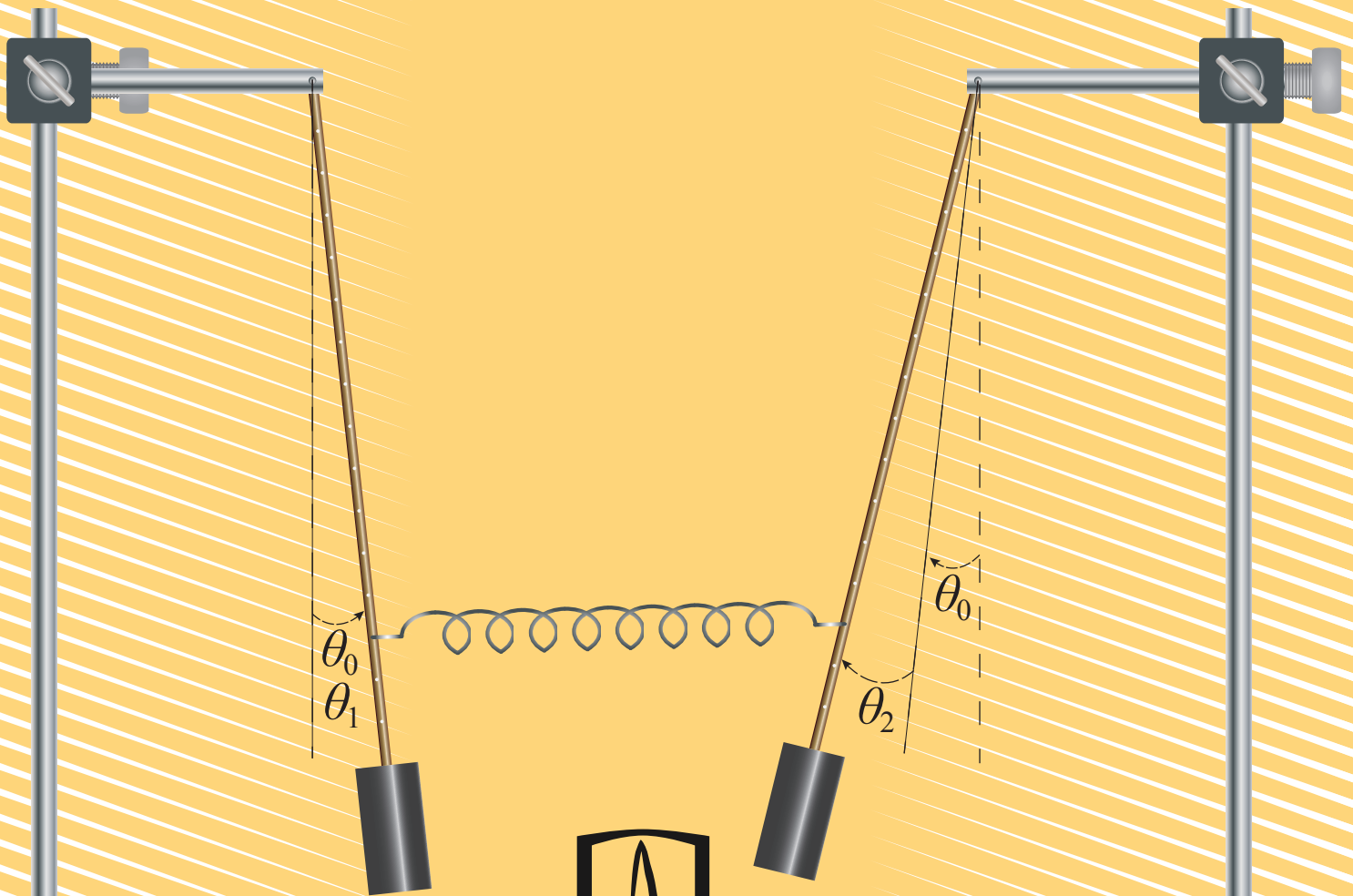


Guía de laboratorio

# Ondas y Fluidos



  
**unianandes**

Departamento de Física

2016

**Ondas y Fluidos**  
*Guía de laboratorio*

Autor e ilustrador:  
Larry Steven Castrillón M.  
Revisión:  
Benjamin Oostra V.



Universidad de los Andes  
Bogotá, Colombia-2016

---

# Índice

---

<b>Introducción</b>	<b>II</b>
<b>1. Oscilaciones libres y amortiguadas en un péndulo físico</b>	<b>1</b>
<b>2. Oscilaciones eléctricas en un circuito RLC</b>	<b>4</b>
<b>3. Resonancia eléctrica en un circuito RLC</b>	<b>7</b>
<b>4. Pendulos físicos acoplados por un resorte</b>	<b>10</b>
<b>5. Resonancia mecánica en péndulos acoplados por una cuerda</b>	<b>13</b>
<b>6. Ondas mecánicas en una cuerda</b>	<b>16</b>
<b>7. Ondas mecánicas de sonido en el aire</b>	<b>19</b>
<b>8. <i>Experimento demostrativo:</i> Ondas mecánicas en la superficie del agua</b>	<b>22</b>
<b>9. Óptica de microondas</b>	<b>27</b>
<b>10. Difracción de la luz láser por dos y varias rendijas</b>	<b>29</b>
<b>11. Principio de Arquímedes</b>	<b>32</b>
<b>12. Dinámica del flujo de agua en un sifón</b>	<b>34</b>
<b>13. Viscosidad del detergente líquido a temperatura ambiente</b>	<b>36</b>

---

# Introducción

---

El Laboratorio de Ondas y Fluidos es un complemento para el curso teórico de Ondas y Fluidos. Al igual que los cursos previos de Laboratorio de Física 1, Física 2 y el curso de Física Moderna, este curso tiene básicamente dos objetivos: desarrollar habilidades experimentales y una mejor comprensión de la física, en particular de las oscilaciones y las ondas. El curso tiene un enfoque experimental y está dividido en 13 prácticas, las cuales están sincronizadas con los temas del curso teórico. Aunque este número de prácticas no representa la totalidad de los temas del curso teórico, es suficiente para estudiar los fenómenos más importantes. Los temas restantes suelen verificarse con algunos experimentos demostrativos realizados durante las clases magistrales. El curso está organizado del siguiente modo: los primeros cinco experimentos tratan sobre oscilaciones mecánicas, eléctricas y sus fenómenos de resonancia, las tres siguientes sobre oscilaciones mecánicas en sistemas continuos; continua con dos experimentos sobre ondas electromagnéticas donde es válida la óptica clásica y finalmente termina con tres experimentos sencillos para estudiar la mecánica básica de los fluidos, tanto estáticos como en movimiento.

Cada práctica está orientada por una guía organizada en seis secciones: objetivos, teoría, equipo, precauciones, procedimiento y análisis. Cada sección debe ser leída por el estudiante antes de comenzar cada práctica en el laboratorio. Si bien toda la guía es importante, se recomienda al estudiante revisar en detalle la sección de teoría para entender los principios físicos de cada experimento, también prestar atención a la información dada en la clase magistral y si es necesario discutir con el profesor acerca de los experimentos. Estar atento a la sección de precauciones porque es muy importante para evitar accidentes, y además conservar la vida útil de los equipos. Por último procure seguir paso a paso las indicaciones de la sección del procedimiento para garantizar un buen proceso de medición, además no olvide desarrollar todas las indicaciones en la sección de análisis y responder las preguntas de comprensión que allí se formulan. Recuerde que un buen experimentador no es aquel que llega al laboratorio mide y se va rápidamente, el laboratorio es un espacio para fomentar el trabajo en equipo, la discusión, el análisis e incluso la duda sobre lo que se midió. También es una oportunidad para equivocarse y en ocasiones volver a empezar, aprender de los errores, y a veces cuantificarlos cuando no es posible repetir el experimento. A medida que avance en este curso sentirá que lo más satisfactorio, además de alcanzar los objetivos propuestos en cada experimento, es comprender un poco más de la física del mundo que nos rodea.

Del mismo modo que los otros cursos de laboratorio de física, algunas habilidades experimentales que se pretende desarrollar en este curso son:

- \* Usar una bitácora
- \* Trabajar con instrumentos mecánicos, eléctricos y ópticos
- \* Diseñar secuencias de mediciones.
- \* Extraer datos de imágenes.
- \* Calcular valores a partir de métodos estadísticos.
- \* Estimar incertidumbres de forma directa e indirecta.
- \* Elaborar informes tipo artículo científico.

Algunas referencias útiles para acompañar este curso son:

- \* J. R. Taylor, **An Introduction to Error Analysis: The study of uncertainties in physical measurements**, 2th edition, University Science Books, 1997.
- \* G. L. Squires, **Practical Physics**, 4th edition, Cambridge University Press, 2001.
- \* D. C. Baird, **Experimentación: Una Introducción a la teoría de mediciones y al diseño de experimentos**, 2 Edición, Prentice-Hall Hispanoamericana, 1991.

✱ Instructions for Using Your Laboratory Notebook, article of Department of Mechanical Engineering of MIT, 2007.

En ellas encontrará información sobre análisis de error e incertidumbres, consejos para elaborar un buen informe de laboratorio y organizar adecuadamente una bitácora.

## EXPERIMENTO 1

# Oscilaciones libres y amortiguadas en un péndulo físico

### Objetivos

- \* Estudiar las oscilaciones libres y amortiguadas en un péndulo físico.
- \* Medir el período y amplitud de las oscilaciones de un péndulo físico cuando el amortiguamiento es grande.
- \* Calcular el valor de la aceleración de la gravedad de Bogotá con un péndulo simple.

### Teoría

El período de las oscilaciones libres de un péndulo físico compuesto por una esfera de radio  $r$  atada a una cuerda liviana de longitud  $l$  es:

$$T = T_0 \sqrt{1 + \frac{2r^2}{5L^2}} \quad (1.1)$$

Donde  $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$  es el período de un péndulo simple de longitud  $L = l + r$ . ¿Qué característica debe tener el péndulo físico para que su período coincida con el período de un péndulo simple?

Si en el movimiento del péndulo se considera el efecto de la fuerza de arrastre o fricción del aire sobre la esfera, el período de oscilación medido  $T_{med}$  aumenta con respecto al período  $T$  cuando no se considera la fricción.

La fuerza de fricción depende de la velocidad del objeto relativa al fluido, el tamaño, la forma y las propiedades dinámicas del fluido. Si el flujo es laminar o turbulento, la fuerza depende lineal y cuadráticamente con la velocidad. Es decir,  $\mathbf{F}_f = -b\mathbf{v} - c v^2 \hat{\mathbf{v}}$ , donde  $b$ ,  $c$  son constantes que dependen del número de Reynolds.

Como resultado de la fuerza de arrastre, la amplitud de las oscilaciones del péndulo  $\theta_0(t)$  decaen con el tiempo. Si la fuerza solo depende linealmente de la velocidad, entonces la amplitud decae exponencialmente con el tiempo.

En cambio, si esta fuerza depende lineal y cuadráticamente de la velocidad, el decaimiento en la amplitud es más complicado y no se puede representar únicamente por una función exponencial decreciente.

Para estudiar experimentalmente el sistema del péndulo físico se han ignorado efectos como la fricción sobre el eje del péndulo, la fricción sobre la cuerda, la masa de la cuerda y la fuerza de empuje del aire sobre el péndulo. Todos ellos se pueden cuantificar como pequeñas correcciones al período real del péndulo con respecto al período ideal. Si se tomaran todos los efectos mencionados, el péndulo no resultaría ser tan sencillo como aparenta, porque mostraría mucha más física de la que hay en un péndulo simple.

### Equipo

- \* Cuerda de 1,7m, esfera de bronce, esfera de icopor y transportador.
- \* Cronómetro, flexómetro, regla, calibrador, cinta de enmascarar.

### Precauciones

- \* Recuerde que la longitud del péndulo físico se mide desde el eje donde se fija la cuerda hasta el centro de masa de la esfera. Para variar su longitud enrolle la cuerda en la barra con la ayuda de sus dedos. Una vez consiga la longitud deseada, asegure la cuerda con un trozo de cinta.
- \* Recuerde que la amplitud angular de las oscilaciones no debe superar los  $10^\circ$ . Cada vez que ponga a oscilar el péndulo, verifique con el transportador que la amplitud sea siempre la misma.

## Procedimiento

1. Use la esfera de bronce para armar un péndulo con una longitud máxima de 1,70 m. Mida tres veces el período ( $T_{med}$ ) de 6 oscilaciones por cada cambio de longitud y obtenga un período promedio por oscilación. Varíe la longitud cada 10 cm desde su valor máximo hasta alcanzar 8 longitudes diferentes.
2. Use la esfera de icopor para armar un péndulo con la misma longitud máxima que el primero. Mida tres veces el período ( $T_{med}$ ) de 20 oscilaciones por cada cambio de longitud y obtenga un período promedio por oscilación. La longitud se varía igual que en el primer caso hasta registrar 8 medidas. Recuerde seguir con el transportador la medida de la amplitud angular máxima del péndulo después del primero, segundo, tercer, etc., período de oscilación. ¿Qué sucede con la amplitud de las oscilaciones en comparación con las del primer caso?.
3. Mida el diámetro de ambas esferas.

## Análisis

- ✱ Usando los datos del procedimiento 1 calcule para cada cambio de longitud, la corrección  $\Delta T = T_{med} - T_0$  sobre el período medido con respecto al período ideal. ¿Los valores obtenidos para la corrección permiten asegurar que el período del péndulo físico de bronce corresponde al de un péndulo simple con igual longitud?.

De las mediciones obtenidas en el procedimiento 1, haga una regresión estadística de los datos del período por oscilación vs longitud para determinar el valor y la incertidumbre de la aceleración de la gravedad en Bogotá<sup>1</sup>. Tome el modelo del péndulo simple para ajustar sus resultados.

Consulte el modelo matemático que se usa para encontrar la aceleración de la gravedad en función de la latitud; use este modelo para calcular el caso particular de Bogotá y verifique la exactitud de su resultado experimental. Mencione las principales fuentes de error que afectan su medición.

- ✱ Usando los datos del procedimiento 2, calcule la corrección en el período  $\Delta T = T_{med} - T$  (o  $\% \Delta T = \frac{T_{med} - T}{T}$ ) para cada cambio de longitud. Note que  $T_{med}$  será su período real medido, mientras que  $T$  será el período ideal dado por la ecuación 1.1.

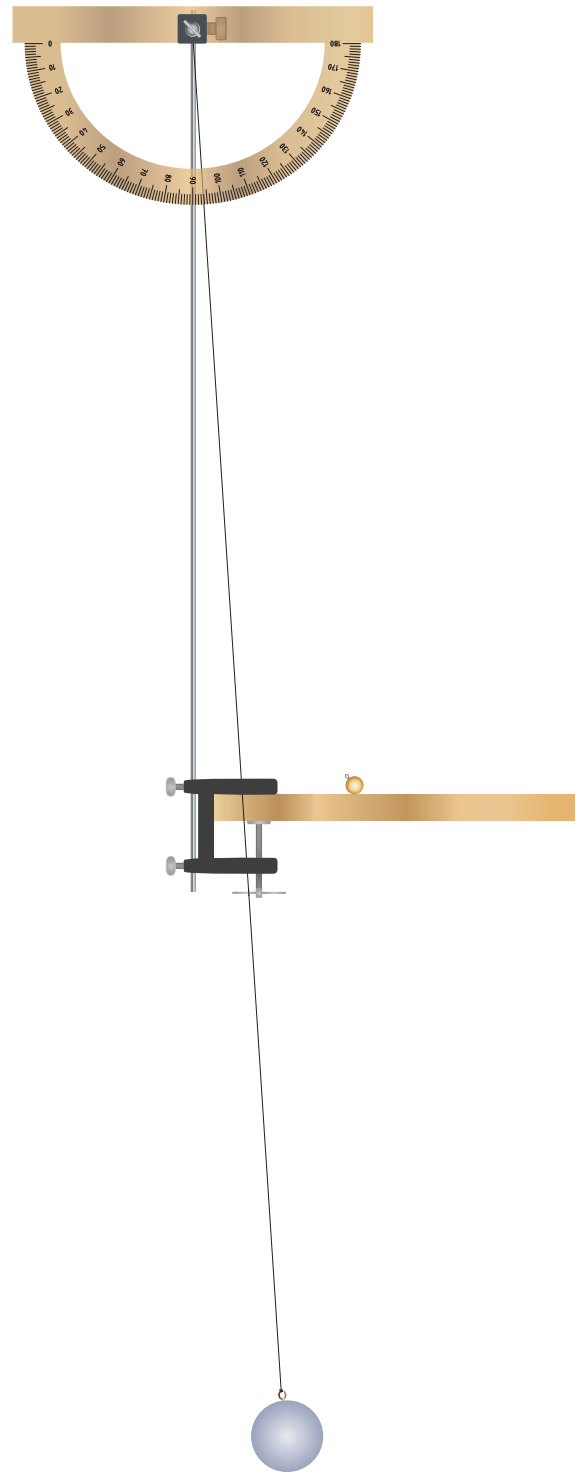


Figura 1.1

<sup>1</sup> Aceleración de la gravedad para Bogotá:  $9.76854 \frac{m}{s^2}$ . Fuente: [WolframAlpha](#)

Compare para una longitud las correcciones sobre el período del péndulo de icopor y bronce<sup>2</sup>. ¿El resultado de comparar las correcciones de período de ambos péndulos, será suficiente para ver el efecto de la fuerza de fricción sobre el sistema?

