

Thermodynamik I – Lösung Rechenübung 8

Aufgabe 1

Die Werte für Wasser sind der Tabelle A-2 zu entnehmen:

$$T_1 = 60^\circ C \quad \left\{ \begin{array}{l} v_1 = v_f(60^\circ C) = 0.001017 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_1 = u_f(60^\circ C) = 251.11 \text{ kJ/kg} \\ s_1 = s_f(60^\circ C) = 0.8312 \text{ kJ/kgK} \end{array} \right.$$

a) Das spezifische Volumen im Zustand 2 ergibt sich aus:

$$v_2 = 2v_1 = 2 \cdot 0.001017 = 0.002034 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Für den angegebenen Druck $p_2 = 15 \text{ kPa} = 0.15 \text{ bar}$ müssen die entsprechenden Werte für v_f, v_g aus den Werten der Tabelle A-3 ($P = 0.15 \text{ bar}$) interpoliert werden. Damit ergibt sich:

$$\left. \begin{array}{l} p_2 = 15 \text{ kPa} \\ v_2 = 0.002034 \text{ m}^3/\text{kg} \end{array} \right\} x_2 = \frac{v_2 - v_f}{v_g - v_f} = \frac{0.002034 - 0.001014}{11.1615 - 0.001014} = \underline{\underline{0.00009139}}$$

⇒ für Aufgabe 2 und 3 lassen sich damit auch die innerer Energie und die Entropie im Zustand 2 berechnen:

$$\begin{aligned} u_2 &= u_f + x_2 u_{fg} = 221.6 + 0.00009139 \cdot 2225.7 = 221.8 \text{ kJ/kg} \\ s_2 &= s_f + x_2 s_{fg} = 0.7406 + 0.00009139 \cdot 7.2885 = 0.7413 \text{ kJ/kgK} \end{aligned}$$

b) Die Änderung der Entropie ergibt sich zu:

$$\Delta S = m \Delta s = m \cdot (s_2 - s_1) = (1.5)(0.7413 - 0.8312) \left(\frac{\text{kg} \cdot \text{kJ}}{\text{K} \cdot \text{kg}} \right) = \underline{\underline{-0.1348 \text{ kJ/K}}}$$

c) Der Beitrag des Wärmetransports an die Umgebung ist gegeben durch den ersten Hauptsatz für geschlossene Systeme:

$$Q - \underbrace{W}_{=0} = \Delta U + \Delta \underbrace{E_K}_{=0} + \Delta \underbrace{E_P}_{=0} \Rightarrow Q = m(u_2 - u_1)$$

$$Q = (1.5)(221.8 - 251.11) \left(\frac{\text{kg} \cdot \text{kJ}}{\text{kg}} \right) = \underline{\underline{-44.0 \text{ kJ}}}$$

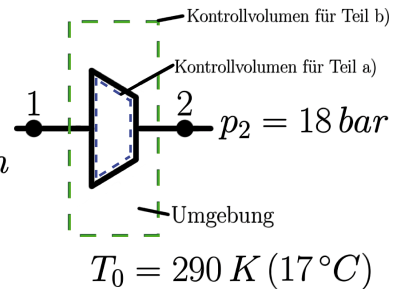
Aufgabe 2

Annahmen:

- Kinetische und potentielle Energien vernachlässigbar

$$T_1 = 35^\circ\text{C}$$

- Luft modelliert als ideales Gas $p_1 = 4\text{ bar}$
 $(AV)_1 = 1\text{ m}^3/\text{min}$



- a) Im stationärem Zustand gilt: $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$ und die Energiebilanz reduziert sich auf:

$$0 = \dot{Q}_{KV} - \dot{W}_{KV} + \dot{m} \left(\overbrace{(h_1 - h_2)}^{=0} + \left(\overbrace{\frac{v_1^2 - v_2^2}{2}}^{=0} \right) + g \left(\overbrace{(z_1 - z_2)}^{=0} \right) \right)$$

