(T_u - T_{Fluid}) = 700\,W/m^2$$

Temperatur an der Unterseite der Platte:

$$\dot{Q}''_{in} = \alpha\,(T_u - T_{Fluid}) \Rightarrow T_u = \frac{\dot{Q}''_{in}}{\alpha} + T_{Fluid} = 80°C$$

Wärmeleitung und Temperaturverteilung in der Alu-Platte:

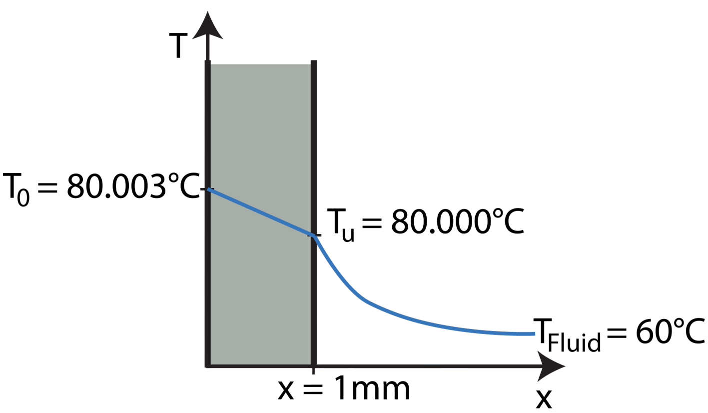
$$\dot{Q}''_{in} = -\lambda_{Alu}\frac{\partial T}{\partial x} \Rightarrow T = -\frac{\dot{Q}''_{in}}{\lambda_{Alu}}x + C_1$$

Randbedingung: $T(x = d_{Alu}) = T_u = -\frac{\dot{Q}''_{in}}{\lambda_{Alu}}d_{Alu} + C_1 \Rightarrow T = T_u + \frac{\dot{Q}''_{in}}{\lambda_{Alu}}\,(-x + d_{Alu})$
Temperatur an der Oberseite der Platte:

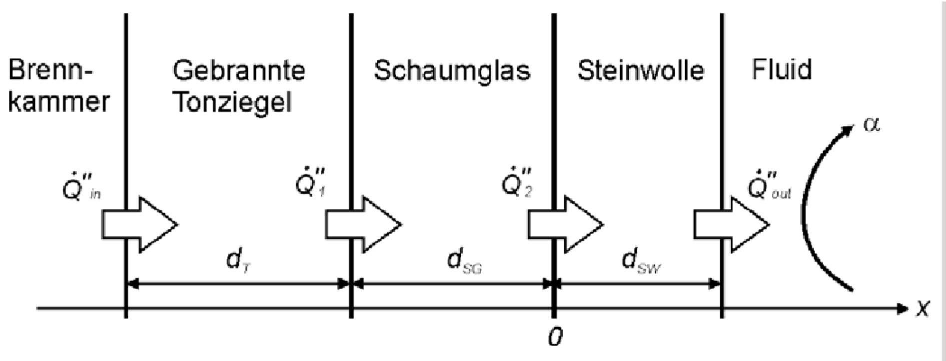
$$T_o = 80 + 700/235\,(-0 + 0.001) = 80.003°C$$

(Biot Zahl: $Bi = \frac{\alpha \cdot L_{\text{Körper}}}{\lambda_{\text{Körper}}} = \frac{35 \cdot 0.001}{235} \ll 1$)

Temperaturverlauf:



Aufgabe 4



a)

Annahmen:

(a) stationärer Zustand

(b) 1-dimensionale Wärmeleitung

(c) $\lambda_i = konst.$

(d) keine Wärmestrahlung

Energieerhaltung:

$$\dot{Q}''_{in} = \dot{Q}''_1 = \dot{Q}''_2 = \dot{Q}''_{out} = \alpha\left(T_w - T_{Fluid}\right) = 18\frac{W}{m^2K}\cdot(45°C - 20°C) = 450\frac{W}{m^2} = \dot{Q}''$$

Wärmeleitung in der Steinwolle:

$$\dot{Q}'' = -\lambda_{SW}\frac{\partial T}{\partial x} \Rightarrow T = -\frac{\dot{Q}''}{\lambda_{SW}}x + C_1$$