- ✱ Gráfique la amplitud angular máxima del péndulo de icopor en función del tiempo  $t = nT_{med}$  con  $n = 1^a, 2^a, 3^a$ , etc., oscilación. Describa cualitativamente si el decaimiento en la amplitud corresponde a una función exponencial decreciente o si decae de otra forma.

¿Es relevante el efecto de la fuerza de fricción del aire sobre el péndulo físico de icopor?

---

<sup>2</sup>En este caso, la corrección para el péndulo de bronce sería  $\Delta T = T_{med} - T$ . Donde  $T$  está dado por 1.1. Para hacer la comparación permita que el péndulo de bronce realice 20 oscilaciones con una longitud que sea igual entre ambos péndulos.



## EXPERIMENTO 2

# Oscilaciones eléctricas en un circuito RLC

### Objetivos

- \* Estudiar las oscilaciones eléctricas amortiguadas en un circuito RLC serie.
- \* Medir el valor de la frecuencia angular de las oscilaciones para diferentes valores de inductancia y resistencia.
- \* Verificar los tres casos típicos de amortiguamiento: subamortiguado, sobreamortiguado y críticamente amortiguado.

### Teoría

Un circuito RLC está formado por un capacitor  $C$ , una resistencia  $R$  y una inductancia  $L$  conectadas en serie (paralelo o mixto) a una fuente de voltaje o corriente continua (o alterna)<sup>1</sup>. Este circuito funciona como un oscilador, porque su energía electromagnética  $U_{em}$  se intercambia periódicamente entre el capacitor y la inductancia. Mientras ocurre este proceso, la resistencia disminuye gradualmente la energía que queda en el circuito.

La energía electromagnética es el resultado de sumar: la energía eléctrica del campo eléctrico en el capacitor  $\left(\frac{Q^2}{2C}\right)$ , con la energía magnética del campo magnético en la inductancia  $\left(\frac{LI^2}{2}\right)$ .

Lo que oscila en el circuito, no es más que la carga eléctrica  $Q$  almacenada en las placas del capacitor. El flujo de esta carga produce una corriente eléctrica  $I = -\frac{dQ}{dt}$ , la cual decae periódicamente con el tiempo debido a la resistencia eléctrica. Si el circuito no se alimenta por una fuente que cargue periódicamente el capacitor, la potencia por unidad de tiempo absorbida por el circuito, es igual a la potencia por unidad de tiempo disipada en la resistencia. Esto

<sup>1</sup>Como veremos en el Experimento 4, existen circuitos RLC conectados a fuentes de corriente alterna configurados en serie, paralelo o mixto. En estos casos el circuito puede presentar resonancia o antiresonancia eléctrica.

es:

$$\begin{aligned} P_{abs} &= P_{dis} \\ \frac{dU_{em}}{dt} &= -RI^2 \\ \frac{Q}{C} + L\frac{d^2Q}{dt^2} &= -R\frac{dQ}{dt} \end{aligned} \quad (2.1)$$

El resultado anterior permite derivar la ecuación diferencial que gobierna las oscilaciones eléctricas amortiguadas:

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{LC} = 0 \quad (2.2)$$

Donde  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$  es la frecuencia natural del oscilador sin amortiguamiento.

La solución general de la ecuación (2.2) está definida por la función:

$$Q(t) = Q_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \cos(\omega t + \phi) \quad (2.3)$$

Donde  $Q_0$ ,  $\phi$ ,  $\frac{R}{2L}$ ,  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{R^2}{4L^2}}$  son: la carga inicial, la fase inicial, la constante de decaimiento y la frecuencia angular.

En la mayoría de los casos; en lugar de medir la carga, se mide el voltaje entre las placas del capacitor. Su valor en función del tiempo se define por:  $V(t) = V_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \cos(\omega t + \phi)$ , donde  $V_0 = CQ_0$  es el voltaje inicial.

Las oscilaciones del circuito RLC se pueden clasificar según el decaimiento en su amplitud: Si  $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ , la oscilación está *subamortiguada*. Si  $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ , la oscilación está *sobreamortiguada*, y si  $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ , la oscilación está *críticamente amortiguada*.

### Equipo

- \* Resistencia variable o potenciómetro de 10KΩ, capacitor de 51pF, inductancia de 2mH y 9mH, oscilos-

copio digital Tektronix TDS210, generador de señales CFG253, multímetro, sondas BNC y cables de conexión.

✱ Manuales de usuario del osciloscopio y el generador.

## Precauciones

✱ Cuando conecte un elemento de circuito con una de las sondas que salen de un canal del osciloscopio, procure respetar la polaridad. Es decir: si uno de los bornes del elemento de circuito está en la línea de tierra del generador de señales (caiman negro), entonces se debe conectar en ese borne la línea de tierra del osciloscopio (caiman negro). Las otras líneas de voltaje (caimanes rojos) también deben coincidir.

## Preparación

**Procure seguir paso a paso esta preparación para realizar correctamente las medidas experimentales en el osciloscopio digital y el generador de señales.**

Un osciloscopio es un instrumento de medida electrónico que muestra señales gráficamente en una pantalla, usualmente como un voltaje en función del tiempo. Por lo general, el voltaje se representa en el eje vertical (o eje Y), mientras que el tiempo en el eje horizontal (o eje X). El osciloscopio se usa para medir señales eléctricas (ondas) en respuesta a estímulos físicos, tales como: sonido, esfuerzo mecánico, presión, luz o calor. Por ejemplo, un ingeniero puede usar un osciloscopio para medir la señal de voltaje en la salida de un transformador eléctrico de corriente alterna, mientras que un médico puede usarlo para medir las ondas que proviene de los latidos del corazón o aquellas que se producen en el cerebro.

Los osciloscopios son usados para aplicaciones de medición tales como: observar la forma de onda de una señal, medir la amplitud de una señal, medir la frecuencia de una señal, medir el tiempo entre dos eventos, observar si la señal es de corriente directa o de corriente alterna, observar el ruido de una señal. Este aparato contiene varios controles que permiten el análisis de formas de onda mostradas sobre una rejilla gráfica llamada retícula. La retícula se divide en divisiones a lo largo de los ejes horizontal y vertical. Estas divisiones facilitan la medición de parámetros claves acerca de la forma de onda. En el caso del osciloscopio TDS210, existen 4 divisiones verticales y 5 horizontales mostradas en la pantalla.

Un osciloscopio digital típico adquiere una forma de onda mediante el acondicionamiento de la señal de entrada

en el amplificador analógico, el muestreo de la señal de entrada analógica, la conversión de las muestras a una representación digital mediante un convertidor analógico a digital, el almacenamiento en memoria de los datos digitales muestreados y por último, la reconstrucción de la forma de onda para su visualización en pantalla.

Los siguientes pasos indican rápidamente como crear una señal de onda cuadrada mediante un generador de señales conectado al osciloscopio.

Encienda el generador de señales y seleccione la señal de onda cuadrada en los botones **FUNCTION**, ubique las salidas **OUTPUT-BNC** y conecte una de las sondas a **MAIN**. Ajuste el voltaje de salida con la perilla **AMPLITUDE** y la frecuencia con la perilla **FREQUENCY**, el rango lo puede elegir con alguno de los botones de **RANGE (Hz)**.

Encienda el osciloscopio y espere hasta que la pantalla indique que ya se han realizado las autopuebas.

Coloque otra de las sondas BNC a uno de los canales **CH1(2)** y conecte esta sonda a la que sale del generador de señales. Oprima el botón **AUTOSET** y observe la señal cuadrada que aparece en la pantalla del osciloscopio. Una vez tenga la señal siga los siguientes pasos:

1. En el control **VERTICAL** oprima el botón **MENU** para desplegar el menú de opciones del canal **CH1(2)**. Al lado derecho de la pantalla hay cinco botones, cada uno tiene una línea para indicar que opción elegir en el menú. Use estos botones para ajustar los siguientes parámetros: **Acoplamiento:CC**, **Limitar Ancho Banda:NO**, **Ganacia Variable:FINA**, **Sonda:1X**, **Invertir:NO**.
2. Oprima el botón **CURSOR** para activar los cursores y además desplegar su menú de opciones. En el menú seleccione los siguientes parámetros: **Tipo:Tensión**, **Fuente:CH1(2)**. En este caso se activan los cursores horizontales para medir tensión o voltaje sobre la escala vertical, pero si selecciona **Tipo:Tiempo** se activarán los cursores verticales para medir el tiempo sobre la escala horizontal.
3. El control **VERTICAL** además de tener las perillas **VOL/DIV** para seleccionar el factor de escala, tiene las perillas **POSITION** para ajustar la posición horizontal de todos los canales y las formas de onda que aparecen en la pantalla. Si los cursores están activados y el menú del **CURSOR** está visible, estas perillas sirven para mover los dos cursores. En el control **HORIZONTAL**, la perilla **POSITION** ajusta la posición horizontal de todos los canales y sus formas de onda. La resolución de este control variará según sea la base de tiempo. La perilla **SEC/DIV**

selecciona el factor de escala de la base de tiempo principal.

Use las perillas del control vertical y horizontal para seleccionar las escalas y posición de la señal cuadrada, de tal forma que pueda observar un período completo de la señal en la pantalla.

- Oprima el botón **MEASURE** para seleccionar alguna de las medidas automáticas sobre los canales **CHI(2)**. Hay disponible cinco medidas, además de la posibilidad de mostrar hasta cuatro al mismo tiempo. Puede elegir la opción **Fuente** o **Tipo** para desplegar el menú de cada una. En el menú **Fuente** puede seleccionar el canal **CHI(2)** en el que desea realizar la medida. En el menú **Tipo** puede seleccionar el tipo de medida a realizar (Frecuencia, Período,  $V_{medio}$ ,  $V_{pico-pico}$ ,  $V_{rms-ciclo}$ , y Ninguna). Elija **Tipo: Frecuencia, Período,  $V_{pp}$ ,  $V_{rms}$** .

Note que debajo de cada tipo de medida se muestra el resultado numérico obtenido por el osciloscopio. Verifique que el valor de la frecuencia de la señal cuadrada en el generador coincida con el valor medido por el osciloscopio.

amortiguada y mida su período, y frecuencia. Repita esto para otros máximos y calcule un promedio.

- Active los cursores en el modo tensión o voltaje y mida la amplitud después de cada período. Registre al menos 15 valores de voltaje en función del tiempo, incluyendo el voltaje inicial  $V(t=0) = V_0$ .
- Cambie la inductancia por una de 2mH. ¿Qué parámetros cambian y qué efecto produce sobre las oscilaciones eléctricas del circuito?.

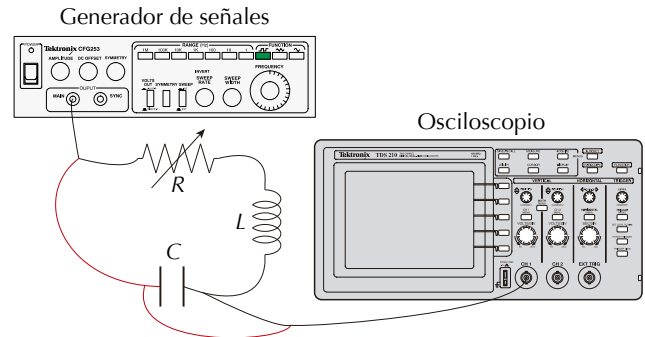


Figura 2.1

## Procedimiento

- Conecte el potenciómetro (10K $\Omega$ ), la inductancia (9mH) y el capacitor (51pF) como se indica en el circuito de la Figura. Por ahora no conecte el generador y tampoco el osciloscopio, pero si, conecte el multímetro entre el potenciómetro y la inductancia. Ajuste su escala para medir resistencia y mida el valor mínimo y máximo al variar el potenciómetro. Este procedimiento será la forma correcta de medir la resistencia del circuito incluidos los cables de conexión.
- Conecte el generador de señales al circuito usando la sonda, seleccione para la señal cuadrada una amplitud de 10V y una frecuencia en un rango de 10KHz. Conecte el osciloscopio al capacitor usando la sonda (procure respetar la polaridad) y observe la señal que aparece en la pantalla. Con las perillas **VOL/DIV** y **SEC/DIV** ajuste las escalas de voltaje y tiempo hasta que en la pantalla se aprecie el decaimiento de las oscilaciones de voltaje en el capacitor. Podría ser necesario usar las perillas **POSITION** para ajustar la imagen de la señal en el centro de la pantalla.
- Varíe el potenciómetro y verifique los tres casos típicos de amortiguamiento. Escoja y mida un solo valor para la resistencia. Luego active los dos cursores en el modo tiempo, pongalos entre dos máximos de la señal

## Análisis

- Compare los resultados experimentales de frecuencia y período obtenidos en el procedimiento 3, con los resultados teóricos obtenidos de  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{R^2}{4L^2}}$  y  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ . Calcule la discrepancia porcentual de su resultado. ¿Es correcto el modelo teórico que describe el amortiguamiento de las oscilaciones eléctricas?.
- Use una regresión para ajustar los datos registrados en el procedimiento 4, a la función exponencial decreciente  $V_0 e^{-\frac{R}{2L}t}$ . Calcule el valor de la constante de decaimiento y su incertidumbre. Compare su resultado experimental con el valor teórico y comente acerca del nivel de exactitud alcanzado.

## EXPERIMENTO 3

# Resonancia eléctrica en un circuito RLC

### Objetivos

- \* Estudiar la resonancia eléctrica en un circuito RLC serie alimentado por una fuente de voltaje alterna.
- \* Identificar la resonancia eléctrica a través de la curva de amplitud de voltaje en la resistencia vs frecuencia de oscilación de la fuente.
- \* Calcular el ancho de la curva de resonancia y el factor de calidad del circuito.

### Teoría

Si el circuito RLC en serie es forzado por una fuente de voltaje o corriente alterna  $\varepsilon(t) = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t)$ , las oscilaciones eléctricas de voltaje y corriente son estacionarias. Esto significa que las oscilaciones no están amortiguadas por la resistencia eléctrica y por lo tanto no cambian su amplitud con el tiempo. La energía disipada por la resistencia es nuevamente suministrada por la fuente alterna para compensar la pérdida de energía. Dichas pérdidas disminuyen el valor máximo de la potencia media que el circuito puede absorber de la fuente. La potencia media alcanzará su valor máximo cuando la frecuencia ( $\omega$ ) de la fuente sea igual a la frecuencia natural del circuito ( $\omega_0$ ). Mientras se cumpla esta condición, el circuito RLC alcanzará la *resonancia eléctrica*.

Por conservación, el cambio de la energía electromagnética con respecto al tiempo es igual a la energía por unidad de tiempo disipada en la resistencia, más, la potencia suministrada por la fuente alterna. Esto es:

$$\frac{dU_{em}}{dt} = -I^2 R + I\varepsilon(t) \quad (3.1)$$

Si la energía electromagnética del circuito es  $U_{em} = \frac{Q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2}$  y la corriente es  $I = -\frac{dQ}{dt}$ , entonces de la ecuación 4.1 se obtiene la siguiente ecuación diferencial para las oscilaciones eléctricas.

$$L \frac{dI}{dt} - \frac{Q}{C} + RI = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t) \quad (3.2)$$

Si se expresa la ecuación anterior solamente por las oscilaciones de corriente, entonces se reescribe como:

$$\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dI}{dt} + \frac{I}{LC} = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t) \quad (3.3)$$

Cuya solución general es la función periódica:

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \cos(\omega t + \phi) \quad (3.4)$$

Donde  $\phi$  es la diferencia de fase respecto a la fuente alterna; esta definida por:

$$\phi = \arctan\left(\frac{1}{R\omega C} - \frac{\omega L}{R}\right) \quad (3.5)$$

Notar que en resonancia  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$ , la corriente es máxima ( $\frac{\mathcal{E}_0}{R} \cos(\omega_0 t)$ ) y además está en fase con la fuente alterna ( $\phi = 0$ ).

