



Thermodynamik I PVK - Tag 1

Nicolas Lanzetti

Hinweise zu dem PVK

- Name: Nicolas Lanzetti;
- 5. Semester Maschinenbau;
- Mail:

`lnicolas@student.ethz.ch;`

- Raum: ML F34;
- Zeit: Montag-Mittwoch, 13:00-16:00;
- Alle Unterlagen:

`n.ethz.ch/student/lnicolas.`

Hinweise zu dem PVK

- Fehler auf den Slides bitte mitteilen;
- Aufgaben soweit wie möglich lösen (die sind auf den Slides);
- Lösungen auf der entsprechenden Prüfung;
- Und...

Fragen stellen!

Ablauf des PVKs

Montag	Tabellen, Ideale Gase, Energiebilanz, Massenbilanz
Dienstag	Carnot, Entropie, erzeugte Entropie
Mittwoch	Exergie

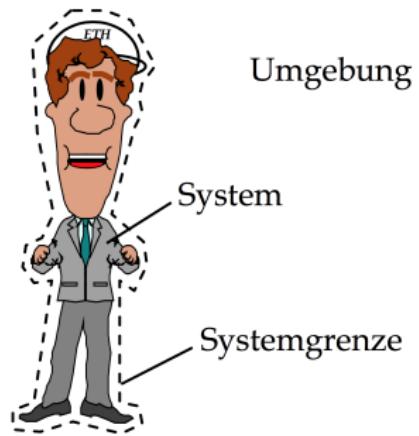
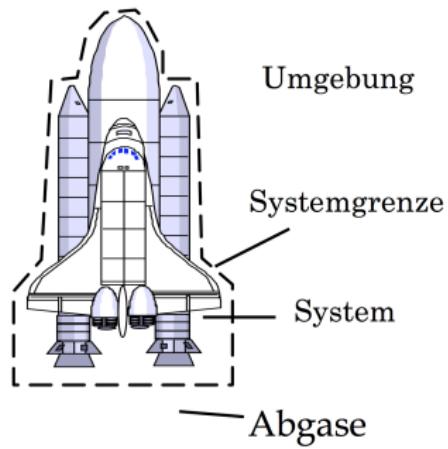
Heutige Themen

- Systeme;
- Systemeigenschaften;
- Einheiten;
- Zustand und Zustandsgrößen;
- $p - v - T$ Beziehung;
- Tabellen;
- Energieformen in der Thermodynamik;
- 1. Hauptsatz für geschlossene Systeme;
- Kreisprozesse;
- Ideale Gase und polytrope Zustandsänderungen für ideale Gase;
- 1. Hauptsatz für offene Systeme;
- Spezifische Wärmekapazitäten.

Systeme

- Ein thermodynamisches System ist ein Teilgebiet des Raum mit der zu einem bestimmten Zeitpunkt darin enthaltenen Materie.
- Ausserhalb des System: Umgebung.
- Trennung System-Umgebung: Systemgrenzen.
- Systemgrenzen müssen nicht unbedingt konstant sein.
- Bilanzen im System:
 - Massenbilanz;
 - Energiebilanz.
- System gut wählen, einfache Bilanzierungen/Berechnungen.

Beispiele von Systemen



Eigenschaften von Systemen

- Massenstrom über die Systemgrenze?
 - Ja: offenes System;
 - Nein: geschlossenes System.
- Wärmestrom über die Systemgrenze?
 - Ja: nicht isoliertes/diathermes System;
 - Nein: adiabates/isoliertes System.
- Physikalische und chemische Eigenschaften:
 - homogenes System: physikalische Eigenschaften überall gleich;
 - inhomogene System: sonst.

Einheiten

Grösse	Einheit
Länge	m
Volumen	$\text{m}^3 = 10^3 \text{ L}$
Masse	kg
Zeit	s
Geschwindigkeit	$\text{m/s} = 3.6 \text{ km/h}$
Druck	$\text{Pa} = \text{N/m}^2$ $\text{bar} = 10^5 \text{ Pa}$ $1 \text{ atm} = 1.01325 \text{ bar}$
Temperatur	K $[T]_K = [T]^\circ_C + 273$

Zustand und Zustandsgrößen

- Das Wort thermodynamischer Zustand bezieht sich auf den Zustand eines Systems, welcher durch seine thermodynamischen Eigenschaften (Zustandsgrößen) vollständig definiert ist.
- Die Zustandsgrößen sind thermodynamische Eigenschaften, die den thermodynamischen Zustand definieren.
- Ähnlichkeit mit einer Karte:
 - Zustand = Position auf der Karte;
 - Zustandsgrößen = Koordinaten.
- Beide sind von den Prozessen, die das System durchführt, unabhängig.
- Zustandsgrößen sind voneinander nicht unabhängig (z.B. Idealgasgleichung, $p - v - T$ Beziehung).

Eigenschaften von Zustandsgrößen

- Intensive Zustandsgrößen: Ändern ihre Werte bei einer gedachten Teilung eines homogenen Systems nicht (z.B. Temperatur).
- Extensive Zustandsgrößen: Sind mit der Stoffmenge verbunden (z.B. Masse).
- Extensiv → Intensiv? Massenspezifische Zustandsgrößen:

$$x = \frac{X}{m}, \quad m : \text{Masse}, \quad (1)$$

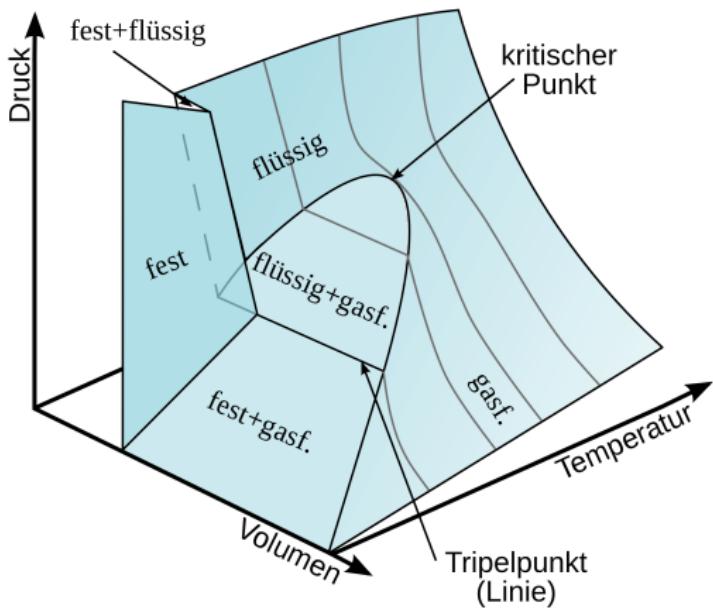
z.B. spezifisches Volumen v mit Einheit m^3/kg .