Randbedingung: $T(x = d_{SW}) = T_W = -\frac{\dot{Q}''}{\lambda_{SW}}d_{SW} + C_1 \Rightarrow T = T_W + \frac{\dot{Q}''}{\lambda_{SW}}\left(-x + d_{SW}\right)$
Maximale Temperatur bei $x = 0$:

$$T_{\max} = T_W + \frac{\dot{Q}''}{\lambda_{SW}}d_{SW} = 200°C$$

$$\Rightarrow d_{SW} = \left(T_{\max} - T_W\right)\cdot\frac{\lambda_{SW}}{\dot{Q}''} = (200°C - 45°C)\cdot\frac{0.040\,W/m\cdot K}{450\,W/m^2} = 1.38\,cm$$

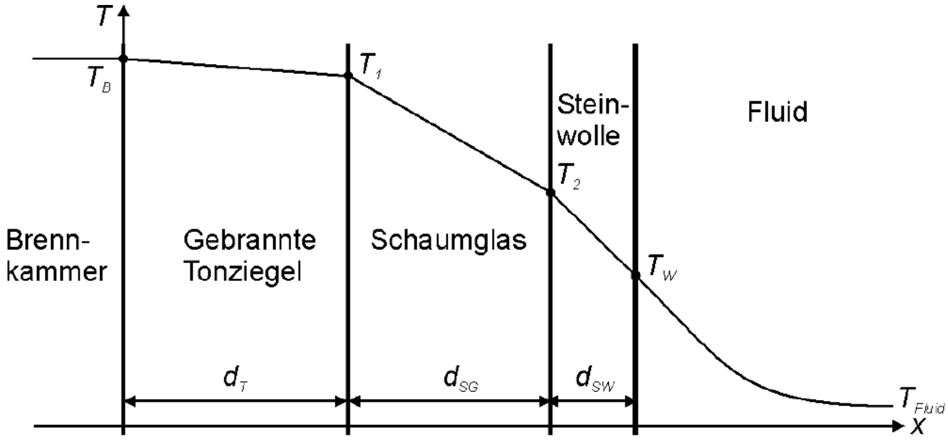
Wärmeleitung im Schaumglas wird analog berechnet:

$$d_{SG} = \left(T_{\max} - T_{\min}\right)\cdot\frac{\lambda_{SG}}{\dot{Q}''} = (700°C - 200°C)\cdot\frac{0.048\,W/m\cdot K}{450\,W/m^2} = 5.33\,cm$$

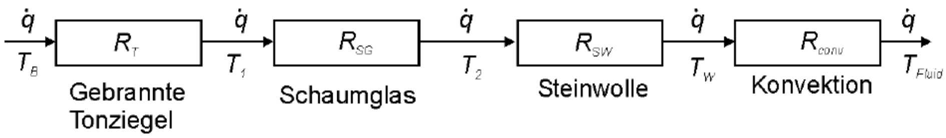
Wärmeleitung in den gebrannten Tonziegeln wird auch analog berechnet:

$$d_T = \left(T_{BK} - T_{\min}\right)\cdot\frac{\lambda_T}{\dot{Q}''} = (1150°C - 700°C)\cdot\frac{1.07\,W/m\cdot K}{450\,W/m^2} = 107\,cm$$

Das Temperaturprofil sieht dann qualitativ so aus:



Alternativer Lösungsweg: Analogie zum elektrischen Strom.



