

# Thermodynamik I – Lösung Rechenübung 6

## Aufgabe 1

Annahmen:

- Ideales Gas
- Carnot-Prozess

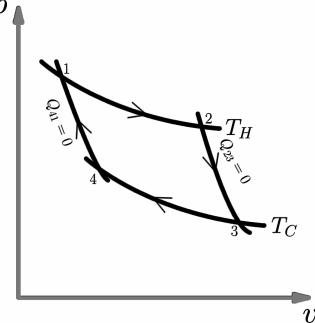
a)

$$T_1 = \frac{p_1 \cdot V_1}{m \cdot R} = \frac{(7 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \cdot 0.24 \text{ m}^3)}{(1.0 \text{ kg}) \left( \frac{8314}{28.97} \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right)} = 585.4 \text{ K}$$

da  $T_H = T_1$  kann  $T_C$  mit dem Carnot-Wirkungsgrad berechnet werden:

$$T_C/T_H = 1 - \eta = 0.4 \Rightarrow$$

$$T_C = 234.16 \text{ K} = T_3 = T_4$$



**Prozess 1  $\Rightarrow$  2:** Aus Energiebilanz:  $U_2 - U_1 = Q_{12} - W_{12}$ .

Beim idealen Gas ist die innere Energie einzig eine Funktion der Temperatur. Da der Prozess isotherm ist, gilt  $U_2 = U_1$ .

Es folgt:  $W_{12} = Q_{12} = 40 \text{ kJ}$

$$W_{12} = \int_1^2 p \cdot dV = \int_1^2 \frac{m \cdot R \cdot T_H}{V} \cdot dV = m \cdot R \cdot T_H \cdot \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$\ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) = \frac{W_{12}}{m \cdot R \cdot T_H} = \frac{40000 \text{ J}}{(1.0 \text{ kg}) \left( \frac{8314}{28.97} \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right) (585.4 \text{ K})} \Rightarrow V_2 = 0.305 \text{ m}^3$$

**Prozess 2  $\Rightarrow$  3:**

$$\text{da } Q_{23} = 0 \implies W_{23} = m(u_2 - u_3)$$

$$\text{mit Daten aus A-22 folgt: } W_{23} = (1 \text{ kg})(423.7 - 167.0)(\text{kJ/kg}) = 256.7 \text{ kJ}$$

**Prozess 3  $\Rightarrow$  4:**

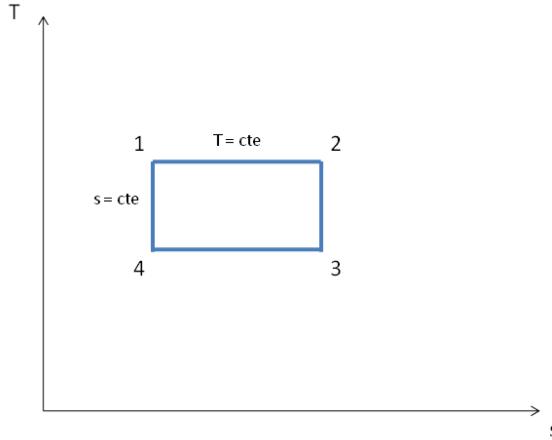
$$W_{34} = Q_{34}$$

Für reversible Prozesse gilt:  $\frac{|Q_{34}|}{|Q_{12}|} = \frac{T_C}{T_H} \Rightarrow |Q_{34}| = 0.4 \cdot Q_{12} = 16 \text{ kJ}$  und somit:  
 $Q_{34} = W_{34} = -16 \text{ kJ}$

**Prozess 4  $\Rightarrow$  1:**  $Q_{41} = 0 \Rightarrow W_{41} = m(u_4 - u_1)$ . Da  $u_1 = u_2$  und  $u_4 = u_3$  folgt für  
 $W_{41}$ :  $W_{41} = -256.7 \text{ kJ}$

