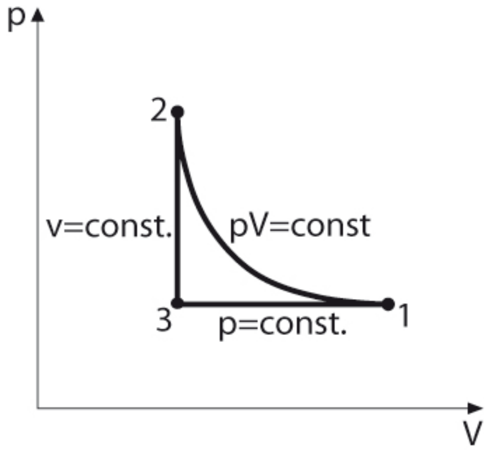
Thermodynamik I, So10
Musterlösung

Aufgabe 1

a) p-V Diagram:



b) Teilprozesse:

$1 \rightarrow 2$: polytrop mit n=1: *pV=const*

$$W_{12} = p_1 V_1 \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = 10^5\,Pa \cdot 3.5 m^3 \ln\left(\frac{10^5\,Pa}{2.08 \cdot 10^5\,Pa}\right) = -256.33 kJ$$

$$Q_{12} = U_2 - U_1 + W_{12} = 700kJ - 441kJ - 265.33kJ = 2.67kJ$$

$2 \rightarrow 3$: isochor: $V_2 = V_3 = 1.68\ m^3$

$$W_{23} = 0$$

$$U_3 = Q_{23} + U_2 = -180kJ + 700kJ = 520kJ$$

$3 \rightarrow 1$: isobar: $p_3 = p_1 = 1\ bar$

$$W_{31} = p_3 (V_1 - V_3) = 10^5\,Pa (3.5 - 1.68) m^3 = 181.73kJ$$

$$Q_{31} = U_1 - U_3 + W_{31} = 441kJ - 520kJ + 181.73kJ = 102.73kJ$$

c) Es handelt sich um eine Wärmepumpe oder Kältemaschine da die Arbeit des Kreisprozesses negativ ist:

$$W_{KP} = \sum_i W_i = -74.6kJ < 0$$

d) Falls es sich um eine Kältemaschine handelt:

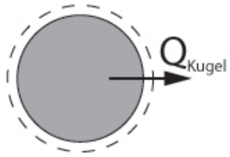
$$\varepsilon_K = \frac{Q_{zu}}{-W_{KP}} = \frac{Q_{12} + Q_{31}}{-W_{KP}} = \frac{105.4kJ}{74.6kJ} = 1.41$$

Falls es sich um eine Wärmepumpe handelt:

$$\varepsilon_W = \frac{Q_{ab}}{-W_{KP}} = \frac{|Q_{23}|}{-W_{KP}} = \frac{180kJ}{74.6kJ} = 2.41 = \varepsilon_K + 1$$

Aufgabe 2

a) Kontrollvolumen für eine Kugel als geschlossenes System:



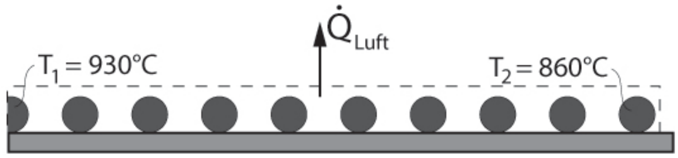
$$\Delta E_{Kugel} = \Delta U_{Kugel} = Q_{Kugel} - \cancelto{0}{W_{Kugel}}$$

$$Q_{Kugel} = \rho V\left[u(T_2) - u(T_1)\right] = \rho\frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3\int_{T_1}^{T_2} c dT = \rho\frac{\pi}{6}D^3 c\left(T_2 - T_1\right)$$

$$= 8085\frac{kg}{m^3}\frac{\pi}{6}\left(1.1\cdot 10^{-2}\right)^3\frac{m^3}{Kugel}480\frac{J}{kgK}\left(1133-1203\right)K = -189.32\frac{J}{Kugel}$$

Und $\dot{Q}_{Luft} = Q_{Kugel}\dot{n} = -189.32\frac{J}{Kugel}20\frac{Kugel}{s} = -3.786kW$

