

## Note technique n° 1

Titre de l'étude :	AMO contrôle de la congestion sur le réseau structurant de l'agglomération Aix-Marseille
N° de projet :	C0709
Maître d'ouvrage :	DIRMed
Titre du document :	Tour d'horizon des modèles de simulation du trafic susceptibles d'être adoptés
Auteur principal :	Alexandre NICOLAS
Revu par :	Nicolas MONY
N° version :	1.1
Date de rédaction :	8 mars. 19

## TABLE DES MATIERES

1.1	Contexte .....	3
1.1.1	Un réseau saturé et une mobilité à très forte dominante automobile .....	3
1.1.2	Des projets pour fluidifier et diversifier le trafic .....	3
1.1.3	Un besoin de modélisation efficace et réaliste de la congestion routière .....	4
1.2	Modèles macroscopiques .....	4
1.2.1	Modèle Lighthill-Whitham-Richards (LWR).....	5
1.2.2	Couplage à un problème de chargement dynamique du réseau (DNL) et implémentation de Ke Han sous Matlab.....	6
1.2.3	Extension du modèle LWR .....	8
1.2.4	Avantages et inconvénients pour la présente étude .....	8
1.3	Modèles « mésoscopiques » : Automates cellulaires .....	9
1.3.1	Automate cellulaire de Nagel-Schreckenberg .....	9
1.3.2	Automates cellulaires : Raffinements du modèle de Nagel-Schreckenberg.....	10
1.3.3	Avantages et inconvénients .....	10
1.4	Modèles de voiture suiveuse ( <i>Car-following models</i> ).....	12
1.4.1	Modèle minimal de Chandler.....	12
1.4.2	Modèle de Gazis-Herman-Rothery (GHR) .....	12
1.4.3	Modèle de Newell pour la congestion.....	13
1.4.4	Autres modèles.....	13
1.4.5	Avantages et inconvénients .....	13
1.5	Modèles de files d'attente ( <i>Queuing models</i> ).....	14
1.5.1	Modèles basiques .....	14
1.5.2	Raffinements.....	15
1.6	Solutions logicielles (microscopiques / mésoscopiques).....	16
1.6.1	Logiciels libres.....	16
1.6.2	Logiciels commerciaux .....	18
1.6.3	Avantages et inconvénients des logiciels commerciaux.....	21
1.7	Conclusion.....	22

## 1.1 Contexte

### 1.1.1 Un réseau saturé et une mobilité à très forte dominante automobile

Le réseau d'autoroutes et de voies structurantes irriguant l'agglomération phocéenne se caractérise par des niveaux de congestion élevés. En effet, les flux métropolitains qui relient les différents pôles urbains et économiques de la zone (Marseille, Aix-en-Provence, Vitrolles, Aubagne) s'élèvent à 650.000 déplacements par jour [1], dont plus de 50.000 sur chacun des trois principaux corridors métropolitains, à savoir

- Aix-Marseille (A51-A7),
- Vitrolles-Marseille (A7), et
- Aubagne-Marseille (A50).

Qui plus est, 96% de ces déplacements métropolitains sont actuellement effectués en voiture [1].

Cet état de fait s'accompagne de conditions de transport dégradées, avec une forte variabilité des temps de parcours, et d'un niveau de pollution particulièrement élevé.

### 1.1.2 Des projets pour fluidifier et diversifier le trafic

Face à la situation actuelle et à la perspective d'une hausse de 8% des déplacements en voiture d'ici 2030 (d'après [2]), divers projets d'aménagement routier sont envisagés pour fluidifier et diversifier le trafic.

Ces projets, réalisés ou à l'étude, concernent principalement

- la réallocation de voies d'autoroutes aux seuls transports en commun (et aux autres transports mutualisés, éventuellement) et
- la régulation de pleine voie.

De fait, sur l'A50, la congestion n'est pas causée par une capacité insuffisante des voies d'autoroute mais par la saturation des goulets d'étranglement comme les bretelles de sortie [2]. Néanmoins, il convient de s'assurer que les mesures d'aménagement étudiées (par exemple, la réduction du nombre de voies utilisables par les automobilistes) ne produiront pas de congestion bien en amont des goulets, par un effet boule-de-neige, et plus généralement de disposer d'un outil de prévision de la congestion en situation de projet.

### 1.1.3 Un besoin de modélisation efficace et réaliste de la congestion routière

Un instrument de modélisation et de simulation idoine apparaît donc nécessaire. Or, les **modèles statiques** d'affectation s'avèrent trop grossiers pour cette tâche. En effet,

- les variables caractérisant les flux  $y$  demeurent constantes au sein de chaque période d'étude, alors que le phénomène de congestion est dynamique et évolue assez rapidement dans le temps,
- ces modèles omettent la capacité de stockage finie de chaque arc,
- les arcs successifs  $y$  sont traités indépendamment, alors que le niveau de congestion du réseau crée une interdépendance entre les différents arcs (blocage, remontée de fils, etc.)

A l'inverse, des **modèles microscopiques très détaillés** risquent d'être trop gourmands en temps de calcul et ne permettraient alors pas la simulation du trafic sur l'ensemble de la zone d'intérêt pour la DIRMed, ni même de procéder à une affectation dynamique en un temps raisonnable. A ces inconvénients s'ajoute la nécessité de calibrer une multitude de paramètres qu'exigeraient des modèles comportementaux trop fins.

En somme, la DIRMed cherche à se doter d'un outil de modélisation à la fois efficace et réaliste du trafic très dense circulant aux heures de pointe. Dans cet effort de modélisation, un point jugé critique par la DIRMED concerne la rétroaction de l'offre sur la demande, autrement dit, la génération, le détournement ou l'évaporation de trafic liés aux aménagements routiers. Outre la prise en compte de l'élasticité de la demande globale de transport, cette préoccupation motive aussi le choix d'un modèle d'affectation dynamique, dans lequel les temps de parcours effectivement constatés par les usagers (avec différents types de délai pris en compte) ont une incidence sur les choix.

Cette première note fait un tour d'horizon des modèles de trafic développés dans le monde académique ainsi que des solutions commerciales, étudiés sous l'angle des besoins spécifiques de la DIRMed. L'accent est résolument mis sur la **modélisation du trafic** une fois connus les itinéraires des voitures, mais l'articulation avec les modules **d'affectation dynamique** (pour le choix d'itinéraires) est également abordée. Cette note s'appuie sur une étude bibliographique sur le sujet et sur un entretien téléphonique avec Cécile APPERT-ROLLAND, chercheuse au LPT (CNRS / Univ. Paris-Sud).

## 1.2 Modèles macroscopiques

Les modèles macroscopiques traitent l'ensemble de véhicules sur les voies comme un fluide qui s'écoule, caractérisé par une densité  $k$  (en nombre de véhicules par unité de longueur) et un débit  $q = k u$  (en nombre de véhicules par unité de temps, avec  $u$  la vitesse). Le problème est donc traité en termes de capacité de voies et de débit ; néanmoins, il mérite

d'être souligné que ce type de modèles intègre la propagation d'ondes de congestion, aspect dynamique s'il en est.