- Extensiv → Intensiv? Molspezifische Zustandsgrößen:

$$x = \frac{X}{n}, \quad n = \frac{m}{M} : \text{Anzahl Molen}, \quad (2)$$

z.B. spezifisches Volumen v mit Einheit m^3/mol .

Die $p - v - T$ Beziehung



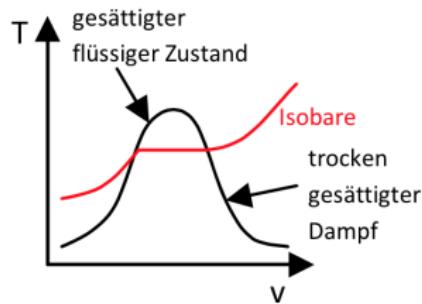
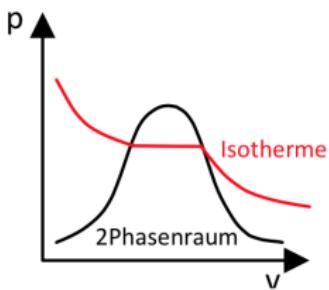
Bemerkungen zu der $p - v - T$ Beziehung

- Das Diagramm zeigt die Funktion

$$p = f(v, T). \quad (3)$$

- Im Nassdampfgebiet ("Dom") existieren gleichzeitig flüssiges Wasser und Dampf.
- Im Eisdampfgebiet existieren gleichzeitig festes Wasser (Eis) und Dampf.
- Für $T > T_{\text{kritisch}}$: Keine Unterscheidung zwischen Gas und Flüssigkeit möglich.
- Tripellinie: alle drei Phasen existieren gleichzeitig.

Die $p - v - T$ Beziehung



Gebiet der unterkühlten Flüssigkeit (A5)

$h(T, p) (\approx h(T))$

Gesättigte Zustände (A2-A3)

h mit T_{satt} oder p_{satt}

Nassdampfgebiet (A2-A3)

h mit T/p und x

Gebiet des überhitzen Dampfes (A4)

$h(T, p)$

Gebiet unterhalb Tripellinie (fest+gas) (A6)

$h(T, p)$

Lineare Interpolation

Wert nicht auf den Tabellen? Lineare Interpolation.

Die lineare Interpolation zwischen (x_1, y_1) und (x_2, y_2) ist

$$y = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1). \quad (4)$$

Diese Formel darf in den Tascherrechner programmiert werden, z.B.

$$y = \text{linint}(x, x_1, y_1, x_2, y_2). \quad (5)$$

Beispiel

Berechnung des spezifischen Volumens bei $T = 15 \text{ K}$.

Aus Tabellen (nicht realistische Zahlen!):

$T \text{ [K]}$	$v \text{ [m}^3/\text{kg}]$
10	150
20	200

Lineare Interpolation:

$$\begin{aligned}v &= v_1 + \frac{v_2 - v_1}{T_2 - T_1} \cdot (T - T_1) \\&= 150 + \frac{200 - 150}{20 - 10} \cdot (15 - 10) \\&= 175 \text{ m}^3/\text{kg.}\end{aligned}$$

Dampfmassenanteil

“Wie viel Prozent Dampf und flüssiges Wasser hat man im Nassdampfgebiet?”

Lineare Interpolation:

$$x = \frac{m_x - m_{\text{flüssig}}}{m_{\text{dampf}} - m_{\text{flüssig}}} = \frac{v_x - v_{\text{flüssig}}}{v_{\text{dampf}} - v_{\text{flüssig}}}. \quad (6)$$

Daraus folgt (für gegebene x):

$$v = v_{\text{flüssig}} + x \cdot (v_{\text{dampf}} - v_{\text{flüssig}}). \quad (7)$$

Tipp: Formeln in den Taschenrechner programmieren!

Aufgabe

Man berechne das spezifische Volumen ν vom Wasser bei $p = 12 \text{ bar}$ und $T = 220^\circ\text{C}$.

Aufgabe

Man berechne das spezifische Volumen v vom Wasser bei $p = 12 \text{ bar}$ und $T = 220^\circ\text{C}$.

Lösung

Aus Tabelle A-4 mit linearer Interpolation:

- $p = 10 \text{ bar}, T = 220^\circ\text{C} : v = 0.21675 \text{ m}^3/\text{kg};$
- $p = 15 \text{ bar}, T = 220^\circ\text{C} : v = 0.14004 \text{ m}^3/\text{kg}.$

Zweite Interpolation zwischen 10 bar und 15 bar liefert

$$v = 0.18621 \text{ m}^3/\text{kg}.$$

Prozesse

- Ein System durchläuft einen Prozess, wenn es sich von einem Zustand zu einem anderen Zustand bewegt.
- Typen von Prozessen:
 - Isothermer Prozess: $T = \text{const.}$;
 - Isochorer Prozess: $v = \text{const.}$;
 - Isobarer Prozess: $p = \text{const.}$;
 - Adiabater Prozess: $Q = 0$ (kein Wärmefluss);
 - Isentroper Prozess: $s = \text{const.}$ (mehr später);
 - Isenthalper Prozess: $h = \text{const.}$ (mehr später).

Energieformen der Thermodynamik

- Kinetische Energie:

$$KE = \frac{1}{2} \cdot m \cdot w^2, \quad \Delta KE = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (w_2^2 - w_1^2). \quad (8)$$

- Potentielle Energie:

$$PE = m \cdot g \cdot z, \quad \Delta PE = m \cdot g \cdot (z_2 - z_1). \quad (9)$$

- Innere Energie: Innere Energie, sie enthält alle übrigen Energieformen, hauptsächlich Wärme und chemische Bindungsenergien.

