Laboratorio de Ondas y Fluidos 201610

PENDULOS FÍSICOS ACOPLADOS POR UN RESORTE

Luisa Fernanda Rengifo Cajias[1]

[1] *Departamento de Física y Geociencias*

Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia

11-03-2016

Resumen

En la realización de este experimento se implementaron dos péndulos acoplados por medio de un resorte, de los cuales se obtuvieron datos de los periodos de oscilación del sistema cuando estaba en fase o cuando no estaba en fase, esto con el fin de estudiar el comportamiento de esta medida en modos diferentes. La corroboración y validez de los datos obtenidos se obtiene de calcular la gravedad de la ciudad de Bogotá la cual dio como resultado 9,98 m/s² con un error del 2,41% respecto al valor teórico.

1. INTRODUCCIÓN

Un sistema que consta de dos péndulos unidos entre sí por un resorte, es conocido como péndulos físicos o péndulos acoplados; la interacción entre estos dos péndulos es un intercambio energético por medio del resorte. (Feyman, 2006)

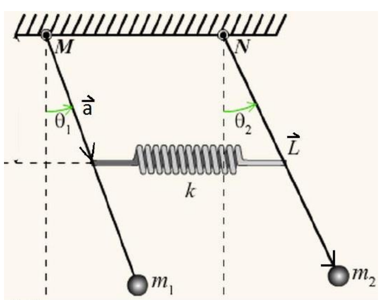


Ilustración 1. Sistema de péndulos acoplados. Tomado de: https://html2-f.scribdassets.com/53ij1nlv402ewtzg/images/2-8d1c7419c8.jpg

Analizando el comportamiento de los péndulos en dos modos diferentes se obtiene diferentes expresiones para las frecuencias de oscilación(Física, 2016):

- Cuando los péndulos están fuera de fase

$$\omega- = \sqrt{\left(\frac{I_{cm}mg}{Icos\theta_0} + \frac{2k_c l^2}{I} sin^2\theta_0\right)} \tag{1}$$

- Cuando los péndulos están oscilando en fase

$$\omega+ = \sqrt{\left(\frac{I_{cm}mg}{Icos\theta_0} + \frac{2k_c l^2}{I} cos^2\theta_0\right)} \tag{2}$$

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

La práctica experimental se basó en el uso de los siguientes instrumentos: un par de soportes universales, 2 péndulos físicos y un resorte para acoplarlos; para la toma de datos se usó un calibrador (para tomar las dimensiones de los péndulos físicos), un flexómetro (para medirlas elongaciones a estudiar), un cronómetro (para la medición de los periodos de oscilación), un transportador (para la medición de los ángulos de apertura) y una balanza electrónica (para obtener la masa de los péndulos físicos. Inicialmente se debe tener en cuenta la disposición correcta de los instrumentos a utilizar en el sistema acoplado, reduciendo así el error lo más que se pueda para la toma de datos óptima. La práctica se divide en varios momentos los cuales se describirán uno a uno:

2.2. Cálculo del momento de inercia

El cálculo del momento de inercia puede realizarse de manera directa (asumiendo que se está trabajando con masas formales donde $I = ml^2$) y se tiene que $I = I_{barra} + I_{cilindro}$) y de manera indirecta (para la cual se necesita conocer el periodo de oscilación)

Para poder obtener este primer valor es necesario registrar el periodo de cuatro oscilaciones de uno de ellos con un ángulo de 5.5° grados.

2.3. Valor de la constante K

Luego de obtener el momento de inercia se coloca ahora un extremo del resorte en el soporte que tiene un gancho en el cual sostener. En el otro extremo montaje se comienzan ahora a variar las diferentes masas. A partir de este nuevo montaje se pueden registrar las diferentes elongaciones del resorte y en base a esos resultados obtener la constante k.

