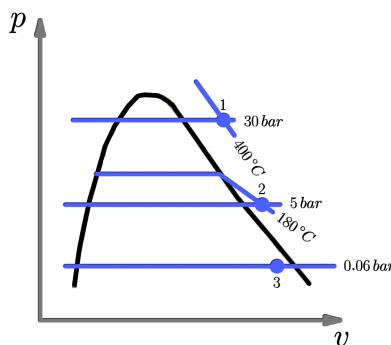


Thermodynamik I – Lösung Rechenübung 5

Aufgabe 1

Annahmen:

- stationärer Prozess,
- Wärmeübertragung wird vernachlässigt,
- potentielle und kinetische Energie werden vernachlässigt.



a) Durchmesser D_2 :

$$m = V' \rho = A x \rho \quad V': \text{Volumen}$$

$$\dot{m} = A x \rho = \frac{AV}{v} \quad (AV): \text{Volumenstrom}, v: \text{spez. Volumen}$$

Massenbilanz des Systems:

$$\underbrace{\frac{dm_{KV}}{dt}}_{=0} = \dot{m}_1 - \dot{m}_2 - \dot{m}_3 \text{ oder } \dot{m}_2 = \dot{m}_1 - \dot{m}_3$$

$$\dot{m}_1 = \frac{(A \cdot V)_1}{v_1} = \left(\frac{85 \text{ m}^3/\text{min}}{0.0994 \text{ m}^3/\text{kg}} \right) \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right) = \underline{\underline{14.25 \text{ kg/s}}}$$

somit folgt für

$$\dot{m}_2 = (14.25 \text{ kg/s}) - (40000 \text{ kg/h}) \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right) = 3.139 \text{ kg/s}$$

$$A_2 = \frac{\dot{m}_2 v_2}{V_2} = \frac{(3.139 \text{ kg/s})(0.4045 \text{ m}^3/\text{kg})}{(20 \text{ m/s})} = 0.0635 \text{ m}^2$$

$$v_2 \text{ aus der Tabelle A-4} \Rightarrow D_2 = \sqrt{\frac{4A_2}{\pi}} = \underline{\underline{0.284 \text{ m}}}$$

b) Leistung der Turbine:

Mit der Energiebilanz für offene Systeme:

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\frac{dE_{KV}}{dt}}_{=0} \\
 &= \underbrace{\dot{Q}_{KV}}_{=0} - \dot{W}_{KV} + \dot{m}_1 \left(h_1 + \underbrace{\frac{v_1^2}{2}}_{=0} + \underbrace{g \cdot z_1}_{=0} \right) - \dot{m}_2 \left(h_2 + \underbrace{\frac{v_2^2}{2}}_{=0} + \underbrace{g \cdot z_2}_{=0} \right) - \\
 & \quad \dot{m}_3 \left(h_3 + \frac{v_3^2}{2} + g \cdot z_3 \right) \Rightarrow \dot{W}_{KV} = \dot{m}_1 \cdot h_1 - \dot{m}_2 \cdot h_2 - \dot{m}_3 \cdot h_3
 \end{aligned}$$

Aus Tabelle A-4: $h_1 = 3230.9 \text{ kJ/kg}$ und $h_2 = 2812.0 \text{ kJ/kg}$

Die spezifische Enthalpie h_3 kann aus der Tabelle A-3 berechnet werden:

$$h_3 = h_{f3} + x_3 \cdot h_{fg3} = 151.53 + (0.9) \cdot 2415.9 = 2325.8 \text{ kJ/kg}$$

Alle Werte eingesetzt:

$$\begin{aligned}
 \dot{W}_{KV} &= [(14.25)(3230.9) - (3.139)(2812.0) - (\frac{40000}{3600})(2325.8)] \left(\frac{\text{kg} \cdot \text{kJ}}{\text{s} \cdot \text{kg}} \right) \\
 &= \underline{\underline{11.371 \text{ MW}}}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 2

Wir behandeln das Wasser als eine inkompressible Flüssigkeit mit $\rho = 1 \text{ kg/Liter}$. Die benötigte elektrische Leistung ist vorgegeben durch den 1. Hauptsatz:

Mit der Annahme $W = 0$ folgt:

$$\begin{aligned}
 \dot{Q} - \dot{W} &= \dot{m}(\Delta h + \Delta k_e + \Delta p_e) \Rightarrow \dot{Q}_{el} = \dot{m}\bar{c}_p(T_2 - T_1) \\
 &= \rho \dot{V} \bar{c}_p(T_2 - T_1) = 18.8 \text{ kW}
 \end{aligned}$$

Die Leistung des Wärmetauschers beträgt:

$$\dot{Q}_{WT} = \varepsilon \dot{Q}_{max} = \varepsilon \dot{m} \bar{c}_p(T_{max} - T_{min}) = 8.0 \text{ kW}$$

Somit folgt für die benötigte Energie für den Fall mit Wärmetauscher:

$$\dot{Q}_{el} - \dot{Q}_{WT} = 10.8 \text{ kW}$$

Ersparnis bei 10 minütiger Dusche:

$$8.0 \text{ kW} \frac{10}{60} \text{ h} \cdot 8.5 \text{ Rp} = 11.3 \text{ Rp}$$

Aufgabe 3

Annahmen:

- a) stationärer Prozess
- b) Wärmetransport ist zu vernachlässigen und die Arbeit im Kontrollvolumen ist null
- c) Potentielle Energie ist zu vernachlässigen
- d) Luft kann als ideales Gas betrachtet werden

Beim idealen Gas ist die Enthalpie nur eine Funktion der Temperatur. Somit kann über die Enthalpie die Temperatur bestimmt werden:

$$1.\text{HS} \ 0 = \underbrace{\dot{Q}_{KV}}_{=0} - \underbrace{\dot{W}_{KV}}_{=0} + \dot{m}[(h_1 - h_2) + \frac{v_1^2 - \overbrace{v_2^2}^{=0}}{2} + g(\underbrace{z_1 - z_2}_{=0})]$$

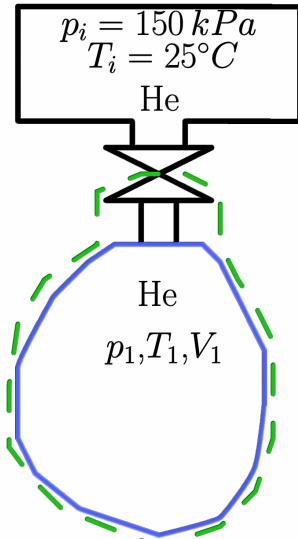
$$h_2 = h_1 + 1/2 \cdot v_1^2$$

aus Tabelle A-22: $h_1 = 281.3 \text{ kJ/kg}$ und damit $h_2 = 319.9 \text{ kJ/kg}$
 Interpolation in Tabelle A-22: $T_2 = 319.6 \text{ K} = 46.6^\circ\text{C}$

Aufgabe 4

Annahmen:

- Helium ist ein ideales Gas,
- der Tank ist unendlich gross, daraus folgt: $p_2 = p_i$
- $c_p = 5.1926 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$
- $p_1 = 100 \text{ kPa}$
- $T_1 = 22^\circ\text{C}$
- $V_1 = 65 \text{ m}^3$



$$R_{He} = \frac{\bar{R}}{M_{He}} = \frac{8.314 \frac{J}{mol K}}{4.003 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{mol}} = \underline{\underline{2.0769 \frac{kJ}{kg K}}}$$

$$c_v = c_p - R_{He} = 5.1926 \frac{kJ}{kg K} - 2.0769 \frac{kJ}{kg K} = \underline{\underline{3.1157 \frac{kJ}{kg K}}}$$

$$m_1 = \frac{p_1 V_1}{R_{He} T_1} = \frac{100 \frac{kPa}{m^3} 65 \frac{m^3}{K}}{2.0769 \frac{kJ}{kg K} 295 \frac{K}{K}} = \underline{\underline{10.609 \frac{kg}{m^3}}}$$

1.HS für offene Systeme mit einem Einlass: (KE=0, PE=0)

$$\Delta E = \Delta U = \overbrace{Q}^{=0} - W + m_{in} \cdot h_{in}$$

Prozess 1-2:

$$p \sim V \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{p_2}{p_1} = 65 \frac{m^3}{100 \frac{kPa}{m^3}} = \underline{\underline{97.5 \frac{m^3}{kPa}}}$$