Die gesamte Energie ist also

$$E = KE + PE + U, \quad \Delta E = \Delta KE + \Delta PE + \Delta U. \quad (10)$$

E, KE, PE, U sind Zustandsgrößen.

Arbeit

- Ein System leistet Arbeit an seiner Umgebung, wenn der Effekt dieser Wechselwirkung die Hebung eines Gewichtes sein könnte.
- In der Mechanik:

$$W_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{s}. \quad (11)$$

- Allgemeiner:

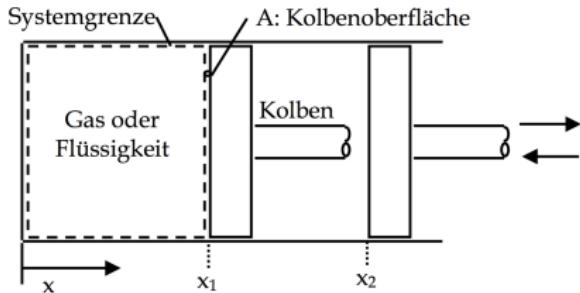
$$W_{12} = \int_1^2 \delta W, \quad (12)$$

wobei δW ein unvollständiges Differential ist, d.h.

$$W_{12} = \int_1^2 \delta W \neq W_2 - W_1, \quad (13)$$

wie z.B. bei $\int_1^2 dV = V_2 - V_1$ (W ist keine Zustandsgrösse).

Expansionsarbeit



Es gilt:

$$\delta W = F \cdot dx = p \cdot A \cdot dx = p \cdot dV, \quad (14)$$

also

$$W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV. \quad (15)$$

Expansionsarbeit

$$W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV \quad (16)$$

Es gilt:

- Expansion: $W > 0$;
- Kompression: $W < 0$.

Wie bekommt man $p(V)$?

- Isobar: $p = \text{const.}$;
- Polytropenkonstante n : $p \cdot V^n = \text{const.}$

Leistung

Die Leistung ist definiert als

$$\text{Leistung} = \frac{\text{Energie}}{\text{Zeit}},$$

oder

$$\dot{W} = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{w}. \quad (17)$$

Umgekehrt gilt:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} \dot{W} dt = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \cdot \underbrace{\vec{w} dt}_{d\vec{s}}. \quad (18)$$

Die Einheit der Leistung ist Watt:

$$[W] = [\text{J/s}].$$

Wärmemenge

- Energie die im Form von Wärme durch die Systemgrenze fliesst:
- Q (wie W) ist nicht eine Zustandsgrösse:

$$Q = \int_1^2 \delta Q \neq Q_2 - Q_1. \quad (19)$$

- Der Wärmestrom ist:

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt}. \quad (20)$$

Der erste Hauptsatz für geschlossene Systeme

Energiebilanz lautet:

$$\Delta E = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE = Q - W, \quad (21)$$

mit Vernachlässigung von KE und PE (meistens so)

$$\Delta U = Q - W. \quad (22)$$

Vorzeichen:

- $W > 0$: Vom System geleistete Arbeit;
- $W < 0$: Am System geleistete Arbeit;
- $Q > 0$: Zum System zugeführte Wärme;
- $Q < 0$: Vom System abgegebene Wärme.

Kreisprozesse

- Führen wir mit einem System eine Reihe von Prozessen durch, die wieder auf den Anfangspunkt zurückführen, nennen wir diesen Gesamtprozess einen Kreisprozess.
- Der erste Hauptsatz angewendet auf den Kreisprozesse:

$$\Delta E_{\text{KP}} = Q_{\text{KP}} - W_{\text{KP}} = 0, \quad (23)$$

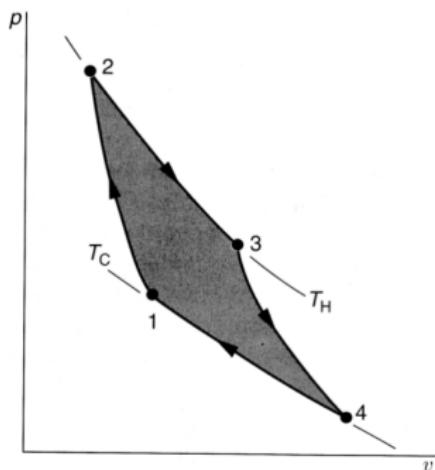
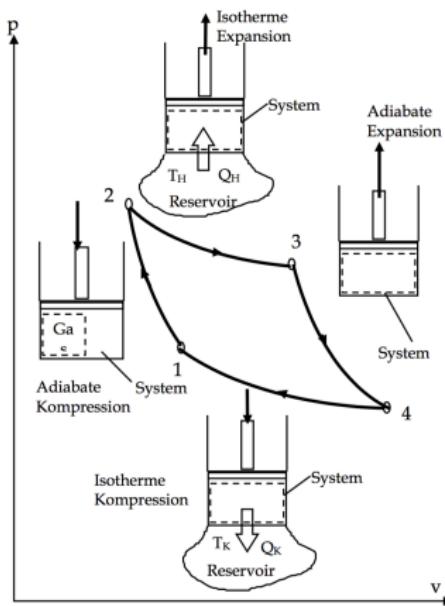
da E_{KP} eine Zustandsgrösse ist, oder, anders gesagt:

$$E_1 = E_2 \quad \Rightarrow \quad \Delta E = 0. \quad (24)$$

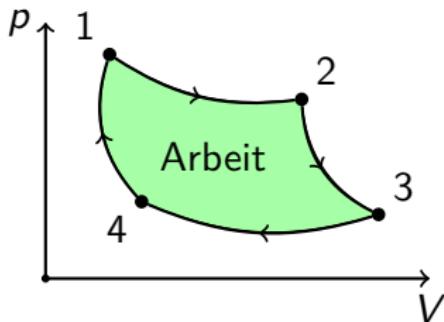
- Für einen Kreisprozess gilt also

$$\sum_i Q_i = Q_{\text{KP}} = W_{\text{KP}} = \sum_i W_i. \quad (25)$$

Beispiele von Kreisprozesse

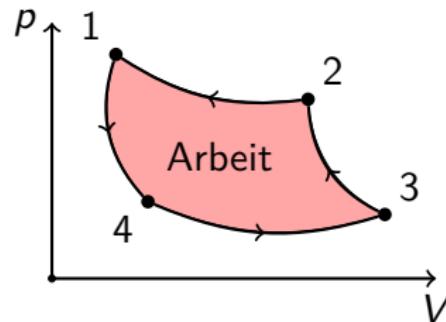


Kreisprozesse



Wärmekraftmaschine:

$$W_{KP} > 0, \quad Q_{KP} > 0.$$



Wärmepumpe:

$$W_{KP} < 0, \quad Q_{KP} < 0.$$

Ideale Gase

Die Idealgasgleichung verknüpft die Zustandsgrößen miteinander, ähnlich wie die $p - v - T$ Beziehung für Wasser.

