

Thermodynamik I, So09

Musterlösung

Aufgabe 1

1. Hauptsatz für halboffenes System:

$$\Delta E = \Delta U = Q - W + \Delta m_{\text{ein}} \cdot h_{\text{ein}} - \Delta m_{\text{aus}} \cdot h_{\text{aus}}$$

mit $W = 0$ und $\Delta m_{\text{aus}} = 0$

Einströmende Luftmasse:

$$\Delta m_{\text{ein}} = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} = \frac{100 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot 0.007 \text{ m}^3}{8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 290 \text{ K}} = 8.41 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

Nettowärmeübergang durch Behälterwand:

$$Q = \Delta m_{\text{ein}} (u_2 - h_{\text{ein}}) = 8.41 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \left(206.91 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 290.16 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right) = -0.7 \text{ kJ} = -700 \text{ J}$$

$$Q_{\text{aus}} = 700 \text{ J}$$

Aufgabe 2

a) Aufgenommene Wärme vom Wasserbad:

$$\begin{aligned} Q_{\text{aufgenommen}} &= -Q = -(\Delta U_{\text{Fe}} + \Delta U_{\text{Cu}}) = -(m_{\text{Fe}} \cdot c_{p,\text{Fe}} \cdot \Delta T + m_{\text{Cu}} \cdot c_{p,\text{Cu}} \cdot \Delta T) \\ &= 50 \text{ kg} \cdot 0.450 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (75^\circ \text{C} - 15^\circ \text{C}) + 20 \text{ kg} \cdot 0.386 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (75^\circ \text{C} - 15^\circ \text{C}) = 1813.2 \text{ kJ} \end{aligned}$$

b) Entropieänderung des Eisenklotzes:

$$\begin{aligned} \Delta S_{\text{Fe}} &= m_{\text{Fe}} (s_{\text{Fe},2} - s_{\text{Fe},1}) = m_{\text{Fe}} \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_{p,\text{Fe}}}{T} dT = m_{\text{Fe}} \cdot c_{p,\text{Fe}} \cdot \ln \frac{T_\infty}{T_{\text{Fe},1}} \\ &= 50 \text{ kg} \cdot 0.450 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot \ln \frac{288 \text{ K}}{348 \text{ K}} = -4.258 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \end{aligned}$$

Entropieänderung des Kupferklotzes:

$$\begin{aligned}\Delta S_{Cu} &= m_{Cu} (s_{Cu,2} - s_{Cu,1}) = m_{Cu} \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_{p,Cu}}{T} dT = m_{Cu} \cdot c_{p,Cu} \cdot \ln \frac{T_{\infty}}{T_{Cu,1}} \\ &= 20 \text{ kg} \cdot 0.386 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot \ln \frac{288 \text{ K}}{348 \text{ K}} = -1.461 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}\end{aligned}$$

c) Entropieerzeugung im System:

$$\begin{aligned}S_{\text{erz}} &= \Delta S - \sum \frac{Q}{T} = \Delta S_{Fe} + \Delta S_{Cu} - \frac{Q}{T_{\infty}} \\ &= -4.258 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} - 1.461 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} - \frac{-1813.2 \text{ kJ}}{288 \text{ K}} = 0.577 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}\end{aligned}$$

Aufgabe 3

a) Wärmeverlust an die Umgebung - Energiebilanz am Tank:

$$\begin{aligned}Q_{\text{verlust}} &= -(Q_W + Q_L) \\ &= -(m_W \cdot c_{p,W} \cdot \Delta T + m_L \cdot c_{v,L} \cdot \Delta T) \\ &= -\left(V_W \cdot \rho \cdot c_{p,W} \cdot (T_{W,2} - T_{W,1}) + \frac{p_{L,1} \cdot V_L}{R \cdot T_{L,1}} \cdot c_{v,L} \cdot (T_{L,2} - T_{L,1}) \right) \\ &= -0.015 \text{ m}^3 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 4.180 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} (44^\circ\text{C} - 90^\circ\text{C}) - \frac{200 \text{ kPa} \cdot 0.05 \text{ m}^3}{0.287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 295 \text{ K}} \cdot 0.718 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (44^\circ\text{C} - 22^\circ\text{C}) \\ &= -15 \text{ kg} \cdot 4.180 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} (44^\circ\text{C} - 90^\circ\text{C}) - 0.118 \text{ kg} \cdot 0.718 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (44^\circ\text{C} - 22^\circ\text{C}) \\ &= 2884.2 \text{ kJ} - 1.8 \text{ kJ} \\ Q_{\text{verlust}} &= 2882.3 \text{ kJ}\end{aligned}$$

b) Entropieänderung des Wassers:

$$\begin{aligned}\Delta S_W &= m_W (s_{W,2} - s_{W,1}) = m_W \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_{p,W}}{T} dT = m_W \cdot c_{p,W} \cdot \ln \frac{T_{W,2}}{T_{W,1}} \\ &= 15 \text{ kg} \cdot 4.180 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot \ln \frac{317 \text{ K}}{363 \text{ K}} = -8.496 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}\end{aligned}$$

Entropieänderung der Luft:

$$\begin{aligned}
 \Delta S_L &= m_L (s_{L,2} - s_{L,1}) = m_L \left(\int_{T_1}^{T_2} \frac{c_{p,L}}{T} dT - R \ln \frac{p_2}{p_1} \right) = m_L \cdot \left(c_{p,L} \cdot \ln \frac{T_{L,2}}{T_{L,1}} - R \ln \frac{p_2}{p_1} \right) \\
 &= m_L \cdot \left(c_{p,L} \cdot \ln \frac{T_{L,2}}{T_{L,1}} - R \ln \frac{\frac{m_L \cdot R \cdot T_{L,2}}{V_{L,2}}}{p_1} \right) \\
 &= 0.118 \text{ kg} \cdot \left(1.005 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot \ln \frac{317 \text{ K}}{295 \text{ K}} - 0.287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \ln \frac{\frac{0.118 \text{ kg} \cdot 0.287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 317}{0.05 \text{ m}^3 - 0.015 \text{ m}^3}}{200 \text{ kPa}} \right) \\
 &= 0.118 \text{ kg} \cdot \left(1.005 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot \ln \frac{317 \text{ K}}{295 \text{ K}} - 0.287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \ln \frac{307 \text{ kPa}}{200 \text{ kPa}} \right) \\
 &= -5.999 \frac{\text{J}}{\text{K}}
 \end{aligned}$$

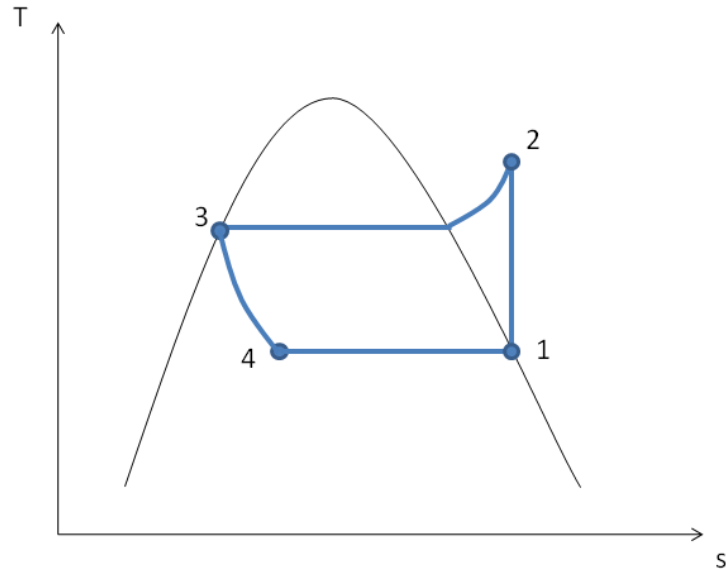
$$\begin{aligned}
 \Delta S_L &= m_L (s_{L,2} - s_{L,1}) = m_L \left(s^0(T_{L,2}) - s^0(T_{L,1}) - R \ln \frac{p_2}{p_1} \right) \\
 &= 0.118 \text{ kg} \cdot \left(1.757 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} - 1.685 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} - 0.287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \ln \frac{307 \text{ kPa}}{200 \text{ kPa}} \right) \\
 &= -6.000 \frac{\text{J}}{\text{K}}
 \end{aligned}$$