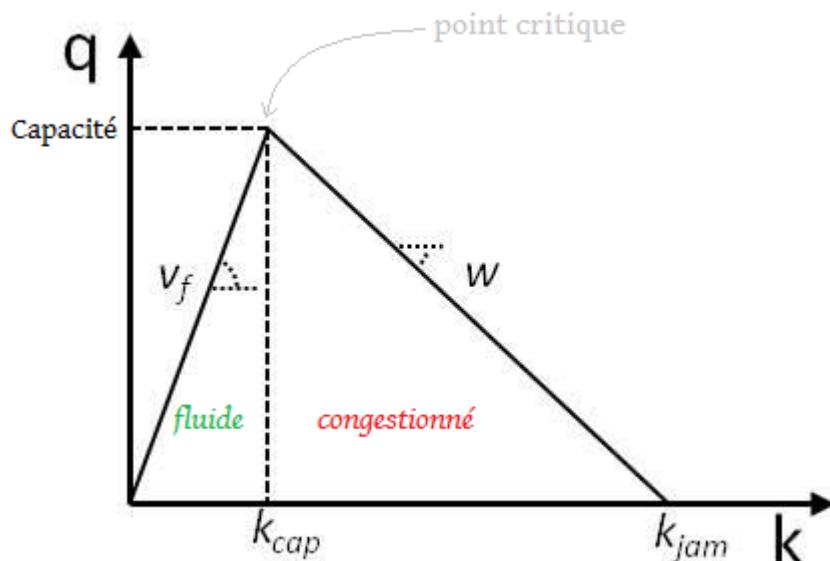
### 1.2.1 Modèle Lighthill-Whitham-Richards (LWR)

Mis au point dans les années 1950, le modèle dit de Lighthill, Whitham et Richards (LWR) est plausiblement le modèle macroscopique le plus adapté. Il postule que le débit de véhicules en tout point  $x$  est uniquement fonction de la densité instantanée de véhicules en ce point, i.e.,

$$q(x, t) = Q[k(x, t)].$$

La fonction  $Q$  est une courbe d'équilibre concave qui traduit le « diagramme fondamental » de circulation.<sup>1</sup> Pour le trafic sur autoroute, les données expérimentales appuient l'idée d'un diagramme triangulaire, comme illustré sur la figure 1, avec une phase linéaire d'écoulement libre pour  $k < k_{cap}$  et une phase congestionnée entre  $k_{cap}$  et  $k_{jam}$ .

Figure 1 : Diagramme fondamental triangulaire pour l'autoroute



Par ailleurs, la conservation du nombre de véhicules implique que

<sup>1</sup> Par exemple, dans le modèle de Greenshields,  $q \propto k \cdot (k_{jam} - k)$  pour  $k < k_{jam}$ , tandis que, dans le modèle de Greenberg,  $q \propto k \ln(k_{jam}/k)$ .

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial k}{\partial t} = 0.$$

Ce jeu d'équations aux dérivées partielles constitue un problème bien posé, qui peut être résolu par une méthode de caractéristiques. Comme en hydrodynamique, l'état du trafic en un point de la voie dépend :

- Soit des conditions aux limites en aval (par exemple, au niveau d'une bretelle de sortie), si la phase est congestionnée,
- Soit des conditions en amont (par exemple, aux points d'injection), en cas de trafic libre.

Notons aussi que ce modèle peut décrire la coexistence de phases de trafic libre et de trafic congestionné, avec des sections de discontinuité de la densité qui se déplacent à une vitesse donnée par la pente du diagramme fondamental (soit  $u_{AB} = \frac{q_A - q_B}{k_A - k_B}$ ) : ce sont les ondes de congestion.

### 1.2.2 Couplage à un problème de chargement dynamique du réseau (DNL) et implémentation de Ke Han sous Matlab

Le modèle LWR permet de déterminer l'évolution du trafic sur des tronçons d'autoroute (ou, plus généralement, de route) et a l'avantage de permettre une bonne description de la propagation dynamique d'ondes de congestion et des effets de remontée de file.

En revanche, il demande

- à être complété par une modélisation appropriée des jonctions et
- à être couplé à un module de chargement dynamique du réseau (*Dynamic Network Loading*), permettant d'en établir le point d'équilibre (Dynamic User Equilibrium) pour une demande donnée.

Le premier problème (la modélisation des jonctions) a été traité par Ke Han et al. en introduisant dans la démarche les temps d'entrée dans les différents segments et en gérant les priorités aux jonctions selon une discipline FIFO (*first-in first-out*) [3].

Le second problème revient à déterminer les itinéraires, voire les horaires précis de départ, de sorte que soit satisfait le *premier principe de Wardrop*, à savoir que chaque voyageur emprunte un itinéraire optimal au sens de Nash<sup>2</sup>. La résolution de ce problème a appelé une formalisation mathématique plus élaborée, comme en témoigne le jeu d'équations final copié ci-dessous, établi dans [3] et implémenté dans le programme Matlab associé (les équations sont présentées à titre de curiosité, nous n'en détaillerons pas les termes ici). En

---

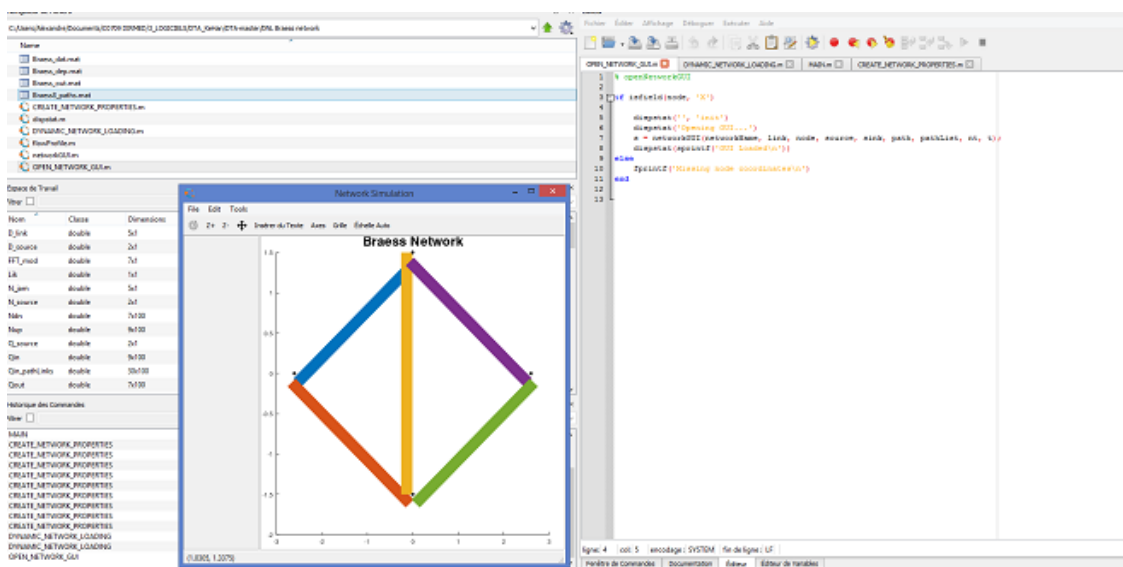
<sup>2</sup> La notion d'équilibre (ou d'optimum) de Nash est centrale en théorie des jeux et en économie. Contrairement à un optimum global, la solution optimale au sens de Nash requiert seulement que chaque voyageur ne puisse pas améliorer son temps généralisé de parcours si les autres voyageurs ne changent pas eux-mêmes d'itinéraire.

pratique, la détermination du point d'équilibre dynamique est ramenée à une méthode de point fixe, où l'équilibre est atteint lorsque la solution s'est stabilisée suffisamment pour qu'un critère de convergence soit rempli, plutôt que d'injecter graduellement des véhicules dans le réseau, comme cela est souvent fait (avec un support théorique bien plus ténu).

