



Thermodynamik I PVK - Tag 3

Nicolas Lanzetti

Heutige Themen

- Exergie;
- Exergieverlust;
- Exergieänderung für geschlossene Systeme;
- Exergieänderung für offene Systeme;
- Exergetischer Wirkungsgrad.

Aufgabe (Sommer 10, Aufgabe 3)

Um das Speisewasser einer Turbine zu erhitzen wird oft ein Teil des Wasserdampfes der Turbine entnommen und durch einen Wärmetauscher geleitet (siehe Abb. 2). Der Wasserdampf tritt mit einem Volumenstrom von $3 \text{ m}^3/\text{s}$ bei 1 MPa und 320°C in den perfekt adiabaten Wärmetauscher ein und verlässt ihn als gesättigte Flüssigkeit ($x_2=0$) beim gleichen Druck. Das Wasser wird isobar bei 5 MPa und 40°C in den Wärmetauscher eingespiesen und verlässt ihn mit 15°C kälterer Temperatur als die gesättigte Flüssigkeit bei Punkt 2.

Berechnen Sie:

- Den Wärmestrom, der vom Dampf auf das Wasser übertragen wird,
- Den Massenstrom des Wassers,
- Die gesamte Entropieerzeugung $\dot{S}_{\text{era,tot}}$ des Wärmetauschers.

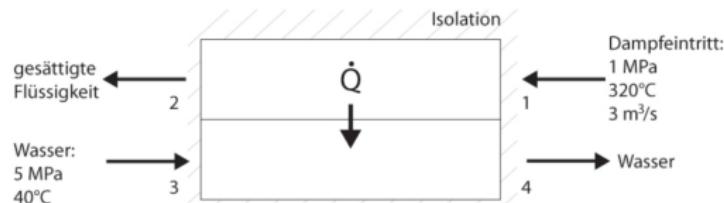


Abb. 2: Wärmetauscher zur Erwärmung von Speisewasser

Hinweise:

- Potentielle und kinetische Energien können vernachlässigt werden,
- der Prozess ist stationär,
- der Wärmetauscher ist adiabat,
- das Wasser kann als inkompressibel angenommen werden.

Die Exergie und die Entropie

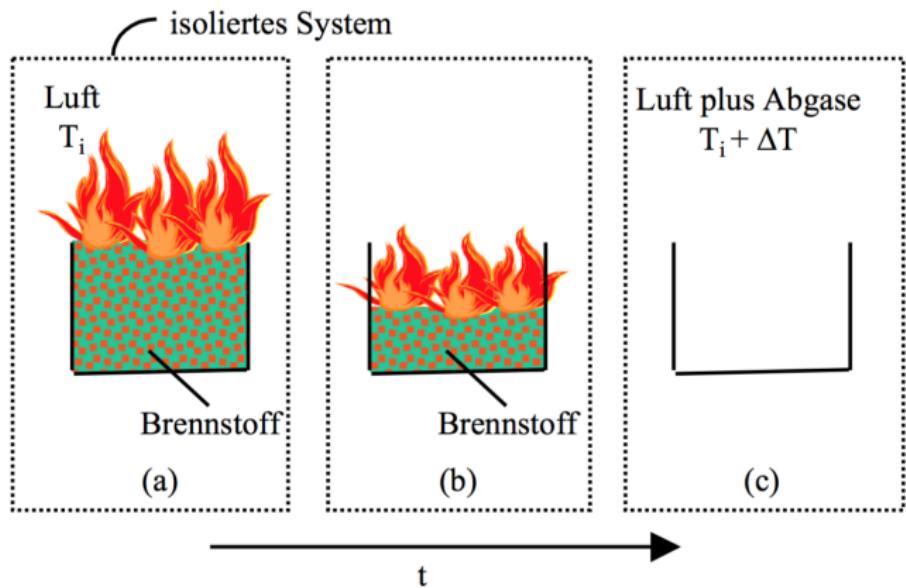
Erinnerung:

Entropie = Mass für die verlorenen Arbeitsmöglichkeiten einer thermischen Energiemenge

Neu:

Exergie = eine qualitative Bewertung der Energie = für Arbeit nutzbarer Teil der vorhandenen Energie

Die Exergie



Definition der Exergie

Als Exergie bezeichnen wir den Anteil des Energieinhaltes eines Systems, der maximal in Arbeit umgewandelt werden könnte, **bis zum vollständigen Ausgleich mit der Umgebung.**

Bemerkungen:

- Was heisst maximal? Ideale Bedingungen: Reversibler Prozess.
- Die Exergie ist abhängig von der Umgebung. Für eine Exergieanalyse müssen wir die Umgebungsbedingungen kennen.

