



Thermodynamik I - Übung 10

Nicolas Lanzetti

Heutige Themen

- Zusammenfassung letzter Woche;
- Die Exergie einer Strömung;
- Die Exergiebilanz für offene Systeme;
- Isentrope Prozesse.

Zusammenfassung letzter Woche

- **Exergie:** Als Exergie bezeichnen wir den Anteil des Energieinhaltes eines Systems, der maximal in Arbeit umgewandelt werden könnte, **bis zum vollständigen Ausgleich mit der Umgebung.**
- **Anergie:** Der Energieanteil, der nach erreichen des Gleichgewichtes mit der Umgebung nicht in Arbeit umgewandelt werden kann, bezeichnen wir als Anergie.

Bemerkungen:

- Was heisst maximal? Ideale Bedingungen: Reversibler Prozess.
- Die Exergie ist abhängig von der Umgebung. Für eine Exergieanalyse müssen wir die Umgebungsbedingungen kennen.

Exergie für geschlossene Systeme

Den Exergieinhalt eines geschlossenen Systems ist:

$$E_x = W_{\text{nutz,rev}} = U - U_0 + p_0 \cdot (V - V_0) - T_0 \cdot (S - S_0) + KE + PE \quad (1)$$

oder massenspezifisch

$$e_x = u - u_0 + p_0 \cdot (v - v_0) - T_0 \cdot (s - s_0) + ke + pe. \quad (2)$$

Da U, p, V, T, S, KE, PE Zustandsgrößen sind, ist auch die Exergie eine Zustandsgröße.

Exergieänderung für geschlossene Systeme

Den Exergieinhalt eines geschlossenen Systems ist:

$$E_{x2} - E_{x1} = U_2 - U_1 + p_0 \cdot (V_2 - V_1) - T_0 \cdot (S_2 - S_1) + \Delta KE + \Delta PE \quad (3)$$

oder massenspezifisch

$$e_{x2} - e_{x1} = u_2 - u_1 + p_0 \cdot (v_2 - v_1) - T_0 \cdot (s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe. \quad (4)$$

Exergieverlust

- S_{erz} ist ein Mass für die Irreversibilität eines Systems.
- $E_{x,\text{verlust}}$ ist ein Mass für die verlorene Arbeit.

Es gilt:

$$E_{x,\text{verlust}} = W_{\text{verloren}} = W_{\max} - W = W_{\text{rev}} - W = T_0 \cdot S_{\text{erz}}, \quad (5)$$

d.h. der Exergieverlust ist mit der erzeugten Entropie (und die Umgebungsbedingungen) direkt verknüpft.

Exergiebilanz für geschlossene Systeme

$$E_{x2} - E_{x1} = \int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot \delta Q - (W - p_0 \cdot (V_2 - V_1)) - T_0 \cdot S_{\text{erz}}, \quad (6)$$

wobei:

- $E_{x2} - E_{x1}$: Exergieänderung im System;
- $\int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot \delta Q$: Exergietransfer durch Wärme;
- $W - p_0 \cdot (V_2 - V_1)$: Exergietransfer durch Arbeit;
- $T_0 \cdot S_{\text{erz}}$: Exergieverlust;
- T_0, p_0 : Umgebungsbedingungen;
- T (oder T_G): Temperatur am Systemgrenze.

Herleitung: Kapitel 7.2 im Skript.

Exergiebilanz für geschlossene Systeme

Das zeitspezifische Exergiebilanz lautet:

$$\frac{d}{dt}E_x = \sum_i \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) \cdot \dot{Q}_i - \left(\dot{W} - p_0 \cdot \frac{dV}{dt}\right) - T_0 \cdot \dot{S}_{\text{erz}}. \quad (7)$$

Exergie und Exergieänderung für offene Systeme

Den Exergieinhalt einer Strömung ist:

$$\dot{E}_{x,\text{str}} = \dot{W}_{\text{nutz,rev}} = \dot{m} \cdot (h - h_0 - T_0 \cdot (s - s_0) + ke + pe). \quad (8)$$

Die Exergieänderung ist dann:

$$\dot{E}_{x2} - \dot{E}_{x1} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1 - T_0 \cdot (s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe). \quad (9)$$

Exergieverlust

- \dot{S}_{erz} ist ein Mass für die Irreversibilität eines Systems.
- $\dot{E}_{x,\text{verlust}}$ ist ein Mass für die verlorene Leistung.

Es gilt:

$$\dot{E}_{x,\text{verlust}} = \dot{W}_{\text{verloren}} = \dot{W}_{\max} - \dot{W} = \dot{W}_{\text{rev}} - \dot{W} = T_0 \cdot \dot{S}_{\text{erz}}, \quad (10)$$

d.h. der Exergieverlust ist mit der erzeugten Entropie (und die Umgebungsbedingungen) direkt verknüpft.