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt}q_o(t) &= \sum_{p \in \mathcal{P}^o} h_p(t) - \min\{D_o(t), S_j(t)\}, \\
 D_o(t) &= \begin{cases} \mathcal{M} & q_o(t) > 0 \\ \sum_{p \in \mathcal{P}^o} h_p(t) & q_o(t) = 0 \end{cases} \\
 D_i(t) &= \begin{cases} f_i^{\text{in}}\left(t - \frac{L_i}{v_i}\right) & \text{if } N_i^{\text{up}}\left(t - \frac{L_i}{v_i}\right) = N_i^{\text{dn}}(t) \\ C_i & \text{if } N_i^{\text{up}}\left(t - \frac{L_i}{v_i}\right) > N_i^{\text{dn}}(t) \end{cases} \\
 S_j(t) &= \begin{cases} f_j^{\text{out}}\left(t - \frac{L_j}{w_j}\right) & \text{if } N_j^{\text{up}}(t) = N_j^{\text{dn}}\left(t - \frac{L_j}{w_j}\right) + \rho_j^{\text{jam}} L_j \\ C_j & \text{if } N_j^{\text{up}}(t) < N_j^{\text{dn}}\left(t - \frac{L_j}{w_j}\right) + \rho_j^{\text{jam}} L_j \end{cases} \\
 N_i^{\text{dn}}(t) &= N_i^{\text{up}}(\tau_i(t)), \quad N_i^{\text{up}}(t) = N_i^{\text{dn}}(\lambda_i(t)) \\
 \mu_j^p(t, a_j) &= \frac{f_i^{\text{out}}(t) \mu_i^p(\tau_i(t), a_i)}{f_j^{\text{in}}(t)} \quad \forall p \text{ s.t. } \{i, j\} \subset p \\
 A^J(t) &= \{\alpha_{ij}(t)\}, \quad \alpha_{ij}(t) = \sum_{p \ni i, j} \mu_i^p(\tau_i(t), a_i) \\
 &\quad \left( [f_i^{\text{out}}(t+)]_{i=1, \dots, m}, [f_j^{\text{in}}(t+)]_{j=1, \dots, n} \right) \\
 &= \Theta \left( [D_i(t)]_{i=1, \dots, m}, [S_j(t)]_{j=1, \dots, n}; A^J(t) \right) \\
 \frac{d}{dt}N_i^{\text{up}}(t) &= f_i^{\text{in}}(t), \quad \frac{d}{dt}N_i^{\text{dn}}(t) = f_i^{\text{out}}(t) \\
 D_p(t, h) &= \lambda_o \circ \lambda_1 \circ \lambda_2 \dots \circ \lambda_K(t) - t \quad p = \{1, 2, \dots, K\}
 \end{aligned}$$

Nous avons installé le programme proposé par Ke Han et al. sous Octave (un substitut gratuit de Matlab) et nous avons vérifié son fonctionnement sur l'exemple (simple) du réseau de Braess, schématisé en figure 2. Pour ce qui est des performances, le programme a servi à modéliser un **grand réseau**, celui de la ville de Chicago, qui compte près de 3.000 arcs et 1.000 nœuds. Le temps de calcul indiqué pour cette simulation s'élève à **un peu moins de 5h** sur un PC standard (processeur i5).

Figure 2 : Exécution sous Octave du programme de Ke Han et al. pour un réseau de Braess



### 1.2.3 Extension du modèle LWR

Des extensions du modèle LWR ont été proposées pour

- Introduire des composantes « stochastiques » reflétant les comportements variables des conducteurs (plus précisément, leur perception variable de la densité locale) [4].
- Incorporer l'effet des changements de voie sur le trafic.

Néanmoins, la nature fondamentalement macroscopique du modèle LWR entrave ces extensions.

### 1.2.4 Avantages et inconvénients pour la présente étude

Malgré leur utilité pour prédire rapidement l'état d'un réseau potentiellement étendu en fonction de la demande, les modèles macroscopiques souffrent de plusieurs inconvénients qu'il faut garder à l'esprit dans le cadre de la présente étude :

- Ils se prêtent mal à l'inclusion de comportements hétérogènes des conducteurs, ou encore variables dans l'espace (i.e., selon la file de circulation, la voie, ...) et le temps,
- Il est malaisé d'incorporer des aspects stochastiques dans la dynamique qu'ils décrivent alors qu'à l'échelle de l'étude, le trafic dépend selon toute vraisemblance significativement de facteurs « aléatoires », responsables des fluctuations importantes dans les temps de parcours à des horaires similaires,
- Cette vision déterministe plutôt que stochastique peut conduire à une sous-estimation des risques de congestion liés à des facteurs « aléatoires »



- Le trafic est supposé suivre en tout point et à tout moment une courbe d'équilibre en fonction de la densité ; se voient ainsi écartés les situations métastables (où peut se produire comme peut ne pas se produire un embouteillage) et les temps de relaxation vers l'équilibre.

En revanche, le fait qu'ils dépendent principalement du seul diagramme fondamental (et non d'un ensemble de règles de comportement pour les véhicules) ainsi que leur temps de calcul très avantageux sont assurément des atouts par rapport au recours à des modèles micro- ou mésoscopiques.

## 1.3 Modèles « mésoscopiques » : Automates cellulaires

Dans les modèles dits « mésoscopiques », l'approche continue de la modélisation macroscopique est relâchée au profit d'une description individuelle (« granulaire ») des véhicules, mais les règles contrôlant leur dynamique sont simplifiées<sup>3</sup> par rapport aux modèles « microscopiques », ce qui rend beaucoup plus rapide leur simulation numérique.

### 1.3.1 Automate cellulaire de Nagel-Schreckenberg

Dans le célèbre automate cellulaire proposé par Nagel et Schreckenberg pour le trafic autoroutier, les véhicules occupent chacun une case le long d'une grille unidirectionnelle (position  $X_n$ ) et avancent d'un nombre entier de cases à chaque pas de temps (vitesse  $v_n = 0, 1, \dots, v_{\max}$ ) en suivant une série de règles simples [5, 6]:

1. *Accélération jusqu'à la vitesse maximale* : si  $v_n < v_{\max}$ , alors  $v_n \rightarrow \min(v_n + 1, v_{\max})$
2. *Décélération si l'intervalle  $d_n$  avec la voiture de devant est trop faible* :  $v_n \rightarrow \min(v_n, d_n - 1)$
3. *Possibilité d'une décélération sans raison (facteur aléatoire)* : avec une probabilité  $p$ ,  $v_n \rightarrow \max(v_n - 1, 0)$
4. *Actualisation de la position des véhicules* :  $X_n \rightarrow X_n + v_n$ .

Les propriétés de ce modèle simple ont été amplement étudiées dans la littérature. En particulier, à l'échelle macroscopique, il est capable de reproduire un diagramme fondamental quasi-triangulaire, dont la forme peut être ajustée en modifiant les paramètres

<sup>3</sup> Comme l'exprime Ratroux : « *The mesoscopic models fill the gap between the aggregate level approach of macroscopic models and the individual interactions of the microscopic ones by describing the traffic entities at a high level of detail, while their behavior and interactions are designed at a lower level of detail* » [18].

$v_{\max}$  et  $p$  [5], et rend donc compte des conditions de trafic fluide ou congestionné selon la densité.

Par ailleurs, le modèle a été appliqué à la modélisation de la circulation en milieu urbain ; la voirie de la ville de Duisburg a ainsi été maillée sur une grille et le faible coût de l'automate cellulaire en temps de calcul a permis de simuler l'ensemble du trafic [7].