El ancho de la curva de corriente define las frecuencias ( $\omega_{\pm} = \omega_0 \pm \Delta\omega$ ) en las cuales el circuito puede absorber más del 50 % ( $\frac{P(\omega_0)}{2}$ ) de la potencia media máxima suministrada por la fuente. Esta banda de frecuencias se calcula con la ecuación:

$$2\Delta\omega = \frac{R}{L} \quad (3.6)$$

En la banda, la corriente en el circuito supera el 70 % ( $\frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}R}$ ) de su valor máximo. A partir de este resultado, se define el factor de calidad  $Q$  del circuito por la ecuación:

$$Q = \frac{\omega_0}{2\Delta\omega} = \frac{\omega_0 L}{R} \quad (3.7)$$

Este factor es una medida de la cantidad de energía almacenada por el circuito frente a la potencia promedio disipada. En pocas palabras, es una medida de la eficiencia del oscilador para almacenar energía electromagnética.

Un receptor de radio utiliza un circuito RLC de  $Q$  muy grande para sintonizar una determinada frecuencia y descartar otras.

## Equipo

- \* Resistencia variable o potenciómetro de  $10K\Omega$ , capacitor de  $1nF$  o algún valor similar, inductancia de  $2mH$ , osciloscopio digital Tektronix TDS210, generador de señales CFG253, multímetro, sondas BNC y cables de conexión.
- \* Manuales de usuario del osciloscopio y el generador

## Precauciones

- \* Cuando conecte un elemento de circuito con una de las sondas que salen de un canal del osciloscopio, procure respetar la polaridad. Es decir: si uno de los bornes del elemento de circuito está en la línea de tierra del generador de señales (caiman negro), entonces se debe conectar en ese borne la línea de tierra del osciloscopio (caiman negro). Las otras líneas de voltaje (caimanes rojos) también deben coincidir.

## Procedimiento

1. Conecte el potenciómetro ( $10K\Omega$ ), la inductancia ( $2mH$ ), el capacitor ( $1nF$ ) y el generador de señales como se indica en el circuito de la Figura. En el generador seleccione la señal senoide y con la perilla **AMPLITUDE** ajuste la amplitud de voltaje a unos 10 Voltios. Use la perilla **FREQUENCY** para ajustar la frecuencia en un rango de  $10KHz$ .

Conecte las sondas a los canales **CH1** y **CH2** del osciloscopio. La primera sonda que sale del canal **CH1** conectela en paralelo con la resistencia, la segunda sonda que sale del canal **CH2** conectela en paralelo con el capacitor. Tenga en cuenta la sección de **Precauciones** para realizar estas conexiones.

Encienda el osciloscopio, presione **AUTOSET** y observe las señales sinusoides en la pantalla del osciloscopio.

Presione los botones **MENU-CH1**, **MENU-CH2** y en el menú de los canales ajuste los siguientes parámetros: **Acoplamiento:CA**, **Limitar Ancho Banda:NO**, **Ganancia Variable:FINA**, **Sonda:1X**, **Invertir:NO**.

Recuerde que si quiere ver únicamente la señal del canal **CH1** (**CH2**), debe presionar el botón **MENU-CH2** (**MENU-CH1**).

2. Una vez tenga las señales en la pantalla del osciloscopio, use las perillas **POSITION** de ambos canales

para desplazar las señales hasta el cero del eje vertical de la pantalla (al lado izquierdo de la señal aparece una flecha que indica el cero de la señal, usela para desplazar la señal hasta el cero del eje vertical).

Para mejorar la visualización de la señal, puede ajustar la escala vertical de voltaje en cada canal con las perillas **VOL/DIV**. También puede ser necesario ajustar la escala horizontal de tiempo con la perilla **SEC/DIV**. ¿Cómo es la señal de voltaje en la resistencia con respecto a la señal de voltaje en el capacitor?

3. Oprima el botón **MEASURE** para seleccionar alguna de las medidas automáticas sobre los canales **CH1** o **CH2**. Hay disponible cinco medidas, además de la posibilidad de mostrar hasta cuatro al mismo tiempo. Puede elegir la opción **Fuente** o **Tipo** para desplegar el menú de cada una. En el menú **Fuente** puede seleccionar el canal **CH1** o **CH2** en el cual desee realizar la medida. En el menú **Tipo** puede seleccionar el tipo de medida a realizar (Frecuencia, Período,  $V_{medio}$ ,  $V_{pp}$ ,  $V_{rms}$ , Ninguna). En su caso elija **Tipo: Frecuencia, Período,  $V_{pp}$ ,  $V_{rms}$**  y en **Fuente** elija el canal **CH1** para medir sobre la resistencia o **CH2** para medir sobre el capacitor.

4. Varíe la frecuencia en el generador de señales y observe lo que sucede con la amplitud de las señales de voltaje. En esta fase puede ser necesario usar las perillas **VOL/DIV** y **SEC/DIV** para hacer visible las señales.

Active solo la señal del canal **CH1** y varíe la frecuencia hasta que encuentre el valor máximo de voltaje. Para facilitar la búsqueda de este valor presione el botón **MEASURE** y fíjese en la medida de Frecuencia,  $V_{pp}$  y  $V_{rms}$ , mientras ajusta la frecuencia verifique el valor máximo de estos voltajes. El valor de frecuencia encontrado será la frecuencia de resonancia del circuito, es decir,  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ . Varíe la resistencia y observe lo que ocurre con el máximo de voltaje.

Escoja y mida un valor fijo de resistencia. Registre 8 valores de voltaje vs frecuencia por debajo de la resonancia y 8 por encima de la resonancia. De tal forma que pase por los valores  $\frac{V_{pp,maximo}}{\sqrt{2}}$ , antes (con  $\omega_-$ ) y después (con  $\omega_+$ ) de la resonancia.

Recuerde medir con el multímetro la resistencia del circuito aplicando el mismo método del experimento 3.

Los cursores del osciloscopio también pueden ser usados para medir voltaje y frecuencia sobre la señal, también son muy útiles para medir la diferencia de fase entre la señal de voltaje en la resistencia y el capacitor. Si desea realizar esta medida, active de nuevo los

dos canales y los cursores en modo tiempo, con ellos mida la diferencia de fase con el circuito en resonancia. ¿Cuál es la diferencia de fase esperada del modelo teórico?. ¿Coincide con su medición?.

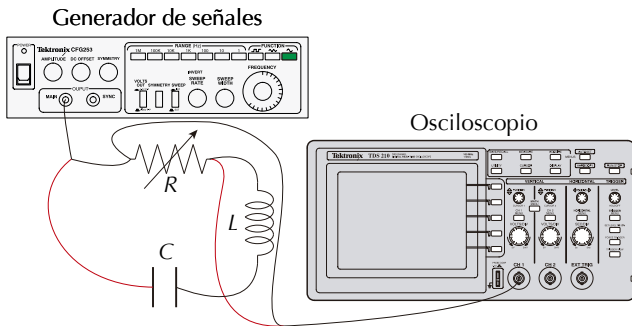


Figura 3.1

## Análisis

- ✱ Calcule el valor para la frecuencia de resonancia usando los valores nominales del circuito y compárelo con el valor encontrado en el procedimiento 4.
- ✱ Use los datos del procedimiento 4 para obtener la curva de amplitud de voltaje en la resistencia vs frecuencia de la señal senoide del generador.

Si la amplitud de corriente en el circuito es:

$$I_0(\omega) = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

¿Cuál es la amplitud de voltaje  $V_0(\omega)$  en la resistencia?. Compare la función  $V_0(\omega)$  con el gráfico obtenido de sus mediciones experimentales.

Cuando varió la resistencia estando todavía en resonancia, observó un cambio en la amplitud de la señal de voltaje. ¿Tiene sentido este comportamiento según la función  $V_0(\omega_0)$ ?

- ✱ Calcule el ancho de banda  $2\Delta\omega$  del circuito usando los valores nominales de resistencia e inductancia.

En el procedimiento 4 usted debió incluir los datos  $(\omega_{\pm}, \frac{V_{pp,maximo}}{\sqrt{2}})$ . Con ellos estime el ancho de banda de la curva de amplitud de voltaje. Compare este valor con el obtenido a partir de los valores nominales. ¿Es exacto su resultado?.

Por último, calcule el factor de calidad  $Q$  del circuito RLC.



## EXPERIMENTO 4

# Pendulos físicos acoplados por un resorte

### Objetivos

- \* Estudiar las oscilaciones mecánicas en dos péndulos físicos acoplados por un resorte.
- \* Medir el período de oscilación de los modos normales cuando se cambia la posición del resorte, mientras se mantienen los péndulos en posición vertical.
- \* Medir el período de oscilación de los modos normales cuando en el estado de equilibrio: el resorte está estirado y los péndulos inclinados un ángulo  $\theta_0 \neq 0$ .
- \* Medir el período de las pulsaciones del sistema acoplado y estudiar su comportamiento con la variación de la posición del resorte y el ángulo de equilibrio  $\theta_0$ .

### Teoría

Dos péndulos físicos intercambian energía mecánica a través de un resorte conectado entre ellos. El resorte puede estar estirado o en su estado natural. Si está en su estado natural, la posición de equilibrio de los péndulos permanece vertical, pero si está estirado, la posición de equilibrio es oblicua y tendrá un ángulo de equilibrio con respecto a la vertical. En ambos casos, si los péndulos se sacan de su estado de equilibrio desplazándolos ángulos pequeños, la fuerza elástica permite el movimiento y la interacción entre ellos. Las oscilaciones mecánicas que resultan de la interacción se clasifican por *modos normales*, los cuales dependen de la condición inicial usada para sacar el sistema del equilibrio.

Los pendulos acoplados presentan dos modos normales de oscilación: en el primero, los pendulos oscilan en fase con una frecuencia  $\omega_+$  y en el segundo, oscilan en fase opuesta con una frecuencia  $\omega_-$  (ver Figura 4.1).

A pesar de que los modos son independientes, se pueden combinar para formar un movimiento llamado *pulsación*, en el cual se observa el intercambio y la conservación de la energía del sistema.

En los diagramas de la Figura 4.1 se muestran las coordenadas angulares  $(\theta_1, \theta_2)$  que describen el movimiento de

cada péndulo en algún modo. En la figura también se ven las condiciones iniciales para establecer cada modo de oscilación.

Las ecuaciones de movimiento de los péndulos acoplados son:

$$\begin{aligned}\frac{d^2\theta_1}{dt^2} &= -\frac{l_{cm}mg}{I \cos \theta_0} \theta_1 - \frac{k_c l^2}{I} [(\theta_1 + \theta_2) \cos^2 \theta_0 + (\theta_1 - \theta_2) \sin^2 \theta_0] \\ \frac{d^2\theta_2}{dt^2} &= -\frac{l_{cm}mg}{I \cos \theta_0} \theta_2 - \frac{k_c l^2}{I} [(\theta_2 + \theta_1) \cos^2 \theta_0 + (\theta_2 - \theta_1) \sin^2 \theta_0]\end{aligned}\quad (4.1)$$

Donde  $m$  es la masa de los péndulos,  $l_{cm}$  la longitud entre el pivote y el centro de masa de cada péndulo,  $l$  es la distancia entre el pivote y el punto donde el resorte se fija a la barra,  $I$  el momento de inercia de cada péndulo,  $k_c$  la constante elástica del resorte y  $\theta_0$  el ángulo de equilibrio.

Los modos normales se describen por las coordenadas normales  $\Theta = (\theta_1 - \theta_2)$  y  $\Phi = (\theta_1 + \theta_2)$ <sup>1</sup>. En el primer modo  $\theta_1 - \theta_2 = 0$  y la ecuación de movimiento es:

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} = -\left(\frac{l_{cm}mg}{I \cos \theta_0} + \frac{2k_c l^2}{I} \cos^2 \theta_0\right) \Phi \quad (4.2)$$

mientras que en el segundo modo  $\theta_1 + \theta_2 = 0$  y la ecuación de movimiento es:

$$\frac{d^2\Theta}{dt^2} = -\left(\frac{l_{cm}mg}{I \cos \theta_0} + \frac{2k_c l^2}{I} \sin^2 \theta_0\right) \Theta \quad (4.3)$$

Estas ecuaciones representan oscilaciones armónicas de los dos modos normales con frecuencias:

$$\omega_+ = \sqrt{\frac{l_{cm}mg}{I \cos \theta_0} + \frac{2k_c l^2}{I} \cos^2 \theta_0}, \text{ en fase} \quad (4.4)$$

y

$$\omega_- = \sqrt{\frac{l_{cm}mg}{I \cos \theta_0} + \frac{2k_c l^2}{I} \sin^2 \theta_0}, \text{ en fase opuesta} \quad (4.5)$$

¿Cuál es el valor de las frecuencias  $\omega_+, \omega_-$  cuando el estado de equilibrio corresponde a los péndulos en posición vertical?. ¿Cómo son las frecuencias de los modos

<sup>1</sup>Recuerde que la coordenada normal  $\Phi$  resulta de sumar las ecuaciones 4.1, mientras que  $\Theta$  de restarlas. Estas coordenadas desacoplan el sistema de ecuaciones diferenciales.

normales cuando el ángulo de equilibrio es  $\theta_0 = 0^\circ$  y  $\theta_0 = 45^\circ$ .

Finalmente, se consigue la pulsación por desplazar un pequeño ángulo alguno de los péndulos, mientras el otro se deja quieto. Esto corresponde a la condición inicial:  $\theta_1(t=0) = \theta_0$  y  $\theta_2(t=0) \neq \theta_0$  o viceversa.

El resultado de aplicar esta condición es una oscilación armónica de frecuencia  $\bar{\omega} = \frac{\omega_+ + \omega_-}{2}$ , modulada por una amplitud que cambia periódicamente con el tiempo a una frecuencia  $\Delta = \frac{\omega_+ - \omega_-}{2}$ . La amplitud de un péndulo será máxima cuando en el otro sea mínima o cero.

Durante un período de modulación  $T = \frac{2\pi}{\Delta}$ , los péndulos han intercambiado toda su energía cuatro veces. Es decir, que en tres ocasiones uno de los péndulos pasa por su amplitud máxima, mientras el otro permanece quieto en esos tres momentos. La energía total del sistema acoplado se conserva, mientras no exista fuerza de fricción.

El período de una pulsación de los péndulos se define como el tiempo transcurrido entre dos máximos de amplitud o dos ceros de amplitud. Este período está dado por la ecuación:

$$T_{\text{pulsación}} = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\Delta} \quad (4.6)$$

## Equipo

- \* Soportes universales, péndulos físicos y resorte para acoplar.
- \* Calibrador, flexómetro, cronómetro, transportador y balanza electrónica

## Precauciones

- \* Una vez montados los péndulos en los soportes, ajústelos para que estén bien alineados a la misma altura y en el mismo plano de oscilación. Si es necesario use una regla para garantizar un buen ajuste antes de medir.
- \* **Trate con cuidado los péndulos y no los deje caer. Tampoco estire o deforme excesivamente el resorte.**

## Procedimiento

1. Ajuste uno de los péndulos a un soporte. Luego desplácelo un ángulo  $< 8^\circ$  y registre el período de 4 oscilaciones. Repite esta medida 3 veces y determine el

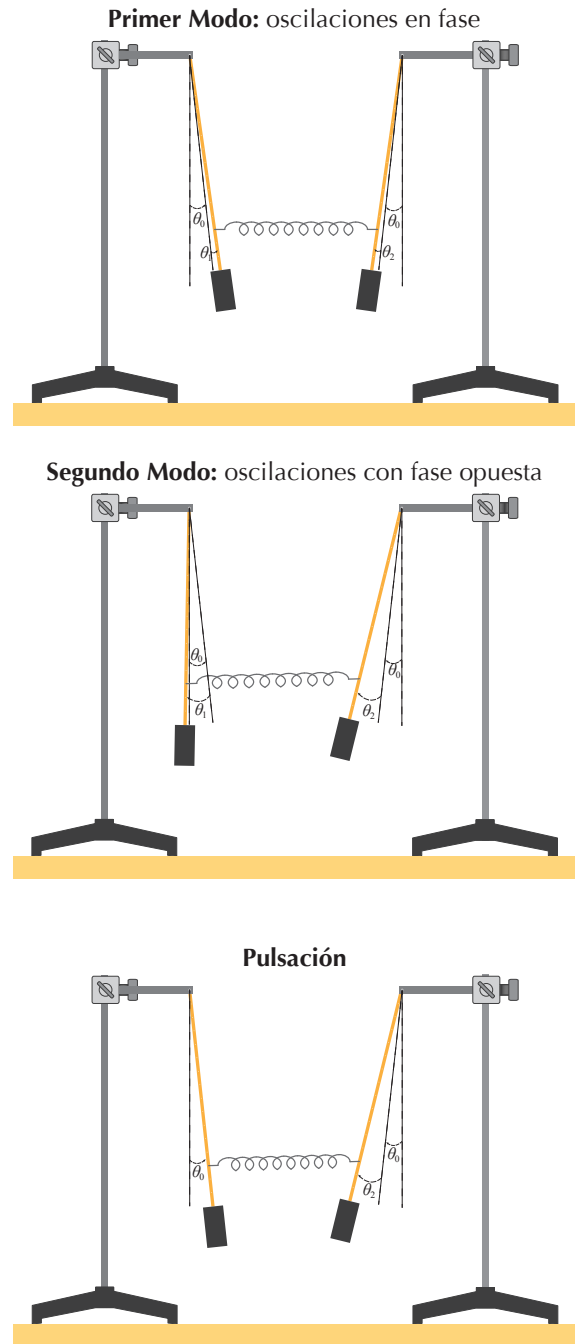


Figura 4.1

período de oscilación del péndulo. A partir de esta medida calcule indirectamente el momento de inercia del péndulo físico. También puede calcular esta cantidad usando la definición de momento de inercia respecto al pivote:  $I = I_{\text{barra}} + I_{\text{cilindro}}$ . Para obtener este resultado debe medir  $l_{\text{cm}}$ , las dimensiones de la barra, el cilindro y sus respectivas masas.

