Thermodynamik I – Lösung Rechenübung 4

Aufgabe 1

Annahmen:

- die Inhalte sind ein geschlossenes System,
- die Gase verhalten sich ideal mit konstanten spez. Wärmekapazitäten,
- das System ist isoliert: $Q = W = 0$,
- keine Energiespeicherung in der Trennwand,
- keine Änderung der kinetischen und potentiellen Energie.

1. HS: $\underbrace{\Delta KE}_{=0} + \underbrace{\Delta PE}_{=0} + \Delta U = \underbrace{Q}_{=0} - \underbrace{W}_{=0}$

$\Rightarrow m_L c_{vL}(T_2 - T_{1L}) + m_{\mathrm{CO_2}} c_{v\mathrm{CO_2}}(T_2 - T_{1,\mathrm{CO_2}}) = 0$

Aus Tabelle A 20 folgt für die spezifischen Wärmekapazitäten bei einer mittleren Temperatur von $400\,K$: $c_{vL} = 0.726\,kJ/kg\,K$ und $c_{v\mathrm{CO_2}} = 0.750\,kJ/kg\,K$

$T_2 = (m_L c_{vL} T_{1L} + m_{\mathrm{CO_2}} c_{v,\mathrm{CO_2}} T_{1,\mathrm{CO_2}})/(m_L c_{vL} + m_{\mathrm{CO_2}} c_{v\mathrm{CO_2}}) = 425.6\,K$

Anfangsvolumen von Luft: $V_{1,L} = m_L R_L T_{1,L}/p_{1,L} = \dfrac{\left(1\,kg \frac{8.314\cdot 10^3}{28.97}\,J/kg\,K\;350\,K\right)}{5\cdot 10^5\,Pa} = \underline{0.201\,m^3}$

von $\mathrm{CO_2}$: $V_{1,\mathrm{CO_2}} = \underline{\underline{1.275\,m^3}} \Rightarrow$ gesamt: $V_{tot} = \underline{\underline{1.476\,m^3}}$

Das gesamte Volumen ist konstant, daher gilt im Gleichgewicht:

$$V_{tot} = \frac{m_L R_L T_{2,L}}{p_2} + \frac{m_{\mathrm{CO_2}} R_{\mathrm{CO_2}} T_{2,\mathrm{CO_2}}}{p_2}$$

und damit ergibt sich der Enddruck zu : $p_2 = \dfrac{T_2(m_L R_L + m_{\mathrm{CO_2}} R_{\mathrm{CO_2}})}{V_{tot}} = \underline{\underline{2.462\,bar}}$

Aufgabe 2

Annahmen:

- die Inhalte sind ein geschlossenes System,
- ideales Gas,
- polytroper Prozess mit $n = 1.3$,
- keine Änderung der kinetischen und potentiellen Energie.

a) aus dem idealem Gasgesetz: $m = \frac{p_1 V_1}{R T_1} = \frac{(3 \cdot 10^5\,Pa)\,(0.1\,m^3)}{\left(\frac{8.314 \cdot 10^3}{33}\,\frac{(J/kmol\,K)}{(kg/kmol)}\right)(300\,K)} = \underline{\underline{0.397\,kg}}$

b)

$$
\begin{aligned}
& p \cdot V^{1.3} = konst \Rightarrow \\
& \quad p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1.3} = (3\,bar)\left(\frac{0.1}{0.2}\right)^{1,3} = \underline{\underline{1.218\,bar}} = 1.218 \cdot 10^5\,N/m^2
\end{aligned}
$$

c)

$$
T_2 = \frac{p_2 V_2}{m R} = \frac{(1.218 \cdot 10^5\,Pa)\,(0.2\,m^3)}{(0.397\,kg)\left(\frac{8.314 \cdot 10^3}{33}\,\frac{(J/kmol\,K)}{(kg/kmol)}\right)} = \underline{\underline{243.6\,K}}
$$

d) $W = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = \int_{V_1}^{V_2} \left(\frac{const}{V^{1.3}}\right) \cdot dV = \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{1 - 1.3}$

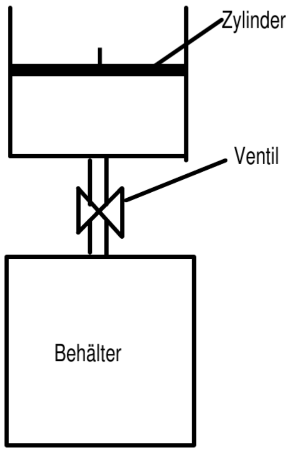
$$
= \left[\frac{(1.218)\,(0.2) - (3)\,(0.1)}{(1 - 1.3)}\right] bar \cdot m^3 = 0.188\left(10^5\,Pa\,m^3\right) = 18.8\,kJ
$$

Aus dem 1. HS: $\underbrace{\Delta KE}_{=0} + \underbrace{\Delta PE}_{=0} + \Delta U = Q - W$ folgt $Q = m \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) \cdot dT + W$

$$
\begin{aligned}
& Q = m \int_{T_1}^{T_2} \left[0.6 + (2.5 \cdot 10^{-4}\,(1/K)) \cdot T\right] \cdot dT + W \\
& = \ m \left[0.6\,T|_1^2 + (2.5 \cdot 10^{-4}\,(1/K)) \cdot \tfrac{1}{2}\,T^2|_1^2\right] + W \\
& = \ (0.397\,kg)\left[(0.6)\,(243.6 - 300)\ K + \left(\frac{2.5 \cdot 10^{-4}}{2}\,(1/K)\right)\left(243.6^2 - 300^2\right)(K^2)\right] \\
& \left(\tfrac{kJ}{kg\,K}\right) + (18.8\,kJ)
\end{aligned}
$$

$Q = \underline{\underline{+3.84\,kJ}} > 0 \Rightarrow$ während der Expansion nimmt das System Energie auf.