Die Anergie

Der Energieanteil, der nach erreichen des Gleichgewichtes mit der Umgebung nicht in Arbeit umgewandelt werden kann, bezeichnen wir als Anergie.

Es gilt also:

$$\text{Energie} = \text{Exergie} + \text{Anergie}.$$

Beispiele

- See: Viel Energie, aber nicht nutzbar \Rightarrow Energie = Anergie
- Ideale Batterie: Nutzbare Energie \Rightarrow Energie = Exergie

Exergie für geschlossene Systeme

Den Exergieinhalt eines geschlossenen Systems ist:

$$E_x = W_{\text{nutz,rev}} = U - U_0 + p_0 \cdot (V - V_0) - T_0 \cdot (S - S_0) + KE + PE \quad (1)$$

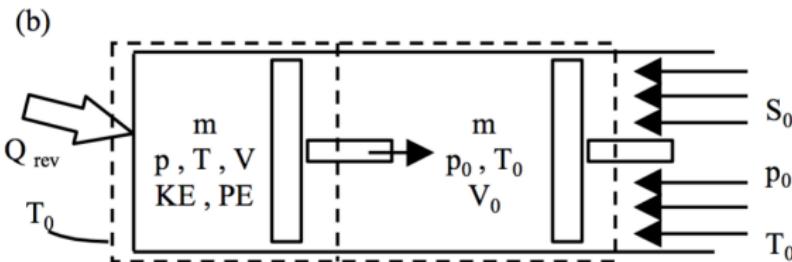
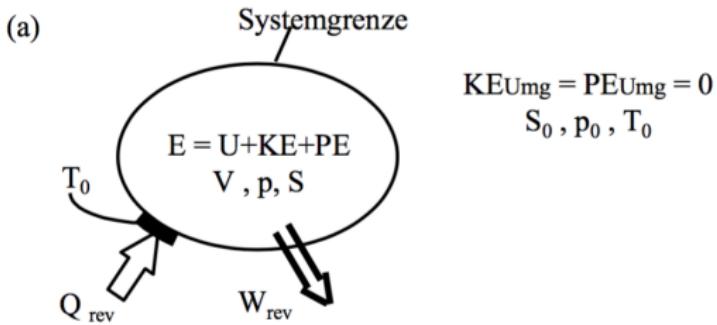
oder massenspezifisch

$$e_x = u - u_0 + p_0 \cdot (v - v_0) - T_0 \cdot (s - s_0) + ke + pe. \quad (2)$$

Da U, p, V, T, S, KE, PE Zustandsgrößen sind, ist auch die Exergie eine Zustandsgröße.

Exergieänderung für geschlossene Systeme

Woher kommt die Formel für die Exergie?



Exergie für geschlossene Systeme

Woher kommt die obige Formel für die Exergie?

$$E_0 - E = U_0 - U - KE - 0 - PE - 0 = Q_{\text{rev}} - W_{\text{rev}} \quad (3)$$

Aus $S_{\text{erz}} = 0$ (reversibel) oder aus $\delta Q_{\text{rev}} = T_0 \cdot dS$ folgt:

$$S_{\text{erz}} = S_0 - S - \frac{Q_{\text{rev}}}{T_0} = 0 \quad \Rightarrow \quad Q_{\text{rev}} = T_0 \cdot (S_0 - S). \quad (4)$$

Die reversible Arbeit besteht aus

$$W_{\text{rev}} = W_{\text{nutz,rev}} + p_0 \cdot (V_0 - V) \quad (5)$$

somit folgt

$$U_0 - U - KE - PE = T_0 \cdot (S_0 - S) - W_{\text{nutz,rev}} - p_0 \cdot (V_0 - V) \quad (6)$$

$$E_{x1} = W_{\text{nutz,rev}} = U - U_0 + p_0 \cdot (V - V_0) - T_0 \cdot (S - S_0) + KE + PE. \quad (7)$$

