

# Analyse und Implementierung einer Multi-Faktor-Authentifizierung mit Shamir's Secret Sharing

Nicolas Proske

*Ostbayerische Technische Hochschule Amberg-Weiden*

E-Mail: n.proske@oth-aw.de

Matr.-Nr.: 87672270

**Zusammenfassung**—Heutige Authentifizierungsmethoden beruhen noch oft auf dem Ein-Faktor-Prinzip, wobei dieser eine Faktor, meist ein Passwort, die dahinter liegenden Daten nicht ausreichend vor unautorisiertem Zugriff schützen kann. Im Laufe der Zeit hat sich deshalb die Zwei-Faktor-Authentifizierung etabliert, welche zusätzlich ein weiteres Merkmal beim Login-Prozess voraussetzt. Diese Studienarbeit betrachtet darüber hinaus ein mögliches Verfahren, wie ein vollumfänglicher Login-Prozess mit mehreren Faktoren, verteilt auf unterschiedlichen Systemen, mit Hilfe von Multi-Faktor-Authentifizierung und Shamir's Secret Sharing realisiert werden kann.

Die Kombination aus einem Passwort, einem biometrischen Merkmal (zum Beispiel einem Fingerabdruck) und einem Wiederherstellungsschlüssel erhöht nicht nur die Sicherheit eines Systems, sondern dank dem Einsatz von Secret Sharing auch die Flexibilität des Benutzers, da nur zwei der drei Faktoren zur Authentifizierung benötigt werden.

Die Integration dieser Idee in eine Webanwendung in Verbindung mit einer dazugehörigen App zeigt eine sichere Möglichkeit auf, wie ein Login-Prozess in einer modernen Anwendung ablaufen kann.

**Schlüsselwörter**—Authentifizierung, Secret Sharing, Web, App

## I. EINLEITUNG

In der heutigen digitalen Welt, in der eine überwältigende Menge an Daten generiert, gespeichert und über verschiedene Plattformen übertragen wird, ist der Bedarf an Datenschutz und Datensicherheit relevanter denn je. Die mit der Digitalisierung einhergehenden Möglichkeiten bergen ein erhebliches Risiko für Datendiebstahl, unbefugten Zugriff und Cyberangriffe. Obwohl laut einer Umfrage [1, S. 23] die Hälfte der Erwachsenen weltweit glauben, dass die von ihnen ergriffenen Maßnahmen ausreichen, um sich gegen Identitätsdiebstahl zu schützen, sind 63 Prozent darüber besorgt, dass ihre Identität gestohlen wird. Weiter fühlen sich knapp sieben von zehn Menschen heute anfälliger für Identitätsdiebstahl als noch vor ein paar Jahren. Ein wesentlicher Grund für die Zunahme von Identitätsdiebstahl liegt neben zu schwachen Passwörtern hauptsächlich daran, wie Menschen damit umgehen. Bei einer Frage bezüglich der mehrmaligen Verwendung derselben

Benutzernamen und Passwörter haben 82 Prozent zugegeben, zumindest manchmal dieselben Anmeldedaten für unterschiedliche Konten zu verwenden. Knapp die Hälfte davon, etwa 45 Prozent, verwenden sogar immer oder in den meisten Fällen dieselben Zugangsdaten [2, S. 12].

Im Rahmen der vorliegenden Studienarbeit wird eine Analyse und Implementierung einer Multi-Faktor-Authentifizierung mit Shamir's Secret Sharing durchgeführt. Dazu wird zu Beginn auf unterschiedliche Authentifizierungsarten eingegangen, einschließlich relevanter Fakten sowie der jeweiligen Vor- und Nachteile. In einem weiteren Schritt erfolgt eine kurze Beschreibung der Methode inklusive einer mathematischen Veranschaulichung, um ein gemeinsames Verständnis für die nachfolgende Analyse der Implementierung zu erlangen. Daran anknüpfend führt eine Betrachtung einer möglichen Realisierung zu einer Zusammenfassung.

