

Thermodynamik I, So09

Musterlösung

Aufgabe 1

1. Hauptsatz für halboffenes System:

$$\Delta E = \Delta U = Q - W + \Delta m_{ein} \cdot h_{ein} - \Delta m_{aus} \cdot h_{aus}$$

mit $W = 0$ und $\Delta m_{aus} = 0$

Einströmende Luftmasse:

$$\Delta m_{ein} = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} = \frac{100 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot 0.007 \text{ m}^3}{8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 290 \text{ K}} = 8.41 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$
$$= \frac{28.97 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{28.97 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}$$

Nettowärmeübergang durch Behälterwand:

$$Q = \Delta m_{ein} (u_2 - h_{ein}) = 8.41 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \left(206.91 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 290.16 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right) = -0.7 \text{ kJ} = -700 \text{ J}$$

$$Q_{aus} = 700 \text{ J}$$

Aufgabe 2

a) Aufgenommene Wärme vom Wasserbad:

$$Q_{aufgenommen} = -Q = -(\Delta U_{Fe} + \Delta U_{Cu}) = -(m_{Fe} \cdot c_{p,Fe} \cdot \Delta T + m_{Cu} \cdot c_{p,Cu} \cdot \Delta T)$$
$$= 50 \text{ kg} \cdot 0.450 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (75^\circ\text{C} - 15^\circ\text{C}) + 20 \text{ kg} \cdot 0.386 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (75^\circ\text{C} - 15^\circ\text{C}) = 1813.2 \text{ kJ}$$

b) Entropieänderung des Eisenklotzes:

$$\Delta S_{Fe} = m_{Fe} (s_{Fe,2} - s_{Fe,1}) = m_{Fe} \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_{p,Fe}}{T} dT = m_{Fe} \cdot c_{p,Fe} \cdot \ln \frac{T_\infty}{T_{Fe,1}}$$
$$= 50 \text{ kg} \cdot 0.450 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot \ln \frac{288 \text{ K}}{348 \text{ K}} = -4.258 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Entropieänderung des Kupferklotzes:

$$\begin{aligned}\Delta S_{Cu} &= m_{Cu} \left(s_{Cu,2} - s_{Cu,1} \right) = m_{Cu} \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_{p,Cu}}{T} dT = m_{Cu} \cdot c_{p,Cu} \cdot \ln \frac{T_\infty}{T_{Cu,1}} \\ &= 20kg \cdot 0.386 \frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot \ln \frac{288K}{348K} = -1.461 \frac{kJ}{K}\end{aligned}$$

c) Entropieerzeugung im System:

$$\begin{aligned}S_{erz} &= \Delta S - \sum \frac{Q}{T} = \Delta S_{Fe} + \Delta S_{Cu} - \frac{Q}{T_\infty} \\ &= -4.258 \frac{kJ}{K} - 1.461 \frac{kJ}{K} - \frac{-1813.2kJ}{288K} = 0.577 \frac{kJ}{K}\end{aligned}$$

Aufgabe 3

a) Wärmeverlust an die Umgebung - Energiebilanz am Tank:

$$\begin{aligned}Q_{verlust} &= -(Q_W + Q_L) \\ &= - \left(m_W \cdot c_{p,W} \cdot \Delta T + m_L \cdot c_{v,L} \cdot \Delta T \right) \\ &= - \left(V_W \cdot \rho \cdot c_{p,W} \cdot (T_{W,2} - T_{W,1}) + \frac{p_{L,1} \cdot V_T}{R \cdot T_{L,1}} \cdot c_{v,L} \cdot (T_{L,2} - T_{L,1}) \right) \\ &= -0.015m^3 \cdot 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 4.180 \frac{kJ}{kg \cdot K} (44^\circ C - 90^\circ C) - \frac{200kPa \cdot 0.05m^3}{0.287 \frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot 295K} \cdot 0.718 \frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot (44^\circ C - 22^\circ C) \\ &= -15kg \cdot 4.180 \frac{kJ}{kg \cdot K} (44^\circ C - 90^\circ C) - 0.118kg \cdot 0.718 \frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot (44^\circ C - 22^\circ C) \\ &= 2884.2kJ - 1.8kJ \\ Q_{verlust} &= 2882.3kJ\end{aligned}$$

b) Entropieänderung des Wassers:

$$\begin{aligned}\Delta S_W &= m_W \left(s_{W,2} - s_{W,1} \right) = m_W \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_{p,W}}{T} dT = m_W \cdot c_{p,W} \cdot \ln \frac{T_{W,2}}{T_{W,1}} \\ &= 15kg \cdot 4.180 \frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot \ln \frac{317K}{363K} = -8.496 \frac{kJ}{K}\end{aligned}$$

Entropieänderung der Luft:

$$\begin{aligned}
\Delta S_L &= m_L \left(s_{L,2} - s_{L,1} \right) = m_L \left(\int_{T_1}^{T_2} \frac{c_{p,L}}{T} dT - R \ln \frac{p_2}{p_1} \right) = m_L \cdot \left(c_{p,L} \cdot \ln \frac{T_{L,2}}{T_{L,1}} - R \ln \frac{p_2}{p_1} \right) \\
&= m_L \cdot \left(c_{p,L} \cdot \ln \frac{T_{L,2}}{T_{L,1}} - R \ln \frac{\frac{m_L \cdot R \cdot T_{L,2}}{V_{L,2}}}{p_1} \right) \\
&= 0.118 \text{kg} \cdot \left(1.005 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot \ln \frac{317 \text{K}}{295 \text{K}} - 0.287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \ln \frac{\frac{0.118 \text{kg} \cdot 0.287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 317}{0.05 \text{m}^3 - 0.015 \text{m}^3}}{200 \text{kPa}} \right) \\
&= 0.118 \text{kg} \cdot \left(1.005 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot \ln \frac{317 \text{K}}{295 \text{K}} - 0.287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \ln \frac{307 \text{kPa}}{200 \text{kPa}} \right) \\
&= -5.999 \frac{\text{J}}{\text{K}}
\end{aligned}$$