Exergieänderung für geschlossene Systeme

Den Exergieinhalt eines geschlossenen Systems ist:

$$E_{x2} - E_{x1} = U_2 - U_1 + p_0 \cdot (V_2 - V_1) - T_0 \cdot (S_2 - S_1) + \Delta KE + \Delta PE \quad (8)$$

oder massenspezifisch

$$e_{x2} - e_{x1} = u_2 - u_1 + p_0 \cdot (v_2 - v_1) - T_0 \cdot (s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe. \quad (9)$$

Exergieverlust

- S_{erz} ist ein Mass für die Irreversibilität eines Systems.
- $E_{x,\text{verlust}}$ ist ein Mass für die verlorene Arbeit

Es gilt:

$$E_{x,\text{verlust}} = W_{\text{verloren}} = W_{\max} - W = W_{\text{rev}} - W = T_0 \cdot S_{\text{erz}}, \quad (10)$$

d.h. der Exergieverlust ist mit der erzeugten Entropie (und die Umgebungsbedingungen) direkt verknüpft.

Exergiebilanz für geschlossene Systeme

$$E_{x2} - E_{x1} = \int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot \delta Q - (W - p_0 \cdot (V_2 - V_1)) - T_0 \cdot S_{\text{erz}}, \quad (11)$$

wobei:

- $E_{x2} - E_{x1}$: Exergieänderung im System;
- $\int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot \delta Q$: Exergietransfer durch Wärme;
- $W - p_0 \cdot (V_2 - V_1)$: Exergietransfer durch Arbeit;
- $T_0 \cdot S_{\text{erz}}$: Exergieverlust;
- T_0, p_0 : Umgebungsbedingungen;
- T (oder T_G): Temperatur am Systemgrenze.

Herleitung: Kapitel 7.2 im Skript.

Exergiebilanz für geschlossene Systeme

Das zeitspezifische Exergiebilanz lautet:

$$\frac{d}{dt}E_x = \sum_i \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) \cdot \dot{Q}_i - \left(\dot{W} - p_0 \cdot \frac{dV}{dt}\right) - T_0 \cdot \dot{S}_{\text{erz}}. \quad (12)$$

Exergie und Exergieänderung für offene Systeme

Den Exergieinhalt einer Strömung ist:

$$\dot{E}_{x,\text{str}} = \dot{W}_{\text{nutz,rev}} = \dot{m} \cdot (h - h_0 - T_0 \cdot (s - s_0) + ke + pe). \quad (13)$$

Die Exergieänderung ist dann:

$$\dot{E}_{x2} - \dot{E}_{x1} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1 - T_0 \cdot (s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe). \quad (14)$$

Exergieverlust

- \dot{S}_{erz} ist ein Mass für die Irreversibilität eines Systems.
- $\dot{E}_{x,\text{verlust}}$ ist ein Mass für die verlorene Leistung.

Es gilt:

$$\dot{E}_{x,\text{verlust}} = \dot{W}_{\text{verloren}} = \dot{W}_{\max} - \dot{W} = \dot{W}_{\text{rev}} - \dot{W} = T_0 \cdot \dot{S}_{\text{erz}}, \quad (15)$$

d.h. der Exergieverlust ist mit der erzeugten Entropie (und die Umgebungsbedingungen) direkt verknüpft.

Exergiebilanz für offene Systeme

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}E_x = & \sum_i \dot{m}_{i,e} \cdot e_{x,i,e} - \sum_i \dot{m}_{i,a} \cdot e_{x,i,a} \\ & + \int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot \delta \dot{Q} - \left(\dot{W} - p_0 \cdot \frac{dV}{dt}\right) - T_0 \cdot \dot{S}_{\text{erz}},\end{aligned}\tag{16}$$

wobei:

- $\int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot \delta \dot{Q}$: Exergietransfer durch Wärme;
- $\dot{W} - p_0 \cdot \frac{dV}{dt}$: Exergietransfer durch Arbeit;
- $T_0 \cdot \dot{S}_{\text{erz}}$: Exergieverlust;
- T_0, p_0 : Umgebungsbedingungen;
- T (oder T_G): Temperatur am Systemgrenze.