Cependant, l'extrême simplicité de la modélisation conduit à des aspects irréalistes dans la dynamique individuelle des voitures, comme l'absence de temps de réaction, la possibilité que la voiture soit freinée instantanément, ... Le flux en aval d'un embouteillage et la fréquence (trop élevée) de formation spontanée d'embouteillages s'en trouvent assez mal reproduites [6].

### 1.3.2 Automates cellulaires : Raffinements du modèle de Nagel-Schreckenberg

Pour remédier à ces défauts et rendre le modèle plus réaliste, plusieurs raffinements ont été proposés et mis en œuvre, notamment :

- Un raffinement du maillage, avec des voitures qui occupent plusieurs cases, de manière à rendre la discrétisation des positions et des vitesses moins grossière,
- L'ajout d'un « temps de réaction » du conducteur (modèle dit VDR pour *Velocity dependent randomization*), qui est ramené à une dépendance de la probabilité de freinage  $p$  en la vitesse et qui conduit à la reproduction d'états métastables (c'est-à-dire qu'il est possible que le trafic demeure fluide bien que la densité ait dépassé la densité critique, contrairement à ce qu'impose par essence le modèle LWR),
- L'introduction d'une composante d'anticipation, par le biais de l'ajout d'une variable booléenne décrivant l'état - allumé ou éteint - des feux de freinage (modèle BLM pour *Break Light Model*). Cette extension a des avantages notables, en ce sens qu'elle permet de [6]
  - réduire les distances entre véhicules par rapport au modèle initial
  - se rapprocher de la fonction empirique reliant la distance entre véhicules
  - capturer l'existence de la phase « synchronisée » de trafic, entre la phase fluide et la phase congestionnée [8].
- L'introduction de règles de changement de file [9], très importante en pratique à l'approche de la congestion. La question de la modélisation de l'insertion sur l'autoroute demeure néanmoins un sujet d'étude.

### 1.3.3 Avantages et inconvénients

Notons, pour commencer, qu'en Allemagne, un automate cellulaire de type Nagel-Schreckenberg a été utilisé pour interpoler le trafic sur les segments situés entre les

capteurs<sup>4</sup>. En Rhénanie du Nord-Westphalie, il est utilisé à des fins de prévision à grande échelle du trafic<sup>5</sup>. Il ne s'agit donc pas simplement de modèles-jouets à visée exclusivement théorique.

Plus généralement, cette modélisation par automate cellulaire présente les avantages suivants :

- Les propriétés de ces modèles ont été amplement étudiées dans la littérature. Leurs capacités, mais aussi leurs limites, relatives à la reproduction du trafic réel sont donc assez bien cernées. Si les résultats de ces modèles présentaient des incohérences par rapport aux observations réelles, il serait donc plus aisé d'en identifier les causes qu'en ayant recours à des modèles plus sophistiqués opérant en « boîte noire » (comme les logiciels commerciaux).
- Ces automates cellulaires ont une faible complexité algorithmique ; ils sont donc économiques en termes de temps de calcul.
- Ils ont moins de paramètres d'ajustement que les modèles microscopiques.
- Ils sont simples à implémenter. De fait, il existe des programmes librement disponibles sous Matlab<sup>6</sup> et Python pour le modèle de base. Néanmoins,
  - il serait nécessaire d'étoffer ces modules de base pour prendre en charge les voies multiples, les files d'insertion et les convergents dans le contexte de cette étude et
  - d'autre part, les routines en Matlab ou Python tournent beaucoup moins rapidement qu'avec un langage compilé (comme le C++), typiquement d'un facteur 10 à 100 pour les « boucles », donc, si le choix était porté vers cette solution, il serait plus intéressant de coder directement, dans un langage compilé, les algorithmes d'automates cellulaires. En soi, cela ne présente aucune difficulté majeure.
- Les deux points précédents permettent de coupler efficacement ces modèles à un module d'affectation dynamique.

Cependant, les inconvénients suivants doivent être pris en ligne de compte :

- Ces modèles sont davantage étudiés dans le milieu académique qu'utilisés par des praticiens du trafic confrontés à des situations complexes (nonobstant les exemples contraires cités en entrée de section). L'ample littérature qui leur est dédiée ne nous a donc pas permis d'évaluer avec quel degré de réalisme ils pourraient simuler un réseau relativement complexe comme celui de Marseille-Aix-Provence.
- Il ne s'agit pas de « solutions clé-en-main » : ces modèles sont certes plutôt faciles à coder, mais un inévitable travail d'implémentation et de vérification devra néanmoins être prévu. La création du réseau routier, en particulier, demandera des efforts significatifs, en l'absence des modules dédiés présents dans certaines solutions

<sup>4</sup> Communication avec C. APPERT-ROLLAND.

<sup>5</sup> Page Wikipedia consultée le 21 février 2019,

[https://en.wikipedia.org/wiki/Nagel%E2%80%93Schreckenberg\\_model](https://en.wikipedia.org/wiki/Nagel%E2%80%93Schreckenberg_model)

<sup>6</sup> <https://ww2.mathworks.cn/matlabcentral/fileexchange/34956-nagel-schreckenberg-model-implementation?focused=3861399&tab=function>

commerciales. Ce problème, d'impact limité quand il s'agit de modéliser seulement quelques sections d'autoroutes, deviendra d'autant plus sérieux que l'on cherchera à avoir une vision fine du réseau.

- Ils ne présentent aucune des fonctionnalités et commodités d'utilisation des solutions commerciales : pas de module de visualisation (2D ou 3D) des simulations, pas de module de création des voies, des feux de circulation, etc.

## 1.4 Modèles de voiture suiveuse (*Car-following models*)

Une approche alternative à l'imposition de règles de déplacement au sein d'automates cellulaires, quoiqu'étroitement liée, consiste à relier mathématiquement

- la vitesse ( $V_n$ ) ou
- l'accélération ( $a_n$ )

d'un véhicule (noté  $n$ ), dit voiture suiveuse, à

- l'intervalle  $\Delta X_n$  qui le sépare du véhicule qui le précède [10] ou
- La différence de vitesse  $\Delta V_n$  entre ces deux véhicules.

### 1.4.1 Modèle minimal de Chandler

Par exemple, dans la version minimaliste proposée par Chandler en 1958,

$$a_n(t) = \lambda \Delta V_n(t - \tau_n),$$

où  $\lambda$  est un paramètre de sensibilité et  $\tau_n$  est le temps de réaction du conducteur  $n$ . Ces équations s'interprètent aisément comme des relations entre stimulus et réponses [10]:

$$\text{Réponse} = \lambda \text{Stimulus},$$

avec Réponse =  $a_n$  et Stimulus =  $\Delta V_n$  dans le cas du modèle de Chandler.

### 1.4.2 Modèle de Gazis-Herman-Rothery (GHR)

Le modèle GHR propose une version plus générale de ce type de relations :

$$a_n(t) = \lambda V_n(t)^\beta \frac{\Delta V_n(t - \tau_n)}{\Delta X_n(t - \tau_n)^\gamma},$$

au prix d'un nombre un peu plus important de paramètres à ajuster ( $\lambda, \beta, \gamma, \tau_n$ ).

### 1.4.3 Modèle de Newell pour la congestion

En situation de congestion, le modèle de Newell relie les intervalles successifs  $\Delta X_n$  entre véhicules à la vitesse de propagation  $w$  des ondes de congestion, donnée par le diagramme fondamentale (comme dans l'approche macroscopique LWR) : l'intervalle de séparation, qui s'accroît au-delà de l'intervalle minimal quand la voiture précédente avance mais revient ensuite à la valeur de base, avec une vitesse donnée par  $w$ .

