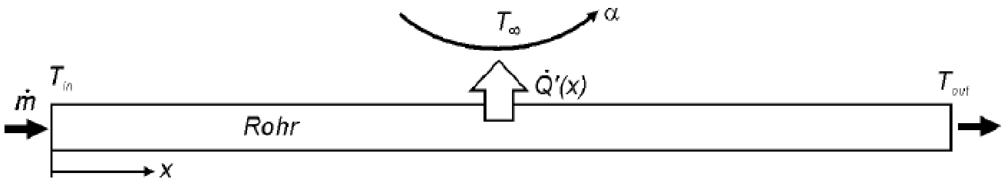
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

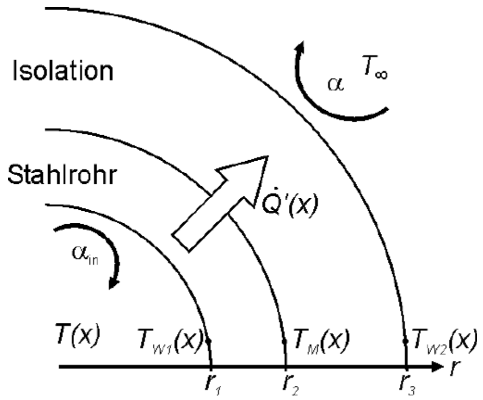
Thermodynamik II – Musterlösung Rechenübung 10

Aufgabe 1

Seitenansicht:



Querschnitt:

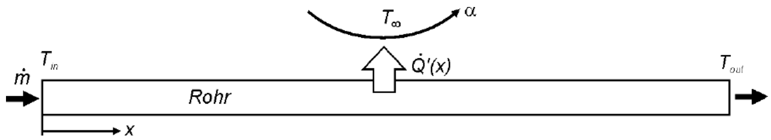


Annahmen:

- stationärer Zustand
- Wärmeleitung in axialer Richtung ist vernachlässigbar
- konstante Materialeigenschaften
- Wärmeleitungswiderstand im Stahlrohr ist vernachlässigbar ($\Rightarrow T_M = T_{W1}$).
- Grosser konvektiver Wärmetransport vom Heisswasser zum Stahlrohr ($\Rightarrow T = T_{W1}$).
- kurze Einlaufstrecke im Rohr

Analoges Problem im Skript (Thermo II, Kap. 7.3)
1. HS: $\dot{m}c_p\,(T_{out} - T_{in}) = \dot{Q}_{tot}$ mit $\dot{Q}_{tot} = \bar{k}_l L \frac{\Delta T_a - \Delta T_e}{\ln(\Delta T_a/\Delta T_e)}$

Analogie: Elektrischer Strom:



mit $\bar{k}_l = \frac{2\pi}{\frac{1}{r_3\alpha}+\frac{\ln(r_3/r_2)}{\lambda}} = \frac{2\pi r_3\alpha\lambda}{r_3\alpha\ln(r_3/r_2)+\lambda}$ (Thermo II, S. 3-12 oder FS II, S. 2)

$$\dot{m}c_p\left(T_{in}-T_{out}\right) = -\frac{2\pi r_3\alpha\lambda}{r_3\alpha\ln\left(r_3/r_2\right)+\lambda}\cdot L\cdot\frac{\Delta T_a-\Delta T_e}{\ln\left(\Delta T_a/\Delta T_e\right)} \tag{1}$$

$$\Delta T_a = T_\infty - T_{out} \text{ und } \Delta T_e = T_\infty - T_{in} \Rightarrow \Delta T_a - \Delta T_e = T_{in} - T_{out} \tag{2}$$

$$\dot{m}c_p\ln\left(\frac{T_\infty-T_{out}}{T_\infty-T_{in}}\right) = -\frac{2\pi r_3\alpha\lambda L}{r_3\alpha\ln\left(r_3/r_2\right)+\lambda} \tag{3}$$

Berechnung von α:

$$Nu_D = CRe_D^m\mathrm{Pr}^{1/3} = \frac{\alpha 2r_3}{\lambda_{Air}} \tag{4}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\lambda_{Air}}{2r_3}CRe_D^m\mathrm{Pr}^{1/3} \tag{5}$$

