Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Thermodynamik II – Rechenübung 9

Aufgabe 1

Ein wärmeleitender Feststoff mit Anfangstemperatur $T_{1,0}$ wird in einem gut isolierten Tank, gefüllt mit einem inkompressiblen Fluid (Anfangstemperatur $T_{2,0}$), abgeschreckt (siehe Abbildung 1). Die Masse und die spezifische Wärmekapazität des Feststoffes seien $(mc)_1$ und diejenigen des Fluids seien $(mc)_2$, die benetzte Oberfläche des Feststoffes sei A und der Wärmeübergangskoeffizient α zwischen dem Festkörper und dem Fluid sei konstant.

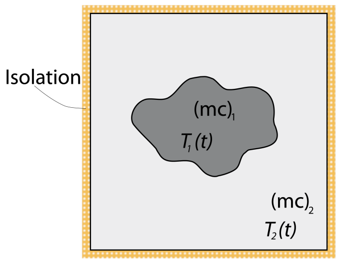

Abbildung 1: Abschrecken einer Masse in einem isolierten Tank

Da der Tank isoliert und von endlicher Grösse ist, wird sich die Temperatur des Fluids mit der Zeit erhöhen und ist somit zeitabhängig ($T_2 = f(t)$). Das muss in der instationären Wärmeleitung berücksichtigt werden indem man die zwei Wärmekapazitäten $(mc)_i$ miteinander kombiniert ($\rightarrow$ *"Lumped Parameter"*).
Unter der Annahme, dass Bi«1 sowohl für den Feststoff als auch für die Flüssigkeit gilt, zeigen Sie, dass die beiden Temperaturverläufe wie folgt aussehen:

$$T_1(t) = T_{1,0} - \frac{T_{1,0} - T_{2,0}}{1 + [(mc)_1/(mc)_2]}(1 - e^{-nt})$$

$$T_2(t) = T_{2,0} + \frac{T_{1,0} - T_{2,0}}{1 + [(mc)_2/(mc)_1]}(1 - e^{-nt})$$

und

$$n = \alpha A \frac{(mc)_1 + (mc)_2}{(mc)_1 (mc)_2}$$

Aufgabe 2

Eine $30\,cm$ dicke Mauer aus Gasbeton dient als Brandschutzmauer. Zum Zeitpunkt $t = 0$ bricht ein Brand aus und die innere Wandtemperatur befindet sich von dann an auf einer Temperatur von $1000°C$. Verwenden Sie die Diffusionslänge um abzuschätzen, wie lange es dauert, bis die Wand aussen heiss zu werden beginnt. Im thermodynamischen Sinne ist damit gemeint, wann die Wandaussentemperatur den Wert von $e^{-1} * T_{innen}$ erreicht.

Gasbeton: $\lambda = 0.18\,W/(m \cdot K)$ $\quad c = 1100\,J/(kg \cdot K)$ $\quad \rho = 600\,kg/m^3$

Aufgabe 3

Ein elektrischer Speicherofen besitzt eine quadratische obere Deckfläche der Seitenlänge $L = 0.5\,m$. Bei ruhender Umgebungsluft sind folgende Betriebsdaten ermittelt worden:

- $T_U = 150°C$, Temperatur der unteren Deckfläche
- $T_D = 47°C$, Temperatur der oberen Deckfläche
- $T_\infty = 17°C$, Temperatur der Umgebungsluft
- $\dot{Q} = 40\,W$, Wärmefluss durch die Deckfläche

Sicherheitsbestimmungen verlangen nun, dass die Temperatur der oberen Deckfläche reduziert wird. Dementsprechend installiert man einen Ventilator, der Zimmerluft über die Deckfläche bläst, und zwar parallel zu einer Kante des Ofens. Die Luftgeschwindigkeit beträgt dabei $20\,m/s$.
Berechnen Sie den Wärmefluss $\dot{Q}$ und die Temperatur T_D, welche sich bei laufendem Ventilator einstellen. Nehmen Sie zu diesem Zweck an, dass der Strömungszustand und die Temperatur im Ofeninnern durch die äussere Luftströmung nicht beeinflusst werden.