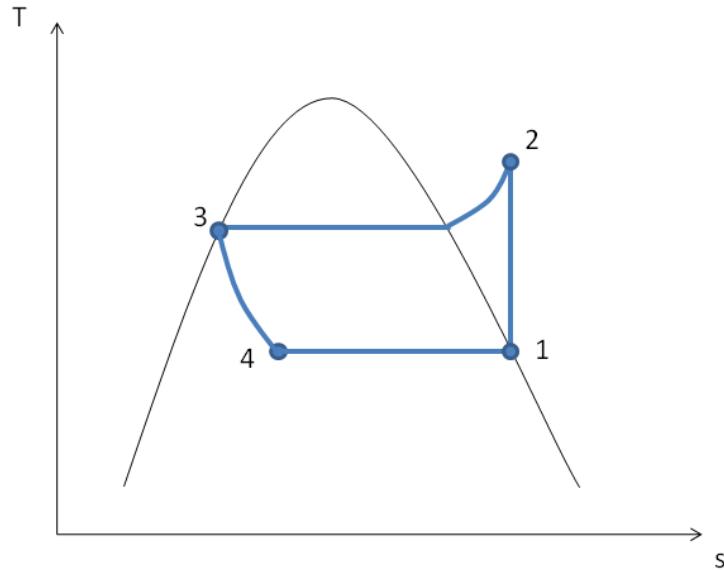
$$\begin{aligned}
\Delta S_L &= m_L \left(s_{L,2} - s_{L,1} \right) = m_L \left(s^0(T_{L,2}) - s^0(T_{L,1}) - R \ln \frac{p_2}{p_1} \right) \\
&= 0.118 \text{kg} \cdot \left(1.757 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} - 1.685 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} - 0.287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \ln \frac{307 \text{kPa}}{200 \text{kPa}} \right) \\
&= -6.000 \frac{\text{J}}{\text{K}}
\end{aligned}$$

c) Exergieverlust des Prozesses:

$$\begin{aligned}
E_{x,verl} &= T_0 \cdot S_{erz} \\
&= T_0 \cdot \left(\Delta S_W + \Delta S_L - \frac{-Q_{verlust}}{T_0} \right) \\
&= 295 \text{K} \cdot \left(-8.496 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} - 5.999 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kJ}}{\text{K}} + \frac{2882.3 \text{kJ}}{295 \text{K}} \right) \\
&= 374.2 \text{kJ}
\end{aligned}$$

Aufgabe 4

a) T-s Diagramm



b) Wärmetausch im Verdampfer:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_w &= \dot{m}_w \cdot (h_{w,2} - h_{w,1}) \\ &= 0.065 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot \left(167.57 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 209.33 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right) \\ &= -2.714 \text{kW}\end{aligned}$$

c) Massenstrom des Verdampfers:

$$\dot{Q}_{41} = -\dot{Q}_w = \dot{m}_k \cdot (h_1 - h_4)$$

$$\Rightarrow \dot{m}_k = \frac{-\dot{Q}_w}{(h_1 - h_4)}$$

$$\rightarrow h_4 = x \cdot h_g + (1-x) \cdot h_f = 0.265 \cdot 258.36 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + (1-0.265) \cdot 77.26 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 125.25 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_1 = h_g = 258.36 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\Rightarrow \dot{m}_k = \frac{-\dot{Q}_w}{(h_1 - h_4)} = \frac{2.714}{258.36 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 125.25 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 0.0204 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

d) Temperaturdifferenz zwischen dem Eingang und Ausgang des Kältemittels im Kondensator:

$$\Delta T_{23} = T_2 - T_3$$

$$\rightarrow s_2 = s_1 = 0.9102 \frac{kJ}{kg \cdot K} \Rightarrow T_2 = 54.98^\circ C$$

$$T_3 = 52.43^\circ C$$

$$\Rightarrow \Delta T_{23} = T_2 - T_3 = 54.98^\circ C - 52.43^\circ C = 2.55^\circ C$$

e) Abgegebene Wärme im Kondensator:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{23} &= \dot{m}_K (h_3 - h_2) \\ &= 0.0204 \frac{kg}{s} \cdot \left(125.26 \frac{kJ}{kg} - 276.67 \frac{kJ}{kg} \right) \\ &= -3.081 kW\end{aligned}$$

Geleistete Arbeit des Kompressors:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{12} &= -|\dot{Q}_{Verlust}| \\ \dot{W}_{12} &= \dot{Q}_{12} + \dot{m}_K (h_1 - h_2) \\ &= -0.3 kW + 0.0204 \frac{kg}{s} \cdot \left(258.36 \frac{kJ}{kg} - 276.67 \frac{kJ}{kg} \right) \\ &= -0.673 kW\end{aligned}$$

f) Leistungszahl der Wärmepumpe:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_H &= |\dot{Q}_{23}| \\ \varepsilon_w &= \frac{\dot{Q}_H}{-\dot{W}_{12}} = \frac{3.089 kW}{0.674 kW} = 4.58\end{aligned}$$

g) Theoretisch maximale Leistungszahl der Wärmepumpe:

$$\varepsilon_{w,\max} = \frac{T_H}{T_H - T_K} = \frac{(273 + 54.98) K}{(273 + 54.98) K - (273 + 20) K} = 9.38$$