Die Formel lautet:

$$p \cdot v = R \cdot T \quad (26)$$

oder (extensiv)

$$p \cdot V = m \cdot R \cdot T \quad (27)$$

oder (extensiv per Mol)

$$p \cdot V = n \cdot R_0 \cdot T. \quad (28)$$

Es gilt:

$$R_0 = 8.314 \text{ kJ/kmol}\cdot\text{K}, \quad R = \frac{R_0}{M}. \quad (29)$$

M : Molare Masse (siehe Tabelle A1)

Bemerkungen zu den idealen Gasen

- Für idealen Gase arbeiten wir bei p, v, T **nicht** mit den Tabellen, da wir eine Gleichung haben.
- Bei idealen Gasen gibt es den “Dom” in den $p - V$ und $T - V$ Diagrammen nicht, da ein ideales Gas sich nie verflüssigt oder verfestigt.
- Die Innere Energie (und die Enthalpie) eines idealen Gases ist **nur** eine Funktion der Temperatur:

$$u = u(T). \quad (30)$$

- Innere Energie und weitere Angaben zu den idealen Gasen: Tabelle A-20, A-21, ...
- Wasser ist kein ideales Gas: Tabellen!

Tabellen - Achtung!

Wie gesagt ist u für einige ideale Gase tabelliert (von Tabelle A-22 bis A-28):

Aufpassen auf die Einheiten: $\left[\frac{\text{kJ}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \right]$

Dann ist

$$\Delta U = \frac{m}{M} \cdot (\bar{u}_2 - \bar{u}_1), \quad (31)$$

mit \bar{u} molspezifische innere Energie (tabelliert).

Polytropen Zustandsänderungen für ideale Gase

Wir haben gesehen:

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV. \quad (32)$$

Wie findet man $p(V)$?

Mögliche analytische Darstellung mit Polytropenkonstante n :

$$p \cdot v^n = \text{konst.}, \quad p \cdot V^n = \text{konst..} \quad (33)$$

Im Allgemeinen gilt also:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^n. \quad (34)$$

Polytrope Zustandsänderungen für ideale Gase

Isobar $p = \text{konst.}$ $p \cdot v^0 = \text{konst.}$ $n = 0$

Isotherm $T = \text{konst.}$ $R \cdot T = p \cdot v = \text{konst.}$ $n = 1$

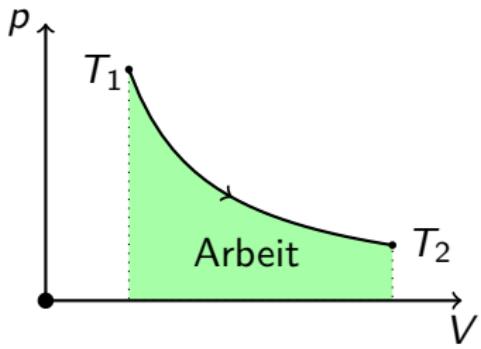
Isochor $v = \text{konst.}$ $\frac{v_1}{v_2} = 1 = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}}$ $n = \infty$

Adiabat $\frac{p \cdot V}{T} = \text{konst.}$

Isothermer Prozess ($n = 1$)

$$p \cdot V = m \cdot R \cdot T = \text{konst.} \quad (35)$$

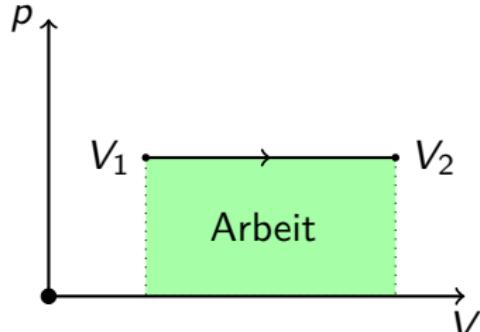
$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \quad (36)$$



$$\begin{aligned} W_{12} &= \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_1 V_1}{V} dV \\ &= p_1 V_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \\ &= mRT \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \end{aligned} \quad (37)$$

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q_{12} = W_{12} \quad (38)$$

Isobarer Prozess ($n = 0$)

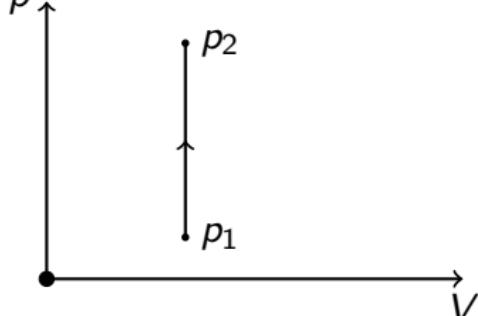


$$\frac{p}{m \cdot R} = \frac{T}{V} = \text{konst.} \quad (39)$$

$$\frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} W_{12} &= p \int_{V_1}^{V_2} dV \\ &= p \cdot (V_2 - V_1) \\ &= mR \cdot (T_2 - T_1) \end{aligned} \quad (41)$$

Isochorer Prozess ($n = \infty$)



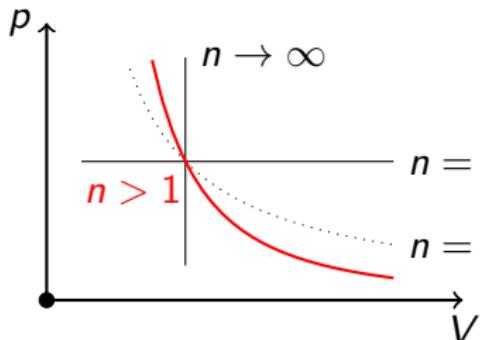
$$\frac{1}{m \cdot R \cdot V} = \frac{T}{p} = \text{konst.} \quad (42)$$

$$\frac{T_1}{p_1} = \frac{T_2}{p_2} \quad (43)$$

$$W_{12} = 0 \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \Delta U &= Q_{12} \\ &= m \cdot (u_2 - u_1) \end{aligned} \quad (45)$$

Allgemeiner Prozess ($n \neq 1$)



$$p \cdot V^n = \text{konst.} \quad (46)$$

$$T^n \cdot p^{1-n} = \text{konst.} \quad (47)$$

$$W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_1 \cdot V_1^n}{V^n} dV \quad (48)$$

$$= \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{1 - n} \quad (49)$$

$$= \frac{m \cdot R}{1 - n} \cdot (T_2 - T_1) \quad (50)$$

Je grösser n desto steiler ist die Kurve.