## II. AUTHENTIFIZIERUNG MIT FAKTOREN

### A. Ein-Faktor-Authentifizierung

Lange Zeit haben Authentifizierungsmethoden auf einem einzelnen Identifikationsfaktor beruht, in der Regel einer Kombination aus Benutzername und Passwort. Wenn diese beiden Parameter über mehrere Dienste hinweg identisch sind, bedeutet dies, dass ein Angreifer, der ein einziges Konto kompromittiert, automatisch Zugriff auf die anderen Konten erhält — Dabei spielt die Stärke des Passworts keine Rolle. Dieser One-Factor-Authentication (OFA) Ansatz hat jahrzehntelang das Rückgrat der Informationssicherheit gebildet. Dennoch hat sich angesichts der zunehmenden Komplexität von Cyberbedrohungen gezeigt, dass die Abhängigkeit von einem einzigen Faktor für die Authentifizierung eine Schwachstelle darstellt, die anfällig für verschiedene Verletzungen wie Brute-Force-Angriffe, Phishing und Social Engineering ist. Diese Schwachstellen verdeutlichen, dass OFA für heutige Anwendungsfälle in aller Regel keine ausreichende Sicherheit mehr bietet.

## B. Multi-Faktor-Authentifizierung

Multi-Factor-Authentication (MFA) stellt einen signifikanten Fortschritt in der Evolution der digitalen Sicherheitsmaßnahmen dar. Im Gegensatz zur Einzelfaktor-Authentifizierung, die üblicherweise auf einer einzigen Form des Nachweises wie einem Passwort basiert, erhöht MFA die Sicherheit durch zusätzliche Schutzebenen, indem mehrere unabhängige Zugangsdaten für die Authentifizierung erforderlich sind. Diese Zugangsdaten können in drei Hauptkategorien eingeteilt werden:

- 1) *Wissen*: Informationen, die der Benutzer kennt, wie Passwörter, PINs und Antworten auf geheime Fragen.
- 2) *Eigenheit*: Biologische Merkmale, die einzigartig für den Benutzer sind, wie Fingerabdrücke, Netzhautmuster oder Gesichtserkennung.
- 3) *Besitz*: Gegenstände oder Geräte, die der Benutzer besitzt, wie Smartphones, Chipkarten oder physische Schlüssel. Die Bestätigung des Besitzes kann verschiedene Formen annehmen, angefangen von der Entgegennahme und Eingabe eines per SMS an eine registrierte Telefonnummer gesendeten Codes bis hin zum Einsetzen eines physischen Schlüssels in ein Schloss.

Der Hauptvorteil von MFA gegenüber OFA liegt daher im schichtbasierten Ansatz. Selbst wenn ein Angreifer es schafft, einen Authentifizierungsfaktor zu umgehen, bieten die verbleibenden Faktoren weiterhin Schutz. Eine Kompromittierung eines Faktors gefährdet also nicht die Gesamtsicherheit. Trotz der Stärken bringt eine MFA auch eigene Herausforderungen mit sich, wie beispielsweise die potenziell erhöhte Komplexität und die Notwendigkeit für Benutzer, mehrere Authentifizierungsfaktoren zu verwalten. Dennoch überwiegen die Vorteile der MFA oft diese potenziellen Nachteile, insbesondere in Umgebungen, in denen der Schutz sensibler Daten oberste Priorität hat.

## III. SHAMIR'S SECRET SHARING

Secret Sharing ist ein grundlegender Baustein der modernen Kryptographie. Eines der bekanntesten Verfahren wurde am 1. November 1979 veröffentlicht und ist nach seinem Erfinder Adi Shamir, einem israelischen Kryptographen, benannt: Shamir's Secret Sharing [3].

Es basiert auf der Idee, ein Geheimnis in mehrere Teile, sogenannte Shares, aufzuteilen. Um das Geheimnis wiederherzustellen, müssen eine bestimmte Anzahl dieser Shares zusammengebracht werden. Jeder einzelne Share ist für sich genommen bedeutungslos und gibt keinerlei Informationen preis. Ein Schwellenwert definiert die minimale Anzahl von Shares, die erforderlich sind, um das Geheimnis wiederherstellen zu können. Dies stellt sicher, dass das Geheimnis selbst dann sicher bleibt, wenn ein Teil der Shares verloren gehen oder in die Hände eines Angreifers gelangen. Das dabei verwendete  $(k, n)$ -Schwellenwertschema legt fest, wie viele  $k$  Shares benötigt werden, um auf das Geheimnis zu kommen,  $n$  ist größer  $k$  und bezieht sich auf die Gesamtzahl der Shares, in die das Geheimnis aufgeteilt wird.