2. Ajuste a uno de los soportes la barra que tiene un gan-



cho y cuelgue de ella uno de los extremos del resorte, en el otro extremo cuelgue el portapesas. Luego registre mínimo 5 medidas de masa vs elongación del resorte ( $x - x_0$ ).

Ajuste sus datos usando la ley de Hooke y determine indirectamente el valor de la constante elástica del resorte  $k_c$ .

3. Ajuste los péndulos a los soportes universales tal como se muestra en la Figura 4.1, pero dejándolos verticales (con  $\theta_0 = 0$ ). Luego fije el resorte en los primeros agujeros (a 2.5cm del pivote) de las barras. **En el estado de equilibrio, el resorte debe quedar un poco tensionado y no descolgado.**

Mida el período de oscilación del primer y segundo modo en función de la distancia  $l$  entre el pivote y los agujeros<sup>2</sup>. Después de medir el período de ambos modos para cada distancia  $l$ , también mida el período de la pulsación<sup>3</sup>. Es posible que para algunas posiciones del resorte, resulte difícil medir el período con el cronómetro; omita dichas posiciones.

4. Ahora ponga el resorte en los antepenúltimos agujeros, varíe el ángulo de equilibrio  $\theta_0$  cada  $5^\circ$ , comenzando desde  $\theta_0 = 15^\circ$  hasta  $\theta_0 = 45^\circ$ . Mida el período de oscilación de cada modo en función de este ángulo.

No olvide medir el período de la pulsación por cada ángulo<sup>4</sup>. Preste mucha atención al resultado medido cuando  $\theta_0 = 45^\circ$ . ¿Cómo es el período de la pulsación en este caso con respecto a los períodos medidos en las otras condiciones?.

los modos en función de este ángulo. En ambos casos verifique si sus resultados son consistentes con las predicciones del modelo teórico. Aunque se han fabricado los péndulos para disminuir al máximo el efecto de la fricción, no es posible evitarlo por completo. Piense como las fuerzas de fricción presentes afectan sus resultados experimentales.

- \* Verifique si las medidas experimentales de los períodos de la pulsación son exactas con respecto al resultado predicho por la ecuación 4.6. Grafique el período de la pulsación en función de  $l$  y también en función de  $\theta_0$ .

Explique físicamente: ¿Porqué las frecuencias de los modos normales cuando  $\theta_0 = 45^\circ$  son iguales?.

Este resultado es muy importante, porque representa el estado mecánico de más alta simetría en el sistema acoplado. Piense como sería la trayectoria del centro de masa del sistema en estas condiciones.

## Análisis

- \* Use las mediciones de los períodos de los modos normales para calcular los valores de las frecuencias 4.4, 4.5. Grafíquelas en función de la longitud  $l$ . Valide la exactitud y precisión de sus resultados por calcular la aceleración de la gravedad de Bogotá. Use una regresión lineal de los datos de frecuencias vs longitud  $l$ . Para esta parte será necesario usar los valores que calculó para la constante elástica, el momento de inercia, la masa de los péndulos,  $I_{cm}$  y el ángulo de equilibrio  $\theta_0$ .

Luego, use las mediciones de período de los modos vs el ángulo de equilibrio para graficar las frecuencias de

<sup>2</sup>No olvide que los péndulos deben ser desplazados un ángulo pequeño.

<sup>3</sup>En todos los casos, mida los períodos de tres o cuatro oscilaciones y luego saque un período promedio por oscilación.

<sup>4</sup>Cuando varíe este ángulo, debe alejar los soportes, verifique que siempre estén en la posición correcta, de tal forma que los péndulos permanezcan alineados.

## EXPERIMENTO 5

# Resonancia mecánica en péndulos acoplados por una cuerda

### Objetivos

- \* Estudiar la resonancia mecánica en un sistema de dos péndulos acoplados por una cuerda.
- \* Medir el período de la pulsación de un péndulo de longitud fija en función de la frecuencia de oscilación de un péndulo de longitud variable. Identificar de estos resultados la frecuencia de resonancia del sistema.

### Teoría

Los osciladores acoplados pueden intercambiar energía mecánica a través de un medio elástico que puede conectar sus puntos de suspensión, las masas de los osciladores o cualquier otra parte donde se permita el intercambio de energía entre ellos. En particular, el medio puede ser una cuerda o un resorte, los cuales experimentan una fuerza elástica proporcional al desplazamiento de uno o ambos osciladores.

La mayor parte de la energía intercambiada por los osciladores ocurre cuando el sistema está en resonancia mecánica o cuando las frecuencias naturales de ambos osciladores son iguales.

En la Figura 5.1 se muestran dos péndulos simples acoplados por una cuerda fija entre sus puntos de suspensión. Este sistema es un buen ejemplo para describir la resonancia mecánica. Aunque es un sistema acoplado con dos modos normales de oscilación, es equivalente a un oscilador forzado armónicamente. En este caso, el primer péndulo actúa como agente externo para impulsar el segundo con una frecuencia proporcional a la superposición de las frecuencias de los modos normales.

Este sistema puede pulsar y durante medio período de pulsación la energía mecánica del primer péndulo es transferida completamente al segundo o viceversa. El período de

la pulsación es máximo, siempre que las frecuencias naturales de ambos péndulos sean iguales.

Los péndulos de la Figura 5.1 fueron analizados por Moloney en un artículo publicado en 1978<sup>1</sup>. En él, se describe que cada cuerda experimenta una fuerza por unidad de longitud. Por ejemplo: la tensión en la cuerda que une los puntos de suspensión  $P_1, P_2$  es  $t = kr$ , mientras que la tensión en la cuerda que sostiene la masa del primer péndulo es  $T_1 = -K_1 R_1$ . Donde  $k, K$  representan la fuerza por unidad de longitud que puede soportar cada una de las cuerdas (ver Figura 5.1). Estas constantes se pueden calcular por suponer que la suma de todas las fuerzas sobre los puntos  $P_1$  y  $P_2$  es nula, debido a que la masa de esos puntos es despreciable.

Según el sistema de referencia mostrado en la Figura 5.1, la suma de todas las fuerzas en  $P_1$  y  $P_2$  es:

$$-k_1 r_1 + kr + K_1 R_1 \approx 0 \quad (5.1)$$

$$k_2 r_2 - kr + K_2 R_2 \approx 0 \quad (5.2)$$

Si el sistema no se está moviendo, se mantendrá en el plano  $xy$  y las ecuaciones anteriores se satisfacen con los valores:

$$K_1 R_1 = mg, K_2 R_2 = mg \quad (5.3)$$

$$k_1 r_1 \sin \theta = mg = k_2 r_2 \sin \theta \quad (5.4)$$

$$k_1 r_1 \cos \theta = kr = k_2 r_2 \cos \theta \quad (5.5)$$

En particular, si  $r_1 \sin \theta = r_2 \sin \theta$ , entonces  $k_1 = k_2$ .

A partir de estos resultados es posible determinar el valor que toman las tensiones en cada una de las cuerdas. Estos valores se mantienen, incluso si el sistema se mueve en tres dimensiones, pero con pequeñas amplitudes.

Con respecto al sistema de referencia y sin considerar fuerzas de rozamiento, las ecuaciones de movimiento para los péndulos acoplados son:

$$-\frac{K_1}{m} R_1 + g = \ddot{r}_1 + \ddot{R}_1 \quad (5.6)$$

$$-\frac{K_2}{m} R_1 + g = \ddot{R} - \ddot{r}_2 + \ddot{R}_2 = -\ddot{r}_2 + \ddot{R}_2 \quad (5.7)$$

<sup>1</sup>Michael J. Moloney, *String coupled pendulum oscillators: Theory and experiment*, Am. J. Phys. **46**, 1245-1246 (1978)

donde  $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$  son vectores de posición mostrados en la Figura 5.1. Recuerde que el vector  $\mathbf{R}$  no se mueve ( $\ddot{\mathbf{R}} = 0$ ).

Si se consideran pequeñas oscilaciones en la dirección transversal  $\hat{e}_z$ , es suficiente con describir el movimiento de los péndulos en esa dimensión. De esta manera las ecuaciones de movimiento se simplifican, pero siguen siendo no homogéneas. Los términos no homogéneos representan la aceleración de los puntos de suspensión.

En la dirección transversal las ecuaciones de movimiento son:

$$\ddot{R}_{1z} + \frac{K_1}{m} R_{1z} = -\ddot{r}_{1z} \quad (5.8)$$

$$\ddot{R}_{2z} + \frac{K_2}{m} R_{2z} = \ddot{r}_{2z} \quad (5.9)$$

Las aceleraciones de los puntos de suspensión están relacionadas entre sí ( $\ddot{r}_{2z} = -\ddot{r}_z - \ddot{r}_{1z}$ ), gracias a la presencia de la cuerda que une estos puntos. La tensión en esta cuerda es responsable del acoplamiento de las oscilaciones, y de que los puntos  $P_1$  y  $P_2$  tengan un movimiento armónico con una frecuencia resultado de la combinación de las frecuencias naturales de los péndulos (o de las frecuencias de sus modos normales). El movimiento de los puntos de suspensión puede verse como si los péndulos estuvieran forzados.

Si las longitudes de ambos péndulos son iguales ( $|\mathbf{R}_1| = |\mathbf{R}_2| = L$  (la tensión en las cuerdas que sostienen las masas también son iguales  $K_1 = K_2$ ), entonces el sistema estará en resonancia mecánica<sup>2</sup>. En esta situación, el período de los modos normales y el período de las pulsaciones es máximo. Gracias a esta propiedad es posible identificar la resonancia en una curva de período de pulsación en función del cambio de frecuencia natural de uno de los péndulos.

En resonancia: el primer modo normal se puede describir por la coordenada normal  $\Phi = R_{1z} + R_{2z}$ , mientras que el segundo modo por la coordenada  $\Theta = R_{1z} - R_{2z}$ <sup>3</sup>. Igual que se hizo en el Experimento ??.

En el primer modo los péndulos oscilan en fase con una frecuencia  $\omega_+$  y en el segundo modo lo hacen en fase opuesta con una frecuencia de  $\omega_-$ . Los valores de estas frecuencias están dados por:

$$\omega_+ = \sqrt{\frac{g}{r_1 \sin \theta + L}} \quad (5.10)$$

$$\omega_- = \frac{\omega_+}{\sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{L}{r_1 \sin \theta}\right)\left(1 + \frac{r}{2r_1 \cos \theta}\right)}}} \quad (5.11)$$

<sup>2</sup>Si las longitudes no son iguales, la solución para los modos normales y sus frecuencias es un problema mecánico complicado.

<sup>3</sup>Para ampliar la discusión sobre las ecuaciones movimiento de estos modos, puede consultar el artículo de Moloney.

Por último, el período de la pulsación  $T_{\text{pulsación}}$  está definido por la ecuación 4.6, pero esta vez para las frecuencias de los modos normales 5.10 y 5.11. Este período dejará de ser máximo, siempre que el sistema no esté en resonancia con  $|\mathbf{R}_1| \neq |\mathbf{R}_2|$ .

## Equipo

- \* Esferas de bronce, cuerdas, polea, masas de 200g, 500g y soportes universales
- \* Flexómetro, regla, calibrador, cronómetro, transportador y balanza electrónica

## Precauciones

- \* Procure que el sistema siempre esté bien alineado conservando la simetría mostrada en la Figura 5.1.
- \* Mida el período total de tres pulsaciones y saque un promedio de período por pulsación. Si es necesario repita este procedimiento al menos dos o tres veces, hasta que sienta que ha medido correctamente el período de una pulsación.

## Procedimiento

1. Arme el sistema de péndulos acoplados usando los soportes universales, las cuerdas, las esferas de bronce, la polea y la masa de 200g. Esta masa sirve para tensionar la cuerda de acople.

Deje fija la longitud de uno de los péndulos a 20cm, mientras en el otro la varía cada 3cm entre 10cm y 50cm. En el péndulo variable haga un nudo sencillo en la armella, de tal forma que pueda correrlo para cambiar su longitud. Procure que los péndulos queden bien amarrados en la cuerda que los acopla.

Para comenzar deje los péndulos con la misma longitud separados 20cm. Desplace uno de ellos un ángulo  $< 10^\circ$  en la dirección ( $\hat{e}_z$ ) perpendicular al plano que forman cuando están inicialmente en reposo. Observe primero las oscilaciones del péndulo desplazado; identifique el instante en que él transfiere toda su energía al otro. ¿Qué ocurre con el péndulo que inicialmente estaba en reposo?. A partir de su observación, verifique que el tiempo para una transferencia de energía es  $T_{te} = \frac{T_{\text{pulsación}}}{2}$ .

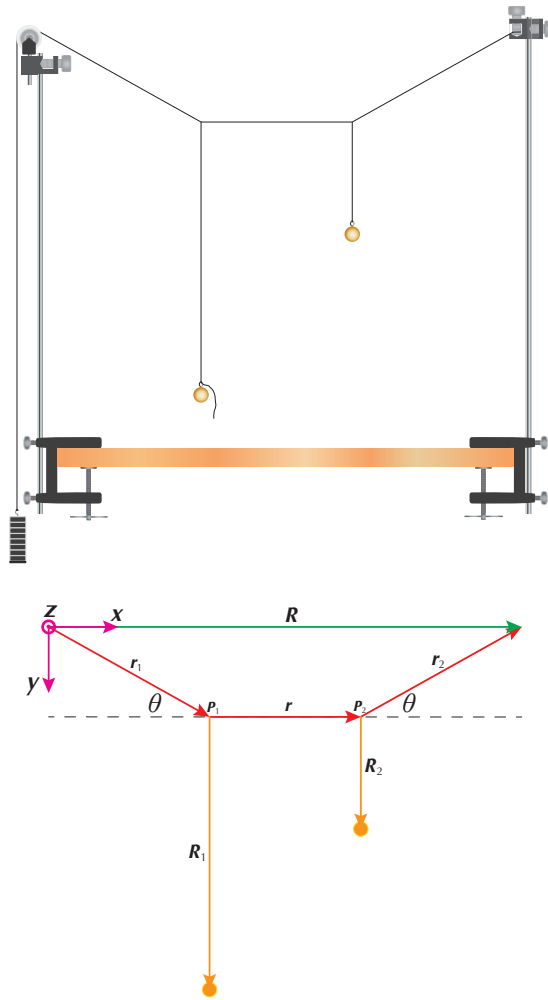


Figura 5.1

## Análisis

- \* Grafique el período de la pulsación  $T_{\text{pulsación}}$  en función de la razón entre las frecuencias naturales del péndulo variable y el fijo  $\left(\frac{\omega_{0,v}}{\omega_{0,f}}\right)$ . De su gráfica identifique la resonancia del sistema. ¿Qué tipo de curva resulta y con qué caso es comparable su resultado?.
- \* Cuantifique la exactitud de sus medidas experimentales por calcular indirectamente el período de los modos usando las ecuaciones 5.10, 5.11<sup>4</sup>. Compare su resultado teórico con los resultados obtenidos en el procedimiento 3.

2. Mida el período de pulsación del péndulo fijo para 15 longitudes diferentes del péndulo variable. Incluya el dato para el cual la longitud de los péndulos es igual.
3. Dejando los péndulos en resonancia y separados 20cm mida el período de los modos normales y la pulsación cuando la cuerda de acople esta tensionada por la masa de 500g. Luego, separe los péndulos 40cm y repita las mediciones. **En cada caso no olvide medir las cantidades  $L$ ,  $\theta$ ,  $r_1$ ,  $r$ .**

¿Qué ocurre con el período de los modos y la pulsación cuando cambia la tensión en la cuerda y la separación entre los péndulos?.

<sup>4</sup>En este cálculo use la gravedad de Bogotá.

## EXPERIMENTO 6

# Ondas mecánicas en una cuerda

### Objetivos

- ✱ Estudiar la propagación de ondas mecánicas transversales en una cuerda tensionada.
- ✱ Estudiar los modos normales de oscilación producidos por ondas estacionarias en una cuerda con extremos fijos.
- ✱ Medir la frecuencia de oscilación  $\nu_n$  y la longitud de onda  $\lambda_n$  de los modos normales. Verificar que todos los modos normales oscilan en resonancia con la frecuencia del oscilador externo.