Arbeit vom Gas:

$$W_{12} = \int_1^2 p \cdot dV \text{ mit } p \sim V \Rightarrow p = \frac{p_1}{V_1} \cdot V$$

$$W_{12} = \frac{p_1}{2 \cdot V_1} \cdot (V_2^2 - V_1^2) = \frac{100 \cdot 10^3 \frac{Pa}{m^3}}{2 \cdot 65 \frac{m^3}{kPa}} \cdot (97.5^2 - 65^2) \frac{m^3}{kPa} = \underline{\underline{4.0625 \frac{MJ}{kPa}}}$$

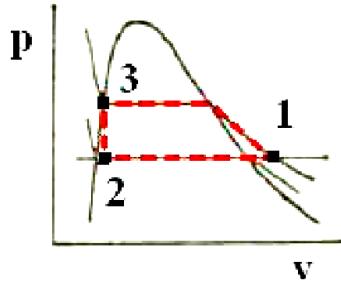
somit 1.HS:

$$\begin{aligned} \Delta U = U_2 - U_1 &= m_2 \cdot u_2 - m_1 \cdot u_1 = -W_{12} + (m_2 - m_1) \cdot h_{in} \\ (m_2 - m_1) \cdot u_2 + m_1 \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) &= -W_{12} + (m_2 - m_1) \cdot h_{in} \\ (m_2 - m_1) [u_2 - h_{in}] &= -W_{12} - m_1 \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) \\ (m_2 - m_1) [u_2 - \underbrace{(u_i + p_i \cdot v_i)}_{h=u+pv}] &= \\ (m_2 - m_1) [u_2 - \underbrace{(u_i + \underbrace{R_{He} \cdot T_i}_{He=ig: pv=RT})}_{c_p=R+c_v}] &= \\ (m_2 - m_1) [(u_2 - u_i) - R_{He} T_i] &= \\ (m_2 - m_1) [c_v \cdot (T_2 - T_1) - R_{He} T_i] &= \\ (m_2 - m_1) [c_v \cdot T_2 - \underbrace{c_p \cdot T_i}_{c_p=R+c_v}] &= -W_{12} - m_1 \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_2 \cdot c_v \cdot T_2 - m_1 \cdot c_v \cdot T_1 - (m_2 - m_1) \cdot c_p \cdot T_i &= -W_{12} \\ \underbrace{\frac{p_2 V_2}{R_{He} T_2}}_{m_2} \cdot c_v \cdot T_2 - m_1 \cdot c_v \cdot T_1 - \underbrace{\left(\frac{p_2 V_2}{R_{He} T_2} - m_1 \right) \cdot c_p \cdot T_i}_{m_2} &= -W_{12} \\ \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 \cdot V_2}{R_{He} \left[\frac{W_{12} + \frac{p_2 V_2 c_v}{R_{He}} - m_1 c_v T_1}{c_p T_i} + m_1 \right]} &= \underline{\underline{333.55 \frac{K}{m^3}}} = 60.55^\circ C \end{aligned}$$

Aufgabe 5

a)



Zustand 1: $p_1 = 2 \text{ bar}$

$$T_1 = 60^\circ C$$

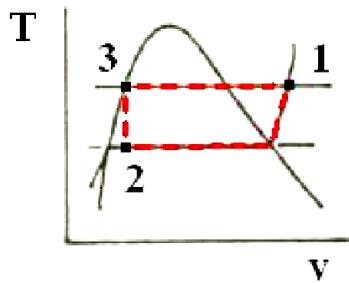
Zustand 2: $p_2 = p_1 = 2 \text{ bar}$

$$T_2 = T_{sat}(2 \text{ bar}) = -12.53^\circ C \text{ (Tabelle A-8)}$$

Zustand 3: $T_3 = T_1 = 60^\circ C$

$$p_3 = p_{sat}(T_3) = 15.259 \text{ bar (Tabelle A-8)}$$

b)



Zustand 1: Tabelle A-9: $v_1 = 0.1114 \text{ m}^3/\text{kg}$, $u_1 = 205.62 \text{ kJ/kg}$

Zustand 3: Tabelle A-7: $v_3 = 0.8581 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$, $u_3 = 94.43 \text{ kJ/kg}$