## A. Mathematische Veranschaulichung

Shamir's Secret Sharing basiert auf dem Prinzip der Polynominterpolation in endlichen Körpern, wobei  $k$  Punkte ein Polynom vom Grad  $k-1$  eindeutig definieren. Um dies anhand eines mathematischen Beispiels zu veranschaulichen, wird im Folgenden ein  $(2, 3)$ -Schwellenschema mit  $k = 2$  und  $n = 3$  betrachtet, bei dem das Geheimnis  $S$  der Zahl 42 entspricht. Sei  $p = 43$  eine Primzahl mit  $p > S$ . Alle Berechnungen erfolgen im endlichen Körper  $\mathbb{F}_p$ .

1) *Generierung der Shares*: Der erste Schritt besteht darin, ein Polynom vom Grad  $k - 1 = 2 - 1 = 1$  aufzustellen:

$$f(x) = mx + b \mod p$$

Die Konstante  $b$  entspricht dabei dem Geheimnis  $S$ . Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird in diesem Beispiel  $m = 4$  als zufälliger Koeffizient gewählt:

$$f(x) = 4x + 42 \mod 43$$

Im nächsten Schritt erfolgt die Berechnung von  $n$  Punkten in der Ebene. Dazu wird für  $x = 1 \dots n$  eingesetzt:

$$\text{Für } x = 1 : y_1 = f(1) = 4 * 1 + 42 \mod 43 = 3$$

$$\text{Für } x = 2 : y_2 = f(2) = 4 * 2 + 42 \mod 43 = 7$$

$$\text{Für } x = 3 : y_3 = f(3) = 4 * 3 + 42 \mod 43 = 11$$

Jeder der berechneten Punkte  $(1, 3)$ ,  $(2, 7)$ ,  $(3, 11)$  repräsentiert dabei einen Share. Tabelle I zeigt die Verteilung aller drei Shares an insgesamt drei unterschiedliche Nutzer:

Verteilung an user(x)	$f(x)$	share(x, $f(x)$ ) mod $p$
1	$f(1) = 46$	(1, 3)
2	$f(2) = 50$	(2, 7)
3	$f(3) = 54$	(3, 11)

Tabelle I: Verteilung der Shares

2) *Rekonstruktion mit linearem Gleichungssystem*: Sind nun  $k$  Punkte gegeben, kann das ursprüngliche Geheimnis rekonstruiert werden. Im Folgenden werden die Punkte  $(1, 3)$  und  $(2, 7)$  als Gleichungen in einem linearen Gleichungssystem dargestellt:

$$1. m + b = 3$$

$$2. 2m + b = 7$$

Die Unbekannten werden nun über das Substitutionsverfahren gelöst. Durch Umstellen der ersten Gleichung nach  $b$  folgt  $b = 3 - m$ . Dieser Ausdruck wird in die zweite Gleichung eingesetzt, was zu  $2m + (3 - m) = 7$  führt. Daraus folgt  $m = 4$ . Die erhaltene Lösung für  $m$  wird dann in die umgestellte erste Gleichung eingesetzt, um  $b$  zu berechnen:  $b = 3 - 4 = -1$ . Da die Berechnungen im endlichen Körper  $\mathbb{F}_{43}$  durchgeführt werden, wird das Ergebnis mod 43 genommen, um das Geheimnis im Wertebereich von 0 bis  $p - 1$  zu erhalten:  $b = -1 \mod 43 = 42$ , was dem

Geheimnis  $S = 42$  entspricht. Bei größeren Werten von  $k$  würde ein Polynom höheren Grades und ein entsprechend größeres lineares Gleichungssystem entstehen.

### 3) Rekonstruktion mit Lagrange-Interpolations-Formel:

Die Lagrange-Interpolation ist das in der Praxis am häufigsten eingesetzte Verfahren zur Bestimmung des Polynoms einer bestimmten Ordnung, das durch eine gegebene Menge von Punkten verläuft. Diese Methode bietet den Vorteil, dass sie direkt eine Formel zur Rekonstruktion des Geheimnisses liefert, ohne dass ein Gleichungssystem explizit gelöst werden muss. Die Koeffizienten  $m_0, \dots, m_{k-1}$  eines unbekannten Polynoms  $f$  vom Grad  $k-1$  aus  $k$  Punkten  $(x_i, y_i)$  können wie folgt berechnet werden:

$$f(x) = \sum_{i=1}^k \left[ y_i \cdot \prod_{\substack{1 \leq j \leq k \\ i \neq j}} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \right] \mod p$$

Unter Verwendung dieser Formel lässt sich  $m_0 = f(0)$  und damit das Geheimnis  $S$  aus  $k$  gegebenen Punkten berechnen [4, S. 65 f.].

