

LABORATORIO DE ONDAS Y FLUIDOS 2016-20

RESONANCIA ELÉCTRICA EN UN CIRCUITO RLC

José Restom y Paula Ordóñez
Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia
2 de Septiembre de 2016

Resumen

Se realizó un experimento con un circuito RLC, al cual se le introdujo corriente alterna como un forzamiento. Se tomaron diversas medidas con el osciloscopio, principalmente de voltaje y frecuencia; las cuales no eran muy acordes a los valores teóricos debido al bajo factor de calidad del circuito realizado.

1. Objetivos

- Observar y analizar los distintos tipos de señales dependiendo de cómo se conecta el osciloscopio al circuito.
- Entender el funcionamiento del circuito y compararlo con análogos.

donde Z es la impedancia. [2]. En este caso la impedancia es mínima, se tiene que $Z = R$.

En el circuito también se presentan otras impedancias correspondientes al capacitor y al inductor; ambas dependen de la frecuencia y están definidas como:

$$X_c = \frac{1}{\omega C} \quad [3]$$

La anterior ecuación corresponde a la impedancia del capacitor; la siguiente ecuación define la impedancia del inductor:

$$X_L = \omega L \quad [4]$$

2. Marco teórico

2.1. Demostración

Por análisis anterior se conoce la ecuación:

$$\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{R}{L} * \frac{dI}{dt} + \frac{I}{LC} \quad (1)$$

La impedancia total del circuito es igual a la suma de todas las impedancias del circuito.

El circuito trabajo es similar la siguiente:

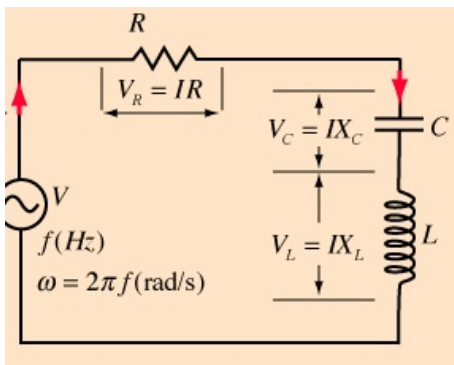


Figura 1: Circuito RLC modelo [1]

En el experimento se está trabajando con un circuito RLC con corriente alterna; cuando se trabaja con este tipo de corriente el circuito tiene una relación especial entre el voltaje y la corriente, la cual se llama impedancia y está definida como:

$$I = \frac{V}{Z}$$

$$Z_T^2 = R^2 + (X_L^2 - X_c^2)$$

$$Z_T = \sqrt{R^2 + (X_L^2 - X_c^2)} \quad (2)$$

La corriente que se induce al circuito es igual al "forzamiento" sobre la impedancia:

$$I(t) = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_c)^2}} * \cos(\omega t + \phi)$$

$$I(t) = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} * \cos(\omega t + \phi) \quad (3)$$

3. Análisis cualitativo

¿Cómo es la señal de voltaje en la resistencia respecto a la señal de voltaje en el capacitor?

La señal del voltaje en la resistencia es mayor que en la capacitancia, ya que en corriente alterna el capacitor tiene un comportamiento que resistivo un poco más potente que la resistencia. Esto se debe a que el valor de la capacitancia influye.

4. Análisis Cuantitativo

4.1. Frecuencia de Resonancia

De acuerdo con la teoría se sabe que:

$$\begin{aligned}\omega &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{2mH*49,5nF}} \\ \omega &= \frac{1}{\sqrt{4,95 \times 10^{-8} * 0,002}} \\ \omega &= \frac{1}{9,98 \times 10^{-6}} \\ \omega &= 1 \times 10^5 \text{ Hz}\end{aligned}$$

Donde ω es la frecuencia de resonancia, esta es igual al valor de ω_0 .

De la parte experimental obtenemos que la frecuencia de resonancia es:

$$\begin{aligned}\omega &= 1,16 \times 10^3 * 2\pi \\ \omega &= 7,29 \times 10^3\end{aligned}$$

Hallamos el error porcentual:

$$e = \frac{\text{Teorico} - \text{Experimental}}{\text{Teorico}} * 100$$

$e = 92\%$

POSIBLES FUENTES DE ERROR

El error obtenido es muy grande; esto se puede deber a que los cables pudieron cambiar las mediciones, el aparato estaba defectuoso o las partes del circuito usadas no estaban en su valor teórico indicado.