Die Enthalpie ist beim idealen Gas nur von der Temperatur abhängig. Wegen $T_1 = T_2$ gilt dann auch $h_1 = h_2$:

$$\dot{Q}_{KV} = \dot{W}_{KV}$$

Da keine internen Irreversibilitäten vorhanden sind, kann die Entropiebilanz folgendermassen geschrieben werden:

$$0 = \frac{\dot{Q}_{KV}}{T} + \dot{m} (s_1 - s_2) + \overbrace{\dot{S}_{erz}}^{=0}$$

$$\dot{Q}_{KV} = \dot{m} T (s_2 - s_1) = \dot{m} T \left(\underbrace{s_2^0 - s_1^0}_{=0 \text{ da } T_1=T_2} - R \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) \right) = -\dot{m} R T \ln \frac{p_2}{p_1}$$

mit der idealen Gasgleichung:

$$\dot{m} = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{p_1 \dot{V}_1}{RT_1}$$

$$\dot{Q}_{KV} = -p_1 \cdot \dot{V}_1 \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} = -4 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \frac{1}{60} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot \ln \frac{18}{4} = -10027 \text{ W} = -10.03 \text{ kW}$$

- b) Für das erweiterte Kontrollvolumen kann die Entropiebilanz aufgestellt werden:

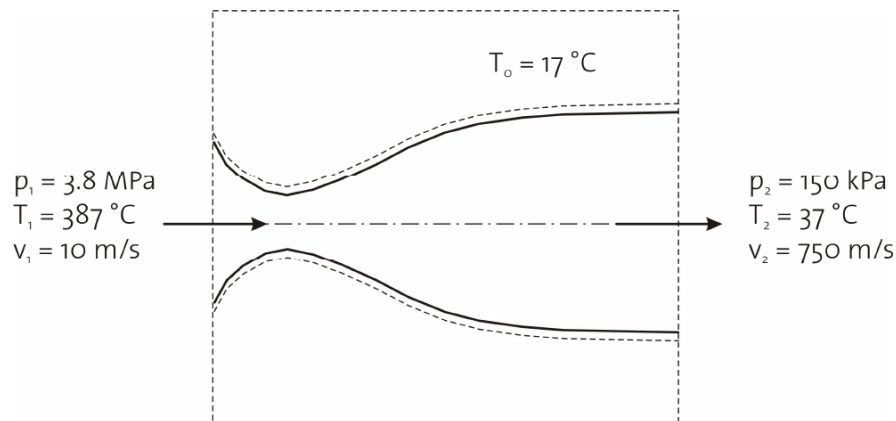
$$0 = \frac{\dot{Q}_{KV}}{T_0} + \dot{m} (s_1 - s_2) + \dot{S}_{erz}$$

aus dem vorherigen Aufgaben-Teil ist bekannt: $\dot{m} (s_1 - s_2) = -\frac{\dot{Q}_{KV}}{T}$ zusammen:

$$\dot{S}_{erz} = \left(-\dot{Q}_{KV} \right) \left[\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right] = (10.03 \text{ kW}) \left[\left(\frac{1}{290} - \frac{1}{308} \right) \left(\frac{1}{\text{K}} \right) \right] = 2.02 \text{ W/K}$$

In Aufgabenteil a) ist $\dot{S}_{erz} = 0$, da keine inneren Irreversibilitäten existieren. $\dot{S}_{erz} \neq 0$ in b) misst die externe Irreversibilität, die durch den Wärmeübergang vom Kompressor zu seiner Umgebung entsteht.

Aufgabe 3



a) Gleichgewichts-Zustand:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$$

Die Energierate vereinfacht sich zu :

$$0 = \dot{Q}_{KV} - \underbrace{\dot{W}_{KV}}_{=0} + \dot{m}((h_1 - h_2) + \underbrace{(\frac{v_1^2 - v_2^2}{2})}_{=0}) + g \underbrace{(z_1 - z_2)}_{=0}$$

$$\frac{\dot{Q}_{KV}}{\dot{m}} = h_2 - h_1 + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2}$$

mit den Daten aus der Tabelle A-24:

$$\begin{aligned} \overline{h}_1 &= 19870 \text{ kJ/kmol}, & \overline{s}_1^0 &= 229.430 \text{ kJ/kmol K}, \\ \overline{h}_2 &= 9030 \text{ kJ/kmol}, & \overline{s}_2^0 &= 206.177 \text{ kJ/kmol K} \end{aligned}$$