## Aufgabe 2

a) T-s-Diagramm



b) Drücke und Volumina bei den verschiedenen Zuständen:

$$p_1 = 50 \text{ bar}$$

$$V_1 = \frac{m \cdot R \cdot T_1}{p_1} = 0.0143 \text{ m}^3$$

$$p_2 = 10 \text{ bar}$$

$$V_2 = \frac{m \cdot R \cdot T_2}{p_2} = 0.0717 \text{ m}^3$$

$$p_3 = p_2 \left( \frac{T_3}{T_2} \right)^{\frac{n}{n-1}} = 4.6 \text{ bar}$$

$$V_3 = \frac{m \cdot R \cdot T_3}{p_3} = 0.1253 \text{ m}^3$$

$$p_4 = p_1 \left( \frac{T_4}{T_1} \right)^{\frac{n}{n-1}} = 22.9 \text{ bar}$$

$$V_4 = \frac{m \cdot R \cdot T_4}{p_4} = 0.0251 \text{ m}^3$$

c) Geleistete Arbeit und Wärmeübergang bei jeder Zustandsänderung:

$$W_{12} = p_1 \cdot V_1 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = m \cdot R \cdot T_1 \ln \frac{p_1}{p_2} = 115.5 \text{ kJ}$$

$$Q_{12} = W_{12} = 115.5 \text{ kJ}$$

$$W_{23} = \frac{m \cdot R \cdot (T_3 - T_2)}{1 - n} = 35.9 \text{ kJ}$$

$$Q_{23} = 0$$

$$W_{34} = m \cdot R \cdot T_3 \cdot \ln \frac{p_3}{p_4} = -92.1 \text{ kJ}$$

$$Q_{34} = W_{34} = -92.1 \text{ kJ}$$

$$W_{41} = \frac{m \cdot R \cdot (T_1 - T_4)}{1 - n} = -35.9 \text{ kJ}$$

$$Q_{41} = 0$$

d) Nettoarbeit und zugefügte Wärme des Kreisprozesses:

$$W_{netto} = W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41} = 23.4 \text{ kJ}$$

$$Q_{zu} = Q_{12} = 115.5 \text{ kJ}$$

e) Thermischer Wirkungsgrad der Kreisprozesses:

$$\eta = \frac{W_{netto}}{Q_{zu}} = \frac{23.4 \text{ kJ}}{115.5 \text{ kJ}} = 1 - \frac{T_K}{T_H} = 20\%$$

f) Entropieänderung im Kreisprozess:

$$\Delta S_{KP} = 0$$

## Aufgabe 3

a)

reversible Prozesse:  $W_{P1} = Q_H - Q$     $W_{P2} = Q - Q_K$

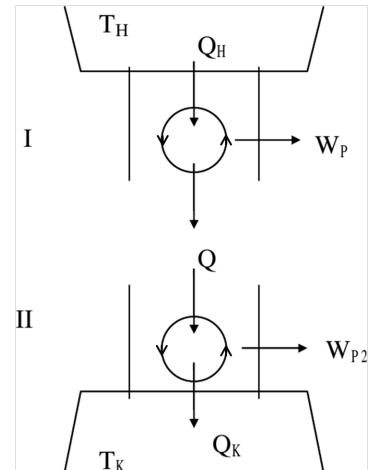
Es folgt:

$$\frac{Q}{Q_H} = \frac{T}{T_H} \quad \frac{Q_K}{Q} = \frac{T_K}{T}$$

$$Q_H - Q = Q - Q_K$$

$$\frac{T_H}{T} Q - Q = Q - \frac{T_C}{T} Q$$

$$\Rightarrow T = \underline{\underline{\frac{T_H + T_C}{2}}}$$



$$\text{b)} \quad \eta_I = 1 - \frac{T}{T_H} \quad \eta_{II} = 1 - \frac{T_K}{T} \quad \Rightarrow \underline{\underline{T = \sqrt{T_H T_K}}}$$

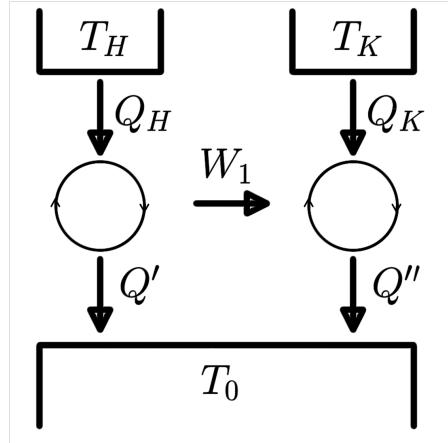
## Aufgabe 4

1) Energiebilanz: Ganzes System:

$$Q_K + Q_H = Q' + Q''$$

2) Energiebilanz: Heisses System:

$$\begin{aligned} Q_H - Q' &= W_1 \quad Q' = Q_H - W_1 \\ \eta_{WM} &= \frac{W_1}{Q_H} = \left(1 - \frac{T_0}{T_H}\right) \Rightarrow \\ W_1 &= \left(1 - \frac{T_0}{T_H}\right) \cdot Q_H \\ Q' &= Q_H - \left(1 - \frac{T_0}{T_H}\right) \cdot Q_H = \frac{T_0}{T_H} Q_H \end{aligned}$$