### 1.4.4 Autres modèles

Le contexte de cette étude n'appelle pas à une revue exhaustive des modèles existants. Néanmoins, l'existence d'une multitude d'autres modèles plus ou moins similaires ne saurait être tout à fait passée sous silence. Citons donc

- le modèle de Helly (qui ajuste à la fois l'intervalle et l'écart en vitesse par rapport au véhicule précédent vers des valeurs souhaitées propres au conducteur)
- le modèle de conducteur intelligent de Treiber (*Intelligent Driver Model*), qui suit l'équation

$$\frac{dv}{dt} = a \left[ 1 - \left( \frac{v}{v_0} \right)^\delta - \left( \frac{s^*(v, \Delta v)}{s} \right)^2 \right]$$

- les modèles d'évitement de collision (*Collision Avoidance Model*)
- les modèles de vitesse optimale (*Optimal Velocity Model*).

### 1.4.5 Avantages et inconvénients

Comme les automates cellulaires de la section précédente, les modèles de voiture suiveuse ont fait l'objet d'étalonnage sur des données empiriques et de comparaison de leurs prédictions avec celles-ci. Par exemple, Duret et collègues ont estimé les deux paramètres<sup>7</sup> du modèle de Newell, présenté ci-dessus, à partir de trajectoires collectées sur une portion d'autoroute. Ils ont montré qu'avec les paramètres optimaux ajustés pour chaque conducteur, l'erreur quadratique moyenne (RMSE) entre la trajectoire prédite pour la voiture suiveuse (en connaissant celle de la voiture suivie) et la trajectoire réelle n'était que de 2,2 mètres, mais qu'il était pour cela nécessaire de prendre des paramètres variables selon les conducteurs [11]. Qui plus est, la distribution de ces paramètres n'est pas universelle : elle dépend en tout cas de la voie de circulation.

<sup>7</sup> A savoir, l'intervalle minimal de séparation entre voitures et la vitesse de propagation des ondes de congestion.

En tant que modèles « mésoscopiques », les modèles de voiture suiveuse ont les mêmes avantages et inconvénients que les automates cellulaires, que nous avons précédemment énumérés (cf section 3.3).

Certes, les équations à l'origine de ces modèles agissent en principe en temps et en espace continus, ce qui peut impliquer des temps de calcul quelque peu supérieurs<sup>8</sup> à ceux d'un automate cellulaire de base et soulever des questions supplémentaires de stabilité de la solution, mais il existe des routines performantes de résolution numérique de ces équations. En termes pratiques, la sélection du modèle précis à retenir (automate cellulaire ou voiture suiveuse) pourra se faire ultérieurement, en fonction des capacités de chacun à reproduire les données disponibles, si le choix se porte effectivement vers les modèles mésoscopiques académiques. En effet, la majeure partie du travail porterait sur des éléments communs à ces différents modèles (modélisation de la voirie, gestion des entrées / sorties, etc.), si bien que le travail supplémentaire à fournir pour implémenter tester deux modèles différents serait comparativement faible.

## 1.5 Modèles de files d'attente (*Queuing models*)

### 1.5.1 Modèles basiques

Pour éviter la complexité algorithmique associée au suivi de l'évolution de chaque véhicule, les modèles de file d'attente (*queuing models*) offrent une alternative particulièrement économique en temps de calcul. Dans ces modèles, chaque arc est considéré comme une file FIFO (*first in, first-out*) qui reçoit en entrée des véhicules provenant de l'arc précédent et transmet en sortie des véhicules à l'arc suivant [12].

Comme la vitesse de parcours de chacun de ces arcs est finie, un temps de service

$$t_s = \frac{\text{longueur de l'arc}}{\text{vitesse libre}}$$

est associé à chacun d'entre eux. A ce temps de service s'ajoute un temps d'attente à la sortie de l'arc, en cas de congestion. En effet, chaque arc est doté d'une capacité de débit  $C$  par pas de temps numérique. Lorsque plus de  $C$  véhicules ont déjà franchi l'arc au pas de temps courant, aucun véhicule supplémentaire ne peut être traité avant le tour suivant.

Ces modèles assez grossiers, très efficaces numériquement, présentent en revanche quelques inconvénients pour la modélisation :

- Les ondes de congestion sont mal décrites, dans la mesure où un espace libre se libère à l'entrée de la file dès qu'un véhicule la quitte en sortie, sans prise en compte du temps de remontée de l'onde de la sortie vers l'entrée

<sup>8</sup> En effet, si le pas de temps choisi pour résoudre numériquement les équations différentielles de ces modèles n'est pas assez fin, la solution numérique peut diverger de la solution réelle.

- Les routes multi-voies sont généralement décrites comme un seul arc (doté d'une capacité supérieure à celle d'une mono-voie), ce qui fait l'impasse sur les effets de changement de file.

### 1.5.2 Raffinements

Des raffinements ont été apportés à ces modèles de file pour les rendre plus réalistes. Ayant établi que l'introduction d'une dépendance en la densité dans le temps de parcours de chaque segment (file d'attente) ne suffit pas à reproduire la dynamique de congestion avec des ondes se déplaçant en sens inverse de la circulation, Eissfeldt s'est interrogé sur les conditions nécessaires à la reproduction de cette dynamique [13] et a mis en avant la nécessité de prendre en compte

- La vitesse fortement réduite à l'intérieur des embouteillages, et
- La vitesse réduite en sortie d'embouteillage.

Ces impératifs imposent, selon Eissfeldt, de coupler la dynamique du segment considéré (la file d'attente  $i$ ) à celle du segment suivant ( $i+1$ ). Pour chacun de ces segments, deux états sont envisagés :

- L'état fluide ( $f$ ), si le nombre de véhicules est inférieur à  $n_{jam}$
- L'état congestionné ( $j$  pour *jaammed*), si le nombre de véhicules est supérieur à  $n_{jam}$

Le délai d'attente  $\tau_s^i$  pour un véhicule entré dans le segment  $i$  peut ainsi s'exprimer comme

$$\tau_s^i = \begin{cases} \tau_{ff} & \text{if } n^i < n_{jam}^i \text{ and } n^{i+1} < n_{jam}^{i+1} \\ \tau_{fj} & \text{if } n^i < n_{jam}^i \text{ and } n^{i+1} \geq n_{jam}^{i+1} \\ \tau_{jf} & \text{if } n^i \geq n_{jam}^i \text{ and } n^{i+1} < n_{jam}^{i+1} \\ f(n^{i+1}, \tau_{jj}) & \text{if } n^i \geq n_{jam}^i \text{ and } n^{i+1} \geq n_{jam}^{i+1} \end{cases}$$

où  $\tau_{ff}$ ,  $\tau_{fj}$ ,  $\tau_{jf}$  et  $\tau_{jj}$  sont des paramètres du modèle à calibrer. (Par commodité, on peut prendre  $\tau_{ff}=\tau_{fj}$  et  $\tau_{jf}=\tau_{jj}$ .) Dans la dernière équation, correspondant au cas «  $jj$  » où les deux segments sont congestionnés, figure une dépendance en le nombre  $n^{i+1}$  de véhicules dans le segment  $i+1$ , parce que le temps de propagation de l'onde de congestion - et donc de remontée à la sortie de  $i$  des trous créés par la sortie d'un véhicule hors de  $i+1$  - dépend de  $n^{i+1}$ .

C'est cette version améliorée, capable de rendre compte des remontées de file et des ondes de congestion, qui est implémentée dans le logiciel libre SUMO, décrit dans la section suivante. Le temps de calcul déclaré pour ce modèle est inférieur d'un facteur 100 par rapport au modèle microscopique.