Aufgabe 3



Annahmen:

- Die Luft in Behälter und Zylinder sind ein geschlossenes System
- Luft kann als ideales Gas betrachtet werden
- Druck im Zylinder bleibt konstant
- Kinetische und potentielle Energie können vernachlässigt werden
- Die Temperatur der Luft ist konstant;

Gegeben: $m_B = 3\,kg \qquad p_{B1} = 500\,kPa \qquad T_B = 290\,K$

1. HS: $\underbrace{\Delta KE}_{=0} + \underbrace{\Delta PE}_{=0} + \underbrace{\Delta U}_{=0} = Q - W \;\Rightarrow\; Q = W$

da $U = f(T) \rightarrow \Delta U = 0$

$$\begin{aligned} &V_B = konst. \;\Rightarrow\; V_{2,Z} - V_{1,Z} = V_2 - V_1 \\ &\Rightarrow W = \int p\,dV = \int p_Z\,dV_Z = p_Z\,(V_{2,Z} - V_{1,Z}) \\ &\Rightarrow W = p_Z\,(V_{2,Z} - V_{1,Z}) = p_Z\,(V_2 - V_1) \end{aligned}$$

ideales Gasgesetz:

$$m_{1,Z} = \frac{p_{1,z} \cdot V_{1,z}}{R \cdot T_{1,z}} = \frac{200\,kPa \cdot 0.05\,m^3}{\frac{8.314}{28.97}\,\frac{kJ}{kg\,K} \cdot 290\,K\,\frac{10^3\,N/m^2}{1\,kPa}\,\frac{1\,kJ}{10^3\,Nm}} = 0.12\,kg$$

$$V_1 = V_{1,Z} + V_{1,B} = V_{1,Z} + \frac{m_{1,B} \cdot R \cdot T_{1,B}}{p_{1,B}} = 0.05 + \frac{3 \cdot \frac{8.314}{28.97} \cdot 290}{500} = 0.549\,m^3$$

$$V_2 = \frac{m_{tot} \cdot R \cdot T_2}{p_2} = \frac{(3 + 0.12) \cdot \frac{8.314}{28.97} \cdot 290}{200} = 1.298\,m^3$$

$$Q = 200\,kPa \cdot (1.298 - 0.549)\ m^3 = \underline{\underline{149.8\,kJ}}$$

Aufgabe 4

a) Masse: $m = \dfrac{p_1 \cdot V_1}{\overline{R}/M_{\mathrm{H}_2} \cdot T_1} = 0.0802\,kg$

Auslenkung: $x_2 = \frac{\Delta V}{A} = 1.25\,m$

Enddruck: $p_2 = p_0 + \frac{F}{A} = p_0 + \frac{k \cdot x_2}{A} = 1.469\,bar$

Endtemperatur: $T_2 = T_1 \cdot \dfrac{p_2 \cdot V_2}{p_1 \cdot V_1} = 881.25\,K$

b)

$$p(x) = p_0 + \frac{F}{A} = p_0 + \frac{k \cdot x}{A}$$

$$W = \int_0^{x_2} A \cdot p(x) \cdot dx = \int_0^{x_2} (A \cdot p_0 + k \cdot x) \cdot dx = A \cdot p_0 \cdot x_2 + \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_2^2 = 123.44\,kJ$$

c) keine Feder:

$$p(x) = const. = p_0 = 100\,kPa$$
$$W_{keineFeder} = A \cdot p_0 \cdot x_2 = p_0 \cdot \Delta V = 100\,kJ$$

Gegen die Feder geleistete Arbeit:

$$W_{Feder} = W - W_{keineFeder} = 23.44\,kJ$$
$$\frac{W_{Feder}}{W} = 19.0\,\%$$

d) Energiebilanz (Tabelle A-28 oder A-20):

$Q = \Delta U + W$

$U_1 = n \cdot \bar{u}_1 = \frac{m}{M_{\mathrm{H}_2}} \cdot \bar{u}_1 = 241.7\,kJ$ oder $245.0\,kJ$ (Tab. A-28 oder A-20)

$U_2 = n \cdot \bar{u}_2 = \frac{m}{M_{\mathrm{H}_2}} \cdot \bar{u}_2 = 732.2\,kJ$ oder $754.4\,kJ$

$Q = \Delta U + W = U_2 - U_1 + W = 613.9\,kJ$ oder $632.8\,kJ$

e)