Bemerkungen zu den polytropen Zustandsänderungen

Achtung: Diese Formeln gelten **nur** für ideale Gase!

Bemerkungen zu den polytropen Zustandsänderungen

Es kann trotzdem passieren, dass der Polytropenkoeffizient explizit gegeben ist, auch wenn man nicht mit einem idealen Gas arbeitet.
Dann gelten die Gleichungen

$$p_1 \cdot V_1^n = p_2 \cdot V_2^n, \quad p \cdot V^n = \text{konst.} \quad (51)$$

sowie

$$W_{12} = \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{1 - n} \quad (52)$$

aber nicht alle andere Gleichungen, die mit der Idealgasgleichung hergeleitet wurden.

Aufgabe (Winter 11, Aufgabe 1)

In einem geschlossenen, starren Behälter (siehe Abb. 1) befinden sich gesättigter Wasserdampf ($x=1$) und Luft. Eine undurchlässige, isolierende und starre Membran trennt die Substanzen, so dass keine Durchmischung stattfindet. Am Anfang ist der Druck in beiden Behälterhälften 3 bar, das Volumen ist konstant und je 1 m^3 .

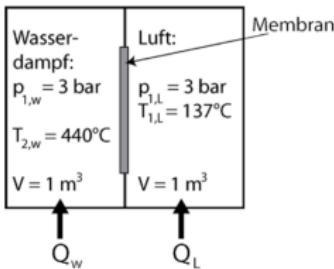


Abb. 1: starrer Behälter mit Membrantrennwand

- Der anfangs gesättigte Wasserdampf wird auf $T_{2,w} = 440^\circ\text{C}$ erhitzt: Zeichnen Sie diesen Prozess (für den Wasserdampf, inklusive zugehöriger Isothermen) qualitativ in ein p-v Diagramm ein,
- Berechnen Sie den Druck $p_{2,w}$ des Wasserdampfs nach dem Erhitzen,
- Berechnen Sie die Wärmemenge Q_w , die der Behälterhälfte mit dem Wasserdampf zugeführt wurde.
- Betrachten Sie nun die Kammer mit der Luft bei Anfangstemperatur $T_{1,L} = 137^\circ\text{C}$: Berechnen Sie den Enddruck $p_{2,L}$ in dieser Behälterhälfte für den Fall, dass simultan die gleiche Wärmemenge $Q_L = Q_w$ an die Luftpumpe abgegeben wurde.
- Falls die Membran maximal einen Druckunterschied von 0.8 bar aushalten kann, würde sie der Druckdifferenz (Δp) zwischen den beiden Kammern nach der Wärmeaufnahme in beiden Kammerhälften immer noch standhalten?

Erster Hauptsatz für offene Systeme

- Bei geschlossenen Systemen gilt

$$\Delta U + \Delta KE + \Delta PE = Q - W. \quad (53)$$

- Jetzt: Masse über die Systemgrenzen: offen!
- Bilanzen:
 - Massenbilanz;
 - Energiebilanz.
- Meiste thermodynamische System sind offen:
 - Turbinen;
 - Kompressoren;
 - Düsen;
 - ... (siehe Kapitel 5.4 im Skript)

Massenbilanz

Massenbilanz = Massenerhaltung

Massenerhaltung liefert:

$$\frac{d}{dt} M = \sum_i \dot{m}_{i,e} - \sum_i \dot{m}_{i,a}, \quad (54)$$

d.h.

Änderung der Masse = Eintretende Masse – Austretende Masse.

Oft: Stationärer Betrieb: $\frac{d}{dt}(\cdot) = 0$:

$$\sum_i \dot{m}_{i,e} = \sum_i \dot{m}_{i,a}. \quad (55)$$

Energiebilanz

Energiebilanz = Energieerhaltung

Energieerhaltung liefert (Massenströme tragen Energie mit!):

$$\frac{d}{dt}E = \dot{Q} - \dot{W}_s + \sum_i \dot{m}_{i,e} \cdot \left(h_{i,e} + \frac{w_{i,e}^2}{2} + g \cdot z_{i,e} \right) - \sum_i \dot{m}_{i,a} \cdot \left(h_{i,a} + \frac{w_{i,a}^2}{2} + g \cdot z_{i,a} \right) \quad (56)$$

Achtung: Die Einheit ist Watt: $W = J/s$.

Warum benutzt man die Enthalpie?

- Zwei Typen von Arbeit:
 - Gewünschte Arbeit: \dot{W}_s .
 - Arbeit zum Einschieben und Ausschieben der Massenströme:

$$\dot{W}_a = p \cdot A \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = p \cdot A \cdot w = p \cdot \dot{V} = p_a \cdot \dot{m}_a \cdot v_a.$$

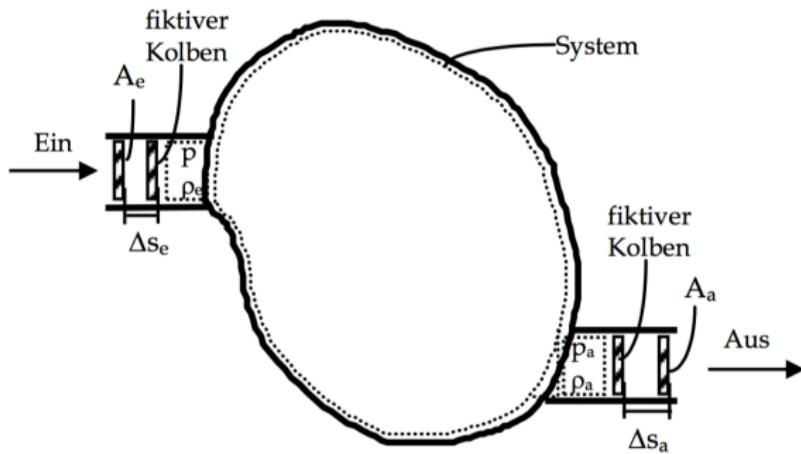
$$\dot{W}_e = -p \cdot A \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = -p \cdot A \cdot w = -p \cdot \dot{V} = -p_e \cdot \dot{m}_e \cdot v_e.$$

Das System leistet auch diese Arbeit!