## 1.6 Solutions logicielles (microscopiques / mésoscopiques)

Les limites susmentionnées quant au codage de modèles mésoscopiques issus de travaux académiques pour la simulation d'un réseau routier complexe nous invitent à également considérer des solutions logicielles « clé en main ».

### 1.6.1 Logiciels libres

Si l'on écarte les programmes aux capacités très limitées<sup>9</sup> (soit parce qu'ils sont par nature destinés à simuler exclusivement un route mono-voie, soit parce que dans les faits ils sont inadaptés à la simulation de réseaux de taille conséquente), rares sont les logiciels libres de modélisation et simulation du trafic. A vrai dire, nous n'en avons identifié que deux :

**OpenTrafficSim** (<https://opentrafficsim.org>).

Il s'agit d'un projet collaboratif de simulateur multi-échelles et multi-modal en cours de développement, porté par des chercheurs de l'Université de Delft, aux Pays-Bas. Pour l'instant, il prend la forme d'un ensemble de routines écrites en Java, où sont distingués :

- Les fonctionnalités génériques utiles (éditeur graphique de réseau, etc.)
- Le cœur des modèles de trafic (le programme n'est donc pas asservi à un modèle spécifique).

Cependant, la documentation est limitée, voire inexistante, et le projet ne paraît pas abouti. En somme, cela peut constituer une option intéressante s'il s'agit d'implémenter un modèle mésoscopique académique, grâce aux fonctionnalités annexes mises à disposition), mais cette solution ne peut pas être considérée comme une solution « clé en main ».

**SUMO** (*Simulation of Urban MObility*, <http://sumo.sourceforge.net/userdoc/>).

Il s'agit d'un logiciel libre en langage C++ et Python (pour les fonctionnalités), développé par le *Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt*. Il dispose

- d'une documentation bien plus fournie qu'*OpenTrafficSim*, avec notamment un Wiki,
- d'une interface graphique.

Mais à la différence de certaines solutions commerciales, il est nécessaire d'éditer quelques fichiers texte à la main ou d'exécuter quelques lignes de commande.

Le réseau routier peut

---

<sup>9</sup> Est ainsi exclu *RoadTrafficSimulator* (disponible à <https://github.com/volkhin/RoadTrafficSimulator>), qui s'appuie sur le modèle du conducteur intelligent de TREIBER, parce qu'il ne semble pas permettre la création d'un réseau arbitraire (i.e., non pré-défini).



- soit être créé manuellement (dans un fichier XML),
- soit être généré par les routines NETCONVERT (qui lit des couches « shapefile » d'ArcView) ou NETGENERATE fournies dans le package.

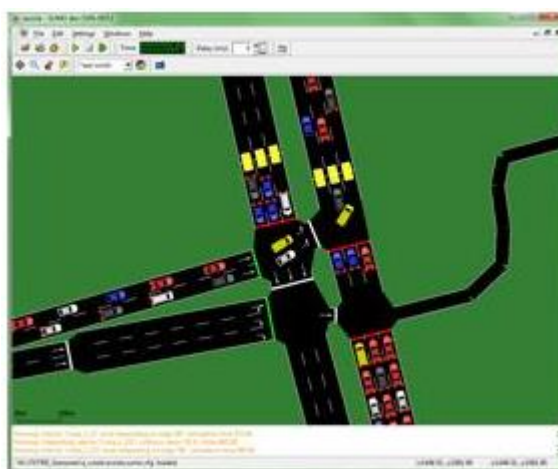
Par ailleurs, la simulation de trafic peut être couplée à une routine de choix d'itinéraire (DUAROUTER) pour obtenir une **affectation dynamique** (*Dynamic User Assignment*).

Il mérite d'être noté que, si dans sa version par défaut SUMO simule la dynamique du trafic selon un modèle particulier de voiture suiveuse (le modèle de Gipps), le logiciel offre la **possibilité d'implémenter d'autres modèles** de voiture suiveuse.

En termes d'efficacité numérique, selon la documentation, le logiciel peut actualiser les positions de 100k véhicules par seconde sur un ordinateur 1GHz et simuler des milliers de voies. Il existe aussi un module « mésoscopique » (MESO), qui permet une accélération d'un facteur 100 par rapport au modèle de simulation original, mais au prix d'une description plus grossière de la dynamique, par un modèle amélioré de files (*queuing model*, cf section 5.2).

Enfin, mentionnons que SUMO a déjà été testé sur des réseaux routiers étendus [14] ainsi qu'à des fins opérationnelles.

Figure 3 : Visualisation d'une simulation avec SUMO



## DTALite

DTALite est un logiciel libre de simulation mésoscopique basé sur l'algorithme de Newell. Il est couplé à l'interface graphique rudimentaire NexTA qui permet la visualisation et

l'édition d'un réseau. Celui-ci peut notamment être importé de différentes sources (Shapefile, Cube, etc.).

La documentation sur l'utilisation du logiciel en lui-même est assez succincte, ce qui peut rendre complexe son utilisation opérationnelle. En outre le répertoire Github du logiciel n'est plus mis à jour depuis 3 ans, ce qui jette un doute sur la vitalité du projet.

### 1.6.2 Logiciels commerciaux

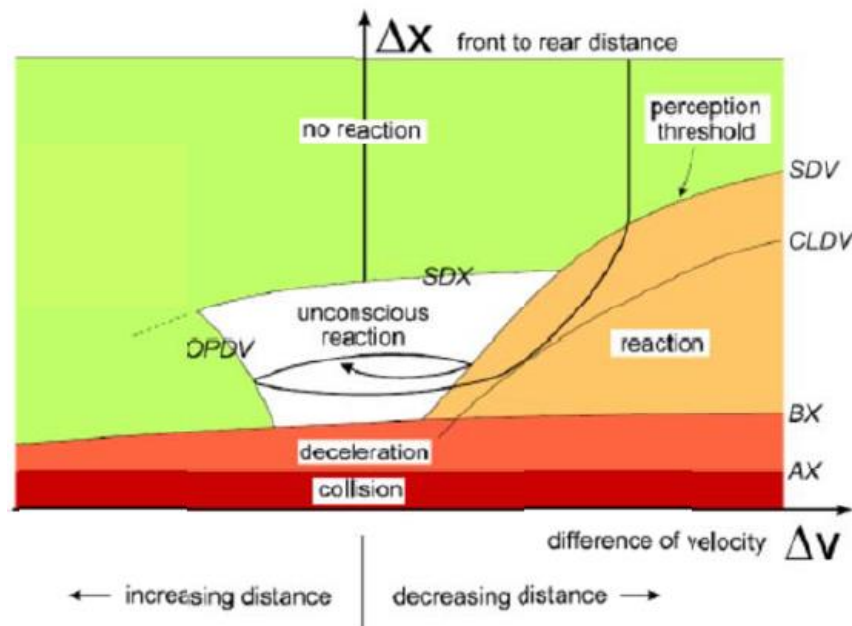
De nombreux logiciels de simulation dynamique du trafic sont présents sur le marché : VISSIM, AIMSUN, PARAMICS, SimTraffic, CORSIM, etc. Ces modèles étant relativement similaires dans leurs spécifications, nous nous contentons de présenter brièvement VISSIM et AIMSUN avant de passer à une comparaison des performances de ces différents logiciels, d'après la littérature.