Stoffwerte der Luft bei $27°C$: $\nu = 15.89 \cdot 10^{-6}\,m^2/s$, $Pr = 0.707$, kritische Reynoldszahl $Re_{krit} = 5 \cdot 10^5$, $\lambda = 0.0263\,W/(m \cdot K)$.

Für die Nusseltzahl gilt die folgende Beziehung:

$$\overline{Nu}_L = (0.037 Re_L^{4/5} - A) Pr^{1/3} \text{ mit } A = 0.037 Re_{krit.}^{4/5} - 0.664 Re_{krit.}^{1/2}$$

Aufgabe 4

Auf einer Platine sind elektronische Bauteile montiert, welche von einem Luftstrom der Temperatur $T_\infty = 25°C$ und der Geschwindigkeit $w = 10\,m/s$ gekühlt werden. Eines dieser Bauteile ist ein $4\,mm \times 4\,mm$ grosser Chip. Für den konvektiven Wärmeübergang am Chip gilt die Korrelation

$$Nu_x = 0.332 \cdot Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$$

Schätzen Sie die Temperatur an der (von der Luft umströmten) Oberseite des Chips ab, wenn dieser eine elektrische Leistung von $30\,mW$ dissipiert. Die an der Platine montierte Unterseite des Chips soll als wärmeisoliert angenommen werden.

Stoffwerte von Luft bei $30°C$: $\nu = 16.19 \cdot 10^{-6}\,m^2/s$, $\lambda = 26.5 \cdot 10^{-3}\,W/m \cdot K$, $Pr = 0.707$

Aufgabe 5

Eine Aluminium- und eine Stahlkugel mit je einem Durchmesser von $5\,cm$ werden zum Zeitpunkt $t = 0$ mit einer Temperatur von $150°C$ aus dem Ofen genommen und mit einem Luftstrom von $20°C$ gekühlt ($\alpha = 125\,W/(m^2 \cdot K)$).

a) Kontrollieren Sie anhand der Biot-Zahl, ob die Annahme einer mittleren Temperatur für die Kugeln sinnvoll ist.

b) Wie gross ist der Temperaturunterschied zwischen den beiden Kugeln nach $1\,min$?

c) Zu welchem Zeitpunkt ist der Temperaturunterschied maximal?

	ρ $[kg/m^3]$	c $[J/(kg \cdot K)]$	λ $[W/(m \cdot K)]$
Aluminium	2700	900	200
Stahl	7850	500	60

Aufgabe 6

Um Geschwindigkeitsänderungen eines Luftstroms messen zu können, nehmen Sie einen $0.5\,mm$ dünnen Platindraht, positionieren ihn quer zur Hauptströmungsrichtung und messen den elektrischen Strom, der durch den Draht fliessen muss, damit die Drahttemperatur konstant bei $77°C$ bleibt, während die Lufttemperatur $27°C$ (Stoffdaten siehe Aufgabe 3) beträgt.

a) Nehmen Sie eine Reynoldszahl von $40 < Re_D < 1000$ an und leiten Sie eine Beziehung zwischen dem durch den Draht fliessenden Strom und der Geschwindigkeit der Luft (senkrecht auf den Draht) her. Benutzen Sie das Resultat um eine Beziehung zwischen Stromänderung $\Delta I/I$ und Luftgeschwindigkeitsänderung $\Delta u/u$ herzuleiten.

b) Berechnen Sie den erforderlichen elektrischen Strom, wenn die Luftgeschwindigkeit $10\,m/s$ und der spezifische elektrische Widerstand des Platindrahtes $17.1 \cdot 10^{-5}\,\Omega \cdot m$ betragen.