### Teoría

Las ondas mecánicas son perturbaciones dependientes del tiempo que se propagan en medios sólidos, líquidos y gaseosos. Cualquier perturbación desplaza localmente los átomos o moléculas del medio. Estas ondas viajan en un sólido como *ondas elásticas*, en gases como *ondas sonoras* y en líquidos como *ondas superficiales*.

Una cuerda de longitud  $L$  y masa  $M$  (densidad lineal  $\mu = \frac{M}{L}$ ), sometida a una tensión  $T$ , puede perturbarse en uno de sus extremos a través de un oscilador mecánico. La perturbación produce desplazamientos transversales  $y(x, t)$  que deben propagarse en la dirección  $x$  a través de toda la cuerda. La onda mecánica formada durante este proceso, es elástica y además satisface una ecuación de onda.

Si los extremos de la cuerda no están fijos, la onda es progresiva y transporta continuamente energía de un punto a otro, por lo que todos los puntos de la cuerda oscilan con la misma amplitud.

Si uno o ambos extremos están fijos, la onda resultante es una onda estacionaria localizada en alguna región de la cuerda. Dicha onda es el resultado de la interferencia entre ondas emitidas y ondas reflejadas por los extremos fijos; tienen igual frecuencia, pero viajan en direcciones opuestas. Algunos puntos de la cuerda separados la misma distancia ( $\frac{\lambda_n}{2}$ ) permanecen en reposo; ellos reciben el nombre de *nodos*. Mientras que los puntos en la mitad de dos nodos,

oscilan con una amplitud máxima y reciben el nombre de *antinodos*. En un nodo la energía es potencial, mientras que en un antinodo la energía es cinética; la energía promedio total en cualquier punto de la cuerda permanece constante. En una onda estacionaria no hay flujo de energía entre zonas de onda separadas por dos nodos.

Las ondas estacionarias en la cuerda se establecen gracias a las condiciones de frontera en los extremos. La interferencia que origina las ondas es descrita por modos discretos de frecuencias normales  $\nu_n$  y longitud de onda  $\lambda_n = \frac{v}{\nu_n}$ .

Donde  $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$  es la velocidad de propagación de la onda mecánica elástica. En general, un modo normal está descrito por un desplazamiento transversal que se define por la ecuación:

$$y_n(x, t) = \left( A_n \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda_n}\right) + B_n \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda_n}\right) \right) \cos(\nu_n t - \alpha_n) \quad (6.1)$$

La cuerda puede ser considerada como un conjunto infinito de osciladores acoplados, oscilando en modos normales de frecuencias  $\nu_n$  de amplitudes arbitrarias  $A_n, B_n$  y fases arbitrarias  $\alpha_n$ . La superposición de ondas estacionarias  $y(x, t) = \sum_n y_n(x, t)$  es una solución general a la ecuación de onda en la cuerda.

Cuando la cuerda está fija por sus extremos  $y(0, t) = y(L, t) = 0$ , los modos normales con  $n$  antinodos (o  $n$  nodos) se definen por la ecuación:

$$y_n(x, t) = A_n \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda_n}\right) \cos(\omega_n t - \alpha_n) \quad (6.2)$$

con

$$\frac{\lambda_n}{2} = \frac{L}{n} \quad (6.3)$$

$$\omega_n = 2\pi\nu_n = \frac{2\pi v}{\lambda_n} \quad (6.4)$$

$$\nu_n = \frac{1}{\lambda_n} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (6.5)$$

para  $n = 1, 2, 3 \dots$

Si la frecuencia del oscilador externo es constante, todos los modos normales tendrán esa misma frecuencia  $\nu_n = \nu$ , es decir, la cuerda estará en resonancia con el oscilador externo; y para ver alguno de los modos normales, será necesario variar su tensión o longitud.

## Equipo

- \* Cuerda, polea, oscilador electromecánico Phywe de frecuencia  $\nu = 60\text{Hz}$ , recipientes, agua y soportes universales.
- \* Flexómetro, regla, jeringa, masas y balanza electrónica

## Precauciones

- \* En el laboratorio hay una cuerda suelta para que mida su densidad lineal de masa. No quite la del montaje.
- \* Procure que la polea y el oscilador estén bien alineados por medio de la cuerda. La longitud  $L$  de la cuerda se debe medir desde la mitad de la polea, hasta el nudo que amarra la cuerda de la lamina metálica del oscilador.
- \* Cuando la cuerda este vibrando en alguno de sus modos, evite que el recipiente que cuelga se mueva bruscamente. Vigile que permanezca quieto durante la medición.

## Procedimiento

1. Calcule la densidad lineal  $\mu$  de la cuerda por medir su masa y longitud; determine la incertidumbre de su medida.
2. Fije la polea en un extremo de la mesa y ponga el oscilador en el otro extremo como se muestra en la Figura #. Amarre firmemente un extremo de la cuerda a la lamina metálica del oscilador, luego pase la cuerda por la polea y del otro extremo cuelgue el recipiente plástico que tiene el clip. Mida la longitud  $L$  de la cuerda entre la polea y el oscilador. Conecte el oscilador y observe la vibración de la cuerda. No olvide medir la masa del recipiente colgante.
3. Ajuste la tensión de la cuerda poniendo pequeñas cantidades de agua en el recipiente, de tal forma que observe 6 antinodos en la cuerda. Un modo normal es estable cuando tiene su máxima amplitud, para conseguirlo es necesario agregar o quitar agua cuidadosamente hasta conseguir la tensión adecuada. En esta parte es útil usar la jeringa.

Una vez tenga su modo normal  $n = 6$ , varíe la tensión hasta obtener los modos  $n = 5, 4, 3, 2$ , en cada caso mida la masa del recipiente con agua. Cuando



Figura 6.1

el recipiente se llene de agua, saquela y reemplacela por una o dos masas y luego siga ajustando la tensión agregando agua en el recipiente.

También mida para cada modo, la separación entre nodos  $\frac{\lambda_n}{2}$  y obtenga un promedio para  $\lambda_n$ .

Verifique si la relación entre la longitud de onda  $\lambda_n$  (o el número de antinodos  $n$ ) versus la tensión  $T$ , coincide con el modelo teórico descrito por la ecuación 6.5.

4. Con la misma longitud inicial del procedimiento 2 o 3, ajuste nuevamente la tensión en la cuerda para obtener 6 antinodos. Luego, disminuya la longitud inicial  $L$  hasta obtener los modos  $n = 5, 4, 3, 2, 1$ ; para cada uno de ellos mida  $\frac{\lambda_n}{2}$  y obtenga un promedio para  $\lambda_n$ .

Identifique los modos estables ajustando con cuidado la longitud de la cuerda. Verifique si la relación entre  $\lambda_n$  versus  $L$  satisface la predicción del modelo teórico. ¿Qué sucede con el número de antinodos  $n$  si la longitud  $L$  aumenta o disminuye?

## Análisis

- \* A partir de la ecuación 6.5 establezca una relación de  $\lambda_n$  en función de  $T$ , linealice esta relación usando la función  $\log_e(x) = \ln(x)$ . Las nuevas variables lineales ahora son  $\ln(\lambda_n)$  y  $\ln(T)$ .

Use los datos de tensión y longitud de onda medidos en el procedimiento 3, para realizar una regresión lineal. Obtenga el valor y la incertidumbre de la frecuencia del oscilador. Busque otro valor en su regresión lineal para juzgar la exactitud de sus medidas experimentales. Indique este valor y compárelo con el valor esperado teóricamente.

- \* A partir de la ecuación 6.5 establezca una relación lineal entre el número de antinodos  $n$  y la longitud  $L$ .

Realice una regresión lineal de los datos de  $L$  en función de  $n$  medidos en el procedimiento 4; a partir de su resultado obtenga nuevamente el valor y la incertidumbre de la frecuencia  $\nu$ .

¿Cuál de los dos métodos para calcular  $\nu$  resulta tener menos discrepancia con respecto al valor nominal de 60Hz?. Describa los factores de error de ambos métodos e indique cual de ellos es más eficiente para estudiar los modos normales de una cuerda.

- ✱ Tanto en el procedimiento 3 como en el 4 se midió directamente  $\lambda_n$ , verifique si estos resultados satisfacen la ecuación 6.3 usando el valor de la longitud  $L$  y el número de antinodos  $n$ .



# Ondas mecánicas de sonido en el aire

## Objetivos

- \* Estudiar la propagación de ondas mecánicas longitudinales de sonido en un tubo lleno de aire.
- \* Estudiar en un tubo abierto por un extremo y cerrado por el otro, los modos normales de oscilación que se producen por ondas estacionarias de sonido.
- \* Medir en un tubo la longitud de onda y la frecuencia de un modo normal de sonido y calcular de estos valores la velocidad del sonido en el aire.

## Teoría

Las ondas mecánicas de sonido son perturbaciones débiles que se propagan en un fluido. En ausencia de alguna perturbación, el fluido permanece en un estado de equilibrio descrito por las variables termodinámicas de presión  $P$ , temperatura  $T$ , volumen  $V$  y densidad  $\rho$ .

En presencia de alguna perturbación, pequeños volúmenes de moléculas se desplazan ordenadamente, reduciendo o aumentando su volumen una cantidad  $dV$ ; este cambio de volumen produce a su vez cambios de presión  $dP$  con respecto al valor en equilibrio  $P_0$ . Este proceso se extiende entre todos los elementos de volumen del fluido hasta lograr que la perturbación se propague como una onda longitudinal de sonido. La velocidad a la que viaja esta onda depende de las variables termodinámicas que describen el estado del fluido.

El medio más común para estudiar la propagación de ondas de sonido es el aire, éste es una mezcla de diferentes gases, entre ellos: Nitrógeno, Oxígeno, Dióxido de carbono y pequeñas cantidades de otros gases inertes.

En un tubo largo y angosto lleno de aire, las ondas se propagan longitudinalmente en una dimensión espacial. Dichas ondas pueden ser de desplazamiento  $\delta(x, t)$  o de presión acústica  $P_a(x, t) = P(x, t) - P_0$ , donde  $P(x, t)$  es la presión del aire perturbado en un punto  $x$  en el tiempo  $t$ . La presión acústica depende del módulo de compresibilidad  $B$  y el gradiente de desplazamiento. Esto es:  $P_a(x, t) =$

$-B \frac{\partial \delta(x, t)}{\partial x}$ . Las ondas de presión satisfacen la ecuación de onda  $\frac{\partial^2 P_a(x, t)}{\partial t^2} - \frac{B}{\rho} \frac{\partial^2 P_a(x, t)}{\partial x^2} = 0$  y se propagan en el aire con una velocidad de fase o grupo  $v_s = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$ .

El módulo de compresibilidad es un parámetro termodinámico definido por  $-V \frac{\partial P}{\partial V} = B$ , su valor depende del proceso termodinámico de los gases en el aire. Con buena aproximación el aire puede describirse mediante un proceso adiabático a través de la relación  $PV^\gamma = \text{Constante}$  y un módulo de compresibilidad dado por  $B = \gamma P$ . Usando la ecuación de estado de los gases ideales, el módulo es  $B = \frac{\gamma \rho R T}{M}$  y la densidad del gas es  $\rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}$ . Donde  $M$  es la masa molar,  $R$  la constante de los gases ideales,  $T$  la temperatura absoluta y  $\gamma$  la constante adiabática. A partir de estas cantidades, la velocidad del sonido es  $v_s = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$ .

En su mayoría el aire está compuesto por 78.08 % de Nitrógeno y 20.94 % de Oxígeno. La velocidad del sonido en esta mezcla de gases a una temperatura de 20° es aproximadamente  $343.21 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

Si se acerca una fuente externa de sonido de frecuencia  $\nu$  al extremo abierto de un tubo de longitud efectiva  $L$  lleno de aire, las ondas de sonido se propagan longitudinalmente en el interior del tubo hasta el otro extremo cerrado donde las ondas se reflejan, interfieren y permiten la formación de ondas estacionarias de sonido. Estas ondas se manifiestan como modos normales de oscilación, ya sea de desplazamiento  $\delta_n(x, t)$  o de presión acústica  $P_{an}(x, t)$ ; la superposición de estos modos  $P_a(x, t) = \sum_n P_{an}(x, t)$  es una solución general a la ecuación de onda de sonido.

A lo largo del tubo aparecen puntos con sonido amplificado conocidos como *antinodos* y puntos con sonido reducido conocidos como *nodos*; un nodo de desplazamiento corresponde a un antinodo de presión  $P_{an} \neq 0$ , mientras que un antinodo de desplazamiento corresponde a un nodo de presión  $P_{an} = P_0$ <sup>1</sup>. Dicho de otro modo: en un extremo abierto, la presión acústica es igual a la presión en equilibrio o atmosférica, en cambio, en un extremo cerra-

<sup>1</sup> Verifique este resultado usando la ecuación de onda para el desplazamiento  $\frac{\partial^2 \delta(x, t)}{\partial t^2} - \frac{B}{\rho} \frac{\partial^2 \delta(x, t)}{\partial x^2} = 0$  y la definición de presión acústica en función del gradiente de desplazamiento.



do, la presión acústica cambia con respecto a la presión en equilibrio por efectos de la perturbación.

En el tubo de longitud efectiva  $L$  abierto por un extremo y cerrado por el otro, los modos normales de presión acústica con  $\frac{n+1}{2}$  antinodos se definen por la ecuación<sup>2</sup>:

$$P_{an}(x, t) = A_n \cos(k_n x) \cos(\omega_n t - \beta_n) \quad (7.1)$$

donde las cantidades:

$$k_n = \frac{n\pi}{2L} = \frac{2\pi}{\lambda_n} \quad (7.2)$$

y

$$\omega_n = v_s k_n \quad \text{o} \quad \nu_n = \frac{nv_s}{4L} = \frac{v_s}{\lambda_n} \quad (7.3)$$

están definidas solamente para los enteros impares  $n = 1, 3, 5, \dots$ . Mientras que las amplitudes  $A_n$  y fases  $\beta_n$  son cantidades arbitrarias.

Al igual que la cuerda del Experimento 6, la frecuencia de oscilación de todos los modos normales en el tubo es igual a la frecuencia de la fuente externa de sonido. Para escuchar el sonido amplificado (antinodo) de un determinado modo, será necesario ajustar la longitud efectiva del tubo hasta alcanzar la resonancia. Esta longitud efectiva es un poco más larga que la longitud real del tubo, debido a que el antinodo de presión se forma justo después del extremo abierto.

## Equipo

- \* Probeta de 1000mL, tubo de PVC, generador de señales Tektronix CFG253, parlante Phywe, cables de conexión, nueces, pinza ajustable y soportes universales.
- \* Flexómetro, osciloscopio digital Tektronix TDS210 y sonda BNC.

## Precauciones

- \* No deje caer agua de la probeta a los equipos electrónicos como el generador o el osciloscopio.
- \* Verifique que su montaje este bien ajustado y alineado antes de medir.
- \* Cuando esté barriendo la longitud del tubo, tenga cuidado de no sacarlo del agua porque no sería un tubo cerrado.

<sup>2</sup>Un resultado similar se puede obtener en tubos con ambos extremos abiertos o cerrados. En este caso se debe considerar la solución general 6.1 y aplicar las condiciones de frontera en los extremos.

## Procedimiento

1. Ajuste los soportes universales a la mesa como se muestra en la Figura %. Llene la probeta con agua por debajo del borde; introduzca el tubo de PVC en la probeta, luego fíjelo a la barra usando la pinza y la nuez. La pinza ajustable le permite fijar o liberar el tubo de tal forma que se pueda desplazar por la probeta y cambiar su longitud neta. Cuando el tubo se introduce parcialmente en el agua, uno de sus extremos se cierra, mientras el otro permanece al aire libre.

Use los cables de conexión y la sonda BNC para conectar el parlante a la salida **MAIN** del generador de señales. Ajuste el rango de frecuencia en 1KHz para una señal cuadrada, luego ajuste la amplitud de la señal con **AMPLITUDE** hasta escuchar el sonido de la señal en el parlante. Con la perilla **FREQUENCY** varíe la frecuencia para escuchar ondas de sonido con diferentes frecuencias.

Pruebe subir el rango de frecuencias y perciba las ondas de sonido. ¿Hasta donde puede escucharlas?

Vuelva al rango de frecuencias inicial y en este rango ajuste el valor 1.2KHz. Acerque el parlante al extremo libre del tubo sin pegarlo, luego desplace el tubo por la probeta junto con el parlante procurando que nunca se pegue al borde del tubo. A medida que desplace (sacar o sumergir) el tubo-parlante por toda la probeta escuche el sonido, identifique con cuidado los puntos donde el sonido se escucha amplificado.

¿Porqué escucha el sonido amplificado para una longitud neta del tubo?. ¿Qué representa el máximo de sonido desde el punto de vista de una onda estacionaria de presión?.