#### VISSIM

Parmi les leaders du marché, le logiciel de simulation dynamique VISSIM [15] est issu de travaux académiques menés à l'Université de Karlsruhe à partir du modèle microscopique comportemental de WIEDEMANN, schématisé en figure 4. En essence, il s'approche des modèles de voiture suiveuse décrits dans la section précédente, mais son grand nombre de paramètres et de régimes (réaction inconsciente, régime post-perception, régime post-réaction, etc.) le rangent parmi les modèles microscopiques. Ce modèle mono-file de base a été complété graduellement, au fil des ans, avec des règles de changement de file, d'insertion sur les voies d'autoroute, etc.

A l'heure actuelle, il inclut des fonctionnalités multiples et peut être couplé à un module d'affectation dynamique [15]. En pratique, il faut de l'ordre de 10 minutes pour simuler l'évolution de 10k véhicules pendant une heure. Cependant, comme SUMO, VISSIM inclut un module mésoscopique accélérant l'exécution d'un facteur 50. Ce module, assez peu documenté, semble simuler un modèle de voiture suiveuse simplifié, avec une approche basée sur événements à la place d'une discrétisation en pas de temps constants, et non pas un simple modèle de queues comme dans SUMO.

Figure 4 : Règles comportementales contrôlant la dynamique des véhicules dans le modèle de Wiedemann 74 [16]. L'axe horizontal représente l'écart de vitesse par rapport à la voiture de devant, tandis que l'axe vertical représente l'intervalle de distance.



## AIMSUN

Le logiciel AIMSUN inclut lui aussi

- un modèle microscopique de voiture suiveuse avec des règles de changement de file,
- un module mésoscopique accélérant la simulation et facilitant le processus de calibration
- un modèle d'affectation du trafic.

## Comparaison des différents logiciels commerciaux

Pour comparer les différents logiciels commerciaux, nous nous appuyons sur les tests d'utilisateurs effectués par Kotusevski et Hawick [17] et sur l'article détaillé de Ratrout et Rahman [18] qui passe en revue diverses études comparatives.

Il ressort de ces travaux que PARAMICS, VISSIM, CORSIM et SimTraffic ont tous la capacité de simuler des réseaux routiers très étendus, davantage encore que SUMO [17]. SimTraffic

semble plus simple à l'usage que CORSIM et AIMSUN, grâce à son interface graphique, et particulièrement rapide à faire fonctionner.

AIMSUN, quoique moins évident à mettre en œuvre, aurait un processus d'affectation dynamique de meilleure tenue.

PARAMICS, pour sa part, a une interface de visualisation 3D du trafic et d'édition de réseau de haute qualité (voir la figure 6).

VISSIM ressort de ces tests comme un logiciel efficace et polyvalent. De fait, VISSIM et CORSIM aboutissent à des prévisions de congestion similaires et semblent décrire tous les deux avec le même degré de précision le trafic congestionné sur le réseau routier américain, d'après une étude approfondie de Bloomberg et Dale [19]. Pour la simulation du trafic autoroutier, VISSIM et PARAMICS donnent des délais liés au passage par des échangeurs compatible avec le manuel Highway Capacity Manual (2000).

Figure 5 : Visualisation du trafic sous VISSIM



Figure 6 : Visualisation du trafic sous PARAMICS



### 1.6.3 Avantages et inconvénients des logiciels commerciaux

- Les logiciels commerciaux passés en revue sont globalement commodes à utiliser grâce à leur interface graphique et ils offrent de nombreuses fonctionnalités, de l'édition graphique du réseau à la prise en compte de l'hétérogénéité des véhicules et conducteurs, au couplage avec des modules d'affectation dynamique et à la visualisation des résultats des simulations.
- De plus, ils ont fait l'objet d'optimisations pour améliorer leur temps d'exécution (au regard de la complexité des modèles microscopiques implémentés) et peuvent donc simuler des réseaux routiers étendus. Des modules de simulation mésoscopique sont par ailleurs disponibles, au moins sous VISSIM et AISUM, pour accélérer encore leur exécution, au prix d'une description plus grossière de la dynamique, et donc moins adaptée à la reproduction de la dynamique de congestion.

Néanmoins, en plus de leur coût, ils souffrent de deux inconvénients importants, d'ailleurs liés entre eux :

- Premièrement, dans leur version microscopique, ils incluent une multitude de paramètres devant être calibrés et le rôle de chacun d'entre eux dans la dynamique simulée n'est pas clair, à la différence des modèles mésoscopiques « académiques ». En ce sens, la complexité des modèles implémentés, affinés par vagues pour rendre le modèle plus réaliste, nuit fortement à leur transparence.
- Deuxièmement, ils fonctionnent comme des boîtes noires. Comme les porteurs d'*OpenTrafficSim* l'écrivent,

*« In the real world, however, there is little to no interaction between academia and practice once simulation software is commercialized. Particularly microscopic traffic simulation packages are black boxes, in which it is impossible to unravel which underlying mathematical and numerical choices have been made, and what the consequences of these are in terms of model validity. This black-box problem essentially forces most academic researchers to reinvent the wheel and to code an entire simulation model from scratch [...] As a result, many scientific innovations in our field are not implemented (or even considered) in commercial simulation software. »*

## 1.7 Conclusion

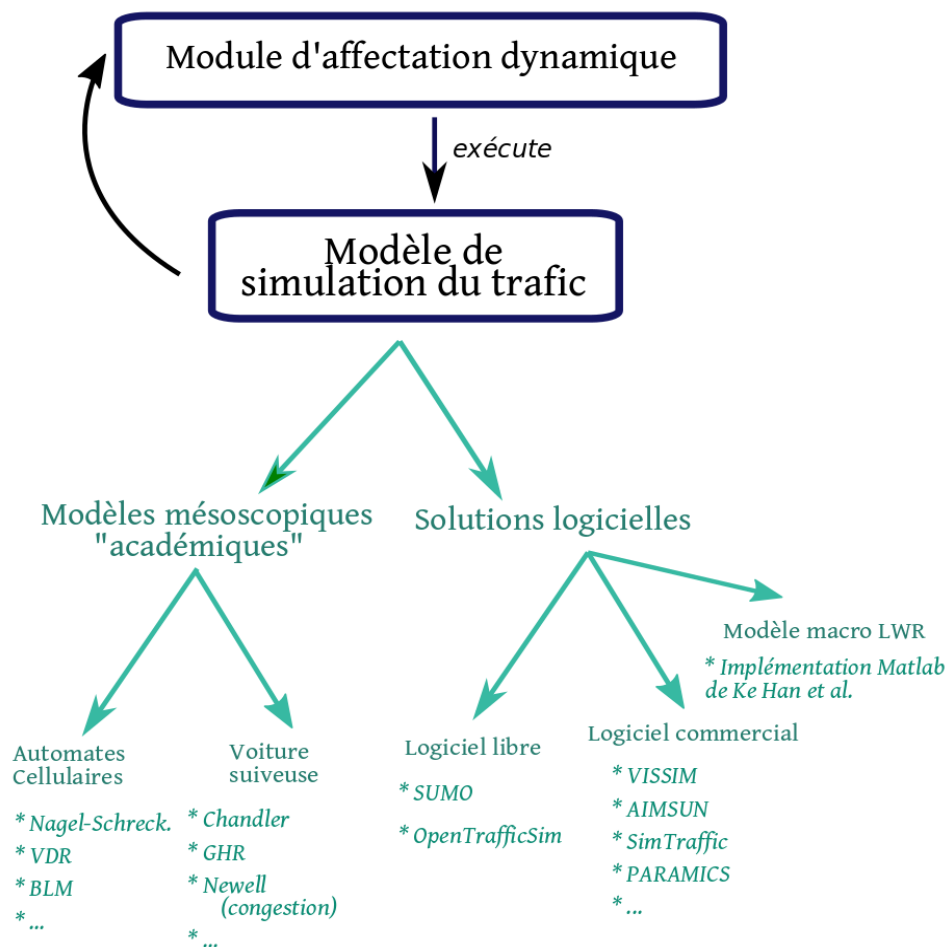
Dans cette note, nous avons fait un tour d'horizon des différentes branches de modèles envisagées pour modéliser le trafic congestionné sur les autoroutes et routes structurantes d'Aix-Marseille-Provence, à savoir :