## IV. DIE IDEE DER KOMBINATION

Das Ziel dieser Studienarbeit besteht darin, die Vorteile beider Verfahren zu kombinieren, um eine robuste und sichere Authentifizierungsmethode zu entwickeln.

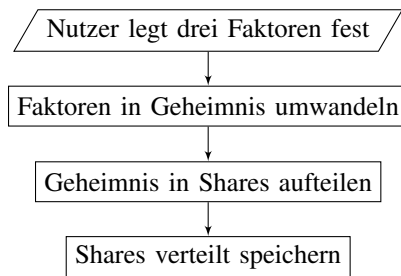


Abbildung 1: Überblick: Generierung der Shares

Abbildung 1 zeigt den groben Ablauf, wie die Shares erzeugt werden. Im Kern wird ein Geheimnis aus mehreren Authentifizierungsfaktoren generiert und mit Hilfe von Shamir's Secret Sharing aufgeteilt. Die zur Multi-Faktor-Authentifizierung verwendeten Faktoren entsprechen einem Passwort (Wissen), dem Fingerabdruck des Nutzers (Eigenschaft) und einem Wiederherstellungsschlüssel in Form eines QR-Codes (Besitz). Die Kombination aller drei Faktoren dient als Grundlage zur Berechnung des Geheimnisses, welches anschließend mittels Shamir's Secret Sharing in drei Shares aufgeteilt wird, wobei nur zwei Stück zur späteren Authentifizierung benötigt werden. Jeder Share wird anschließend eindeutig zu einem der obigen Faktoren zugeordnet und auf unterschiedlichen Wegen sicher abgelegt, zum Beispiel der Passwort-Share in einer Datenbank, der Fingerabdruck-Share im sicheren Bereich eines Smartphones und der zugehörige Share zum Wiederherstellungsschlüssel als QR-Code ausgedruckt an einem sicheren Ort.

Nachdem alle Shares erfolgreich generiert wurden und gespeichert sind, kann sich der Nutzer mit zwei der drei

zu Beginn festgelegten Faktoren authentifizieren. Mit Blick auf Abbildung 2 wählt der Nutzer anfangs aus, welche zwei Faktoren er dazu verwenden möchte. Nach Eingabe eines korrekten Faktors gibt das System den verknüpften Share „frei“, welcher im Anschluss zur Rekonstruktion verwendet wird. Sobald beide Shares zur Verfügung stehen wird das Geheimnis wiederhergestellt und überprüft, ob der Wert dem ursprünglichen Geheimnis entspricht. Falls ja, ist die Authentifizierung erfolgreich, andernfalls erhält der Nutzer eine Fehlermeldung.

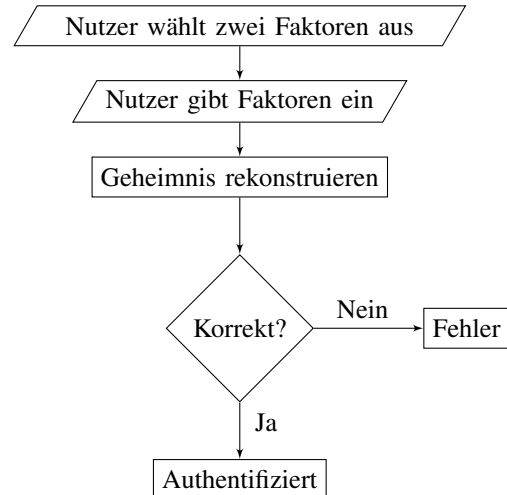


Abbildung 2: Überblick: Authentifizierung mit Shares

### A. Vorteile

1) *Erhöhte Sicherheit:* MFA und SSS ergänzen sich gegenseitig, um eine robuste Sicherheitsarchitektur zu schaffen. Während MFA bereits eine zusätzliche Sicherheitsebene durch die Verwendung mehrerer Faktoren bietet, stellt Shamir's Secret Sharing sicher, dass die zu schützenden Daten unverschlüsselt dezentral gespeichert werden können, da ein einzelner Share keine Rückschlüsse auf das Geheimnis zulässt. Dadurch wird das Risiko eines vollständigen Datenlecks oder unbefugten Zugriffs drastisch minimiert.