2. El osciloscopio está disponible para que mida directamente la frecuencia  $\nu$  de la señal del generador antes de conectarlo al parlante. La razón de este procedimiento es porque la perilla de frecuencia del generador indica unos valores que no corresponden con los valores reales. Por ejemplo: si ajusta una frecuencia de 1.2KHz en el generador, su valor real puede ser menor o mayor. Para disminuir esta incertidumbre se mide esa frecuencia con el osciloscopio. Trate de usar siempre este procedimiento para garantizar buena precisión en sus medidas de frecuencia.
3. Una vez haya practicado la búsqueda de máximos de sonido en el tubo. Elija una frecuencia de sonido y comience a sacar el tubo del agua. Cuando escuche exactamente un máximo de sonido, ajuste el tubo con la pinza y luego mida su longitud neta  $L$ , en pocas palabras: mida la parte no sumergida del tubo<sup>3</sup>. Siga

<sup>3</sup>En esta medida usted puede introducir el flexómetro en la probeta

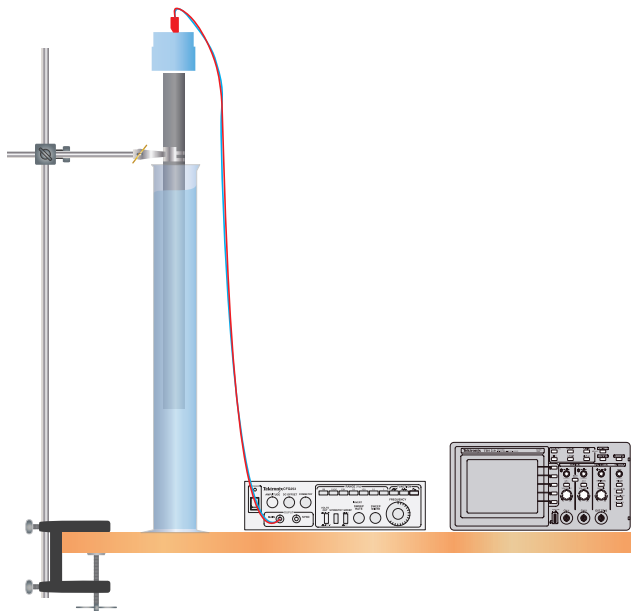


Figura 7.1

locidad del sonido  $v_s$  en el aire del laboratorio. Obtenga una velocidad experimental promedio de los seis valores calculados.

Registre la temperatura del laboratorio durante su experimento y usela para calcular un valor teórico de la velocidad del sonido en condiciones físicas reales. Por último, compare su resultado experimental con este valor teórico e indique la exactitud de sus medidas.

sacando el tubo hasta encontrar el resto de máximos y para cada uno de ellos mida la longitud neta que alcanza el tubo. ¿Cómo son estas longitudes entre máximos?.

Repita este procedimiento para 6 frecuencias comenzando desde 0.3KHz hasta 3.0KHz.

¿Porqué escucha pocos máximos de sonido cuando la frecuencia es baja en comparación con una frecuencia alta?.

## Análisis

- ✱ Por cada valor de frecuencia de sonido  $\nu$  usted registró las longitudes netas  $L$  cuando encontraba los máximos. A partir de estos valores de longitud calcule la longitud de onda promedio  $\lambda_n$  correspondiente al modo de sonido con frecuencia  $\nu_n = \nu$ . Recuerde que en este tubo la separación entre dos máximos de sonido es  $\frac{\lambda_n}{4} = \frac{L}{n}$  con  $n = 1, 3, 5, \dots$ .

Para cada frecuencia usada verifique cuantos antinodos de presión acústica soporta todo el tubo, en cada caso indique a que modo normal  $n$  corresponde. ¿Qué diferencias encuentra con respecto a los modos normales en la cuerda del Experimento 6?.

- ✱ Con cada valor de frecuencia y su longitud de onda promedio, calcule el valor y la incertidumbre de la ve-

---

para medir la profundidad del tubo en el agua, luego a la longitud total del tubo de PVC le resta ese valor de profundidad.

## EXPERIMENTO 8

# Experimento demostrativo: Ondas mecánicas en la superficie del agua

### Objetivos

- \* Estudiar la propagación de ondas mecánicas en la superficie del agua de una cubeta de ondas.
- \* Observar el efecto de la tensión superficial y la profundidad sobre la propagación de las ondas en aguas superficiales.
- \* Observar algunos fenómenos “ópticos” de las ondas en aguas superficiales.

### Teoría

Al igual que las ondas mecánicas se propagan en medios sólidos y gases, también lo hacen en medios líquidos como el agua. En un líquido, las perturbaciones producen desplazamientos colectivos de las moléculas; el movimiento es controlado por fuerzas como la gravedad, la tensión superficial y la fricción interna (viscosidad). Estas fuerzas se encargan de poner al líquido en su estado de equilibrio. Si la perturbación se mantiene con el tiempo, el resultado es una onda mecánica propagándose tanto en la dirección transversal como longitudinal. La combinación de estas formas de propagación se debe a la incompresibilidad del agua, porque el líquido acumulado en un máximo (cresta), viene de las regiones vecinas donde el líquido está ausente en un mínimo. De esta manera cualquier molécula en la superficie del líquido se mueve a lo largo de la dirección de propagación (hacia adelante y hacia atrás) y perpendicular a ella (hacia arriba y hacia abajo). Las moléculas que están por debajo de la superficie en promedio no se desplazan, pero si realizan pequeños movimientos circulares o elípticos dependiendo de su profundidad.

Teóricamente es posible ignorar los efectos de la fricción asociados a la viscosidad del líquido, con el fin de determinar la velocidad de fase de las ondas en un líquido ideal. En el caso más general se puede considerar la propagación en

una cubeta o en un canal. En el primero las ondas son estacionarias debido a las fronteras y en el segundo, las ondas son progresivas en la dirección donde no hay fronteras<sup>1</sup>. En cualquier caso y con buena aproximación, las ondas pueden clasificarse en ondas dispersivas o no dispersivas, según la relación entre la profundidad  $h$  del líquido y la longitud de onda  $\lambda$  de la onda propagada.

En un canal largo (o en una cubeta) de profundidad  $h$ , la velocidad de fase de las ondas en un líquido está dada por,

$$v = \sqrt{\frac{\lambda g}{2\pi} \left(1 + \frac{\tilde{\lambda}^2}{\lambda^2}\right) \tanh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right)} \quad (8.1)$$

donde  $\tilde{\lambda} = 2\pi\sqrt{\frac{\gamma}{g\rho}}$  es la longitud de onda característica asociada a la interfase gas-líquido,  $\rho$  es la densidad del líquido,  $\gamma$  su tensión superficial y  $g$  la aceleración de la gravedad. En el caso de la interfaz aire-agua a presión atmosférica  $\tilde{\lambda} = 1.71\text{cm}$ .

Según el valor de la profundidad, las ondas pueden ser: de aguas superficiales (baja profundidad) o de aguas profundas (alta profundidad)<sup>2</sup>. Además, según el valor de  $\frac{\tilde{\lambda}}{\lambda}$  las ondas están dominadas por la tensión superficial o por la fuerza de gravedad. En particular, si  $\frac{\tilde{\lambda}}{\lambda} \gg 1$ , las ondas reciben el nombre de *ondas capilares*, pero si  $\frac{\tilde{\lambda}}{\lambda} \ll 1$ , las ondas reciben el nombre de *ondas de gravedad*.

Usando el resultado de la ecuación 8.1 determine una ecuación para la velocidad de fase de las ondas capilares de aguas profundas ( $\lambda \ll \tilde{\lambda} \ll h$ ) y la velocidad de fase de ondas de gravedad de aguas profundas ( $\tilde{\lambda} \ll \lambda \ll h$ ).

<sup>1</sup>Las ondas estacionarias en un líquido también poseen un conjunto de modos normales de oscilación. Cada uno de ellos se puede observar dependiendo de las condiciones físicas de la perturbación externa sobre el líquido.

<sup>2</sup>Las ondas de aguas profundas son dispersivas, mientras que las de aguas superficiales son no dispersivas. Puede determinar cada caso de la relación de dispersión  $\omega(k)$ .

¿Las ondas en una cubeta se pueden considerar ondas superficiales capilares o ondas superficiales de gravedad?. Obtenga una expresión para este caso. ¿Es importante la tensión superficial?.

## Precauciones

- ✱ No deje caer agua de la cubeta a los equipos electrónicos.
- ✱ Procure mantener la tensión por debajo de 12V y una corriente por debajo de 5A durante el funcionamiento de la unidad de control y la lámpara del estroboscopio. Si no respeta los límites de tensión y corriente, la unidad y la lámpara pueden dañarse.  
**¡Cuidado!. El estroboscopio se calienta durante su funcionamiento.**
- ✱ Tenga cuidado de no romper las piezas de vidrio que tiene la cubeta.

## Equipo

- ✱ Cubeta de ondas 3B SCIENTIFIC® con sus accesorios, fuente de alimentación de 12V, 5A, agua, jabón líquido, papel milimetrado, calibrador.
- ✱ Cámara fotográfica (los estudiantes pueden usar la cámara de sus teléfonos móviles).

## Preparación

A continuación se mencionan algunos detalles sobre seguridad, características, manejo y generación de ondas con el modelo de cubeta disponible en el laboratorio Figura 8.1. La siguiente información fue recopilada del manual de usuario del equipo: *Cubeta para ondas U21910 de 3B SCIENTIFIC*<sup>3</sup>.

El profesor debe preparar previamente las dos cubetas de ondas disponibles en el laboratorio. Una de ellas para generar ondas con frentes de onda circulares y otra para generar frentes de onda rectilíneos. La mitad de los grupos del curso realiza los experimentos con ondas circulares, mientras la otra mitad con las ondas rectilíneas, luego se intercambian los roles de tal forma que todos los estudiantes puedan observar los experimentos.

## Características

La cubeta para ondas consta de un marco de aluminio (12), en el que se encuentra un depósito plano con fondo de vidrio (13). En el fondo de vidrio hay una apertura (20) con tubo flexible de salida (21) y una pinza para la manguera (23) que permite la salida del agua. Con el fin de realizar una nivelación horizontal, la cubeta está equipada con un nivel de burbuja (9) y 2 pies niveladores (11). En el marco hay un espejo de orientación oblicua y extraíble (14), mediante el cual se proyectan las ondas sobre una pantalla de vidrio mate (10). Una lámpara halógena, con un estroboscopio (17), la cual ilumina la caja desde arriba. La generación de las olas se realiza mediante la transmisión de las vibraciones de un vibrador electromagnético (19) a los generadores de ondas (3, 4), que se fijan mediante dos tornillos moleteados (18). Para la realización de los ensayos, se dispone de un obstáculo (7) y de elementos insertables (6). Las placas de cubierta (1, 2) sirven para construir rejillas con distintas anchuras de espacios intermedios y una pared reflectora.

En la unidad de control (22), se pueden regular por separado la frecuencia del estroboscopio y la frecuencia y la amplitud del vibrador. Las frecuencias del estroboscopio y del vibrador se pueden regular de manera que el estroboscopio y el vibrador operen de forma sincronizada o asíncrona (27). Para medir la frecuencia del vibrador se han previsto clavijeros de seguridad de 4 mm (29) para conectar un contador o un osciloscopio. La conexión del estroboscopio se realiza a través de un conector hembra multipolar (31) y la del vibrador mediante clavijeros de seguridad de 4 mm (30) ubicados en la parte posterior de la unidad de control.

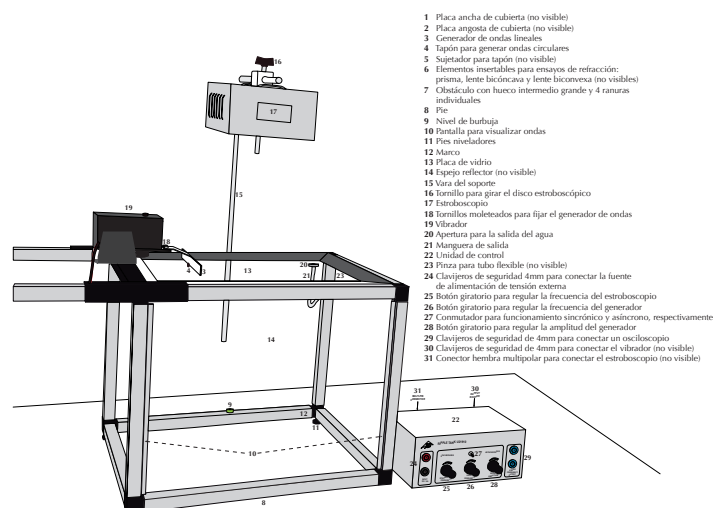


Figura 8.1

<sup>3</sup>Este manual está disponible en el laboratorio o en internet.

## Manejo

Para el funcionamiento de la cubeta de ondas se requiere adicionalmente una fuente de alimentación de corriente continua de 12V, 5A.

- \* Colocar la cubeta de ondas sobre una base horizontal no susceptible a vibraciones.
- \* Alinear la caja de ondas de forma horizontal mediante los 2 pies de nivelado y el nivel de burbuja.
- \* Insertar el espejo reflector completamente en el marco. Éste no se fija, sino que sólo queda emplazado.
- \* Instalar el tubo flexible (manguera) de salida en la placa de vidrio y estrangularlo con la pinza para tubo flexible.
- \* Instalar el tubo flexible de salida en la placa de vidrio y estrangularlo con la pinza para tubo flexible.
- \* Atornillar el estroboscopio en la vara del soporte.
- \* Se conecta la unidad de control a la fuente de alimentación de CC y otra conexión entre la unidad de control y el estroboscopio.
- \* La tensión de salida se ajusta a  $< 12V$  y la corriente de salida se limita a  $< 5A$ ; al principio se selecciona una frecuencia de estroboscopio igual a cero.
- \* El disco del estroboscopio se gira de tal forma que la incidencia de la luz sea máxima y se orienta el estroboscopio en su posición altura de tal forma que la cubeta de ondas quede totalmente iluminada.
- \* Colocar el vibrador sobre el marco de la caja de ondas. Las piezas o accesorios adicionales necesarias para los experimentos que se va a realizar deben fijarse en el vibrador mediante los tornillos moleteados.
- \* Conectar el vibrador a la unidad de control.
- \* Llenar de agua destilada la cubeta. Para ensayos de refracción hasta aproximadamente 1mm por encima de los elementos insertables, para otros ensayos aproximadamente 4mm o 5mm.
- \* Después de los ensayos o experimentos, la cubeta debe vaciarse a través del tubo flexible (manguera) de salida.
- \* Secar bien el aparato para evitar la permanencia de residuos.
- \* Para crear una pared reflectora o rejillas con distintas anchuras de rendijas, las placas de cubierta deberán fijarse en la placa del obstáculo mediante una goma de uso doméstico o con cinta de papel.

## Generación de ondas circulares y rectilíneas

Deberá elegirse cuidadosamente la profundidad del agua, la profundidad de inmersión de los generadores de ondas así como la frecuencia y la amplitud del vibrador, con el fin de optimizar la visualización de los fenómenos.

Teniendo sincronizadas la frecuencia del vibrador y del estroboscopio se pueden realizar cuadros o distribuciones de ondas estacionarias. Si se modifica la frecuencia, puede que sea necesario reajustar la amplitud.

En algunos ensayos (difracción y reflexión) puede que sea necesario aumentar la nitidez de determinadas áreas de la imagen ondulatoria. Para tal efecto, se debe modificar la amplitud.

Por último, puede agregar jabón líquido al agua de la cubeta para visualizar mejor la proyección de las ondas en la pantalla. El jabón disminuye la tensión superficial del agua.

### Ondas rectilíneas

- \* Fijar el generador de ondas de mayor longitud en el vibrador mediante los tornillos moleteados.
- \* Seleccionar la profundidad de inmersión mediante regulación del vibrador de tal manera que el borde inferior del generador apenas toque la superficie del agua.
- \* Graduar la frecuencia y la amplitud deseadas en la unidad de control.
- \* En la pantalla de observación se crea una imagen ondulatoria quieta o de movimiento lento. Realizar el ajuste fino con el botón de frecuencia.

### Ondas circulares

- \* Para establecer una fuente de ondas circulares, elegir uno de los tapones y ejercer presión contra el filo del generador de ondas. Si desea agragar más fuentes de ondas ponga otros tapones a la misma distancia.
- \* Fijar el generador de ondas largo en el vibrador mediante los tornillos moleteados.
- \* Seleccionar la profundidad de inmersión mediante regulación del vibrador de tal manera que el borde inferior del tapón apenas toque la superficie del agua.
- \* Graduar la frecuencia y la amplitud deseadas en la unidad de control.
- \* En la pantalla de observación se crea una imagen ondulatoria quieta o de movimiento lento. Realizar el

ajuste fino mediante el botón giratorio regulador de frecuencia.

Para determinar la longitud de onda debe considerarse el factor de aumento  $b$ . El factor de aumento  $b$  se puede calcular, por ejemplo, si se coloca la lente bicóncava (o cualquier objeto) encima de la caja de ondas y se saca la proporción de su tamaño  $A$  con respecto al tamaño de su imagen en la pantalla de observación  $A'$ , esto es:  $b = \frac{A'}{A}$ .