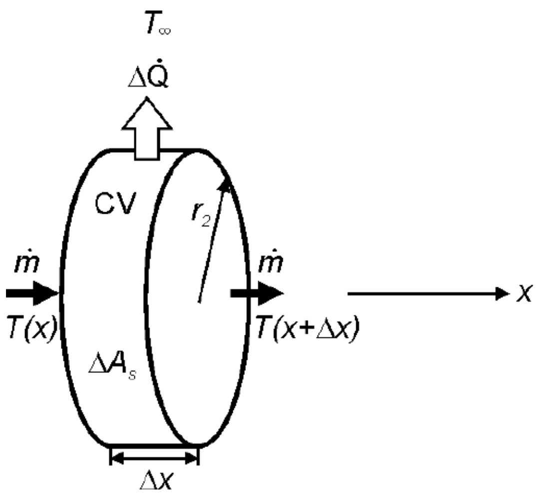
Annahme: $r_3 = 0.125\,m$ $\qquad Re_D = \frac{2\cdot ur_3}{\nu} = \frac{2\cdot 5\,m/s\cdot 0.125\,m}{14.55\cdot 10^{-6}\,m^2/s} = 85911$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{0.0251\,W/(m\cdot K)}{2\cdot 0.125\,m}0.027\cdot 85911^{0.805}\cdot 0.711^{1/3} = 22.7\,W/(m^2\cdot K)$$

Berechnung von r_3 mittels Iteration der Gleichung (3) oder mit Software (z.B. MATHEMATICA) $\Rightarrow r_3 = 0.121\,m$

Herleitung der Gleichung (1) (oder alternative Berechnungsart) :

Kontrollvolumen erstellen:



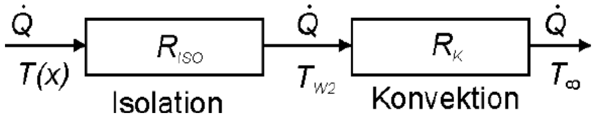
1. HS: $\dot{m}c_p \left(T(x+\Delta x) - T\left(x\right)\right) + \Delta\dot{Q} = 0$

mit $\Delta\dot{Q} = \Delta x \dot{Q}'$

$$\frac{T(x+\Delta x) - T\left(x\right)}{\Delta x} + \frac{1}{\dot{m}c_p}\dot{Q}' = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{dx} + \frac{1}{\dot{m}c_p}\dot{Q}' = 0 \tag{6}$$

Analogie: Elektrischer Strom:



$R_{ISO} = \frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{2\pi\lambda\Delta x}$ und $R_K = \frac{1}{2\pi\Delta x \alpha r_3}$

$$\Delta\dot{Q} = \dot{Q}'\Delta x = \frac{T(x) - T_\infty}{R_{ISO} + R_K}$$

Einsetzen: $\Rightarrow \dot{Q}' = \frac{2\pi\lambda\alpha r_3 (T(x) - T_\infty)}{\alpha r_3 \ln(r_3/r_2) + \lambda}$

Gleichung (6) wird dann: $\frac{dT}{dx} + \underbrace{\frac{2\pi\lambda\alpha r_3}{\dot{m}c_p\left(\alpha r_3 \ln(r_3/r_2) + \lambda\right)}}_{=b}\left(T(x) - T_\infty\right) = 0$

Allgemeine Lösung:

$$T(x) = T_\infty + C \cdot exp\left(-bx\right)$$

Randbedingung 1:

$$T(x=0) = T_{in} = T_\infty + C \qquad \Rightarrow C = T_{in} - T_\infty \tag{7}$$

$$\Rightarrow \frac{T(x) - T_\infty}{T_{in} - T_\infty} = exp\left(-bx\right) \tag{8}$$

Randbedingung 2:

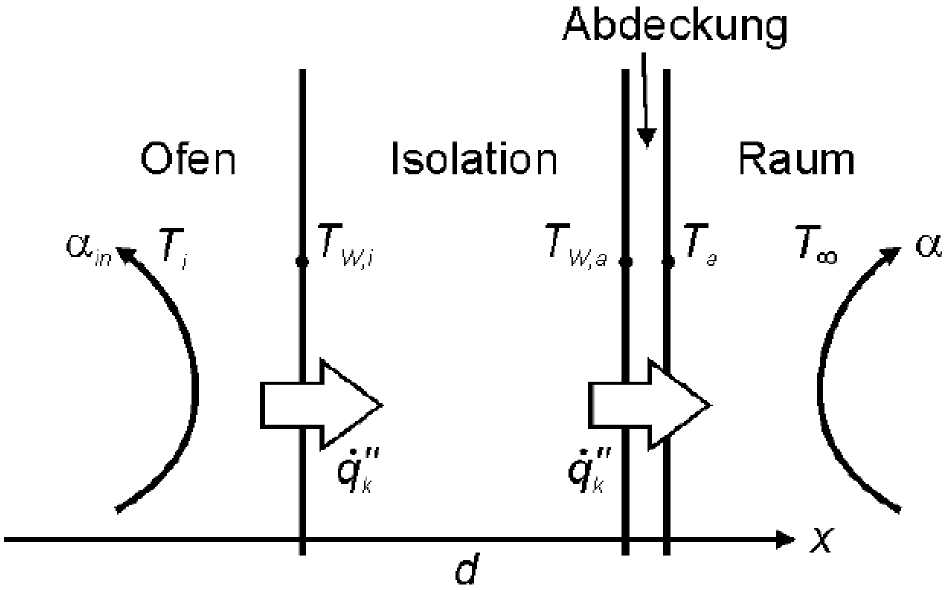
$$T(x=L) = T_{out} \tag{9}$$

$$\Rightarrow \frac{T_{out} - T_\infty}{T_{in} - T_\infty} = exp\left(-bL\right) \tag{10}$$