Oder Kontrollvolumen für ein stationäres, offenes System:



$$\frac{dE}{dt} = 0 = \dot{Q}_{Luft} - \dot{W} + \dot{m}_{Kugeln}\left(h_1 - h_2\right)$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_{Luft} = \dot{m}\left[h(T_2) - h(T_1)\right] = \rho\frac{\pi}{6}D^3\dot{n}\int_{T_1}^{T_2} c dT = \rho\frac{\pi}{6}D^3\dot{n}c\left(T_2 - T_1\right) = -3.786kW$$

b) Entropieerzeugungsrate:

Geschlossenes System:

$$S_{erz,Kugel,Luft} = S_{2,Kugel} - S_{1,Kugel} - \int_{T_1}^{T_2}\frac{\delta Q_{Kugel}}{T_\infty} = m_{Kugel}\int_{T_1}^{T_2}\frac{c}{T}dT - \frac{Q_{Kugel}}{T_\infty} = \rho\frac{\pi}{6}D^3 c\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \frac{Q_{Kugel}}{T_\infty}$$

$$= 8085\frac{kg}{m^3}\frac{\pi}{6}\left(1.1\cdot 10^{-2}\right)^3 480\frac{J}{kgK}\frac{m^3}{Kugel}\ln\left(\frac{1133K}{1203K}\right) - \frac{-189.32\frac{J}{Kugel}}{303K}$$

$$= 0.463\frac{J}{K\cdot Kugel}$$

Und $\dot{S}_{erz,Luft} = S_{erz,Kugel,Luft}\dot{n} = 0.463\frac{J}{K\cdot Kugel}20\frac{Kugel}{s} = 9.25\frac{W}{K}$

Offenes System analog zu $\dot{Q}_{Luft}$

c) Wassermenge $\dot{m}_W$, die zum Abschrecken einer Kugel benötigt wird:

(Tab A-2 und A-3)

$$\dot{Q}_{Abschr.} - \cancelto{0}{\dot{W}_{23,Kugeln}} = \rho V_{Kugel}\dot{n}\left(h_3 - h_2\right)$$

$$= \rho\frac{\pi}{6}D^3\dot{n}c\left(T_3 - T_2\right) = 8085\frac{kg}{m^3}\frac{\pi}{6}\left(1.1\cdot 10^{-2}\right)^3\frac{m^3}{Kugel}20\frac{Kugeln}{s}480\frac{J}{kgK}\left(473-1133\right)K$$

$$= -35.7kW$$

$$\dot{Q}_{Wasser} = \dot{m}_W\left(h_{Dampf,sat} - h_{w,15°C}\right)\Big|_{p=1bar} = -\dot{Q}_{Abschr.}$$

$$\dot{m}_W = \frac{-\dot{Q}_{Abschr.}}{\left(h_{Dampf,sat} - h_{w,15°C}\right)\Big|_{p=1bar}} = \frac{35.7\cdot 10^3\,\frac{J}{s}}{\left(2675.5-62.99\right)\cdot 10^3\,\frac{J}{kg}} = 0.0137\frac{kg}{s} = 13.7\frac{g}{s}$$

alternativ:

$$\dot{Q}_{Wasser} = \dot{m}_W\left(h_{fg} + h_{w,100°C} - h_{w,15°C}\right)\Big|_{p=1bar} = -\dot{Q}_{Abschr.}$$

$$\dot{m}_W = \frac{-\dot{Q}_{Abschr.}}{\left(h_{fg} + h_{w,100°C} - h_{w,15°C}\right)\Big|_{p=1bar}} = \frac{35.7\cdot 10^3\,\frac{J}{s}}{\left(2258.0+419.04-62.99\right)\cdot 10^3\,\frac{J}{kg}} = 0.0137\frac{kg}{s}$$

Aufgabe 3

a) aus Tab. A-4 bei 1MPa und 320°C:

v_1= 0.2678 m^3/kg,

h_1= 3093.9 kJ/kg,

s_1= 7.1962 kJ/kgK

und aus Tab. A-3 h_f bei 1MPa=10 bar:

h_2= 762.81 kJ/kg,

T_2= 179.9°C,

s_2= 2.1387 kJ/kgK

$$\dot{m}_{Dampf} = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{3\,\frac{m^3}{s}}{0.2678\,\frac{m^3}{kg}} = 11.20\frac{kg}{s}$$