2) *Flexibilität:* Benutzer können aus drei verschiedenen Optionen (Passwort, Fingerabdruck und Wiederherstellungsschlüssel) zur Authentifizierung wählen. Darüber hinaus kann die Aufteilung von Shares an unterschiedliche Geräte oder Personen erfolgen, um sowohl den Bedürfnissen und Anforderungen des Nutzers als auch eines Systems gerecht zu werden.

3) *Schutz vor Datenverlust:* Wenn beispielsweise ein Benutzer das verknüpfte Smartphone verliert oder es irreparabel beschädigt wurde, ist weiterhin ein Zugriff über die beiden anderen Faktoren gewährleistet. Dies bietet einen zusätzlichen Schutz vor Datenverlust.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das Zusammenspiel beider Methoden die Sicherheit eines Authentifizierungsprozesses erhöht. Deshalb wird im Folgenden eine mögliche Implementierung vorgestellt, welche die einzelnen Schritte im Detail verdeutlichen soll.

## V. IMPLEMENTIERUNG

Das folgende Kapitel beschreibt schrittweise die praktische Umsetzung einer in Python (Version 3.10.9) programmierten Kombination von Multi-Faktor-Authentifizierung und Shamir's Secret Sharing. Dieser Prozess gliedert sich in drei Phasen: *Konstruktion des Geheimnisses*, *Generierung der Shares* und *Authentifizierung*. In der ersten Phase wird eine natürliche Zahl auf Grundlage von drei verschiedenen Faktoren konstruiert. Diese dient in Phase 2 als Geheimnis für die Anwendung von Shamir's Secret Sharing, um daraus drei Shares zu erzeugen. Für die abschließende Authentifizierung in Phase 3 werden zwei dieser Shares benötigt.

*Anmerkung:* Die nachfolgend präsentierten Code-Abschnitte dienen hauptsächlich der Veranschaulichung und sind ohne zusätzliche Anpassungen und Ergänzungen nicht zwingend lauffähig.

### A. Phase 1: Konstruktion des Geheimnisses

Vor der Durchführung einer Authentifizierung ist es notwendig, die dafür benötigten Shares zu generieren. Als Grundlage dient hierbei ein Geheimnis, das in diesem Fall auf Basis von drei verschiedenen Authentifizierungsfaktoren erzeugt wird.

1) *Nutzer legt drei Faktoren fest:* Bei den Faktoren handelt es sich um ein Passwort, einen Fingerabdruck und einen Wiederherstellungsschlüssel. Wie in Listing 1 gezeigt, werden die ersten beiden Faktoren vom Nutzer bereitgestellt, während der dritte Faktor zufällig in Form eines 128 Bit langen hexadezimalen Strings generiert wird.

```
1 # 1. Faktor: Passwort
2 password = input()
3
4 # 2. Faktor: Fingerabdruck
5 fingerprint = input()
6
7 # 3. Faktor: Wiederherstellungsschlüssel
8 recovery_key = os.urandom(16).hex()
```

Listing 1: Initialisierung der drei Faktoren

2) *Faktoren umwandeln:* All diese Faktoren werden im späteren Verlauf für die Authentifizierung benötigt. Daher ist es wichtig, dass diese Informationen umgewandelt werden, um mögliche Rückschlüsse auf die ursprünglichen Eingaben des Nutzers auszuschließen. Aus diesem Grund werden alle Faktoren in einem weiteren Schritt mittels der SHA-256-Hashfunktion umgewandelt (siehe Abbildung 3).