c) Exergieverlust des Prozesses:

$$\begin{aligned}
 E_{x, \text{verl}} &= T_0 \cdot S_{\text{erz}} \\
 &= T_0 \cdot \left(\Delta S_W + \Delta S_L - \frac{-Q_{\text{verlust}}}{T_0} \right) \\
 &= 295 \text{ K} \cdot \left(-8.496 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} - 5.999 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kJ}}{\text{K}} + \frac{2882.3 \text{ kJ}}{295 \text{ K}} \right) \\
 &= 374.2 \text{ kJ}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 4

a) T-s Diagramm



b) Wärmetausch im Verdampfer:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_W &= \dot{m}_W \cdot (h_{W,2} - h_{W,1}) \\ &= 0.065 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot \left(167.57 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 209.33 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right) \\ &= -2.714 \text{ kW}\end{aligned}$$

c) Massenstrom des Verdampfers:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{41} &= -\dot{Q}_W = \dot{m}_K \cdot (h_1 - h_4) \\ \Rightarrow \dot{m}_K &= \frac{-\dot{Q}_W}{(h_1 - h_4)}\end{aligned}$$

$$\rightarrow h_4 = x \cdot h_g + (1-x) \cdot h_f = 0.265 \cdot 258.36 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + (1-0.265) \cdot 77.26 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 125.25 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_1 = h_g = 258.36 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\Rightarrow \dot{m}_K = \frac{-\dot{Q}_W}{(h_1 - h_4)} = \frac{2.714}{258.36 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 125.25 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 0.0204 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

d) Temperaturdifferenz zwischen dem Eingang und Ausgang des Kältemittels im Kondensator:

$$\Delta T_{23} = T_2 - T_3$$

$$\rightarrow s_2 = s_1 = 0.9102 \frac{kJ}{kg \cdot K} \Rightarrow T_2 = 54.98^\circ C$$

$$T_3 = 52.43^\circ C$$

$$\Rightarrow \Delta T_{23} = T_2 - T_3 = 54.98^\circ C - 52.43^\circ C = 2.55^\circ C$$

e) Abgegebene Wärme im Kondensator:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{23} &= \dot{m}_K (h_3 - h_2) \\ &= 0.0204 \frac{kg}{s} \cdot \left(125.26 \frac{kJ}{kg} - 276.67 \frac{kJ}{kg} \right) \\ &= -3.081 kW \end{aligned}$$

Geleitetet Arbeit des Kompressors:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{12} &= -|\dot{Q}_{Verlust}| \\ \dot{W}_{12} &= \dot{Q}_{12} + \dot{m}_K (h_1 - h_2) \\ &= -0.3 kW + 0.0204 \frac{kg}{s} \cdot \left(258.36 \frac{kJ}{kg} - 276.67 \frac{kJ}{kg} \right) \\ &= -0.673 kW \end{aligned}$$

f) Leistungszahl der Wärmepumpe:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_H &= |\dot{Q}_{23}| \\ \varepsilon_W &= \frac{\dot{Q}_H}{-\dot{W}_{12}} = \frac{3.089 kW}{0.674 kW} = 4.58 \end{aligned}$$

g) Theoretisch maximale Leistungszahl der Wärmepumpe:

$$\varepsilon_{W, \max} = \frac{T_H}{T_H - T_K} = \frac{(273 + 54.98) K}{(273 + 54.98) K - (273 + 20) K} = 9.38$$