2.4. Periodo de péndulos acoplados

En esta parte de la práctica se utilizaron dos péndulos con pequeños orificios en las varillas, la manera correcta de acoplarlos era colocando el resorte en el mismo orificio para las dos varillas para así mantenerlos unidos; los péndulos deben quedar de manera vertical y el resorte que los une debe estar un poco tensionado (esto teniendo en cuenta que si se tensiona mucho el resorte este se va a deformar, lo cual implica una variación en la toma de datos). Luego de tener el montaje listo se procede a tomar paca diferentes longitudes los periodos de oscilación del primer y segundo modo.

Por último se coloca el resorte en el antepenúltimo agujero y se comienza a variar el ángulo de equilibrio cada 5 grados hasta llegar a los 45° (toca tener cierta precaución al realizar las últimas mediciones pues la oscilación en este caso tiene una amplitud mucho mayor comprada con las otras lo cual nos podría mover el sistema en el que estamos estudiado) en cada una de las variaciones se mide el período de oscilación en función de ese ángulo.

3. ANÁLISIS DE RESULTADOS

3.1. Resultados

DIMENSIONES	
Dimensiones cilindro	
Largo	0,054 ± 0,0005 m
Ancho	0,0245 ± 0,0005 m
Masa	0,201 ± 0,0001 kg
Dimensiones barra	
Largo	0,385 ± 0,0005 m
Ancho	0,0156 ± 0,0005 m
Masa	0,104 ±0,001 kg

Tabla 1. Dimensiones de los elementos que forman parte del sistema de resorte

Ángulo de apertura	T (s)
5,5°	4,8
	4,64
	4,71
	4,62

Tabla 2. Periodos de oscilación para un mismo ángulo de apertura

Masa (kg)	Elongación (m)	Peso(N)
0,0556	0,027	0,54488
0,0756	0,035	0,74088
0,0956	0,055	0,93688
0,1456	0,068	1,42688
0,1956	0,092	1,91688

Tabla 3. Datos de masa y elongación para un sistema resorte-masa

LONGITUD (m)	PERIODO M1 (s)	PERIODO M2 (s)	ω M1	ω M2
0,024	1,51	1,04	4,478824	4,47082466
0,048	1,05	1,11	4,518897	4,48709886
0,072	1,02	1,12	4,584907	4,51409214
0,096	0,99	1,33	4,675756	4,5516138
0,12	0,88	0,76	4,79003	4,59940617
0,144	0,86	0,78	4,9261	4,65715308

Tabla 4. Datos de las frecuencias naturales para los dos diferentes modos estudiados en el sistema acoplado

3.2. Análisis

El primer cálculo a realizar en este caso es el momento de inercia del péndulo simple (sistema barra-cilindro) en base a los datos obtenido en las tablas 1 y 2. Para esto se utiliza la siguiente ecuación:

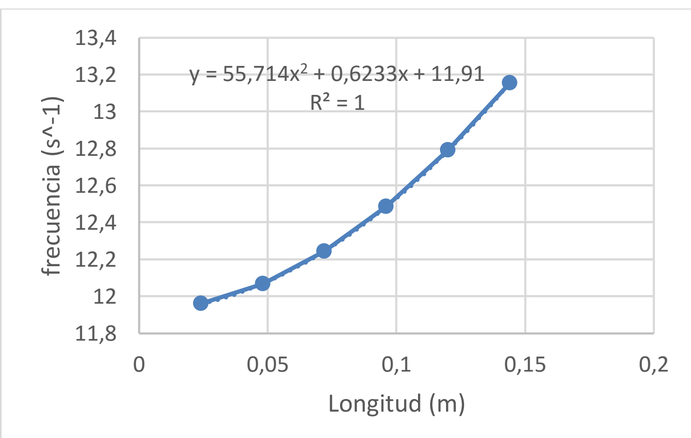
$$I = \left(\frac{t}{2\pi}\right)^2 (M+m)gd \quad (3)$$

Para este caso particular al obtener el momento de inercia es de 0,019 kg*m². También se puede calcular usando la definición de momento de inercia respecto al pivote:

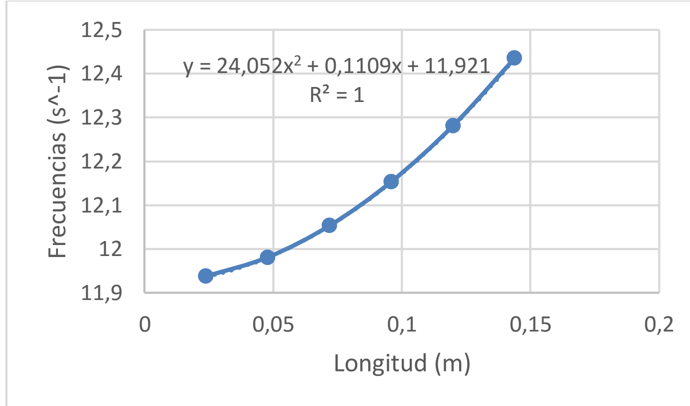
$$I = I_{barra} + I_{cilindro} \quad (4)$$

Obteniendo un valor de 0,016 kg*m². Comparando los dos valores del momento de inercia se obtiene un desfase del 0,31.

Lo siguiente es obtener el valor de la constante de elasticidad del resorte a partir de los datos de la tabla 3. A partir de estos, se obtuvo que el valor de la constante del resorte es de 20,04 N/m. Ahora usando los valores de la tabla 4 podemos los cuales corresponden a los períodos de los modos normales y los valores de las frecuencias se realizaron las gráficas de las frecuencias (de cada modo) en función de la longitud l.



Gráfica 1. Frecuencia en función de la longitud para el modo 1



Gráfica 2. Frecuencia en función de la longitud para el modo 2

De estas dos gráficas se puede afirmar que el resultado establecido por el modelo teórico de las frecuencias para ambos modos funciona de manera correcta, pues se puede observar que el valor de R^2 es 1 en ambos casos, indicando una correlación polinómica de segundo grado entre las frecuencias y la longitud.

Para lograr corroborar los datos se calculó el valor de la gravedad para la ciudad de Bogotá la cual fue de 9,98 m/s² al hacer una regresión lineal en el las gráficas anteriores. Comparando este resultado con el valor teórico, el cual depende de la ubicación latitudinal de la ciudad (4,6 N) es de 9,777 m/s², se obtuvo un error de 2,41 %.

4. CONCLUSIONES

Con la realización de este experimento fue posible reconocer y estudiar las características y diferencias en el comportamiento de los sistemas de péndulos acoplados. Por otra parte en las mediciones experimentales se lograron calcular datos como el momento de inercia y la constante de elasticidad de un resorte. También se encontró el valor de la gravedad de Bogotá respecto a los datos obtenidos en la práctica, y ya que el error fue muy bajo (2,41%) se puede concluir que este sistema de péndulos es funcional y acertado.

Por otra parte es posible analizar las fuerzas de fricción a las cuales se encuentra sometido nuestro sistema acoplado pues lo ideal sería que continuaran su movimiento por un tiempo indefinido pero lo que en realidad sucede es que el sistema tiende a encontrar un estado de equilibrio (es decir su periodo de oscilación sería 0. Pero también se observa que a medida que se realizan los cambios de la posición del resorte en el sistema el periodo de oscilación toma otra connotación, pues ahora existe una transferencia de energía entre péndulos. Otro punto a resaltar es la falta de datos respecto a las pulsaciones pues por tiempo en la práctica no se pudo completar la toma de datos de manera efectiva.

5. BIBLIOGRAFÍA

Departamento de Física. (2016). *Péndulos físicos acoplados por un resorte. Bogotá: Universidad de los Andes.*

Feyman. (2006). The Feyman lectures of physics.

6. APÉNDICE

6.1. Demostración ecuación 3

$$-(M+m)gd\phi = I\alpha$$

$$\frac{-(M+m)gd\phi}{I} = \alpha$$

$$0 = \frac{d^2\phi}{dt^2} + \frac{(M+m)gd}{I}\phi$$

$$Entonces:$$

$$\omega = \sqrt{\frac{(M+m)gd}{I}}$$

$$Y:$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(M+m)gd}{I}}$$

7. $$\boxed{I = \left(\frac{t}{2\pi}\right)^2 (M+m)gd}$$