Exergiebilanz für offene Systeme

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} E_x = & \sum_i \dot{m}_{i,e} \cdot e_{x,i,e} - \sum_i \dot{m}_{i,a} \cdot e_{x,i,a} \\ & + \int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot \delta \dot{Q} - \left(\dot{W} - p_0 \cdot \frac{dV}{dt}\right) - T_0 \cdot \dot{S}_{\text{erz}}, \end{aligned} \quad (11)$$

wobei:

- $\int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot \delta \dot{Q}$: Exergietransfer durch Wärme;
- $\dot{W} - p_0 \cdot \frac{dV}{dt}$: Exergietransfer durch Arbeit;
- $T_0 \cdot \dot{S}_{\text{erz}}$: Exergieverlust;
- T_0, p_0 : Umgebungsbedingungen;
- T (oder T_G): Temperatur am Systemgrenze.

Exergiebilanz für offene Systeme

Oft ist das Volumen des Systems konstant, also

$$\frac{d}{dt} E_x = \sum_i \dot{m}_{i,e} \cdot e_{x,i,e} - \sum_i \dot{m}_{i,a} \cdot e_{x,i,a} + \int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot \delta \dot{Q} - \dot{W} - T_0 \cdot \dot{S}_{\text{erz}}, \quad (12)$$

wobei:

- $\int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot \delta \dot{Q}$: Exergietransfer durch Wärme;
- \dot{W} : Exergietransfer durch Arbeit;
- $T_0 \cdot \dot{S}_{\text{erz}}$: Exergieverlust;
- T_0, p_0 : Umgebungsbedingungen;
- T (oder T_G): Temperatur am Systemgrenze.

Isentrope Prozesse für ideale Gase

Die Entropieänderung eines idealen Gases ist gegeben durch

$$\Delta s = s_2^0 - s_1^0 - R \cdot \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right). \quad (13)$$

Für isentrope Prozesse ist $\Delta s = 0$, d.h.

$$s_2^0 - s_1^0 = R \cdot \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) \quad (14)$$

und, nach $\frac{p_2}{p_1}$ aufgelöst,

$$\frac{p_2}{p_1} = \exp \left(\frac{s_2^0 - s_1^0}{R} \right) = \frac{\exp(s_2^0/R)}{\exp(s_1^0/R)} = \frac{p_{r2}}{p_{r1}}. \quad (15)$$

Isentrope Prozesse für ideale Gase

Analog kann man auch eine Formel für die Volumina herleiten:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_{r2}}{v_{r1}}. \quad (16)$$

Wichtig: p_r und v_r sind **nur** für die Luft tabelliert (A-22).

Also wenn der $\frac{v_2}{v_1}$, v_{r1} bekannt sind und **der Prozess isentrop ist**, kann man v_{r2} bestimmen, und daraus (Tabelle A-22) alle Zustandsgrößen (h, T, u, p_r).

Isentrope Prozesse für ideale Gase

TABLE A-22 (Continued)

T(K), h and u(kJ/kg), s°(kJ/kg · K)

T	h	p_r	u	v_r	s°
750	767.29	37.35	551.99	57.63	2.64737
760	778.18	39.27	560.01	55.54	2.66176
770	789.11	41.31	568.07	53.39	2.67595
780	800.03	43.35	576.12	51.64	2.69013
790	810.99	45.55	584.21	49.86	2.70400
800	821.95	47.75	592.30	48.08	2.71787
820	843.98	52.59	608.59	44.84	2.74504
840	866.08	57.60	624.95	41.85	2.77170
860	888.27	63.09	641.40	39.12	2.79783
880	910.56	68.98	657.95	36.61	2.82344

Isentrope Prozesse für perfekte Gase

Was passiert wenn das Gas konstante c_p und c_v hat?

$$\Delta s = c_p \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \quad (17)$$

Für isentrope Prozesse ($\Delta s = 0$, $c_p = \frac{R \cdot \kappa}{\kappa - 1}$) gilt:

$$\frac{\kappa \cdot R}{\kappa - 1} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = 0 \quad (18)$$

bekommt man nicht anders als die isentrope Beziehung:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}. \quad (19)$$

Isentrope Prozesse für perfekte Gase

Was passiert wenn das Gas konstante c_p und c_v hat?

$$\Delta s = c_v \cdot \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + R \cdot \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right) \quad (20)$$

Für isentrope Prozesse ($\Delta s = 0$, $c_v = \frac{R}{\kappa - 1}$) gilt:

$$\frac{R}{\kappa - 1} \cdot \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + R \cdot \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right) = 0 \quad (21)$$

bekommt man nicht anders als die isentrope Beziehung:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa - 1}. \quad (22)$$

Fragen?