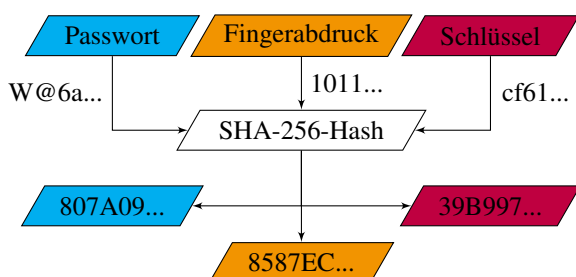


Abbildung 3: Faktoren umwandeln

Zur Realisierung im Quelltext nimmt die in Listing 2 gegebene Funktion `hash_string` einen String `value` entgegen. Dieser Wert wird zunächst mit `.encode()` als Bytes repräsentiert und unter Verwendung der `hashlib`-Bibliothek in einen SHA-256-Hash konvertiert. Nach Anwendung der Funktion auf alle gegebenen Faktoren wird die `.digest()`-Methode auf den berechneten Hash angewendet, um das Ergebnis als Bytefolge zurückzugeben, um diese im nachfolgenden Schritt in eine Zahl umwandeln zu können.

```
def hash_string(value):
    return hashlib.SHA-256(value.encode())

password_hash = hash_string(password).digest()
fingerprint_hash = hash_string(fingerprint).digest()
recovery_key_hash =
    hash_string(recovery_key).digest()
```

Listing 2: Hashen der drei Faktoren

3) *Interpretation der Hashwerte als Zahlen:* Alle drei erhaltenen Hashes müssen nun als Zahlen interpretiert werden, da Shamir's Secret Sharing eine ganze Zahl für das Geheimnis fordert. Die Funktion `hash_to_int` aus Listing 3 nimmt ebenfalls einen Parameter `value` entgegen, der hier die zuvor generierte Bytefolge darstellt. Durch die Verwendung der Methode `int.from_bytes()` mit dem Parameter `value` wandelt die Funktion diese Bytefolge in eine Ganzzahl um. Dabei erfolgt die Interpretation der Bytes in der Reihenfolge „big“, wodurch das Most Significant Bit zuerst und das Least Significant Bit zuletzt berücksichtigt wird. Das Ergebnis der Funktion, eine Ganzzahl, wird zurückgegeben. Anschließend wird diese Funktion auf die Hashwerte von Passwort, Fingerabdruck und Wiederherstellungsschlüssel angewendet und die Zahlen in den entsprechenden Variablen gespeichert.

```
def hash_to_int(value):
    return int.from_bytes(value, byteorder="big")

password_number = hash_to_int(password_hash)
fingerprint_number = hash_to_int(fingerprint_hash)
recovery_key_number = hash_to_int(recovery_key_hash)
```

Listing 3: Hashwerte als Zahlen interpretieren

4) *Geheimnis erzeugen:* Das Geheimnis ergibt sich nun durch die Aneinanderreihung aller drei generierten Zahlen. Hierbei werden die Zahlen nicht addiert, sondern in zufälliger Reihenfolge miteinander konkateniert. In Listing 4 wird zuerst eine Liste `numbers` erstellt, die die Ganzzahlen aus Listing 3 enthält. Anschließend wird die Liste durch Anwendung der `shuffle`-Methode aus der Bibliothek „random“ zufällig durchmischt. Die so neu angeordneten Zahlen werden in einer for-Schleife durchlaufen, jede Zahl aus der Liste in einen String umgewandelt und an den vorherigen Wert angehängt. Das Ergebnis ist ein zusammengesetzter String aus Ziffern. Dieser wird schlussendlich wieder in eine Ganzzahl umgewandelt und als temporäre Variable `s` zwischengespeichert (siehe Listing 4). Der resultierende Integer `s` ist der endgültige, neu generierte geheime Wert, der nun für weitere Verarbeitungsschritte verwendet werden kann.

```

1 numbers = [password_number, fingerprint_number,
  recovery_key_number]
2 random.shuffle(numbers)
3 S = int("".join(str(num) for num in numbers))

```

Listing 4: Zahlen zu Geheimnis konkatenieren

Um das Geheimnis während der Authentifizierung bei einer erfolgreichen Rekonstruktion auf Übereinstimmung prüfen zu können, muss es später abrufbar sein. Dazu wird es in Listing 5 mit SHA-256 gehasht. Dadurch wird sichergestellt, dass das zu schützende Geheimnis für spätere Zwecke ohne Bedenken in einer Datenbank gespeichert werden kann.

```

1 S_hash = hash_string(str(S)).hexdigest()

```

Listing 5: Geheimnis hashen

### B. Phase 2: Generierung der Shares

Das originale, nicht gehashte Geheimnis  $S$  wird in der zweiten Phase dazu benötigt, um es mit Hilfe von Shamir's Secret Sharing in einzelne Shares zu zerlegen.