Zustand 2: $v_2 = v_3$

$$\begin{aligned} 1 - -2 : W_{12} &= p_1 \cdot (v_2 - v_1) \cdot m = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot (0.8581 \cdot 10^{-3} - 0.1114) \text{ m}^3/\text{kg} \cdot 1 \text{ kg} \\ &= -22108.4 \text{ J} = \underline{-22.11 \text{ kJ}} \end{aligned}$$

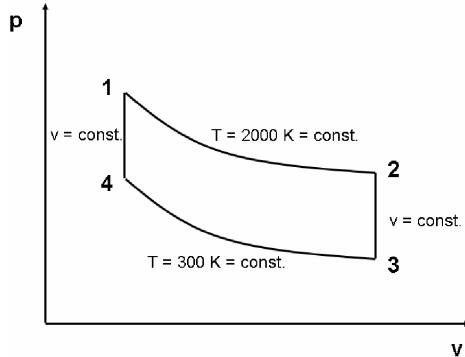
$$2 - -3 : W_{23} = \underline{0}$$

$$3 - -1 : W_{31} = Q_{31} - m \cdot (u_1 - u_3) = 150 \text{ kJ} - 1 \text{ kg} \cdot (205.62 - 94.43) \text{ kJ/kg} = \underline{38.81 \text{ kJ}}$$

$$W_{netto} = W_{12} + W_{31} = -22.11 \text{ kJ} + 38.81 \text{ kJ} = \underline{16.7 \text{ kJ}}$$

Aufgabe 6

a)



b)

$$T_1 = 2000 \text{ K}, p_1 = 20 \text{ bar} \Rightarrow$$

$$u_1 = \frac{\bar{u}_1}{M_{N_2}} = \frac{48181 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol}}}{28.01 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 1720.14 \text{ kJ/kg}$$

$$V_1 = \frac{m \cdot R \cdot T_1}{p_1} = \frac{1.5 \text{ kg} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} / 28.01 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot 2000 \text{ K}}{20 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 0.4453 \text{ m}^3$$

$$T_2 = T_1 = 2000 \text{ K} \Rightarrow$$

$$u_2 = u_1 = 1720.14 \text{ kJ/kg}$$

$$V_2 = V_3 = \frac{m \cdot R \cdot T_3}{p_3} = \frac{1.5 \text{ kg} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} / 28.01 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot 300 \text{ K}}{10^5 \text{ Pa}} = 1.3358 \text{ m}^3$$

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{V_1}{V_2} = 20 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot \frac{0.4453 \text{ m}^3}{1.3358 \text{ m}^3} = 6.667 \text{ bar}$$

$$T_3 = 300 \text{ K}, p_3 = 1 \text{ bar} \Rightarrow$$

$$u_3 = \frac{\bar{u}_3}{M_{N_2}} = \frac{6229.0 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol}}}{28.01 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 222.385 \text{ kJ/kg}$$

$$T_4 = 300 \text{ K} \Rightarrow$$

$$u_4 = u_3, V_4 = V_1$$

$$p_4 = p_3 \cdot \frac{V_3}{V_1} = 10^5 \text{ Pa} \cdot \frac{1.3358 \text{ m}^3}{0.4453 \text{ m}^3} = 3.0 \text{ bar}$$

c)

$$|Q_{23}| = |\Delta U_{23}| = |m \cdot (u_3 - u_2)| = \underline{\underline{2246.63 \text{ kJ}}}$$

d)

$$Q_{12} = W_{12} = p_1 \cdot V_1 \cdot \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right) = 20 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0.4453 \text{ m}^3 \cdot \ln \left(\frac{20 \text{ bar}}{6.667 \text{ bar}} \right) = 978.38 \text{ kJ}$$

$$W_{34} = p_3 \cdot V_3 \cdot \ln \left(\frac{p_3}{p_4} \right) = 10^5 \text{ Pa} \cdot 1.3358 \text{ m}^3 \cdot \ln \left(\frac{1 \text{ bar}}{3 \text{ bar}} \right) = -146.75 \text{ kJ} \Rightarrow$$

$$W_{net} = W_{12} + W_{34} = \underline{\underline{831.63 \text{ kJ}}}$$