Thermischer Widerstand aufgrund Konvektion

$$R_{conv} = \frac{1}{A\alpha} \qquad \dot{Q} = \dot{Q}''\dot{A} = \frac{T_W - T_{Fluid}}{R_{conv}} \qquad \Rightarrow \dot{Q}'' = \alpha\left(T_W - T_{Fluid}\right)$$

Wärmeleitwiderstand Steinwolle: $R_{SW} = \frac{d_{SW}}{A\lambda_{SW}}$

$$\dot{Q} = \dot{Q}''A = \frac{T_2 - T_W}{R_{SW}} \Rightarrow d_{SW} = \frac{\lambda_{SW}\left(T_2 - T_W\right)}{\dot{Q}''}$$

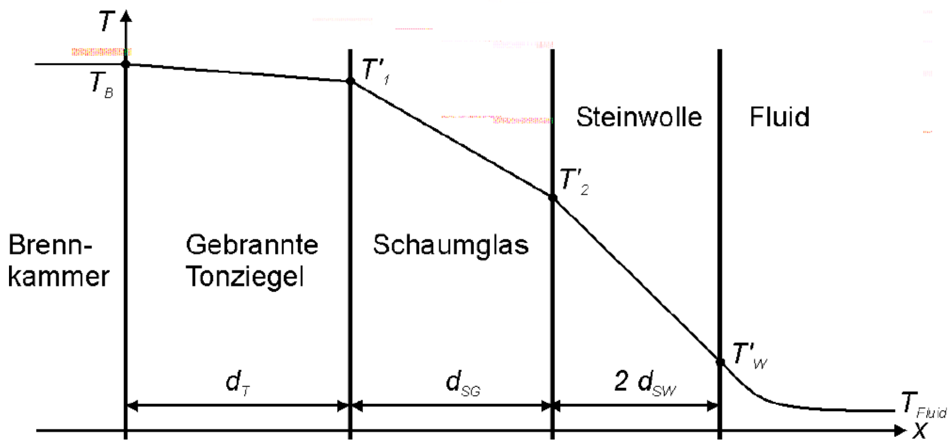
Wärmeleitwiderstand Schaumglas: $R_{SG} = \frac{d_{SG}}{A\lambda_{SG}}$

$$\dot{Q} = \dot{Q}''A = \frac{T_1 - T_2}{R_{SG}} \Rightarrow d_{SG} = \frac{\lambda_{SG}\left(T_1 - T_2\right)}{\dot{Q}''}$$

Wärmeleitwiderstand Tonziegel: $R_T = \frac{d_T}{A\lambda_T}$

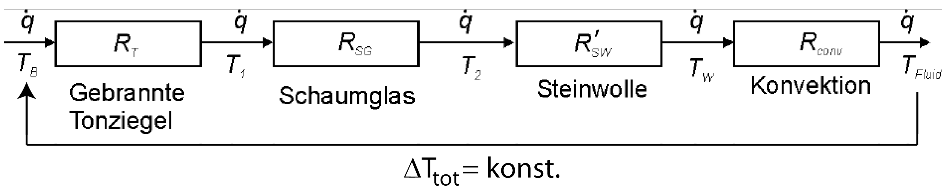
$$\dot{Q} = \dot{Q}''A = \frac{T_B - T_1}{R_T} \Rightarrow d_T = \frac{\lambda_T\left(T_B - T_1\right)}{\dot{Q}''}$$

b) Was passiert, wenn die Steinwollschicht verdoppelt wird?



- Für den Fall dass der Wärmestrom $\dot{Q}''_{in} = 450\frac{W}{m^2}$ konstant bleibt:
  die Konvektionswärme bleibt gleich: $\dot{Q}''_{in} = \alpha\,(T'_w - T_\infty) = \dot{Q}''_{out} \Rightarrow T'_w = T_w$
  das Temperaturprofil durch die Steinwolle ändert sich:
  $\dot{Q}''_{in} = \lambda\frac{dT}{dx}$ und $dx' = 2dx \Rightarrow \Delta T'_{23} > \Delta T_{23}$
  somit: $T'_B > T_{B_{max}}$ und die Brennkammer ist einsturzgefährdet, da die maximal zulässige Wandtemperatur überschritten wird.
- Für den Fall dass die Temperatur der Brennkammerwand konstant ($T'_B = T_B$) bleibt: (industrierelevanter Ansatz!)

  Feedback Loop um T_B unter dem maximal zulässigen Wert $T_{B_{max}}$ zu halten:



wobei $R'_{SW} = 2R_{SW} \Rightarrow \dot{Q}''_{neu} < \dot{Q}''$ und $T'_W < T_W, T'_2 > T_2$, und $T'_1 > T_1$