CNYT - Lab # 1

Cada elemento/concepto dentro de la computación cuántica va a tener una representación matemática. Esto se debe a que, justamente, la naturaleza cuántica del Universo se estudia a través del lenguaje de las matemáticas (mecánica cuántica).

Serán protagonistas:

* lógica (operaciones booleanas)
* números complejos $(\underbrace{-3}_{\text{real}} + \underbrace{2i}_{\text{imaginaria}})$ partes

$$\text{El número } i = \sqrt{-1}$$
$$\Updownarrow$$
$$i^2 = -1$$

* álgebra lineal: vectores, combinaciones lineales, matrices, etc. (valor/vector propio)
* probabilidades 25,4% de probabilidad

El qubit Es un sistema que puede encontrarse

o en el estado básico cero $|0\rangle$ (ket 0)

o " uno $|1\rangle$ (ket 1)

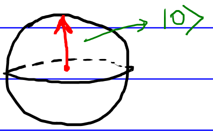
o en cualquier estado $|\psi\rangle$ (ket psi) → vector columna

que sea una superposición → combinación lineal

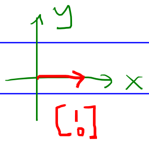
del $|0\rangle$ y el $|1\rangle$

etiqueta

Estado $|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ → tiene un 1 en la posición 0

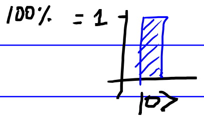


esfera de Bloch



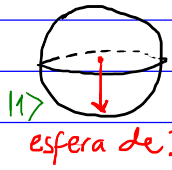
ojo! La repr. en la esfera de Bloch no es la misma repr. geométrica tradicional

Y cuando se mide se obtiene un output o una lectura de: $|0\rangle$ con 100% de prob.



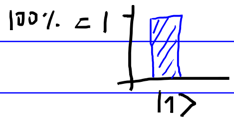
etiqueta

Estado $|1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$



esfera de Bloch

Y cuando se mide se obtiene un output o una lectura de: $|1\rangle$ con 100% de prob.

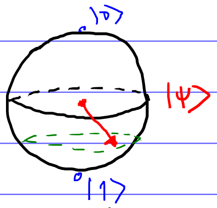


Estado genérico $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$

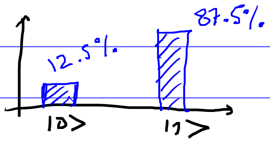
$= \alpha\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} + \beta\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\alpha\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\\beta\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\alpha\\\beta\end{bmatrix}$

Los números α y β pueden ser complejos y deben cumplir: $\underbrace{|\alpha|^2}_{\%} + \underbrace{|\beta|^2}_{\%} = 1 \rightarrow$ 100% (de prob)

Ej: $|\psi\rangle = \underbrace{\left(\frac{1+i}{4}\right)}_{\alpha}|0\rangle + \underbrace{\left(\frac{-\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}\right)}_{\beta}|1\rangle$



Cuando se mide $\boxed{\alpha}$



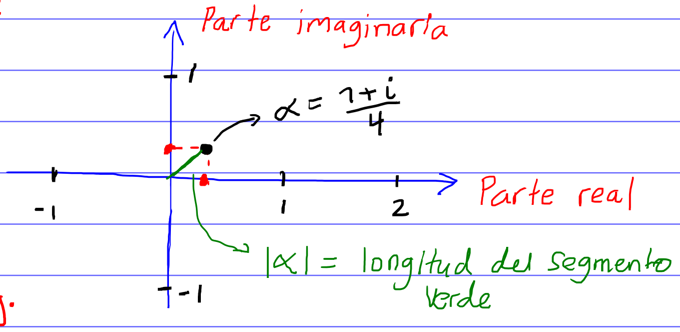
¿Qué es $|\alpha|$?

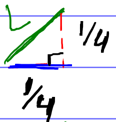
↳ Módulo del complejo α = tamaño

Plano complejo:

1) $\alpha = \frac{1+i}{4}$

$\alpha = \underbrace{\frac{1}{4}}_{\text{P.real}} + \underbrace{\frac{1}{4}}_{\text{P.imag.}}i$





$L = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{2}{16}}$

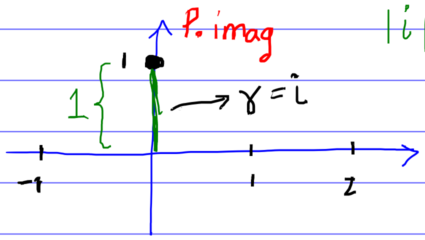
$= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

$|\alpha| = \left|\frac{1+i}{4}\right| = \frac{\sqrt{2}}{4}$

$|i| = 1$

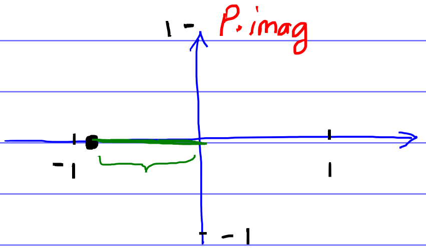
2) $\gamma = i$

$\gamma = \underbrace{0}_{\text{P.real}} + \underbrace{1}_{\text{P.imag.}} \cdot i$



3) $\beta = \frac{-\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$

$\beta = \underbrace{\frac{-\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}}_{\text{P.real}} + \underbrace{0}_{\text{P.img}} \cdot i$



$|\beta| = \left|\frac{-\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}\right| = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$

Módulo de un complejo z

$$z = a + b \cdot i$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Continuando: $|\alpha|^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{2}{16} = \frac{1}{8} = 0{,}125 = 12.5\%$

$|\beta|^2 = \left(\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{7}{4 \cdot 2} = \frac{7}{8} = 0{,}875 = 87.5\%$

100%

Se cumple $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ pues $\frac{1}{8} + \frac{7}{8} = 1$

Esto quiere decir que nuestro $|\psi\rangle$ sí es un estado válido de un qubit.