$$\Rightarrow b = -\frac{\ln\left(\frac{T_{out} - T_\infty}{T_{in} - T_\infty}\right)}{L} = \frac{2\pi\lambda\alpha r_3}{\dot{m}c_p\left(\alpha r_3 \ln(r_3/r_2) + \lambda\right)} \tag{11}$$

$$\Rightarrow \dot{m}c_p \ln\left(\frac{T_{in} - T_\infty}{T_{out} - T_\infty}\right) = \frac{2\pi r_3 \alpha\lambda L}{r_3\alpha \ln\left(r_3/r_2\right) + \lambda} \tag{12}$$

Aufgabe 2



Annahmen:

- stationärer Zustand
- 1-dim. Wärmeleitung
- konstante Materialeigenschaften
- keine Wärmestrahlung
- Wärmeleitungswiderstand in der Abdeckung ist vernachlässigbar ($\Rightarrow T_{W,a} = T_a$).
- Grosser konvektiver Wärmetransport vom Ofen zur Isolation $\alpha_{in} \Rightarrow \infty$ ($\Rightarrow T_i = T_{W,i}$).

a) Wärmetransport von Abdeckung zum Raum: Natürliche Konvektion an der senkrechten Platte:
falls $Ra_H < 10^9$: laminare Strömung, falls $Ra_H \geq 10^9$: turbulente Strömung.

$$Gr_H = \frac{g\beta\left(T_a - T_\infty\right)H^3}{\nu^2} \qquad Ra_H = Gr_H \cdot \mathrm{Pr}$$

mit $\beta = \frac{1}{T}$ und $\bar{T} = \frac{T_\infty + T_a}{2} = 303\,K$

$$Gr_H = \frac{9.81\,m/s^2 \cdot \frac{1}{303\,K}\left(40°C - 20°C\right) \cdot \left(1.5\,m\right)^3}{\left(16.2 \cdot 10^{-6}\,m^2/s\right)^2} = 8.327 \cdot 10^9$$

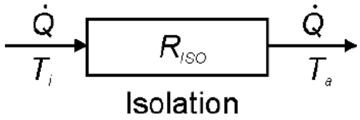
$$Ra_H = Gr_H\,\mathrm{Pr} = 8.327 \cdot 10^9 \cdot 0.707 = 5.89 \cdot 10^9 > Ra_{H,krit}$$

für turbulente Strömung Bereich gilt:

$$Nu_H = 0.13 \cdot Ra_H^{1/3} = 0.13 \cdot \left(5.89 \cdot 10^9\right)^{1/3} = 234.8$$

(Thermo II, S. 8-8 oder FS II, S. 6)

$$\alpha = \frac{Nu_H \cdot \lambda}{H} = \frac{234.8 \cdot 0.0265\, W/(m \cdot K)}{1.5\, m} = 4.15\, W/(m^2 \cdot K)$$
$$\Rightarrow \dot{q}_k'' = \alpha \left(T_a - T_\infty\right) = 4.15\, W/(m^2 \cdot K) \cdot (40°C - 20°C) = 83.0\, W/m^2$$