1) *Primzahl erzeugen:* Alle Berechnungen erfolgen wie auch zu Beginn in der mathematischen Veranschaulichung in einem endlichen Körper. Dieser wird definiert als  $\mathbb{F}_p$ , wobei  $p$  eine Primzahl größer  $n$  und  $S$  ist. Die Bibliothek „libnum“ stellt die Funktion „generate\_prime“ bereit, die unter Eingabe einer Bitlänge die Primzahl in dieser Größenordnung erzeugt. Zur Erzeugung einer solchen Primzahl wird zunächst die Bitlänge von  $S$  ermittelt und mit der Zahl 2 multipliziert, um sicherzustellen, dass die generierte Primzahl der durch das BSI vorgegebenen Bedingung  $p \geq \max(2 * r, n + 1)$ , wobei  $r$  die Bitlänge des Geheimnisses  $S$  repräsentiert, entspricht [4, S. 66]. Die Primzahl aus Listing 6 wird für die nachfolgenden Berechnungen verwendet.

```

1 bit_length = max(2 * libnum.len_in_bits(S), 3+1)
2 p = libnum.generate_prime(bit_length)
3
4 assert p > S, "Primzahl kleiner als Geheimnis"

```

Listing 6: Primzahl erzeugen

2) *Shares erzeugen:* Nachdem alle Vorbereitungen abgeschlossen sind, wird im letzten Schritt das Geheimnis in einzelne Shares zerlegt. Das verwendete (2, 3)-Schwellenwertschema erzeugt insgesamt drei Shares, wovon zwei zur Rekonstruktion benötigt werden. Die Funktion `create_shares(S, p)` in Listing 7 generiert eine Liste von Punkten, die für die Rekonstruktion des Geheimnisses im späteren Verlauf benötigt werden. Zu Beginn wird ein Koeffizient  $m$  erzeugt, der als Ganzzahl aus 32 zufälligen Bytes interpretiert wird. Dieser Koeffizient wird im nächsten Schritt dazu verwendet, die y-Koordinaten der Punkte zu berechnen. Dafür wird über alle x-Werte von 1 bis einschließlich 3 iteriert und der dazugehörige y-Wert über  $(m * x + S) \bmod p$  berechnet, wobei  $S$  das Geheimnis und  $p$  die errechnete Primzahl ist. Jeder berechnete Punkt  $(x_i, y_i)$  wird zur Liste `shares` hinzugefügt. Am Ende wird diese Liste, die die generierten Punkte beziehungsweise Shares enthält, zurückgegeben.

```

def create_shares(S, p):
    m = int.from_bytes(os.urandom(32),
        byteorder="big") # Pseudozufälliger
        Koeffizient

    shares = []

    for x in range(1, 4): # x aufsteigend iterieren
        y = (m * x + S) % p # y-Wert berechnen
        shares.append((x, y)) # Punkt hinzufügen
    return shares

shares = create_shares(S, p)

```

Listing 7: Shares erzeugen

### C. Phase 3: Authentifizierung

Um das Geheimnis wiederherzustellen und die Authentifizierung durchzuführen, müssen zwei Faktoren durch den Benutzer angegeben werden. Nach der vollständigen Eingabe erfolgt die Authentifizierung.

1) *Auswahl der Faktoren:* In diesem Schritt wird der Benutzer zur Eingabe der gewünschten Faktoren aufgefordert. Der Nutzer gibt zwei Zahlen, getrennt durch ein Leerzeichen, ein. Jede Zahl steht für einen der drei möglichen Faktoren: Passwort (1), Fingerabdruck (2) oder Wiederherstellungsschlüssel (3). Der Benutzer muss dabei zwei unterschiedliche Zahlen auswählen und jede dieser Zahlen muss entweder 1, 2 oder 3 entsprechen.

Listing 7 zeigt die Implementierung. Zuerst wird der Benutzer dazu aufgefordert, seine gewünschten Faktoren über die Tastatur einzugeben. Die Eingabe muss zwei Zeichen enthalten, die durch ein Leerzeichen getrennt sind. Jedes durch ein Leerzeichen getrenntes Zeichen wird als separates Element in einer Liste gespeichert. Als nächstes wird die Funktion `map()` verwendet, um alle Elemente in der Liste in ganze Zahlen umzuwandeln. Um die Zahlen nun in einer Liste zu speichern, wird das `map`-Objekt mit der Funktion `list()` als Liste ausgegeben. Schließlich wird mit `[:2]` der Slicing-Operator angewendet, um sicherzustellen, dass nur die ersten beiden Elemente der Liste, also die zwei vom Benutzer eingegebenen Zahlen, berücksichtigt werden. Selbst wenn der Benutzer mehr als zwei Zahlen eingibt, werden nur die ersten beiden Zahlen für weitere Verarbeitungsschritte verwendet.