- Zusammengefasst:

$$\dot{W}_{\text{tot}} = \dot{W}_s + \sum_i p_{a,i} \cdot \dot{m}_{a,i} \cdot v_{a,i} - \sum_i p_{e,i} \cdot \dot{m}_{e,i} \cdot v_{e,i}.$$

Warum benutzt man die Enthalpie?



Warum benutzt man die Enthalpie?

Aus der Energieerhaltung folgt

$$\frac{d}{dt}E = \dot{Q} - \dot{W} + \sum_i \dot{m}_{i,e} \cdot \left(u_{i,e} + \frac{w_{i,e}^2}{2} + g \cdot z_{i,e} \right) - \sum_i \dot{m}_{i,a} \cdot \left(u_{i,a} + \frac{w_{i,a}^2}{2} + g \cdot z_{i,a} \right).$$

Einsetzen von W liefert

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}E &= \dot{Q} - \left(\dot{W}_s + \sum_i p_{a,i} \cdot \dot{m}_{a,i} \cdot v_{a,i} - \sum_i p_{e,i} \cdot \dot{m}_{e,i} \cdot v_{e,i} \right) \\ &\quad + \sum_i \dot{m}_{i,e} \cdot \left(u_{i,e} + \frac{w_{i,e}^2}{2} + g \cdot z_{i,e} \right) - \sum_i \dot{m}_{i,a} \cdot \left(u_{i,a} + \frac{w_{i,a}^2}{2} + g \cdot z_{i,a} \right). \end{aligned}$$

Warum benutzt man die Enthalpie?

Aus

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}E &= \dot{Q} - \left(\dot{W}_s + \sum_i p_{a,i} \cdot \dot{m}_{a,i} \cdot v_{a,i} - \sum_i p_{e,i} \cdot \dot{m}_{e,i} \cdot v_{e,i} \right) \\ &\quad + \sum_i \dot{m}_{i,e} \cdot \left(u_{i,e} + \frac{w_{i,e}^2}{2} + g \cdot z_{i,e} \right) - \sum_i \dot{m}_{i,a} \cdot \left(u_{i,a} + \frac{w_{i,a}^2}{2} + g \cdot z_{i,a} \right)\end{aligned}$$

folgt

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}E &= \dot{Q} - \dot{W}_s + \sum_i \dot{m}_{i,e} \cdot \left(\underbrace{u_{i,e} + p_{e,i} \cdot v_{e,i}}_{h_{i,e}} + \frac{w_{i,e}^2}{2} + g \cdot z_{i,e} \right) \\ &\quad - \sum_i \dot{m}_{i,a} \cdot \left(\underbrace{u_{i,a} + p_{a,i} \cdot v_{a,i}}_{h_{i,a}} + \frac{w_{i,a}^2}{2} + g \cdot z_{i,a} \right).\end{aligned}$$

Erster Hauptsatz für offene Systeme

- Massenbilanz:

$$\frac{d}{dt} M = \sum_i \dot{m}_{i,e} - \sum_i \dot{m}_{i,a}. \quad (57)$$

- Energiebilanz:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} E = & \dot{Q} - \dot{W}_s + \sum_i \dot{m}_{i,e} \cdot \left(h_{i,e} + \frac{w_{i,e}^2}{2} + g \cdot z_{i,e} \right) \\ & - \sum_i \dot{m}_{i,a} \cdot \left(h_{i,a} + \frac{w_{i,a}^2}{2} + g \cdot z_{i,a} \right). \end{aligned} \quad (58)$$

- Wichtig:

- Enthalpie!
- Watt!

Stationärer Betrieb

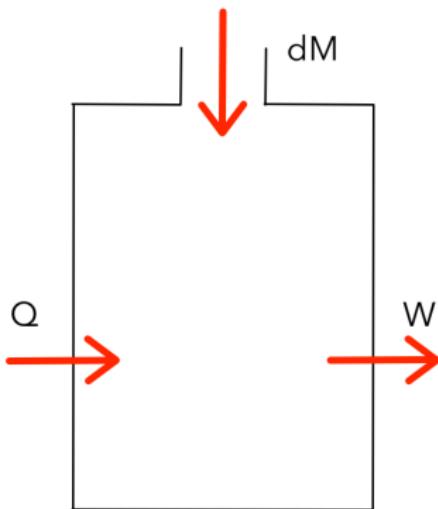
- Bei stationärem Betrieb sind alle zeitlichen Ableitungen Null:

$$\frac{d}{dt}(\cdot) = 0. \quad (59)$$

- Grundidee: "Eine Turbine arbeitet stationär falls ich einmal pro Minute sie fotografiere und immer dasselbe Bild erhalte".
- Instationär also z.B. beim Einschalten der Turbine.
- Für stationäre Prozesse sind die Bilanzierungen viel einfacher.

Halboffene Systeme

Grundidee: Man hat ein System im Zustand 1, man führt Masse zu/ab, um den Zustand 2 zu erreichen.



Halboffene Systeme

- Massenbilanz:

$$m_2 = m_1 + \Delta m_e - \Delta m_a. \quad (60)$$

- Energiebilanz:

$$\begin{aligned} \Delta E = Q - W_s + \sum_i \Delta m_{i,e} \cdot \left(h_{i,e} + \frac{w_{i,e}^2}{2} + g \cdot z_{i,e} \right) \\ - \sum_i \Delta m_{i,a} \cdot \left(h_{i,a} + \frac{w_{i,a}^2}{2} + g \cdot z_{i,a} \right). \end{aligned} \quad (61)$$

- Bemerkungen:

- Systemmasse nicht konstant;
- Konsante Ein- und Ausschubbedingungen.