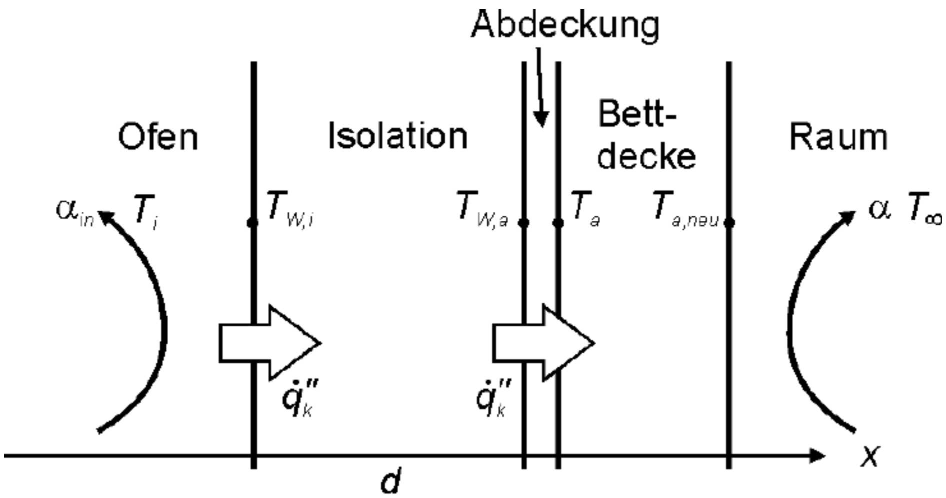


$$\dot{Q} = \dot{q}_k'' A = \frac{T_i - T_a}{R_{ISO}} = \left(T_i - T_a\right) \frac{A\lambda}{d}$$
$$\Rightarrow d = \frac{\lambda}{\dot{q}''} \left(T_i - T_a\right) = \frac{0.036\, W/(m \cdot K)}{83.0\, W/m^2} (300°C - 40°C) = 0.113\, m$$

Alternative Berechnung der Nusselt-Zahl: Beziehung von Churchill und Chu für beliebige Rayleigh Zahlen (Thermo II, S. 8-8):

$$Nu_H = \left(0.825 + \frac{0.387 \cdot Ra_H^{1/6}}{\left(1 + (0.492/\,\mathrm{Pr})^{9/16}\right)^{8/27}}\right)^2 \quad (13)$$
$$= \left(0.825 + \frac{0.387 \cdot (5.89 \cdot 10^9)^{1/6}}{\left(1 + (0.492/0.707)^{9/16}\right)^{8/27}}\right)^2 \quad (14)$$
$$= 213.4 \quad (15)$$
$$\alpha = \frac{Nu_H \cdot \lambda}{H} = \frac{213.4 \cdot 0.0265\, W/(m \cdot K)}{1.5\, m} = 3.77\, W/(m^2 \cdot K) \quad (16)$$
$$\Rightarrow \dot{q}_k'' = \alpha \left(T_a - T_\infty\right) = 3.77\, W/(m^2 \cdot K) \cdot (40°C - 20°C) = 75.4\, W/m^2 \quad (17)$$
$$\Rightarrow d = \frac{\lambda}{\dot{q}''} \left(T_i - T_a\right) = \frac{0.036\, W/(m \cdot K)}{75.4\, W/m^2} (300°C - 40°C) = 0.124\, m \quad (18)$$

b)



Annahme: Die Wärme, die der Ofen abgibt, bleibt gleich:

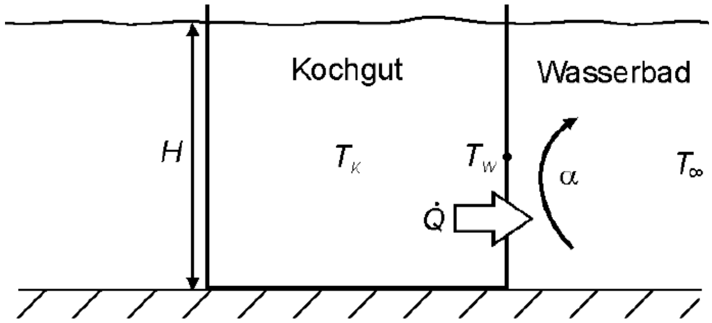
$$\Rightarrow T_{a,neu} < T_a \Rightarrow Gr_{H,neu} < Gr_H \Rightarrow Ra_{H,neu} < Ra_H \Rightarrow Nu_{H,neu} < Nu_H$$

$\Rightarrow$ Neuer konvektiver Wärmefluss: $\dot{q}''_{k,neu} < \dot{q}''_k$

$\Rightarrow$ Die Wärme, die vom Ofen abgegeben wird, kann nicht mehr vollständig zur Umgebung abgeführt werden.

$\Rightarrow$ Die Wand wärmt sich auf, und die Abdeckung wird wärmer als $40°C$.

Aufgabe 3



Annahmen:

- grosses Wasserbad
- Heftiges Rühren des Kochgutes: $\Rightarrow T_K = T_W$

a) Natürliche Konvektion:

$$Ra_{H,i} = Gr_{H,i}Pr = \frac{g\beta\left(T_{K,i} - T_\infty\right)H^3}{\nu^2}\,\mathrm{Pr}$$

mit der Anfangstemperatur $T_{K,i}$ und der Höhe $H = \frac{V}{A_G} = \frac{5\cdot 10^{-3}\,m^3}{\pi\cdot(0.1\,m)^2} = 0.159\,m$

$$Ra_{H,i} = \frac{9.81\,m/s^2 \cdot 361.9\cdot 10^{-6}\,K^{-1}\cdot(353\,K - 288\,K)\cdot(0.159\,m)^3}{\left(0.7\cdot 10^{-6}\,m^2/s\right)^2}\cdot 4.62 = 8.75\cdot 10^9$$