A partir de la longitud de onda  $\lambda'$ , medida en la pantalla de observación, se obtiene la longitud de la onda real  $\lambda = \frac{\lambda'}{b}$ .

## Procedimiento

### Primera parte

#### 1. Frentes de onda circulares

- \* Fijar el generador de ondas lineales en el vibrador.
- \* Colocar el tapón en el centro.
- \* Desplazar el vibrador de tal manera que el tapón quede en el centro de la cubeta.
- \* Profundidad del agua en la cubeta de ondas aproximadamente de 4mm.
- \* Alinear la altura del tapón con la superficie del agua (recuerde que apenas debe tocarla).
- \* Fije el regulador de frecuencia en ajuste sincrónico; fijar en aproximadamente 20Hz.
- \* Buscar la mejor imagen con el regulador de amplitud.
- \* Conseguir que las imágenes de las ondas “se detengan”, mediante un cambio fino de frecuencia.

#### 2. Reflexión de una onda circular en una pared lisa

- \* Una vez tenga las ondas circulares, coloque la placa plano paralela a una distancia de aproximadamente 5cm del generador. Primero, paralela a la pared izquierda de la cubeta de ondas y segundo, a un ángulo de 45°.
- \* Realizar el ajuste fino de la frecuencia y de la amplitud hasta que la reflexión se haga claramente visible.

#### 3. Refracción de una onda circular sobre una lente biconvexa

- \* Deslice el vibrador para que actúe a una distancia de 5cm del borde de la cubeta.

- \* Realizar el ajuste fino de la frecuencia y de la amplitud hasta que se vea bien claro que las ondas circulares se convierten en ondas lineales detrás de la lente. Luego, ponga la lente bicóncava delante de la lente biconvexa y observe las ondas después de esta.

Recuerde verter agua hasta que los cuerpos de inmersión (prisma, lente bicóncava y lente biconvexa) estén completamente sumergidos (profundidad del agua aproximadamente de 5.5mm a 6.0mm).

#### 4. Superposición de dos ondas circulares

- \* Colocar un tapón adicional en el generador lineal. De este modo se obtienen dos fuentes coherentes de ondas circulares.
- \* Desplazar el vibrador de tal manera que los tapones estén en el centro de la cubeta.
- \* Observar el aspecto de la superposición con diferentes distancias entre los tapones.

#### 5. Efecto Doppler ( $v_f < v_o$ )

- \* Vuelva a configurar la fuente de ondas circulares colocando un solo tapón en el centro del generador lineal.
- \* Realizar el ajuste fino de la frecuencia y de la amplitud hasta que la onda circular sea bien visible.
- \* Deslice suavemente el vibrador hacia la derecha y la izquierda sobre la cubeta de ondas y observe el cambio en la longitud de onda de las ondas circulares en el agua.

## Segunda parte

#### 1. Frentes de onda rectilíneos

- \* Alinear el generador de ondas lineales en la superficie del agua (profundidad del agua aproximadamente 4mm).
- \* Desplazar el vibrador de tal forma que el generador actúe completamente al borde de la cubeta de ondas.
- \* Alinear la altura del generador con la superficie del agua (recuerde que apenas debe tocarla).
- \* Fije el regulador de frecuencia en ajuste sincrónico; fijar en aproximadamente 20Hz.
- \* Buscar la mejor imagen con el regulador de amplitud.
- \* El ajuste fino de la frecuencia permite obtener una “imagen estática” de las ondas estacionarias.

**2. Reflexión de una onda rectilínea o lineal en una pared lisa**

- \* Luego de ajustar la fuente de ondas rectilíneas, colocar la placa plano paralela a una distancia de 5cm a 10cm del generador a un ángulo de  $45^\circ$  con respecto a los frentes de ondas.
- \* Realizar el ajuste fino de la frecuencia y de la amplitud hasta que la reflexión se haga claramente visible.

**3. Reflexión de una onda lineal en un espejo cóncavo**

- \* Luego de ajustar la fuente de ondas rectilíneas, colocar el obstáculo con la ranura grande de forma paralela a los frentes de ondas y delante del generador.
- \* Colocar el cuerpo bicóncavo delante de la ranura (recuerde que el cuerpo debe sobresalir del agua).
- \* Realizar el ajuste fino de la frecuencia y de la amplitud hasta que el “efecto convergente” se vuelva perfectamente visible.
- \* Sustituir el cuerpo bicóncavo por el cuerpo biconvexo y observar el “efecto divergente” de las ondas reflejadas.

**4. Refracción de una onda lineal a través de un prisma**

- \* Sustituir las lentes por el prisma y proceder del mismo modo que en los experimentos de refracción con ondas circulares.
- \* Observar el cambio de la dirección de propagación de los frentes de onda.

**5. Velocidades de propagación en aguas profundas y superficiales**

- \* Verter agua hasta que los cuerpos de inmersión estén completamente sumergidos (profundidad del agua aprox. 5.5mm a 6.0mm).
- \* Variar la altura del generador para que apenas toque la superficie del agua.
- \* Garantizar una buena tensión superficial (puede añadir unas gotas de jabón), para observar fácilmente las ondas sobre la superficie del agua.
- \* Sumergir la placa plano paralela con su lado estrecho paralela a los frentes de onda. Por encima de la placa, la profundidad es menor que a un lado de ella. Observe la proyección de las longitudes de onda e identifique en que profundidad la velocidad de propagación de las ondas es menor o mayor.

**6. Interferencia en múltiples ranuras**

- \* El generador lineal debe actuar en el borde de la cubeta de ondas.
- \* Colocar el obstáculo con cuatro ranuras individuales, paralelo al generador lineal.
- \* Ajustar la frecuencia de tal manera que se produzcan longitudes de onda de mayor ancho que las ranuras.
- \* Realizar el ajuste fino de la frecuencia y de la amplitud hasta que la superposición de ondas (interferencia constructiva y destructiva) se vea claramente sobre la pantalla.
- \* Usar las placas disponibles para tapar las ranuras de los extremos del obstáculo, de este modo se puede observar la interferencia de dos ranuras. Para pegar estas placas al obstáculo use cinta de papel o goma.



## EXPERIMENTO 9

# Óptica de microondas

### Objetivos

- ✱ Manipular y ajustar un equipo de microondas para estudiar la propagación de ondas electromagnéticas en el aire.
- ✱ Estudiar la “óptica de microondas” mediante experimentos de reflexión, refracción, difracción, interferencia y polarización.

### Equipo

- ✱ Equipos de Microondas: PASCO, 3B Scientific y Central Scientific Company.

### Precauciones

- ✱ La potencia de salida del transmisor de microondas está dentro de los niveles de seguridad. Sin embargo, no se debe mirar directamente en la antena (corneta) mientras el transmisor este encendido.

### Procedimiento

El laboratorio cuenta con tres equipos de microondas de tres fabricantes diferentes: E1-PASCO, E2-3B Scientific y E3-Central Scientific Company, cada equipo requiere un ajuste inicial para realizar los experimentos propuestos en la guía de experimentos. Una vez escoja uno de estos equipos, asegurese de tener a mano el manual de instrucciones y la guía de experimentos. Esta guía de experimentos viene incluida en el mismo manual.

La primera y segunda parte se realizan en dos secciones de clase consecutivas.

### Primera parte (una sección de clase)

1. Saque el equipo de su caja, organice cada uno de las partes sobre la mesa y guarde los empaques en la caja; procure ser ordenado. Cuando finalice la práctica debe guardar nuevamente las partes del equipo en sus respectivos empaques.
2. En este paso usted debe realizar el ajuste inicial y entrenamiento en el manejo de su equipo. Para comenzar siga las instrucciones de la sección *Introduction to the System* en el manual de E1, o la sección *Operation* en el manual de E2, o la sección *Setup* en el manual de E3.  
**No olvide consultar el funcionamiento de las perillas con las cuales se ajusta la escala de corriente en los equipos E1 y E3. El E2 usa un multímetro adicional para medir esta corriente.** Recuerde que la corriente es una medida indirecta de la intensidad de las microondas.
3. Luego de ajustar y entrenarse en el manejo de su equipo, realice los siguientes experimentos: *Reflexión y Refracción a través de un prisma*. El procedimiento para realizar estos experimentos está indicado en la guía de experimentos de su equipo. Registre las medidas que allí se piden.

### Segunda parte (una sección de clase)

1. Realice los experimentos: *Ondas estacionarias y cálculo de la longitud de onda*, *Interferencia por una doble rendija (difracción)*<sup>1</sup> y *Polarización*. Nuevamente registre las medidas que se indican en la guía de experimentos de su equipo.

### Análisis

- ✱ En cada manual de instrucciones se pide calcular cantidades que permiten verificar la validez del experi-

<sup>1</sup>Para el equipo E1 solamente use el método B.



mento; realice estos cálculos y obtenga estas cantidades a partir de los resultados medidos. No olvide reportar las incertidumbres de sus resultados.

El manual de E1 contiene algunas preguntas sobre los fenómenos estudiados en cada experimento. Use estas preguntas para complementar el análisis de resultados de cada experimento.

Los manuales de E2 y E3 no tienen preguntas sobre los experimentos, por esta razón, quienes usen equipos diferentes al E1, deben revisar igualmente estas preguntas y usarlas en el análisis de sus resultados<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup>Recuerde que no es necesario realizar una lista de respuestas a estas preguntas, solamente considerelas cuando realice el análisis de sus resultados.

## EXPERIMENTO 10

# Difracción de la luz láser por dos y varias rendijas

### Objetivos

- \* Estudiar en dos casos la difracción e interferencia de la luz láser por una doble rendija. En el primero, para rendijas con ancho fijo pero diferente separación y en el segundo, para rendijas con separación fija pero diferente ancho.
- \* Calcular la longitud de onda del láser a partir de una imagen del patrón de difracción de una doble rendija.
- \* Estudiar la difracción e interferencia de la luz láser por múltiples rendijas del mismo ancho.

### Teoría

Todas las ondas electromagnéticas experimentan difracción e interferencia; ambas propiedades son compartidas simultáneamente por las ondas, independiente de su longitud de onda. En particular, la luz visible experimenta cambios en su dirección de propagación cuando se encuentra con un obstáculo por el cual la luz se transmite parcialmente. Este fenómeno se conoce como difracción de Fraunhofer<sup>1</sup>. Una vez que la luz ha pasado por el obstáculo (abertura o rendija), muy lejos de este aparece un patrón de franjas de luz brillantes y oscuras; las franjas se extienden a ambos lados de la dirección perpendicular a la dirección de propagación de la luz láser. Esto significa que la luz es proyectada en direcciones diferentes a la dirección original de propagación. Las razones que explican la formación del patrón de difracción obedecen al carácter ondulatorio de la luz. Esto quiere decir que las franjas oscuras y brillantes son el resultado de una superposición de muchos haces parciales, formados cuando la luz se encuentra con los bordes de la rendija. En ciertas direcciones, la superposición

da lugar a una interferencia constructiva (franjas brillantes) o destructiva (franjas oscuras).

Si en lugar de una rendija se usan dos, la luz es difractada y el patrón resultante también es el resultado de la superposición constructiva y destructiva de los haces parciales de ambas rendijas. Este fenómeno aparece para más de dos rendijas, en cuyo caso la forma de los patrones de difracción depende del número ( $N$ ) de rendijas, la separación ( $d$ ) entre ellas y el ancho ( $g$ ) de cada una.

El ancho de las rendijas produce sobre el patrón de difracción una modulación en la intensidad de las franjas brillantes, la cual corresponde con el patrón para una rendija del mismo ancho. La franja de mayor intensidad es la del centro y se conoce como máximo central, el resto son máximos primarios (o laterales) de menor intensidad debido a la modulación. Los mínimos son las franjas oscuras donde la intensidad de la luz es nula. En una franja brillante, resultado de la interferencia constructiva de los haces parciales, se cumple que la diferencia de camino entre los haces provenientes de cada rendija es un número entero de veces la longitud de onda de la luz difractada.

Si la pantalla en la cual se proyecta el patrón de difracción está lejos de las rendijas, a una distancia  $L$ , la separación entre cualquier par sucesivo de máximos primarios es constante, esto es:

$$x_{n+1} - x_n = \frac{L\lambda}{d} \quad (10.1)$$

donde  $x_n = \frac{nL\lambda}{d}$ , corresponde a la posición de cada máximo primario con respecto al máximo central.  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$  toma valores positivos para los máximos de la derecha y valores negativos para los máximos de la izquierda.

La diferencia entre el patrón de difracción de una doble rendija y el de una rendija múltiple, es la formación de máximos secundarios de menor intensidad que los máximos primarios. Entre cada dos máximos primarios se forman  $N - 2$  máximos secundarios y  $N - 1$  mínimos.

Si se mantiene fijo tanto el ancho como la separación entre las rendijas, la intensidad de los máximos primarios y secundarios es menor cada vez que el número  $N$  de rendijas

<sup>1</sup>También es posible explicar este fenómeno desde el punto de vista de la teoría de Fresnel, sin embargo, consideramos aquí la teoría de Fraunhofer por ser mucho más simple.

aumenta. A pesar de eso, la separación entre los máximos primarios permanece siempre igual<sup>2</sup>.

## Equipo

- \* Láser rojo de He-Ne, rendijas 3B Scientific: dobles (U14100, U14101), múltiples (U14102), portador de rendijas, pantalla traslúcida cuadrículada.
- \* Flexómetro, calibrador, cámara y computador portátil.

## Precauciones

- \* **No mire directamente el rayo de luz láser y tampoco la reflexión que proviene de cualquier superficie metálica. Evite usar accesorios metálicos (relojes, anillos, cadenas) durante la manipulación del láser.**

## Procedimiento

El montaje óptico mostrado en la Figura # estará listo en las mesas de trabajo. Sin embargo, usted debe revisar que los elementos ópticos estén alineados correctamente, de tal forma que la sección transversal circular del rayo de luz, cubra por completo cada par de rendijas. En este punto puede que necesite subir o bajar la rendija de las pinzas del portador.

Verifique que el patrón de difracción sobre la pantalla se vea lo más intenso posible, en caso contrario alinee nuevamente el láser hasta conseguir sobre la pantalla la imagen más intensa. Procure mantener la rendija en la misma posición durante todo el experimento (puede pegarla a la mesa con cinta de enmascarar). Cada vez que cambie a otro tipo de rendija, puede ser necesario volver a alinear el láser y la rendija hasta que en la pantalla observe el patrón de difracción más nítido. Es recomendable que las luces del laboratorio estén apagadas.

1. Una vez alineado el montaje óptico, mida con el flexómetro la longitud  $L$  entre la rendija y la pantalla traslúcida. Mantenga fija esta longitud durante todo el experimento.
2. Identifique las rendijas sobre la mesa; hay tres referencias diferentes (U14100, U14101, U14102), en cada una el ancho está dado por  $b$ , mientras que la separación entre ellas es  $g$ .

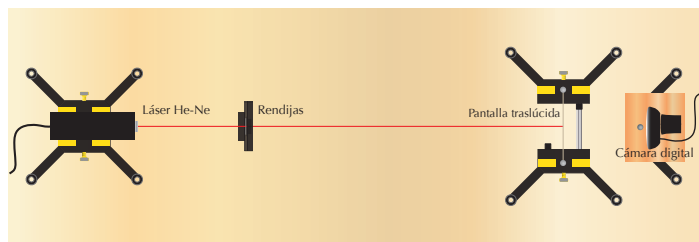


Figura 10.1

3. Monte las rendijas (U14101) con ancho fijo y separación variable. Para cada par de rendijas obtenga el mejor patrón de difracción y tome una fotografía con la cámara digital. La cámara está conectada al computador y mediante su software puede ajustar y registrar fácilmente la imagen.

Con un programa de edición de imágenes podrá medir en píxeles la longitud entre las franjas brillantes o oscuras. Necesita un factor de escala de píxeles a metros para determinar la separación real de las franjas. Este factor puede sacarlo de una imagen del patrón en la cual se observe la cuadrícula (puede iluminar con la luz de su teléfono). Mida con el calibrador la longitud real de la cuadrícula, también mida su longitud en píxeles, luego use estas medidas para sacar la escala. Haga esto por cada imagen que registre.

4. Monte las rendijas (U14100) con ancho variable y separación fija. Para cada par de rendijas tome una fotografía del patrón de difracción y por medio del método sugerido en el paso anterior, mida la separación entre las franjas brillantes o oscuras.
5. Por último, monte las rendijas múltiples (U14102) y registre la imagen del patrón de difracción para  $N = 2, 3, 4, 5$ . Observe cada uno de ellos e identifique los máximos secundarios.