3) Energiebilanz: Kaltes System:

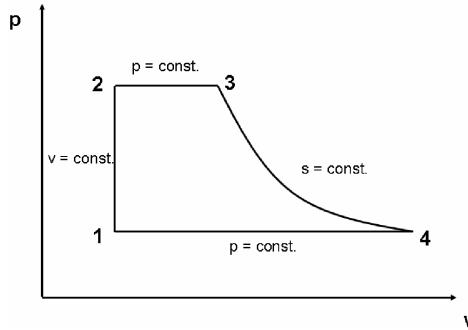
$$\begin{aligned} Q_K - Q'' &= -W_1 \quad Q'' = Q_K + W_1 \\ \varepsilon_{KM} &= \frac{Q_K}{W_1} = \frac{1}{(T_0/T_K)-1} \\ \Rightarrow W_1 &= Q_K \cdot \left(\frac{T_0}{T_K} - 1\right) \\ Q'' &= Q_K + Q_K \cdot \left(\frac{T_0}{T_K} - 1\right) = Q_K \frac{T_0}{T_K} \end{aligned}$$

2 und 3 in 1 eingesetzt:

$$\begin{aligned} Q_K + Q_H &= \frac{T_0}{T_H} Q_H + Q_K \frac{T_0}{T_K} \\ Q_K \left(1 - \frac{T_0}{T_K}\right) &= Q_H \left(\frac{T_0}{T_H} - 1\right) \Rightarrow \\ \frac{Q_K}{Q_H} &= \frac{\frac{T_0}{T_H}-1}{1-\frac{T_0}{T_K}} = \frac{T_K \cdot T_0 - T_K \cdot T_H}{T_K \cdot T_H - T_0 \cdot T_H} = \frac{T_K [T_0 - T_H]}{T_H [T_K - T_0]} \end{aligned}$$

## Aufgabe 5

a)



b) Zustand 1:

$$p_1 = 1 \text{ bar}, T_1 = 300 \text{ K}$$

$$\bar{u}_1 = 6939 \text{ kJ/kmol} \Rightarrow u_1 = \frac{6939}{44 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}} = 157.705 \text{ kJ/kg}$$

$$u_2 = u_1 + q_{12} = 157.705 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 701.5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 859.205 \text{ kJ/kg}$$

$$\bar{u}_2 = u_2 \cdot 44 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 37805 \text{ kJ/kmol}$$

$$T_2 = 1072.1 \text{ K}$$

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 3.574 \text{ bar}$$

$$T_3 = 2000 \text{ K}$$

$$\bar{u}_3 = 84185 \text{ kJ/kmol} \Rightarrow u_3 = \frac{84185}{44 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}} = 1913.3 \text{ kJ/kg}$$

$$q_{23} = u_3 - u_2 + p_3 \cdot (v_3 - v_2)$$

$$= u_3 - u_2 + \frac{\bar{R}}{M} \cdot (T_3 - T_2) = 1913.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 859.2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + \frac{8.3145}{44 \frac{\text{mol}\cdot\text{K}}{\text{mol}}} \cdot (2000 \text{ K} - 1072.1 \text{ K}) \\ = 1229.4 \text{ kJ/kg}$$

$$q_{in} = q_{12} + q_{23} = 701.5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 1229.42 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 1930.9 \text{ kJ/kg}$$

c)

$$T_4 = T_3 \cdot \left( \frac{p_4}{p_3} \right)^{\kappa-1/\kappa} = 2000 \text{ K} \cdot \left( \frac{1 \text{ bar}}{3.574 \text{ bar}} \right)^{0.1605/1.1605} = \underline{\underline{1677 \text{ K}}}$$

$$\bar{u}_4 = 67532.9 \text{ kJ/kmol} \Rightarrow u_4 = \frac{67532.9}{44 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}} = 1534.8 \text{ kJ/kg}$$

$$q_{out} = -q_{41} = -[u_1 - u_4 + p_4 \cdot (v_1 - v_4)]$$

$$= u_4 - u_1 + \frac{\bar{R}}{M} \cdot (T_4 - T_1) = 1534.8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 157.7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + \frac{8.3145}{0.044 \frac{\text{mol}\cdot\text{K}}{\text{mol}}} \cdot (1677 \text{ K} - 300 \text{ K}) \\ = 1637.3 \text{ kJ/kg}$$

$$\eta = 1 - \frac{|q_{out}|}{|q_{in}|} = 1 - \frac{1637.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}{1930.9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = \underline{\underline{15.2 \%}}$$