Spezifische Wärmekapazitäten

Im Allgemeinen gilt

$$u = u(v, T), \quad h = h(p, T). \quad (62)$$

Daraus folgt

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right) \cdot dv + \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right) \cdot dT, \quad (63)$$

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial p} \right) \cdot dp + \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right) \cdot dT. \quad (64)$$

Erinnerung (Verallgemeinerte Kettenregel):

$$\frac{du}{dt} = \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right) \cdot \frac{dv}{dt} + \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right) \cdot \frac{dT}{dt} \quad (65)$$

Spezifische Wärmekapazitäten

Mit der Annahme konstantes Volumens ($\mathrm{d}v = 0$) bekommt man

$$\begin{aligned}\mathrm{d}u &= \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right) \cdot \mathrm{d}v + \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right) \cdot \mathrm{d}T \\ &= \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right) \cdot \mathrm{d}T \\ &= c_v \cdot \mathrm{d}T,\end{aligned}\tag{66}$$

oder mit der Integralformulierung

$$\Delta u = \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) \mathrm{d}T.\tag{67}$$

Spezifische Wärmekapazitäten

Mit der Annahme konstantes Drucks ($dp = 0$) bekommt man

$$\begin{aligned} dh &= \left(\frac{\partial h}{\partial p} \right) \cdot dp + \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right) \cdot dT \\ &= \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right) \cdot dT \\ &= c_p \cdot dT, \end{aligned} \tag{68}$$

oder mit der Integralformulierung

$$\Delta h = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) dT. \tag{69}$$

Spezifische Wärmekapazitäten bei idealen Gasen

Bei idealen Gasen haben wir gesehen

$$u = u(T), \quad (70)$$

d.h.

$$\begin{aligned} du &= \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right) \cdot dv + \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right) \cdot dT \\ &= \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right) \cdot dT \\ &= c_v \cdot dT, \end{aligned} \quad (71)$$

oder mit der Integralformulierung

$$\Delta u = \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) dT, \quad (72)$$

auch wenn das Volumen nicht konstant ist.

Die Enthalpie bei idealen Gasen

- Die Enthalpie (analog zu der inneren Energie) ist nur eine Funktion der Temperatur:

$$h = h(T). \quad (73)$$

- Es gilt:

$$h = u + p \cdot v = u + R \cdot T. \quad (74)$$

- Spezifische Wärmekapazität:

$$\Delta h = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) dT. \quad (75)$$

Spezifische Wärmekapazitäten bei idealen Gasen

Bei idealen Gases haben wird gesehen

$$h = h(T), \quad (76)$$

d.h.

$$\begin{aligned} dh &= \left(\frac{\partial h}{\partial p} \right) \cdot dp + \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right) \cdot dT \\ &= \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right) \cdot dT \\ &= c_p \cdot dT, \end{aligned} \quad (77)$$

oder mit der Integralformulierung

$$\Delta h = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) dT, \quad (78)$$

auch wenn der Druck nicht konstant ist.

Bemerkungen zu den Wärmekapazitäten bei IG

- c_p und c_v sind Funktion der Temperatur, d.h.

$$c_p = c_p(T), \quad c_v = c_v(T). \quad (79)$$

- c_v und c_p sind auch (für verschiedene Temperaturen) tabelliert.
- Bei perfekten Gasen sind c_p und c_v konstant (temperaturunabhängig).
- Falls man nicht mit idealen Gasen arbeitet, muss die Bedingung $v = \text{konst.}$ respektiv $p = \text{konst}$ erfüllt sein!

Bemerkungen zu den Wärmekapazitäten bei IG

Für ideale Gase gilt:

$$c_p = R + c_v \quad R = \frac{R_0}{M}. \quad (80)$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad \kappa : \text{Isentropenkonkoeffizient.} \quad (81)$$

Daraus folgt:

$$c_p = \frac{\kappa \cdot R}{\kappa - 1}, \quad (82)$$

$$c_v = \frac{R}{\kappa - 1}. \quad (83)$$

Idee: Falls zwei von R, κ, c_v, c_p bekannt sind, dann lassen die anderen zwei mit diesen Gleichungen bestimmen.

Tabellen vs. Wärmekapazitäten

- Grundsätzlich: Falls möglich oder nichts anderes erwähnt wird in der Aufgabenstellung immer mit Tabellen arbeiten.
- Wann arbeitet man mit Wärmekapazitäten?
 - Verlangt in der Aufgabenstellung;
 - c_v oder c_p gegeben;
 - Keine Tabelle für u .
- Wählt man c_p/c_v bei T_1 oder bei T_2 ?
Approximation mit der mittleren Temperatur:

$$\bar{c}_v = c_v \left(\frac{T_1 + T_2}{2} \right). \quad (84)$$

Beispiel

Man berechne die Änderung der inneren Energie für 1 kg Sauerstoff bei einer Temperaturerhöhung von $T_1 = 400\text{ K}$ bis $T_2 = 500\text{ K}$...

- mit der tabellierten inneren Energie;
- mit der Wärmekapazität.

Sauerstoff (O_2) kann als ideales Gas betrachtet werden.

Beispiel

- Mit Tabellen (A-1 und A-24):

$$\Delta U = m \cdot (u_2 - u_1) = \frac{m}{M} \cdot (\bar{u}(500) - \bar{u}(400)) = 69.69 \text{ kJ} \quad (85)$$

- Mit Wärmekapazitäten:

$$\Delta U = m \cdot \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) dT \approx m \cdot c_v \left(\frac{T_1 + T_2}{2} \right) \cdot \Delta T \quad (86)$$

Mit Tabelle A-20: $c_v(450 \text{ K}) = 0.696 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

$$\Delta U = m \cdot c_v(450 \text{ K}) \cdot \Delta T = 69.60 \text{ kJ} \quad (87)$$

Fehler $\approx 0.1\%$

Beispiel

- Mit Wärmekapazitäten (ohne mittlere Temperatur):

Mit Tabelle A-20: $c_v(400 \text{ K}) = 0.681 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

$$\Delta U = m \cdot c_v(400 \text{ K}) \cdot \Delta T = 68.10 \text{ kJ} \quad (88)$$

Fehler $\approx 2.2\%$

- Mit Wärmekapazitäten (ohne mittlere Temperatur):

Mit Tabelle A-20: $c_v(500 \text{ K}) = 0.712 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

$$\Delta U = m \cdot c_v(500 \text{ K}) \cdot \Delta T = 70.12 \text{ kJ} \quad (89)$$

Fehler $\approx 0.6\%$

Aufgabe (Sommer 09, Aufgabe 1)

An einem luftleeren (Vakuum-) Behälter mit einem Volumen von $V = 7 \text{ l}$ wird ein Ventil geöffnet. Dabei strömt Umgebungsluft mit einem Druck von $p = 100 \text{ kPa}$ und einer Temperatur von $T = 17^\circ\text{C}$ ein. Nach einer gewissen Zeit stellt sich durch Wärmeübergang ein thermisches und mechanisches Gleichgewicht zwischen der Luft im Behälter und der Umgebungsluft ein.

