

Rapport – Projet Floyd-Warshall

Formation Cycle Ingénieur – EFREI

Théorie des graphes, automates finis et expressions rationnelles

**MARIE-SAINTÉ Nicolas, MOUBAKIR Assia, NEBO PELE
Maxime, NTCHORERE MEPAS Guss-erwyn,
RAHAINGOHARIVAHITRA Rotsipitia**

I1-NEW2.B

EFREI — Université Paris-Panthéon-Assas

2025



Contents

1 Contexte et Présentation du Problème	3
1.1 Présentation du problème	3
1.2 Solution trouvée	3
2 Modélisation et Données	4
3 Résultats	5
4 Conclusion	5

Introduction Générale

Dans le cadre de la formation en cycle ingénieur de l'EFREI, pour le cours Théorie des graphes, automates finis et expressions rationnelles, un projet visant à l'implémentation de l'algorithme de Floyd-Warshall doit être réalisé. Ce document constitue le rapport de ce projet du groupe composé de MARIE-SAINTÉ Nicolas, Assia MOUBAKIR , Guss-erwyn NTCHORERE MEPAS, Maxime NEBO PELE ,Rotsipitia RAHAINGOHARIVAHITRA, de la classe I1-NEW2.B. Il détaillera la mise en situation réelle de l'algorithme avec la conception d'un scénario pour lequel nous utiliserons notre code afin de résoudre un problème et d'interpréter les données obtenues après avoir fait tourner l'algorithme sur les valeurs du problème.

1 Contexte et Présentation du Problème

1.1 Présentation du problème

Un nouvel opérateur de télécommunications, "Efr'elecom", s'installe à Fort-de-France en Martinique. Il souhaite déployer un réseau de fibre optique à très haut débit en reliant les 10 plus grandes villes. La Martinique possédant un relief très montagneux, la répartition des câbles est complexe et toutes les villes ne peuvent pas être reliées directement.

L'opérateur veut garantir une latence minimale. Pour cela, chaque paquet (un paquet est une unité d'information transmise dans le réseau) doit emprunter non pas le chemin géographiquement le plus court, mais celui offrant la latence la plus faible.

Pour des raisons de sécurité, Efr'elecom utilise entre les villes des fibres unidirectionnelles, ce qui implique que s'il existe deux liaisons entre 2 villes données, elles ont des latences différentes.

1.2 Solution trouvée

L'objectif est de connaître les temps de trajet optimaux entre tous les couples de villes possibles. Pour cela, l'ingénieur réseau a choisi d'implémenter l'algorithme de Floyd-Warshall.

Cet algorithme permet de calculer les plus courts chemins entre toutes les paires de sommets d'un graphe, et fonctionne également sur les graphes orientés. Le réseau est représenté comme un graphe G dans lequel :

- les sommets représentent les villes,
- les arcs représentent les fibres optiques,
- les poids sont les latences en microsecondes.

Floyd-Warshall permet alors de générer une matrice de routage directement exploitable par les équipements réseau.

2 Modélisation et Données

Le graphe pondéré est défini comme $G(S, V, w)$:

- S : les sommets représentant les villes,
- V : les arcs pondérées par la latence.
- w : la fonction qui associe une valeur numérique à chaque arc.

Dans le cas d'Efr'elecom, les 10 villes sont associées ainsi :

S	Ville
0	Fort-de-France
1	Le Lamentin
2	Schoelcher
3	Le Robert
4	Le François
5	La Trinité
6	Saint-Joseph
7	Ducos
8	Rivière-Salée
9	Les Trois-Îlets

Matrice d'adjacence (latence en microsecondes)

La valeur 0 représente la diagonale, et le symbole ∞ indique l'absence de liaison directe.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	12000	15000	∞	∞	32000	18000	∞	∞	27000
1	10000	0	20000	14000	∞	∞	22000	16000	∞	∞
2	9000	18000	0	∞	28000	∞	∞	∞	30000	25000
3	∞	13000	17000	0	12000	20000	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	24000	10000	0	17000	∞	∞	15000	∞
5	26000	∞	∞	∞	14000	0	22000	∞	∞	∞
6	21000	19000	∞	∞	∞	18000	0	11000	∞	∞
7	∞	15000	∞	23000	∞	∞	13000	0	12000	∞
8	∞	∞	26000	∞	∞	∞	∞	10000	0	20000
9	29000	∞	24000	∞	∞	∞	∞	∞	18000	0

Note : Les latences sont exprimées en microsecondes comme demandé. Toutes les valeurs sont strictement positives, mais notre programme vérifie l'absence de circuits absorbants afin d'assurer l'intégrité des données et fonctionne en cas de poids négatif.

3 Résultats

Après exécution de l'algorithme de Floyd-Warshall, on obtient la matrice des plus courts chemins, qui permet d'identifier pour chaque ville le trajet le plus rapide vers toutes les autres. Dans ce scénario, nous sommes intéressé par la matrice des prédecesseur finale car c'est elle qui est transmise au routeur. On obtient ainsi la matrice suivante

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	1	3	0	0	1	7	0
1	1	1	1	1	3	3	1	1	7	0
2	2	2	2	1	2	0	0	1	2	2
3	1	3	3	3	3	3	1	1	4	2
4	2,1	3	4	4	4	4	7	8	4	8
5	5	3	4	4	5	5	5	6	4	8
6	6	6	0	1	5	6	6	6	7	8
7	1	7	1	7	3	6	7	7	7	8
8	2,1	7	8	7	3	6	7	8	8	8
9	9	0	9	7	2	6	7	8	9	9

On obtient également la matrice des coûts:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	12000	15000	26000	38000	32000	18000	28000	40000	27000
1	10000	0	20000	14000	26000	34000	22000	16000	28000	37000
2	9000	18000	0	32000	28000	41000	27000	34000	30000	25000
3	23000	13000	17000	0	12000	20000	35000	29000	27000	42000
4	33000	23000	24000	10000	0	17000	38000	25000	15000	35000
5	26000	37000	38000	24000	14000	0	22000	33000	29000	49000
6	21000	19000	36000	33000	32000	18000	0	11000	23000	43000
7	25000	15000	35000	23000	35000	31000	13000	0	12000	32000
8	35000	25000	26000	33000	45000	41000	23000	10000	0	20000
9	29000	41000	24000	51000	52000	59000	41000	28000	18000	0

Voici un exemple de ce que recevra le routeur de Fort-de-France.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Route	0	0	0	1	3	0	0	1	7	0

Il pourra ainsi en déduire sa route jusqu'à Rivière-Salée par exemple qui est :
Chemin : Fort-de-France - Le Lamentin - Ducos - Rivière-Salée (Cout: 40000)

4 Conclusion

Grâce à la matrice finale, l'opérateur peut déterminer pour chaque ville le meilleur chemin vers les autres, optimisant ainsi la configuration de son réseau. L'algorithme de Floyd-Warshall permet une vision globale et une prise de décision fiable pour garantir une latence minimale.