## Análisis

- \* A partir de las imágenes registradas en el procedimiento 3, calcule el valor promedio de la separación entre los máximos para cada uno de los cuatro pares de rendijas. Use estos resultados y la separación entre cada par para calcular mediante una regresión lineal, la longitud de onda del láser y su respectiva incertidumbre. Compare su resultado con el valor nominal impreso en la etiqueta del láser. ¿Los patrones de difracción coinciden con los que predice la teoría de Fraunhofer?.
- Un montaje óptico es sensible a muchos factores; en su caso particular mencione los factores de error encontrados durante su medición.

<sup>2</sup>Para mayor detalle sobre la difracción de la luz por múltiples rendijas, consulte el libro: E. Hecht, *Optics*, 4th Edition (Addison Wesley, 2002), Chapter 10.

- ✱ Verifique que la separación entre las franjas brillantes obtenida de las imágenes registradas en el procedimiento 4, no cambia con el ancho de las rendijas. ¿Cómo afecta el ancho de las rendijas a los patrones de difracción?
- ✱ Analice cada patrón de difracción obtenido de las imágenes registradas en el procedimiento 5. Identifique los máximos principales y los máximos secundarios, además verifique que la separación entre los máximos principales no cambia si se aumenta el número de rendijas. Compare todos los patrones de difracción y establezca las diferencias cuando hay más rendijas. ¿Cuál es el efecto más notable entre ellos?

# EXPERIMENTO 11

## Principio de Arquímedes

### Objetivos

- \* Calcular indirectamente la densidad de varios objetos sólidos.
- \* Determinar la densidad del agua a partir del principio de Arquímedes.
- \* Calcular la fuerza de empuje sobre un objeto sumergido en agua.

### Teoría

El **principio de Arquímedes** establece que un cuerpo sumergido total o parcialmente en un fluido es empujado por una fuerza  $F_e$ , la cual es igual en magnitud al peso del fluido desplazado por el objeto. Esta fuerza apunta en dirección contraria al peso real del objeto,

$$F_e = \rho_f g V_o \quad (11.1)$$

donde  $\rho_f$  es la densidad del fluido y  $V_o$  es el volumen del objeto.

Usando el principio de Arquímedes es posible establecer una relación entre las densidades del objeto y el fluido que dependa de la masa real y la masa aparente del objeto.

Si  $\rho_o$  es la densidad del objeto,  $\rho_f$  la densidad del fluido,  $M$  la masa real del objeto (no sumergida) y  $m$  la masa aparente (sumergida), la relación entre las densidades está dada por

$$\frac{\rho_o}{\rho_f} = \frac{M}{M - m} \quad (11.2)$$

### Equipo

- \* Balanza mecánica OHAUS, objetos sólidos (aluminio, hierro y latón), jarra, recipiente y agua.
- \* Calibrador y paño.

### Procedimiento

1. Usando la balanza mecánica mida la masa de cada uno de los objetos y estime la incertidumbre en estas medidas<sup>1</sup>. No olvide calibrar la balanza antes de realizar sus medidas.  
Con el calibrador mida las dimensiones de estos objetos y calcule el volumen y su incertidumbre.
2. Para medir con la balanza la masa aparente de los objetos:  
Comience por deslizar el soporte móvil de tal forma que esté por encima del plato de acero, luego ubique el recipiente con agua sobre este soporte.  
Posteriormente ate con una cuerda uno de los objetos y suspéndalo del gancho libre que posee la balanza. Verifique que el objeto quede completamente sumergido en el agua sin rozar las paredes del recipiente. Repita este procedimiento para los demás objetos.

### Análisis

A partir de las mediciones en el procedimiento 1, calcule el valor y la incertidumbre de la densidad para cada objeto. Compare estos resultados con los valores reportados para los diferentes materiales que componen estos objetos sólidos.

Usando las mediciones del procedimiento 2, evalúe experimentalmente la validez del principio de Arquímedes a través de la ecuación 11.2. Para lograr esto, grafique los valores de  $\rho_o$  en función de los valores  $\frac{M}{M-m}$ . ¿Qué tipo de gráfico obtiene?.

Haga una regresión (¿de qué tipo?) de los datos para determinar el valor y la incertidumbre de la densidad del fluido  $\rho_f \pm \Delta\rho_f$ . ¿Qué resultado debería esperar para juzgar que el principio de Arquímedes se cumple en este montaje experimental?. ¿Cuál es la exactitud de su resultado?.

<sup>1</sup>Consulte previamente el manual de instrucciones de la balanza en: [CENT-O-GRAM® BALANCE Model 311](#). En él encontrará instrucciones para usar el modelo disponible en el laboratorio.

Identifique y mencione los factores de error en su medición.

Calcule la magnitud e incertidumbre de la fuerza de empuje para cada objeto. ¿Depende esta fuerza de la naturaleza del objeto?.

## EXPERIMENTO 12

# Dinámica del flujo de agua en un sifón

### Objetivos

- \* Estudiar el flujo de agua a baja velocidad en la manguera de un sifón.
- \* Verificar que la ecuación de Bernoulli no se cumple por efectos de la fricción entre el agua y las paredes de la manguera.

### Teoría

La ecuación de Bernoulli describe la conservación de la energía en el flujo de un fluido ideal que pasa por un tubo. Este modelo está restringido para fluidos incompresibles, no viscosos y en los cuales el flujo es estable y no experimenta efectos de fricción con las paredes del tubo. Sin embargo, la mayoría de los fluidos son viscosos y están sometidos a disipación de energía durante el flujo. En situaciones reales la ecuación de Bernoulli aplicada entre dos puntos de una línea de corriente debe incluir la energía intercambiada por el fluido. Dicha energía está relacionada con la fricción, la transferencia de calor u otros efectos presentes en el proceso de flujo. En este sentido, la ecuación de Bernoulli no se cumple si el fluido no es ideal.

Para un flujo de baja velocidad, el efecto de la fricción entre el fluido y las paredes del tubo extrae energía. Si la energía cinética y potencial se mantienen constantes durante el flujo entre dos puntos, la disipación causada por la fricción puede interpretarse como una variación de presión  $\Delta P_{\text{fricción}}$  entre dichos puntos. Con base en estos argumentos, la ecuación de Bernoulli puede modificarse de la siguiente manera:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2 + \Delta P_{\text{fricción}} \quad (12.1)$$

Aunque no es el interés de esta práctica, cuantificar directamente los efectos de fricción en el interior de un tubo, es importante mencionar que existen diferentes ecuaciones obtenidas experimentalmente que dependen de la rugosidad, diámetro y longitud del tubo; la viscosidad, la velocidad del fluido (o el número de Reynolds), entre otros

factores complicados<sup>1</sup>. El propósito de esta práctica es cuantificar indirectamente estos efectos, verificando la falla de la ecuación de Bernoulli cuando fluye agua por una manguera rugosa.

### Equipo

- \* Probeta de 1000mL, probeta de 100mL, jarra de 1000mL, manguera de 2m, agua, barra metálica y soportes universales.
- \* Guías para tubos, calibrador, flexómetro, cronómetro, paño y cinta de enmascarar.

### Procedimiento

1. Use los soportes universales para ajustar la barra metálica a la mesa, luego ponga las guías para tubos en los extremos de la barra; tal como se ve en la Figura 12.1. Ponga la probeta 1 de 1000mL sobre la mesa y la probeta 2 de 100mL en el piso. Extienda la manguera desde el fondo de la probeta 1 hasta la probeta 2. No permita que la manguera baje al fondo de la probeta 2 y menos que se pegue a las paredes. Tampoco olvide pasar la manguera por ambas guías y asegurarla en la guía superior con un pedazo de cinta de enmascarar.
2. Llene con agua la probeta 1 hasta los 1000mL y observe como baja el nivel de agua en esta probeta. También verifique la salida de agua a través de la manguera y el llenado de la probeta 2. En esta configuración conocida como un sifón a presión atmosférica, es posible calcular la velocidad del nivel de agua en la probeta 1 y la velocidad de salida del agua en el extremo de la manguera.

<sup>1</sup>Una discusión completa sobre efectos de disipación de energía en un tubo puede leerse del libro: F. M. White, *Fluids Mechanics*, 7th Edition (McGraw-Hill, 2011), Chapter 3, 6. Este fenómeno es muy interesante en la práctica de dinámica de fluidos, sin embargo, está fuera de los alcances de este curso.

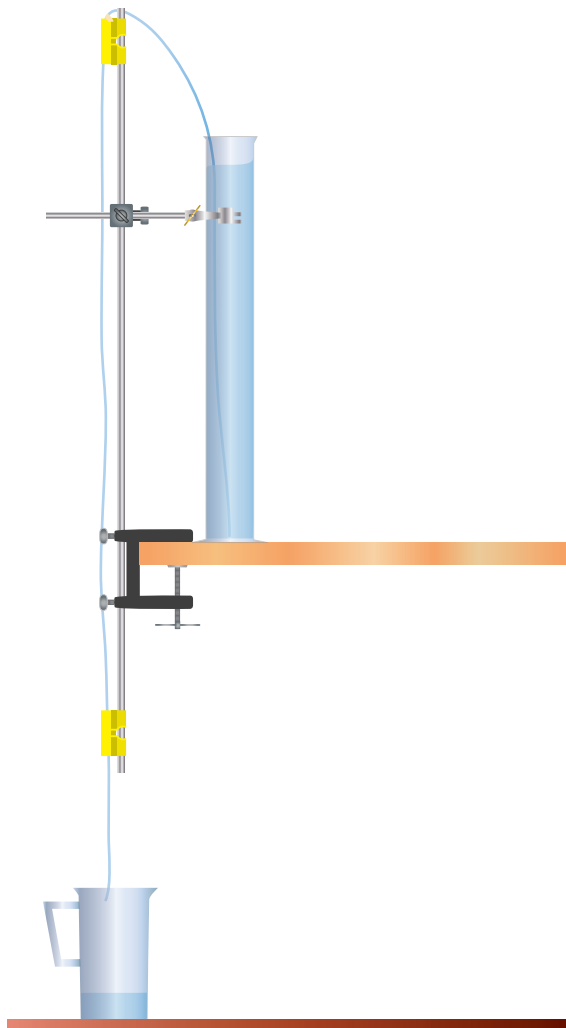


Figura 12.1

3. Para medir la velocidad con la cual baja el nivel de agua en la probeta 1, mida con el cronómetro el tiempo que tarda en bajar desde 1000mL hasta 950mL, luego de 1000mL hasta 900mL; sucesivamente hasta llegar a 500mL, siempre comenzando desde 1000mL y variando cada 50mL. En este punto es necesario cambiar la probeta 2 por la jarra.

Por otro lado, mida con el calibrador la distancia en mm entre cada variación de 50mL en la probeta 1. Use estos datos de longitud y tiempo para obtener la velocidad del nivel de agua  $v_1$ .

Es importante que mida la altura inicial  $h_0$  desde el nivel de agua de la probeta 1 con 1000mL hasta el extremo de la manguera.

Note que una vez haga las variaciones de volumen en la probeta 1, la altura inicial disminuye hasta una altura  $h$ , porque el nivel de agua ha bajado. Registre esta altura para cada variación del nivel de agua.

4. Cada vez que el nivel de agua en la probeta 1 baja, el nivel de agua en la probeta 2 (o jarra) sube. Para cada una de las variaciones de agua (50mL, 100mL, 150mL, etc.) en el paso anterior, mida el tiempo que tarda en llenar las mismas cantidades la probeta 2 (o jarra). El caudal de agua en la probeta 2, resulta ser aproximadamente igual al caudal en la salida de la manguera. De estas mediciones puede calcular la velocidad de salida del agua en el extremo de la manguera, es decir,  $v_2$ .
5. Mida el diámetro interno de la manguera, el de la probeta 1 y también el de la probeta 2 (o jarra).

## Análisis

- \* Use las medidas del procedimiento 3, para obtener la velocidad con la cual baja el nivel de agua en la probeta 1 durante cada variación de volumen. Use estos resultados para calcular los caudales en esta probeta.
- \* Use los resultados del procedimiento 4, para obtener la velocidad con la cual sale el agua por el extremo de la manguera. A partir de ellos obtenga los caudales en esta salida.  
Compare el caudal en la probeta 1 y en la manguera. ¿Sus valores son del mismo orden de magnitud?. ¿Si son diferentes, la masa de agua se conserva?.
- \* Por último, use los resultados de la altura inicial  $h_0$ , las alturas  $h$  y las velocidades  $v_1$  y  $v_2$  para verificar que la ecuación de Bernoulli no se cumple en este sistema, incluso para el agua que es un fluido incompresible. Recuerde que deberá probarlo para cada una de las variaciones de nivel (o volumen) de agua.



## EXPERIMENTO 13

# Viscosidad del detergente líquido a temperatura ambiente

## Objetivos

- ✱ Medir la viscosidad del detergente líquido a temperatura ambiente usando la ley de Stokes.

## Equipo

- ✱ Probeta de vidrio de 1500mL, detergente líquido, esferas de acero de 3mm, varilla metálica, pinza de mesa y pinza universal.
- ✱ Flexómetro, micrómetro, cronómetro, paño y cinta de enmascarar.

## Procedimiento

1. Asegure la pinza a la mesa, luego acople la varilla metálica a la pinza y asegurela con los tornillos. En la varilla asegure la pinza universal, posteriormente gire el tornillo de las pinzas de tal forma que pueda asegurar la probeta entre ellas, teniendo cuidado de no romper el vidrio por apretar demasiado fuerte el tornillo. Por último llene la probeta con el detergente líquido suministrado en el laboratorio.
2. Corte dos pedazos de cinta de enmascarar (de unos 5cm cada uno). El primer pedazo péguelo 10cm por debajo del nivel de líquido y el segundo péguelo 10cm por encima del fondo de líquido. La longitud total de la probeta da para que la separación entre este par de pedazos sea de 25cm o menos. Asegurese de que la separación entre los bordes superiores o inferiores de ambos pedazos sea la misma a lo largo de los 5cm de cinta; verifique con el flexómetro la separación, si es necesario despegue y corrija la posición de las cintas.

Una vez ajustada las cintas, gire la probeta y mirelas a través del líquido. Las cintas servirán como guías para seguir la trayectoria de la esfera al sumergirse en el detergente líquido.

3. Cerca de la superficie del líquido deje caer una de las esferas de acero (la de 3mm) y mida con el cronómetro el tiempo que tarda en recorrer la distancia marcada por los pedazos de cinta. Repita este procedimiento 15 veces y determine el tiempo promedio y su incertidumbre. Con la distancia y este tiempo calcule el valor de la velocidad de la esfera y su incertidumbre. Esta forma de medir la velocidad garantiza que el efecto producido por los extremos de la columna de fluido, no afecte la fuerza de arrastre sobre la esfera. En estas circunstancias la velocidad de caída es aproximadamente constante. Sin embargo, los efectos de las paredes de la probeta son importantes y serán cuantificados en la fuerza de arrastre.

**Para sacar las esferas del fondo del detergente líquido use los imanes disponibles en el laboratorio.**

4. Mida el diámetro de la esfera con el micrómetro y calcule su densidad<sup>1</sup>. También calcule la densidad del detergente líquido.

## Análisis

- ✱ La ley de Stokes describe la fuerza de arrastre que experimenta una esfera con densidad  $\rho$  y radio  $r$ , sumergida en un líquido de extensión infinita con densidad  $\tilde{\rho}$  y viscosidad dinámica  $\mu$ . La fuerza se puede expresar por la ecuación:  $F_{\text{arrastre}} = 6\pi\mu r v$ . Donde  $v$  es la velocidad de la esfera relativa al líquido. Esta ley es válida únicamente cuando el número de Reynolds  $Re$  es muy pequeño.

<sup>1</sup>Para la densidad de la esfera puede medir la masa de varias esferas y determinar su masa promedio, también puede calcular el volumen promedio por esfera y de esos valores determinar la densidad. Verifique el valor obtenido con el reportado para el acero.

La fuerza de arrastre se puede corregir mediante el factor  $K$ , el cual describe los efectos finitos agregados por las paredes que rodean el fluido. La fuerza corregida es  $KF_{\text{arrastre}}$ .

Si el radio de la probeta es  $R$ , el factor de corrección es:  $K^{-1} = 1 - 2.10443 \frac{r}{R} + 2.08877 \left(\frac{r}{R}\right)^3 - 0.94813 \left(\frac{r}{R}\right)^5 - \dots$ . Es importante recalcar que este no es el único factor de corrección que existe, algunos autores han obtenido otros factores válidos con resultados experimentales.

A partir de la suma de fuerzas sobre la esfera sumergida en el líquido, se obtiene la siguiente ecuación para la viscosidad del fluido.

$$\mu = \frac{2r^2 (\rho - \tilde{\rho}) g}{9vK} \quad (13.1)$$

Use las cantidades medidas en el procedimiento para calcular el valor y la incertidumbre de la viscosidad del detergente líquido.

Calcule el número de Reynolds para este caso y verifique si es correcto usar la ley de Stokes para estudiar la caída de la esfera en un fluido muy viscoso.