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_{Dampf}\left(h_2 - h_1\right) = 11.20\frac{kg}{s}\left(762.810-3093.9\right)10^3\frac{J}{kg} = -26.114MW$$

b) Aus Tab. A-5 bei 5 MPa und 40°C :

h_3= 171.97 kJ/kg,

s_3= 0.5705 kJ/kgK,

und T_4= T_2-15°C= 164.9°C

mit Interpolation über T_4: h_4= 699.9 kJ/kg und s_4= 1.983 kJ/kgK

$$\dot{Q}_{34} = -\dot{Q}_{12} = \dot{m}_{Wasser}\left(h_4 - h_3\right)$$

$$\dot{m}_{Wasser} = \frac{-\dot{Q}_{12}}{\left(h_4 - h_3\right)} = \frac{26.114MW}{\left(699.9 - 171.97\right)\frac{kJ}{kg}} = 49.46\frac{kg}{s}$$

c) Entropieerzeugung:

$$\dot{S}_{erz,tot} = \dot{S}_{aus} - \dot{S}_{ein} - \frac{\dot{Q}_{aus}}{T_G} = \dot{m}_{Wasser}\left(s_4 - s_3\right) + \dot{m}_{Dampf}\left(s_2 - s_1\right) =$$

$$= 49.46\frac{kg}{s}\left(1.9832 - 0.5705\right)\frac{kJ}{kgK} + 11.20\frac{kg}{s}\left(2.1387 - 7.1962\right)\frac{kJ}{kgK}$$

$$= 13.22\frac{kJ}{kgK}$$

Aufgabe 4

a) Exergiestrom durch Abwärme:

$$\dot{E}x_{ab} = \int_Q \left(1 - \frac{T_0}{T_G}\right)\delta\dot{Q} = \left(1 - \frac{T_0}{T_G}\right)\dot{Q}_{ab} = \left(1 - \frac{293K}{809K}\right)5.3kW = 3.3805kW$$

b) Exergiestrom des Wasserdampfs (Exergiedifferenz einer Strömung):
Mit Tab. A-4 bei 3 bar und 600°C:
h_1= 3703.2 kJ/kg
s_1= 8.589 kJ/kgK
und h_2 mit 1HS:

$$\dot{Q}_{ab} - \dot{W} = \dot{m}\left[h_2 - h_1\right]$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{\dot{Q}_{ab} - \dot{W}}{\dot{m}} + h_1 = \frac{5.3kW - 7.5kW}{0.0408\frac{kg}{s}} + 3703.2\frac{kJ}{kg} = 3649.3\frac{kJ}{kg}$$

Durch Extrapolation mit h_2 aus Tab. A-4 bei 1.5 bar:
s_2= 8.843 kJ/kgK und T_2= 847.63 K

$$\dot{E}x_1 - \dot{E}x_2 = \dot{m}\left[h_1 - h_2 - T_0\left(s_1 - s_2\right)\right] =$$

$$= 0.0408\frac{kg}{s}\left[\left(3703.2 - 3649.3\right)\frac{kJ}{kg} - 293K\left(8.589 - 8.843\right)\frac{kJ}{kgK}\right] = 5.240kW$$

c) Exergieverlust des Systems:
Über die Entropiebilanz:

$$\dot{E}x_{verl} = \dot{E}x_{ein} - \dot{E}x_{aus} = \dot{E}x_1 - \dot{E}x_2 + \dot{E}x_{ab} - \dot{W} = 5.24kW + 3.38kW - 7.5kW$$

$$= 1.12kW$$

Mit der Formel:

$$\dot{E}x_{verl} = T_0\dot{S}_{erz} = T_0\left[\dot{m}\left(s_2 - s_1\right) - \frac{Q_{ab}}{T_G}\right] =$$

$$= 293K\left[0.0408\frac{kg}{s}\left(8.843 - 8.589\right)10^3\frac{kJ}{kgK} - \frac{5.3kW}{809K}\right] = 1.12\frac{kW}{K}$$

d) Exergetischer Wirkungsgrad:

$$\varepsilon = \frac{genutzterExergiestrom}{zugeführterExergiestrom} = \frac{\dot{W}}{\dot{E}x_1 - \dot{E}x_2 + \dot{E}x_{ab}} = \frac{7.5kW}{5.24kW + 3.38kW} = 87\%$$