für $10^9 < Ra_H < 10^{12}$ gilt: $\overline{Nu}_i = 0.13\cdot Ra_{H,i}^{1/3} = 267.88$ (FS II, S. 6)

$$\Rightarrow \bar{\alpha}_i = \frac{\overline{Nu}_i\lambda}{H} = \frac{267.88\cdot 0.628\,W/(m\cdot K)}{0.159\,m} = 1057.0\,W/(m^2\cdot K)$$

$$\dot{Q}_i = \bar{\alpha}_i A_M\left(T_{K,i} - T_\infty\right)$$

mit $A_M = \pi dH = \pi\cdot 0.2\,m\cdot 0.159\,m = 0{,}1\,m^2$

$$\dot{Q}_i = 1057.0\,W/(m^2\cdot K)\cdot 0.1\,m^2\cdot 65\,K = 6871\,W$$

b) Rayleigh-Zahl am Ende:

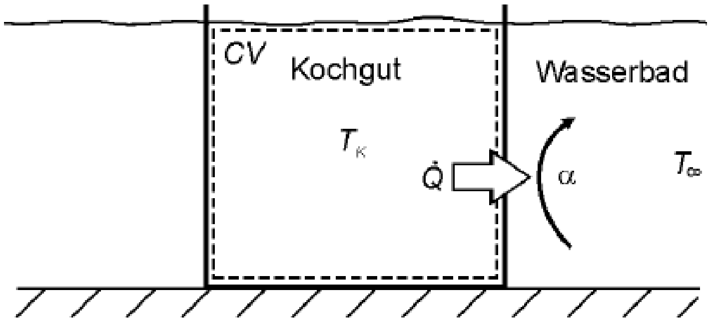
$$Ra_{H,e} = \frac{9.81\,m/s^2\cdot 361.9\cdot 10^{-6}\,K^{-1}\cdot(303\,K - 288\,K)\cdot(0.159\,m)^3}{(0.7\cdot 10^{-6}\,m^2/s)^2}\cdot 4.62$$
$$= 2.02\cdot 10^9$$

für $10^9 < Ra_H < 10^{12}$ gilt wieder: $\overline{Nu}_e = 0.13\cdot Ra_{H,e}^{1/3} = 164.31$

$$\Rightarrow \bar{\alpha}_e = \frac{\overline{Nu}_e\lambda}{H} = \frac{164.31\cdot 0.628\,W/(m\cdot K)}{0.159\,m} = 648.3\,W/(m^2\cdot K)$$
$$\frac{\bar{\alpha}_e}{\bar{\alpha}_i} = 61.3\,\%$$

Die Annahme eines konstanten Wärmeübergangskoeffizienten ist sehr grob!

c)



1. HS um das CV: $\frac{\partial E}{\partial t} = -\dot{Q}$

Gesamte Energie einer idealen Flüssigkeit: $E = \rho V c_p T_K + KE + PE$

Konvektiver Wärmeübergang: $\dot{Q} = \bar{\alpha} A_M \left(T_K - T_\infty\right)$

$$\Rightarrow \rho V c_p \frac{\partial T_K}{\partial t} = -\bar{\alpha} A_M \left(T_K - T_\infty\right)$$

Allgemeine Lösung: $T_K - T_\infty = C \cdot exp\left(-\frac{\bar{\alpha} A_M}{\rho V c_p} \cdot t\right)$

Randbedingung: $T_K(t=0) = T_{K,i} \Rightarrow C = T_{K,i} - T_\infty$

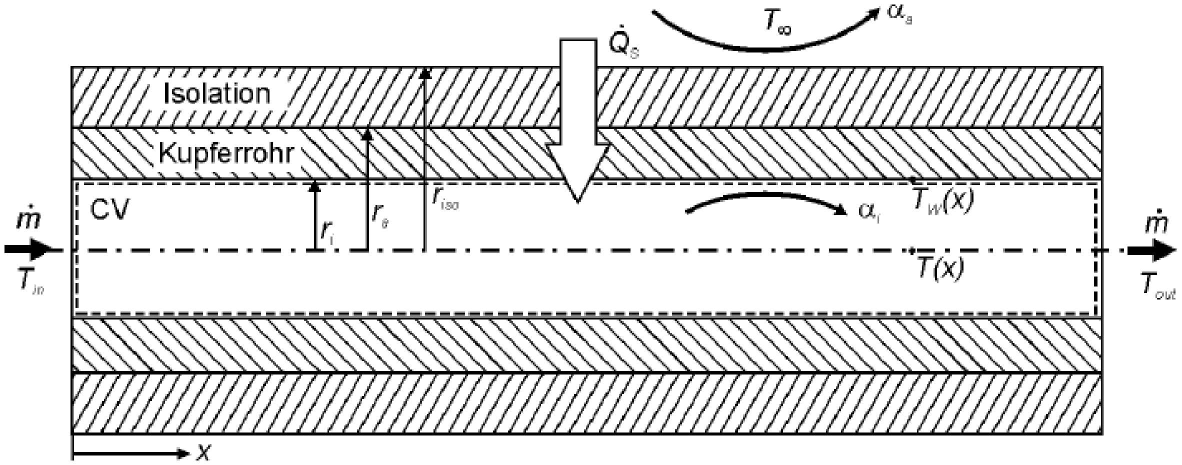
$\Rightarrow \frac{T_K - T_\infty}{T_{K,i} - T_\infty} = exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ mit $\tau = \frac{\rho V c_p}{\bar{\alpha} A_M}$