und $M = 32$ aus Tabelle A-1:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{Q}_{KV}}{\dot{m}} &= \frac{(9030 - 19870) \text{ (kJ/kmol)}}{32 \text{ (kg/kmol)}} + \left(\frac{750^2 - 10^2}{2} \right) \left(\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right) \left(\frac{\text{N}}{\text{kg m/s}^2} \right) \left(\frac{\text{kJ}}{10^3 \text{ Nm}} \right) \\ &= -338.75 + 281.2 = -57.55 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= \frac{1}{M} \left[\overline{s}_2^0 - \overline{s}_1^0 - \overline{R} \ln \frac{p_2}{p_1} \right] = \frac{1}{32} \left[206.177 - 229.430 - 8.314 \cdot \ln \left(\frac{0.15}{3.8} \right) \right] \\ &= +0.1131 \text{ kJ/kg K} \end{aligned}$$

Um \dot{S}_{erz}/\dot{m} zu berechnen, brauchen wir Informationen über die Temperatur an der Systemgrenze und den Wärmeübergang bei jeder Temperatur.

b) Für das erweiterte Kontrollvolumen findet der Wärmeaustausch bei $T_0 = 290 \text{ K}$ statt.

$$\begin{aligned} \dot{S}_{erz} &= -\frac{\dot{Q}_{KV}}{T_0} + \dot{m}(s_2 - s_1) \Rightarrow \\ \frac{\dot{S}_{erz}}{\dot{m}} &= -\frac{-57.55}{290} \text{ kJ/kg K} + 0.1131 \text{ kJ/kg K} = \underline{\underline{0.3115 \text{ kJ/kg K}}} \end{aligned}$$

Aufgabe 4

Energiebilanz:

$$\dot{W}_{KV} = \dot{m}_L(h_{L,1} - h_{L,2}) + \dot{m}_W(h_{W,in} - h_{W,out})$$

mit der Annahme, dass Luft als ideales Gas betrachtet werden kann:

$$\dot{m}_L = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{p_1 \dot{V}_1}{RT_1} = \frac{(10^5 \text{ N/m}^2)(9 \text{ m}^3/\text{min})}{\left(\frac{8.314}{28.97}\right) \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{kg}\cdot\text{K}} (293 \text{ K})} = 10.703 \frac{\text{kg}}{\text{min}}$$

mit Tabelle A-22 bzw. A-2:

$$h_{L,1} = 293.166 \text{ kJ/kg}, h_{L,2} = 434.484 \text{ kJ/kg}, \\ s_{L,1}^0 = 1.678298 \text{ kJ/kg K}, s_{L,2}^0 = 2.072341 \text{ kJ/kg K}$$

$$h_{W,in} = 71.38 \text{ kJ/kg}, h_{W,out} = 104.89 \text{ kJ/kg}, \\ s_{W,in} = 0.2535 \text{ kJ/kg K}, s_{W,out} = 0.3674 \text{ kJ/kg K}$$

somit:

$$\dot{W}_{KV} = 0.178 \text{ kg/s} (293.166 - 434.484) (\text{kJ/kg}) + 0.143 \text{ kg/s} (71.38 - 104.89) (\text{kJ/kg}) \\ = -30.01 \text{ kW}$$

Für die Entropiebilanz gilt:

$$0 = \sum \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \dot{m}_L(s_1 - s_2) + \dot{m}_W(s_{W,in} - s_{W,out}) + \dot{S}_{erz}$$

bzw. mit

$$\sum \frac{\dot{Q}_j}{T_j} = 0 \Rightarrow \dot{S}_{erz} = \dot{m}_L(s_2^0 - s_1^0 - R \cdot \ln \frac{P_2}{P_1}) + \dot{m}_W \cdot c \cdot \ln \frac{T_{W,out}}{T_{W,in}}$$

$$\dot{S}_{erz} = (10.703 \frac{\text{kg}}{\text{min}})(2.07234 - 1.6783 - \frac{8.314}{28.97} \ln 5) \text{ kJ/(kg K)} + (8.6 \frac{\text{kg}}{\text{min}})(4.19 \text{ kJ/kg K}) \ln(\frac{298}{290}) \\ = (-0.72617 + 0.9806) (\frac{\text{kJ/min}}{\text{K}}) (\frac{\text{min}}{60\text{s}}) (\frac{\text{kW}}{\text{kJ/s}}) \\ = \underline{\underline{4.24 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kW}}{\text{K}}}}$$