4.2. Amplitud vs Voltaje

En esta parte se tomaron 8 mediciones:

$V_{pp}(V)$	$V_{rms}(V)$	$f(kHz)$	$T(\mu s)$
8,30	2,87	1,16	860
8,08	2,77	1,34	750
7,70	2,67	1,55	650
7	2,43	2,08	480
6,3	2,16	2,7	370
5,6	1,92	3,22	310
5,12	1,73	3,75	266
4,6	1,55	4,2	237

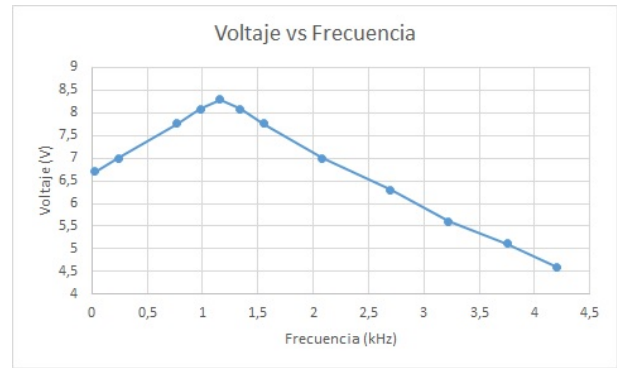


Figura 2: Gráfica de la Amplitud de voltaje en la resistencia vs Frecuencia

De la ecuación (3) podemos obtener la amplitud teórica, la cual es:

$$A = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

En este caso, el valor de ϵ_0 es igual a $8,03 \times 10^{-3}$. Se reemplazan todos los datos en la ecuación de la amplitud y se obtiene que:

$$A = 8,03 \times 10^{-6}$$

Hay una gran diferencia entre la función y la gráfica, lo cual se debe al bajo factor de calidad del circuito. Además la función tiene restricciones debido a su denominador.

4.3. Ancho de banda y factor de calidad

Ancho de banda El ancho de banda teórico, es decir, el que se halla con los valores nominales es:

$$2 \Delta \omega = \frac{R}{L}$$

Reemplazando los valores nominales se obtiene:

$$\begin{aligned}2 \Delta \omega &= \frac{1 \times 10^3 \Omega}{4,95 \times 10^{-8} F} \\ 2 \Delta \omega &= 2,02 \times 10^{10} \frac{\Omega}{F}\end{aligned}$$

Para el caso experimental se tiene que el ancho de banda se obtiene de punto a punto cuando el voltaje es:

$$V = \frac{V_{pp, \text{maximo}}}{\sqrt{2}}$$

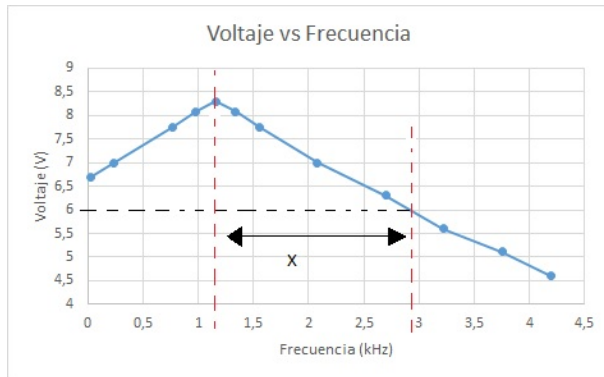


Figura 3: Deducción gráfica del ancho de banda

Que para este caso es ≈ 6 que corresponde a una frecuencia de $2,8kHz$

Se calcula la "distancia" horizontal entre el punto máximo y el punto de interés. La manera más fácil de hacerlo es restando las frecuencias:

$$X = 2,8kHz - 1,16kHz$$

$$x = 1,64kHz$$

Como el ancho de banda es de extremo a extremo, el resultado anterior se multiplica por 2:

$$\text{Anchodebanda} = 2x$$

$$\text{Anchodebanda} = 2(1,64kHz)$$

$$\text{Anchodebanda} = 3,28kHz$$

Ahora se halla el error:

$$e = \frac{\text{Experimental} - \text{Teorico}}{\text{Teorico}} * 100$$

$$e = 99\%$$

POSIBLES FUENTES DE ERROR

En esta parte del experimento el error se pudo dar por varias causas como: alteración del osciloscopio por factores externos (movimiento de la mesa, etc), la inductancia tenía un valor muy pequeño, aparatos defectuosos e influencia de los cables. Otra razón es

que probablemente los aparatos no estaban funcionando con el valor que viene indicado para ellos.

Factor de calidad

El factor de calidad del circuito está definido como:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R}$$

Reemplazando se obtiene que:

$$Q = 4,96 \times 10^{-6}$$

El factor de calidad del circuito es demasiado bajo; esto explica el por qué de los errores tan grandes obtenidos en los anteriores procedimientos.

5. Conclusiones

- El circuito tiene un factor de calidad muy bajo, lo cual afecta demasiado las mediciones y dan errores muy altos.
- La resonancia eléctrica es fácilmente identificable en la curva hallada de Amplitud del voltaje vs frecuencia.

Referencias

- [1] OLMO, M. y NAVE, R., *Circuito Serie RLC*. Recuperado de: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/electric/rlcser.html#c1>
- [2] OLMO, M. y NAVE, R., *Impedancia*. Recuperado de: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/electric/imped.html#c1>
- [3] OLMO, M. y NAVE, R., *Respuesta del condensador a la AC*. Recuperado de: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/electric/accap.html#c2>
- [4] OLMO, M. y NAVE, R., *Inductancia. Respuesta a la AC*. Recuperado de: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/electric/acind.html#c2>