$$\bar{\alpha} \cong \frac{\bar{\alpha}_i + \bar{\alpha}_e}{2} = \frac{(1057.0 + 648.3)\ W/(m^2 \cdot K)}{2} = 852.7\, W/(m^2 \cdot K)$$

$$\tau = \frac{\rho V c_p}{\bar{\alpha} A_M} = \frac{993\, kg/m^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} m^3 \cdot 4178\, J/(kg \cdot K)}{852.7\, W/(m^2 \cdot K) \cdot 0.1\, m^2} = 243.27\, s$$

$$t = \tau \cdot \ln\left(\frac{T_{K,i} - T_\infty}{T_K - T_\infty}\right) = 243.27\, s \cdot \ln\left(\frac{80°C - 15°C}{30°C - 15°C}\right) = 356.7\, s \approx 5.9\ \mathrm{min}$$

Aufgabe 4



1.HS über das CV: $\dot{m}c_p\,(T_{out}-T_{in})=\dot{Q}_S$

Wärmefluss $\dot{Q}_S$ aus analogem Problem im Skript (Thermo II, Kap. 7.3)

Annahme: Einlaufstrecke ist kurz.

$\dot{Q}_S=\bar{k}_l L \frac{\Delta T_a-\Delta T_e}{\ln(\Delta T_a/\Delta T_e)}$ (Thermo II, S. 7-9)

$\bar{k}_l=\frac{2\pi}{\frac{1}{r_i\alpha_i}+\frac{\ln(r_a/r_i)}{\lambda_{Cu}}+\frac{\ln(r_{iso}/r_a)}{\lambda_{iso}}+\frac{1}{r_{iso}\alpha_a}}$ (Thermo II, S. 3-12 oder FS II, S. 2)

Es gilt: $\Delta T_a=T_\infty-T_{out}$ und $\Delta T_e=T_\infty-T_{in}$ $\qquad\Rightarrow \Delta T_a-\Delta T_e=T_{in}-T_{out}$

$$\Rightarrow\ \dot{m}c_p\,(T_{out}-T_{in})=\frac{2\pi L}{\frac{1}{r_i\alpha_i}+\frac{\ln(r_a/r_i)}{\lambda_{Cu}}+\frac{\ln(r_{iso}/r_a)}{\lambda_{iso}}+\frac{1}{r_{iso}\alpha_a}}\cdot\frac{T_{in}-T_{out}}{\ln(\Delta T_a/\Delta T_e)}$$

$$\Rightarrow\ \frac{\ln(r_{iso}/r_a)}{\lambda_{iso}}=\frac{2\pi L}{\dot{m}c_p\ln(\Delta T_e/\Delta T_a)}-\frac{1}{r_i\alpha_i}-\frac{\ln(r_a/r_i)}{\lambda_{Cu}}-\frac{1}{r_{iso}\alpha_a}$$

$$\Rightarrow\ \lambda_{iso}=\ln(r_{iso}/r_a)\cdot\left(\frac{2\pi L}{\dot{m}c_p\ln(\Delta T_e/\Delta T_a)}-\frac{1}{r_i\alpha_i}-\frac{\ln(r_a/r_i)}{\lambda_{Cu}}-\frac{1}{r_{iso}\alpha_a}\right)^{-1}$$

Unbekannt sind: α_i und α_a.

Berechnung von α_i: Erzwungene Konvektion im durchströmten Kanal:

$$\begin{aligned} Re &= \frac{u_m d_i \rho}{\mu} \qquad \text{mit } u_m=\frac{\dot{m}}{\pi r_i^2\rho}\\ &= \frac{2\cdot\dot{m}}{\mu\pi r_i}=\frac{2\cdot 0.444\,kg/s}{2.2\cdot10^{-3}\,Pa\cdot s\cdot\pi\cdot0.01\,m}=12861\end{aligned}$$

falls $Re>2300$: turbulente Rohrströmung!

$$\overline{Nu}=0.0235\cdot\left(Re^{0.8}-230\right)\cdot\left(1.8\cdot\Pr^{0.3}-0.8\right)\cdot\left(1+\left(\frac{d_i}{L}\right)^{2/3}\right)\cdot\left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0.14}$$