Bestimmen Sie den Nettowärmeübergang durch die Behälterwand während des Füllprozesses.

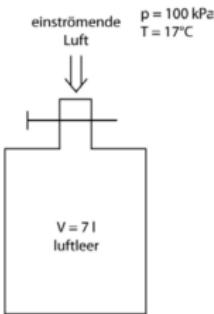


Abb. 1: Einströmende Luft in einen luftleeren Behälter.

Aufgabe (Sommer 04, Aufgabe 4)

Aufgabe 4 (10 Punkte):

Ein Stück Eisen mit $T=90^\circ\text{C}$ wird in einen isolierten Tank geworfen, der mit 80 Liter Wasser gefüllt ist, siehe Fig. 4-1. Das Wasser hat eine Temperatur von 20°C . Zur selben Zeit röhrt ein Rotor mit einer Leistung von 200 Watt das Wasser. Das thermische Gleichgewicht stellt sich nach 25 min ein und erreicht dabei eine Endtemperatur von 27°C .

Ermitteln Sie die Masse des Eisens!

Hinweis:

- Die Dichte des Wassers kann als 1000 kg/m^3 angenommen werden
- Das Wasser kann als inkompressibel betrachtet werden
- Vernachlässigen Sie potentielle und kinetische Energie

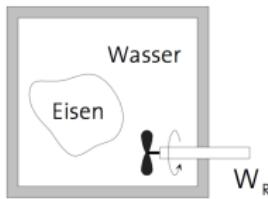


Fig.: 4-1

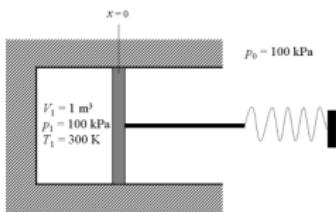
Aufgabe (Serie 4, Aufgabe 4)

In einem Kolben-Zylinder-System befindet sich Wasserstoff (Volumen $V_1 = 1 \text{ m}^3$, Druck $p_1 = 100 \text{ kPa}$, Temperatur $T_1 = 300 \text{ K}$). In diesem Anfangszustand berührt eine Feder von aussen den Kolben, ohne eine Kraft auf den Kolben auszuüben. Je nach Auslenkung der Feder x ist die Federkraft $F = k \cdot x$, mit der Federkonstante $k = 30 \text{ kN/m}$. Die Querschnittsfläche des Kolbens beträgt 0.8 m^2 . Dem Wasserstoff wird Wärme zugeführt, was zu einer Expansion mit einer Verdoppelung des Volumens führt. Der Umgebungsdruck beträgt $p_0 = 100 \text{ kPa}$.

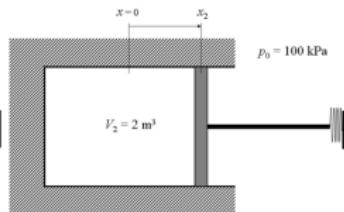
- Bestimmen Sie die Masse, den Enddruck und die Endtemperatur des Wasserstoffs (2 Pkte).
- Bestimmen Sie die totale vom System geleistete Arbeit (2 Pkte).
- Bestimmen Sie den Anteil der Arbeit, die gegen die Feder geleistet wird (2 Pkte).
- Bestimmen Sie die Wärme, die dem System zugeführt werden muss, um die Expansion zu ermöglichen (2 Pkte).

Zeichnen Sie den Prozess im p - V -Diagramm (1 Pkt).

Zustand 1:



Zustand 2:



Aufgabe (Klausur 15, Aufgabe 1)

In einem geschlossenen System durchläuft 4 kg eines idealen Gases mit $\kappa = 1.4$ und $c_p = 1 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ den folgenden Kreisprozess:

- 1-2: Adiabat-reversible Kompression $T_1 = 300 \text{ K}$ und $p_1 = 1 \text{ bar}$ auf $p_2 = 7 \text{ bar}$.
 - 2-3: Isochores Aufwärmen bei Wärmeaufnahme von 5500 kJ.
 - 3-4: Adiabat-reversible Expansion
 - 4-1: Isobare Kompression
-
- a) Berechnen Sie den Druck und die Temperatur in jedem Zustand.
 - b) Skizzieren Sie den Prozess im p-v und im T-v Diagramm. Zeichnen Sie die Isotherme T_2 und die isobare p_2 jeweils in beiden Diagrammen mit ein. Zeichnen Sie die Diagramme gross, unklare Prozessschritte geben keine Punkte.
 - c) Berechnen Sie die Nettoarbeit des Kreisprozesses in kJ.
 - d) Wie gross ist der thermische Wirkungsgrad des Kreisprozesses?

Aufgabe (Serie 2, Aufgabe 3)

Ein ideales Gas durchläuft einen thermodynamischen Zyklus mit den folgenden Zustandsänderungen ohne nennenswerte Änderungen der kinetischen oder potentiellen Energie:

Prozess 1–2: konstanter Druck $p = 1.4 \text{ bar}$, $V_1 = 0.028 \text{ m}^3$, $W_{12} = 10.5 \text{ kJ}$

Prozess 2–3: Kompression mit $p \cdot V = \text{konstant}$, $U_3 = U_2$

Prozess 3–1: konstantes Volumen, $U_1 - U_3 = -26.4 \text{ kJ}$

- Skizzieren Sie den Kreisprozess in einem p-V-Diagramm.
- Berechnen Sie die Nettoarbeit des Kreisprozesses in kJ .
- Berechnen Sie die übertragene Wärme des Prozesses 1–2 in kJ .

Fragen?