

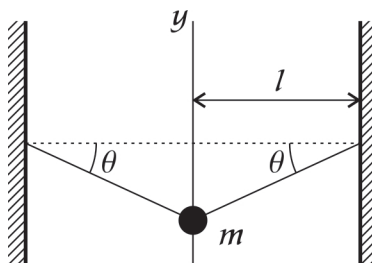
**TALLER NO 1. MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE,
 OSCILACIONES LIBRES Y SUPERPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS**

1. Muestre que la multiplicación de cualquier número complejo z por $e^{i\theta}$ puede describirse, en términos geométricos, como una rotación positiva del vector asociado a z por un ángulo θ .
2. Compruebe que la ecuación diferencial $d^2y/dt^2 = -k^2y$ tiene por solución la función $y = A \cos(kt) + B \sin(kt)$, siendo A y B constantes arbitrarias. Demuestre también que esta solución puede escribirse de la forma

$$y = C \cos(kt + \alpha) = 2Ce^{i(kt+\alpha)} + 2Ce^{-i(kt+\alpha)} = C \operatorname{Re}[e^{i(kt+\alpha)}]$$

y exprese C y α en función de A y B .

3. Suponga que una masa m se mueve transversalmente (a lo largo del eje y) ignorando los posibles movimientos longitudinales, como se muestra en la figura. Considerando que la tensión T en la cuerda permanece prácticamente constante para pequeños desplazamientos y usando la aproximación $\sin \theta \approx \tan \theta$, escriba una ecuación de la forma $\ddot{y}(t) = -\omega_0^2 y(t)$ que describa dicho movimiento y determine la frecuencia natural de oscilación.



4. Una partícula está sometida simultáneamente a tres movimientos armónicos simples de la misma frecuencia y en la misma dirección. Si las amplitudes son A_1 , A_2 y A_3 respectivamente, la diferencia de fase entre el primero y el segundo es δ_{12} , y entre el segundo y el tercero es δ_{23} . Escriba la ecuación que describe el movimiento resultante (amplitud A y fase relativa δ respecto al primer movimiento). Haga una gráfica de los movimientos y su superposición para los valores $A_1 = 0.25$ mm, $A_2 = 0.2$ mm, $A_3 = 0.15$ mm, $\delta_{12} = \pi/4$ y $\delta_{23} = \pi/6$.
5. Determine la frecuencia del movimiento combinado de cada uno de los siguientes pares de vibraciones paralelas y discuta cuáles de ellos son pulsaciones:
 - a) $\cos(10\pi t)$; $\cos(12\pi t)$
 - b) $\sin(2\pi t - \sqrt{2})$; $\cos(2\pi t)$
 - c) $\sin(3t)$; $-\cos(\pi t)$
6. Un objeto de 3.0 kg alarga 16 cm un resorte que cuelga verticalmente en equilibrio. Luego el resorte se alarga 3.0 cm más y se libera dándole una velocidad de 0.5 cm/s hacia abajo, determine: (a) la frecuencia del movimiento en Hz, (b) la ecuación que lo describe y (c) discuta que cambia si el objeto de 3.0 kg se reemplaza por uno de 5.0 kg.
7. Dibuje el resultado de la superposición de los siguientes pares de movimientos si ellos fueran paralelos o perpendiculares y compare
 - a) $\cos(2\omega t)$; $\sin(2\omega t)$
 - b) $\cos(2\omega t)$; $\cos(2\omega t - \pi/4)$