(Thermo II, S. 7-12)

Annahme: $\frac{\mu(T)}{\mu_w(T_w)} \cong 1$ (Viskosität der Flüssigkeit bei der Wand ist gleich derjenigen in der Mitte)

$$\begin{aligned}
\mathrm{Pr} = \frac{\mu c_p}{\lambda_M} &= \frac{2.2 \cdot 10^{-3}\, Pa \cdot s \cdot 2260\, J/(kg \cdot K)}{0.221\, W/(m \cdot K)} = 22.50 \\
\Rightarrow \overline{Nu} &= ... = 153.40 \\
\alpha_i &= \frac{\overline{Nu}\lambda_M}{d_i} = \frac{153.40 \cdot 0.221\, W/(m \cdot K)}{0.02\, m} = 1695.0\, W/(m^2 \cdot K)
\end{aligned}$$

Berechnung von α_a: Natürliche Konvektion um einen Zylinder:

$\overline{Nu}_a = \left(0.6 + \frac{0.387 \cdot Ra^{1/6}}{\left(1+(0.559/\mathrm{Pr}_a)^{9/16}\right)^{8/27}}\right)^2 = \frac{\alpha_a 2 \cdot r_{iso}}{\lambda_{air}}$ (Thermo II, S. 8-10)

$$Ra = \frac{g\beta\left(T_\infty - T_{w,a}\right) d_{iso}^3}{\nu^2}\,\mathrm{Pr}$$

mit $\mathrm{Pr}_a = 0.71$, $\beta = \frac{1}{T}$ und $\bar{T} = \frac{T_{w,a}+T_\infty}{2}$

Konvektiver Wärmefluss: $\dot{Q}_S = 2\pi r_{iso} L \alpha_a \left(T_\infty - T_{w,a}\right)$

Einsetzen: $2\pi r_{iso} L \alpha_a \left(T_\infty - T_{w,a}\right) = \dot{m} c_p \left(T_{out} - T_{in}\right)$

$\Rightarrow$3 Gleichungen mit 3 Unbekannten (Ra, $T_{w,a}$ und α_a):

$$\frac{\alpha_a 2 \cdot r_{iso}}{\lambda_{air}} = \left(0{,}6 + \frac{0{,}387 \cdot Ra^{1/6}}{\left(1 + (0.559/\mathrm{Pr}_a)^{9/16}\right)^{8/27}}\right)^2 \tag{19}$$

$$Ra = \frac{2g\left(T_\infty - T_{w,a}\right) d_{iso}^3}{\left(T_{w,a} + T_\infty\right)\nu^2}\,\mathrm{Pr} \tag{20}$$

$$2\pi r_{iso} L \alpha_a \left(T_\infty - T_{w,a}\right) = \dot{m} c_p \left(T_{out} - T_{in}\right) \tag{21}$$

Numerisch lösen (z.B. mit MATHEMATICA)

$$\Rightarrow T_{w,a} = -9.239°C, Ra = 8.235 \cdot 10^5, \alpha_a = 5.270\, W/(m^2 \cdot K)$$

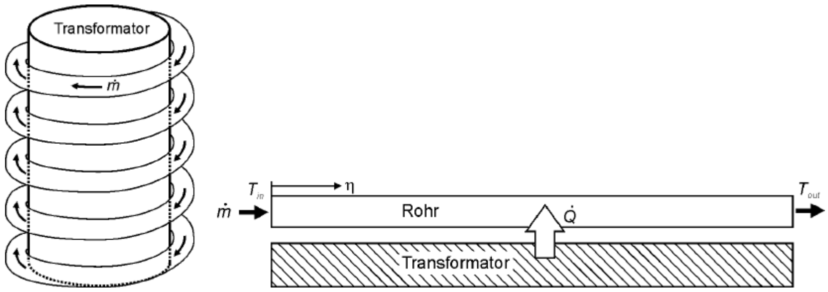
$$\lambda_{iso} = \ln\left(r_{iso}/r_a\right) \cdot \left(\underbrace{\frac{2\pi L}{\dot{m} c_p \ln\left(\Delta T_e/\Delta T_a\right)}}_{C_1} - \underbrace{\frac{1}{r_i \alpha_i}}_{C_2} - \underbrace{\frac{\ln\left(r_a/r_i\right)}{\lambda_{Cu}}}_{C3} - \underbrace{\frac{1}{r_{iso}\alpha_a}}_{C_4}\right)^{-1}$$

