Tipps Serie 5

1. Teilaufgabe c): Berücksichtige die Richtung des Vektorfeldes $\vec{v}(x, y, z)$ in einem Punkt $P = (x_0, y_0, z_0)$ der Zylinderoberfläche (benutze $x_0^2 + y_0^2 = a^2$).

2. Kreise, die die y-Achse in Ursprung berühren sind gegeben durch die Gleichung

$$(x - C)^2 + y^2 = C^2 \qquad C \in \mathbb{R} \tag{1}$$

Differenzieren ergibt:

$$2y \cdot y' + 2x - 2C = 0 \Rightarrow C = y \cdot y' + x \tag{2}$$

Einsetzen (2) in (1) ergibt eine Differentialgleichung ($y' = \ldots$) für die Kreise.

Die Feldlinien eines Vektorfeldes sind gegeben durch:

$$y'(x) = \frac{v_2(x, y)}{v_1(x, y)}$$

3. Differentialoperatoren, siehe "Skript"

4. Rotationsmatrix in 2D:

$$R_\alpha = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

5. Rotationsmatrix um die z-Achse:

$$R_z = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Oberflächeninhalt einer Fläche mit der Parametrisierung $\vec{r}(u, v)$:

$$A = \iint_S dA = \iint_S |\vec{r}_u(v, v) \times \vec{r}_v(u, v)| \, dudv$$