Die Nusseltzahl eines quer angeströmten Zylinders ist: $Nu_D = CRe_D^m Pr^n \left(\frac{Pr}{Pr_s}\right)^{1/4}$

Für $40 < Re_D < 1000$: $C = 0.51$; $m = 0.5$; $n = 0.37$ wenn $Pr \leq 10$; $Pr_s = Pr(T_S) = 0.7$

Aufgabe 7

Messungen des konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten für einen quer angeströmten quadratischen Balken (Diagonale $L = 0.5\,m$) haben folgende Werte ergeben:

$$\alpha_{a1} = 50\,W/m^2 \cdot K, \text{ bei } u_1 = 20\,m/s$$
$$\alpha_{a2} = 40\,W/m^2 \cdot K, \text{ bei } u_2 = 15\,m/s$$

Die Nusseltzahl kann mit folgender Gleichung beschrieben werden, wobei C, m und n Konstanten sind: $Nu = CRe^m Pr^n$

a) Berechnen Sie den Wärmeübergangskoeffizienten für einen ähnlichen Balken mit $L = 1\,m$ bei $u = 15\,m/s$

b) Wie gross ist der Wärmeübergangskoeffizient für diesen Balken, wenn $u = 30\,m/s$ ist?

c) Würden sich die Resultate ändern, wenn an Stelle der Diagonalen des Balkens seine Seite als charakteristische Bezugsgrösse gewählt würde ?

Aufgabe 8

Wir betrachten eine Couette-Strömung mit Wärmeübergang. Das System besteht aus einer unbeweglichen Metallplatte, deren Unterseite auf konstanter Temperatur $T_2 = 50°C$ gehalten wird, einer Ölschicht ($\lambda_{\text{Öl}} = 0.169\,W/(m \cdot K)$, $\mu_{\text{Öl}} = 0.0810\,Pa \cdot s$), sowie einer nicht isolierten Platte, die sich mit einer Geschwindigkeit $u = 5.0\,m/s$ parallel zur fixierten Metallplatte bewegt (siehe Skizze in Abbildung 2). Die Temperatur der bewegten Platte wird konstant auf dem Wert $T_1 = 10°C$ gehalten. Die Platten werden als unendlich ausgedehnt betrachtet. Randeffekte können daher vernachlässigt werden. Der Abstand der Platten betrage $b = 10\,mm$, die unbewegliche Platte habe eine Dicke von $h = 30\,cm$ und eine Wärmeleitfähigkeit von $\lambda_{Pl} = 384\,W/(m \cdot K)$. Wir betrachten den stationären Fall. ($\frac{\mu_{\text{Öl}}}{\lambda_{\text{Öl}}} = 0.4792\,\frac{s^2 \cdot K}{m^2}$)

a) Bestimmen Sie das Geschwindigkeitsfeld $u(y)$ im Öl sowie das Temperaturfeld $T(y)$ für den Bereich $0 \leq y \leq (h + b)$.

b) Wie gross ist die Wärmestromdichte $\dot{q}''(y)$ an der Stelle $y = b$?

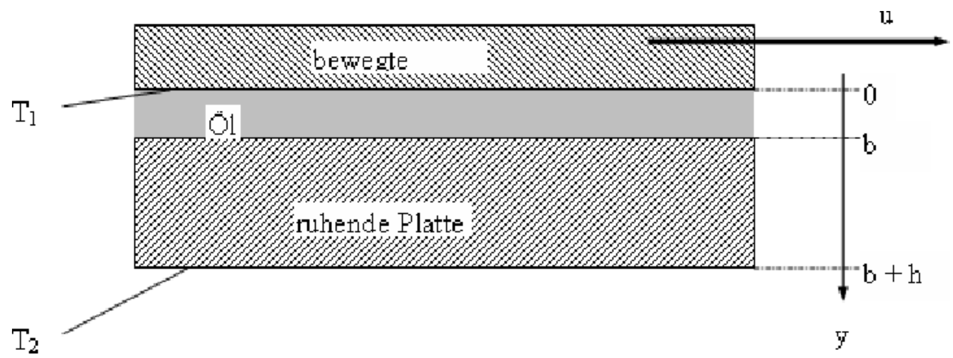

Abbildung 2: Querschnitt