Exergiebilanz für offene Systeme

Oft ist das Volumen des Systems konstant, also

$$\frac{d}{dt} E_x = \sum_i \dot{m}_{i,e} \cdot e_{x,i,e} - \sum_i \dot{m}_{i,a} \cdot e_{x,i,a} + \int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot \delta \dot{Q} - \dot{W} - T_0 \cdot \dot{S}_{\text{erz}}, \quad (17)$$

wobei:

- $\int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot \delta \dot{Q}$: Exergietransfer durch Wärme;
- \dot{W} : Exergietransfer durch Arbeit;
- $T_0 \cdot \dot{S}_{\text{erz}}$: Exergieverlust;
- T_0, p_0 : Umgebungsbedingungen;
- T (oder T_G): Temperatur am Systemgrenze.

Exergiebilanz für halboffene Systeme

$$\Delta E_x = \sum_i \Delta m_{i,e} \cdot e_{x,i,e} - \sum_i \Delta m_{i,a} \cdot e_{x,i,a} + \int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot \delta Q - (W - p_0 \cdot \Delta V) - T_0 \cdot S_{\text{erz}}, \quad (18)$$

wobei:

- $\int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot \delta \dot{Q}$: Exergietransfer durch Wärme;
- $\dot{W} - p_0 \cdot \frac{dV}{dt}$: Exergietransfer durch Arbeit;
- $T_0 \cdot \dot{S}_{\text{erz}}$: Exergieverlust;
- T_0, p_0 : Umgebungsbedingungen;
- T (oder T_G): Temperatur am Systemgrenze.

Exergetischer Wirkungsgrad - Beispiel

Bei einer isolierten stationären Turbine gilt es

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} E_x &= \sum_i \dot{m}_{i,e} \cdot e_{x,i,e} - \sum_i \dot{m}_{i,a} \cdot e_{x,i,a} \\ &\quad + \int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot \delta \dot{Q} - \dot{W} - T_0 \cdot \dot{S}_{\text{erz}}, \end{aligned} \tag{19}$$

das sich zu

$$\dot{m} \cdot (e_{x,e} - e_{x,a}) = \dot{W} + T_0 \cdot \dot{S}_{\text{erz}} \tag{20}$$

vereinfacht. Der exergetische Wirkungsgrad ist somit

$$\varepsilon = \frac{\text{genutzte Exergie}}{\text{zugeführte Exergie}} = \frac{\dot{W}}{\dot{m} \cdot (e_{x,e} - e_{x,a})}. \tag{21}$$

Aufgabe (Winter 11, Aufgabe 4)

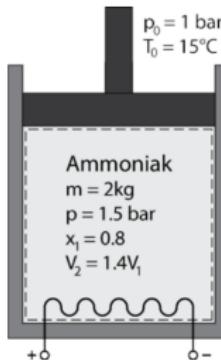
Ein isoliertes Kolben/Zylindersystem mit 2 kg Ammoniak bei 1.5 bar und einem Anfangsdampfgehalt von $x_1 = 80\%$ wird über einen Heizdraht erhitzt, bis sich das Volumen um 40% erhöht hat, bei gleichbleibendem Druck.

Umgebungsdaten: $T_0 = 15^\circ\text{C}$, $p_0 = 1 \text{ bar}$.

- a) Zeichnen Sie den Prozess qualitativ in ein p-v Diagramm ein.

Berechnen Sie:

- b) die elektrische Arbeit W_{el} , die vom Draht an das Ammoniak abgegeben wird,
- c) den Exergieverlust $Ex_{verl,12}$
- d) die Exergieänderung $Ex_2 - Ex_1$,



Aufgabe (Sommer 10, Aufgabe 4)

Eine stationäre Wärmekraftmaschine gewinnt aus einem Wasserdampfprozess 7.5 kW Arbeit. Dabei tritt ein Dampfmassenstrom von 2.45 kg/min beim Punkt 1 mit 3 bar und 600°C in den Prozess ein und verlässt diesen bei Punkt 2 mit 1.5 bar.

Um die Leistung zu steigern wird der Wärmekraftmaschine zusätzlich Abwärme $\dot{Q}_{ab} = 5.3 \text{ kW}$ aus einem Hochtemperaturprozess über eine Maschinenwand bei 536°C zugefügt. Alle anderen Flächen seien isoliert.

