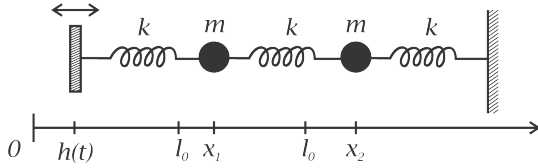
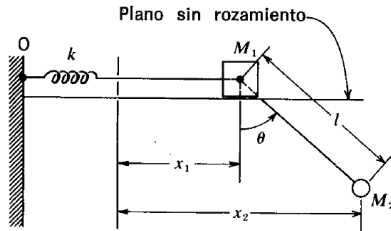


TALLER NO 4. OSCILADORES ACOPLADOS
Y MODOS NORMALES DE SISTEMAS DISCRETOS II

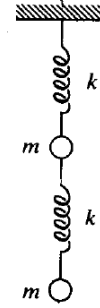
- Al sistema de masas iguales sobre una superficie horizontal con fricción, acopladas por resortes idénticos, se aplica una fuerza armónica moviendo el soporte izquierdo mientras el derecho permanece fijo. a) Halle la ecuaciones de movimiento del sistema, b) escriba la solución, c) calcule la potencia absorbida, y d) haga una gráfica de resonancia.



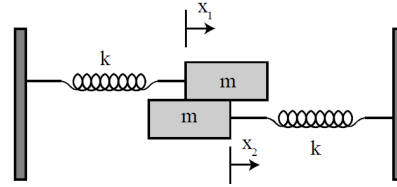
- La figura muestra una masa M_1 sobre un plano sin rozamiento unida a un soporte mediante un resorte de rigidez k . La masa M_2 está sujeta a la masa M_1 mediante una cuerda de longitud ℓ



- Utilizando una aproximación de oscilaciones pequeñas $\sin \theta \approx \tan \theta \approx (x_2 - x_1)/\ell$ y partiendo de la segunda ley de Newton deduzca las ecuaciones de movimiento para M_1 y M_2 .
 - Para $M_1 = M_2 = M$ obtenga las frecuencias normales del sistema.
 - ¿Cuáles son los movimientos de los modos normales con $M_1 = M_2 = M$ y $g\ell \gg k/M$.
- Se unen dos masas iguales a través de dos resortes verticales de constante k . Considerando sólo el movimiento vertical demuestre que las frecuencias angulares de los dos modos normales son $\omega^2 = (3 \pm \sqrt{5})k/2m$ y que por tanto, el cociente entre dichas frecuencias vale $(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)$.
 - Dos osciladores armónicos idénticos se ubican de tal forma que sus masas deslizan una contra la



otra. La fuerza de fricción provee un acoplamiento de los movimientos proporcional a la velocidad relativa de las masas. Encuentre soluciones generales para $x_1(t)$ y $x_2(t)$.



- Con base en el hecho de que en un modo normal todas las partículas están situadas sobre una curva continua $f(z) = \sin(\frac{n\pi}{L}z)$ para sistemas con extremos fijos, dibuje la forma de los 5 primeros modos normales de un sistema de 5 masas acopladas. Usando propiedades generales, dibuje los modos para $n = 1, 3$ y 10 para una cuerda con 10 masas.
- Para el sistema de 5 masas acopladas por cuerdas con extremos libres, halle los modos máximo y mínimo con sus frecuencias normales correspondientes, elabore gráficas y analice los resultados.