$$C_1 = \frac{2\pi \cdot 18\,m}{0.444\,kg/s \cdot 2260\,J/(kg \cdot K) \cdot \ln\left(\frac{-32.8°C-20°C}{-32.2°C-20°C}\right)} = 9.852\,m \cdot K/W$$
$$C_2 = \frac{1}{0.01\,m \cdot 1695.0\,W/(m^2 \cdot K)} = 5.900 \cdot 10^{-2}\,m \cdot K/W$$
$$C_3 = \frac{\ln(0.012\,m/0.01\,m)}{390\,W/(m \cdot K)} = 4.675 \cdot 10^{-4}\,m \cdot K/W$$
$$C_4 = \frac{1}{0.032\,m \cdot 5.270\,W/(m^2 \cdot K)} = 5.930\,m \cdot K/W$$

$$\Rightarrow \lambda_{iso} = 0.254\,W/(m \cdot K)$$

$$\lambda_{iso} > \lambda_{kork} = 0.043\,W/(m \cdot K)$$

Aufgabe 5



a) Berechnung des Kühlmittelmassenstromes:

1. HS über das gesamte Rohr:

$$\dot{m}c_p\,(T_{out} - T_{in}) = \dot{Q}$$

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}}{c_p\,(T_{out} - T_{in})} = \frac{1000\,W}{2427\,J/(kg \cdot K) \cdot 6°C} = 0.06867\,kg/s$$

b) Berechnung der Gesamtlänge des Rohres:

Reynoldszahl des Rohrflusses: $Re_D = \frac{uD}{\nu}$

$\dot{m} = \frac{\pi}{4}D^2 u\rho$ und $\nu = \frac{\mu}{\rho}$

$$\Rightarrow Re_D = \frac{4\,\dot{m}}{\pi D\mu} = \frac{4 \cdot 0.06867\,kg/s}{\pi \cdot 0.02\,m \cdot 79.9 \cdot 10^{-2}\,Pa \cdot s} = 5.471$$

$\Rightarrow$laminare Rohrströmung! (weil $Re_D \leq 2300$)

Einlauflänge für laminare Rohrströmung (Thermo II, S. 7-3 oder FS II, S. 5)

$$\left(\frac{X_{d,h}}{D}\right)_{\text{laminar}} = 0.05 \cdot Re_D$$

$$\Rightarrow X_{d,h} = 0.05 \cdot 5.471 \cdot 0.02\,m = 0.00547\,m$$

Umfang Transformator: $P_T = \pi D_T = 0.942\,m$

$\Rightarrow X_{d,h} \ll P_T$: Einlauflänge ist vernachlässigbar!

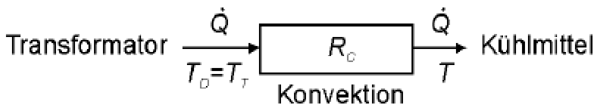
Für laminare Rohrströmung mit konst. Wandtemperatur gilt (Thermo II, S. 7-12):

$$Nu_D = 3.66 = \frac{\alpha D}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \alpha = 3.66 \cdot \frac{\lambda}{D} = 52.3\,W/(m^2 \cdot K)$$

Es gilt: $\dot{Q}_S = \bar{k}_l L \overline{\Delta T}$

Annahme: Wandtemperatur des Rohres T_S ist gleich der Transformatoroberflächentemperatur T_T.



$$\Rightarrow \bar{k}_l = \frac{2\pi}{\frac{1}{r_i \alpha}} = \pi D \alpha$$

$$\overline{\Delta T} = \frac{\Delta T_a - \Delta T_e}{\ln\left(\Delta T_a / \Delta T_e\right)} = \frac{-6\,K}{\ln\left(\left(47°C - 30°C\right) / \left(47°C - 24°C\right)\right)} = 19.85\,K$$

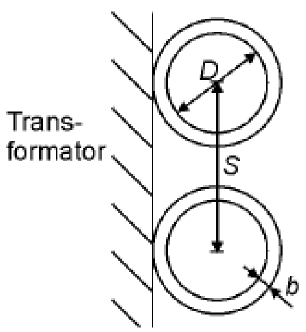
Aus Gleichung (b): $L = \frac{\dot{Q}_S}{\pi D \alpha \overline{\Delta T}} = \frac{1000\,W}{\pi \cdot 0.02\,m \cdot 52.3\,W/(m^2 \cdot K) \cdot 19.85\,K} = 15.33\,m$

c) Es gilt: $N \cdot P_T \cong L$ mit der Anzahl Wicklungen N

Abstand zwischen zwei Umläufen der Wicklung: $S = \frac{H}{N}$

$$S = \frac{H \pi D}{L} = \frac{0.5\,m \cdot \pi \cdot 0.3}{15.33\,m} = 0.0307$$

Bemerkung:



Zusätzlich muss gelten: $S \geq D + 2b$

Erfüllt, falls $b \leq \frac{S-D}{2} = 5.37\,m$