- Les modèles macroscopiques, et notamment le modèle LWR,
- Les modèles « mésoscopiques » étudiés dans le monde académique, que ce soient des automates cellulaires (discrets dans le temps et dans l'espace) ou des modèles simples de voiture suiveuse
- Les logiciels de simulation dynamique du trafic, qui s'appuient principalement sur des modèles microscopiques faisant intervenir une multitude de paramètres mais sont aussi souvent munis de modules de simulation mésoscopique, plus ou moins grossiers selon les logiciels et beaucoup moins gourmands en temps de calcul.

Il nous semble que le processus de choix d'un modèle se ramène à l'arbre des possibilités schématisé en figure 7.



Figure 7 : Arbre de décision proposé pour le choix d'un modèle de simulation du trafic



Il s'agit en premier lieu de choisir entre (1) le développement informatique (essentiellement) en propre d'un modèle mésoscopique directement issu de travaux académiques et (2) l'exploitation d'une solution logicielle déjà en place :

- S'il est certain que l'étude se cantonnera à un faible nombre de segments d'autoroutes avec une géométrie simple (c'est-à-dire quelques nœuds de connexion, des points d'injection en nombre limité, peu ou pas de diffuseurs / échangeurs), en somme, à un « squelette » de réseau, alors la première solution est envisageable<sup>10</sup>. Elle offre l'avantage de
  - Faire appel à moins de données d'entrée
  - Requérir moins de calibrage (mais potentiellement moins bien reproduire les observations)

<sup>10</sup> Dans ce cas, si le langage retenu pour la programmation est Java, ce choix pourra être couplé à l'utilisation de fonctionnalités de la plate-forme SUMO.

- Aboutir à des résultats plus transparents, en vertu de la simplicité des modèles utilisés et du contrôle de toutes les étapes de leur implémentation.
- Sous ces mêmes conditions, une alternative consiste à exploiter le programme MatLab mis au point par Ke Han et al. [3] et qui, en dépit de la faiblesse de son interface utilisateur pour coder le réseau, a l'avantage d'inclure un module de chargement dynamique du réseau (affectation dynamique) et de permettre le traitement de larges réseaux (réseau de Chicago parmi les études de cas proposées).
- Dans tous les autres cas, il nous apparaît préférable d'avoir recours à une **solution logicielle** existante.
  - Si le rendu visuel des résultats de simulation (visualisation 3D, etc.) est important et/ou une solution « clé en main » de bout en bout (avec des opérations à effectuer seulement au sein du logiciel, en ayant le moins possible de fichiers texte à éditer et de lignes de commande à exécuter), alors il vaut mieux s'orienter vers un logiciel commercial.

Dans cette situation, les études comparatives publiées font de VISSIM un candidat efficace et polyvalent, mais le bilan avantages-inconvénients n'est pas univoque. Cette solution est potentiellement celle qui procurera la plus grande commodité à l'utilisation, étant donné que ce logiciel est largement utilisé (notamment dans les bureaux d'étude).
  - En revanche, si le réseau à modéliser n'a pas vocation à être affiné à l'extrême et/ou qu'il y a une préférence très marquée pour les solutions libres, le recours au logiciel libre SUMO semble une approche prometteuse. Quoique plus exploratoire et un peu moins immédiate que l'utilisation de logiciels commerciaux, elle offre l'avantage de
    - Limiter l'effet « boîte noire », la source du programme étant accessible
    - Permettre l'implémentation de divers modèles de trafic (modèles de voiture suiveuse) pour déterminer celui qui s'accorde le mieux aux observations, ce qui est un atout précieux.



- [1] Mission interministérielle pour le projet métropolitain", "Le livre blanc des transports métropolitains aix-marseille-provence," décembre 2014.
- [2] DIRMed, "SDAGT métropole aix-marseille," janvier 2019.
- [3] K. Han, G. Eve, and T. Friesz, "Computing dynamic user equilibria on large-scale networks: From theory to software implementation," *arXiv preprint arXiv:1810.00777*, 2018.
- [4] T. Tie-Qiao, W. Yun-Peng, Y. Gui-Zhen, and H. Hai-Jun, "A stochastic lwr model with consideration of the driver's individual property," *Communications in Theoretical Physics*, vol. 58, no. 4, p. 583, 2012.
- [5] K. Nagel and M. Schreckenberg, "A cellular automaton model for freeway traffic," *Journal de physique I*, vol. 2, no. 12, pp. 2221-2229, 1992.
- [6] C. Appert and L. Santen, "Modélisation du trafic routier par des automates cellulaires," *Actes INRETS*, vol. 100, 2002.
- [7] J. Esser and M. Schreckenberg, "Microscopic simulation of urban traffic based on cellular automata," *International Journal of Modern Physics C*, vol. 8, no. 05, pp. 1025-1036, 1997.
- [8] B. S. Kerner and H. Rehborn, "Experimental properties of complexity in traffic flow," *Physical Review E*, vol. 53, no. 5, p. R4275, 1996.
- [9] P. Wagner, K. Nagel, and D. E. Wolf, "Realistic multi-lane traffic rules for cellular automata," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 234, no. 3-4, pp. 687-698, 1997.
- [10] R. W. Rothery, "Car following models," *Trac Flow Theory*, 1992.
- [11] A. Duret, C. Buisson, and N. Chiabaut, "Estimating individual speed-spacing relationship and assessing ability of newell's car-following model to reproduce trajectories," *Transportation research record*, vol. 2088, no. 1, pp. 188-197, 2008.
- [12] N. Cetin, A. Burri, and K. Nagel, "A large-scale agent-based traffic microsimulation based on queue model," in *In proceedings of swiss transport research conference (strc), monte verita, ch*, Citeseer, 2003.
- [13] N. G. Eissfeldt, *Vehicle-based modelling of traffic. Theory and application to environmental impact modelling*. PhD thesis, Universität zu Köln, 2004.
- [14] D. Krajzewicz, G. Hertkorn, P. Wagner, and C. Rossel, "An example of microscopic car models validation using the open source traffic simulation sumo," in *Proceedings of Simulation in Industry, 14th European Simulation Symposium*, pp. 318-322, 2002.

- [15] M. Fellendorf and P. Vortisch, "Microscopic traffic flow simulator vissim," in *Fundamentals of traffic simulation*, pp. 63-93, Springer, 2010.
- [16] R. Wiedemann, "Simulation des strassenverkehrsflusses.," 1974.
- [17] G. Kotusevski and K. Hawick, "A review of traffic simulation software," 2009.
- [18] N. T. Ratrouf and S. M. Rahman, "A comparative analysis of currently used microscopic and macroscopic traffic simulation software," *The Arabian Journal for Science and Engineering*, vol. 34, no. 1B, pp. 121-133, 2009.
- [19] L. Bloomberg and J. Dale, "Comparison of vissim and corsim traffic simulation models on a congested network," *Transportation Research Record*, vol. 1727, no. 1, pp. 52-60, 2000.