Berechnen Sie für den stationären Zustand, bei $T_0 = 293 \text{ K}$ und $p_0 = 1 \text{ atm}$:

- den Exergieanteil, der dem System mit der Abwärme zugeführt wird,
- den netto Exergiestrom, der vom Wasserdampfstrom ins System eingebracht wird,
- den Energieverlust des Systems,
- den exergetischen Wirkungsgrad der Wärmekraftmaschine

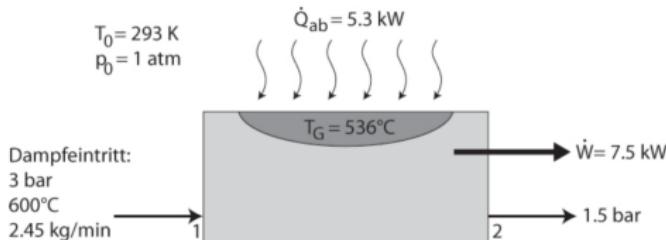


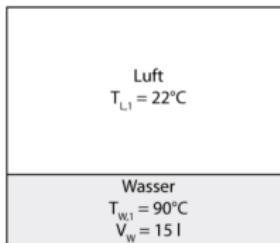
Abb. 3: dampfbetriebene Wärmekraftmaschine mit Abwärmennutzung

Aufgabe (Sommer 09, Aufgabe 4)

Ein Tank ($V_T = 0.05 \text{ m}^3$) ist mit Luft (ideales Gas) gefüllt ($p_{L1} = 200 \text{ kPa}$, $T_{L1} = 22^\circ\text{C}$, $c_{p,L} = 1.005 \text{ (kJ/kg}\cdot\text{K)}$, $c_{v,L} = 0.718 \text{ (kJ/kg}\cdot\text{K)}$). Dieser Tank wird mit flüssigem, heißem Wasser ($V_W = 15 \text{ l}$, $T_{W1} = 90^\circ\text{C}$, $c_{p,W} = 4.180 \text{ (kJ/kg}\cdot\text{K)}$, $\rho_W = 1'000 \text{ kg/m}^3$) befüllt, ohne dass Luft aus dem Tank entweicht. Nach erfolgtem Wärmeaustausch zwischen dem Wasser, der Luft und der Umgebung haben Luft und Wasser im Tank eine Temperatur von $T_2 = 44^\circ\text{C}$ angenommen. Die Umgebungstemperatur beträgt $T_\infty = 22^\circ\text{C}$. Wasserverdampfungseffekte können vernachlässigt werden.

- Bestimmen Sie den Wärmeverlust an die Umgebung während des Einstellens des thermischen Gleichgewichts.
- Bestimmen Sie die jeweilige Entropieänderung des Wassers und der Luft.
- Bestimmen Sie den Exergieverlust des Prozesses.

$$T_\infty = 22^\circ\text{C}$$



Aufgabe (Sommer 04, Aufgabe 2)

Das Gasturbinen-Kraftwerk, Fig. 2-1, arbeitet stationär und besteht aus einem Kompressor, Wärmetauscher und einer Turbine. Luft mit einem Massenstrom von 3.9 kg/s, einem Druck von 0.95 bar und einer Temperatur von 22°C tritt in den Kompressor ein und verlässt die Turbine bei 0.95 bar und einer Temperatur von 421°C. Der Wärmetransport an die Luft im Wärmetauscher geschieht bei einer mittleren Temperatur von 488°C. Der Kompressor und die Turbine arbeiten adiabat. Ermitteln Sie die theoretisch maximal mögliche, totale Arbeit des Kraftwerks in MW.

Hinweis:

- Luft kann als ideales Gas betrachtet werden
- vernachlässigen Sie potentielle und kinetische Energie

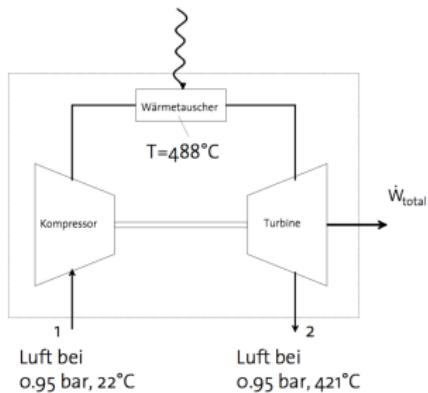


Fig.: 2-1

Tipps für die Prüfung

- Üben, üben, üben, üben, ...
- Alte Prüfungen lösen;
- Fragen?

lnicolas@student.ethz.ch

Viel Erfolg!