Nachdem der Benutzer seine Eingabe getätigt hat, wird überprüft, ob die Eingabe korrekt ist und den erforderlichen Kriterien entspricht. Verschiedene `assert`-Anweisungen werden verwendet, um die Prüfung durchzuführen und im Falle von Fehlern entsprechende Fehlermeldungen auszugeben:

- Die erste `assert`-Anweisung stellt sicher, dass der Benutzer genau zwei Zahlen eingegeben hat. Wenn die Anzahl der eingegebenen Zahlen nicht genau zwei beträgt, wird eine Fehlermeldung mit dem Text „Bitte verwende genau 2 Zahlen“ angezeigt.
- Die zweite `assert`-Anweisung überprüft, ob alle eingegebenen Zeichen entweder 1, 2 oder 3 entsprechen. Falls eine der eingegebenen Zahlen nicht zu den erlaubten

Werten gehört, wird eine Fehlermeldung mit dem Text „Bitte verwende nur 1, 2 oder 3“ ausgegeben.

- Die dritte `assert`-Anweisung garantiert, dass der Benutzer zwei unterschiedliche Zahlen eingegeben hat. Wenn die beiden eingegebenen Zahlen identisch sind, wird eine Fehlermeldung mit dem Text „Bitte verwende zwei unterschiedliche Zahlen“ angezeigt.

```
1 factors = list(map(int, input().split()))[:2]
2
3 assert len(factors) == 2
4 assert all(factor in [1,2,3] for factor in factors)
5 assert factors[0] != factors[1]
```

Listing 8: Faktoren auswählen

2) *Eingabe der Faktoren:* In diesem Abschnitt liegt der Fokus auf der Aufforderung an den Benutzer, die ausgewählten Authentifizierungsfaktoren einzugeben. Listing 9 zeigt die Variable `num_factors_map`, ein Wörterbuch, dass den Zahlen 1, 2 und 3 die entsprechenden Werte für Passwort, Fingerabdruck und Wiederherstellungsschlüssel zuweist. Dieses Wörterbuch wird später verwendet, um die vom Benutzer eingegebenen Faktoren mit den gespeicherten Werten abzugleichen.

```
1 num_factors_map = {
2     1: password,
3     2: fingerprint,
4     3: recovery_key
5 }
```

Listing 9: Zahlen zu Faktoren zuweisen

Die in Listing 10 definierte `for`-Schleife ermöglicht es, über die Liste der vom Benutzer ausgewählten Faktoren zu iterieren. Je nachdem, welche Zahlen der Nutzer im letzten Schritt gewählt hat, wird er nun dazu aufgefordert, den dazugehörigen Wert einzugeben. Falls die Faktoren beispielsweise den Werten 1 und 3 entsprechen, muss der Benutzer nacheinander sein zu Beginn festgelegtes Passwort (1) und den Wiederherstellungsschlüssel (3) eingeben. Anschließend erfolgt eine Überprüfung mit `if input() == num_factors_map[i]`, um festzustellen, ob die Eingabe des Benutzers mit dem gespeicherten Wert des entsprechenden Authentifizierungsfaktors übereinstimmt. Ist dies der Fall, wird der zugehörige Share zur Liste `user_shares` hinzugefügt. Wenn die Eingabe nicht übereinstimmt, wird eine Fehlermeldung angezeigt und der Authentifizierungsprozess abgebrochen.

```
1 user_shares = []
2
3 for i in factors:
4     # ...
5
6     if input() == num_factors_map[i]:
7         user_shares.append(shares[i - 1])
```

Listing 10: Eingabe der Faktoren

3) *Geheimnis rekonstruieren:* Mit den erhaltenen Shares kann das Geheimnis nun rekonstruiert werden.

Die Funktion `lagrange` in Listing 11 berechnet den spezifischen Lagrange-Koeffizienten für den gegebenen Punkt  $i$  in der Liste der  $x$ -Werte `x_values` im Körper  $\mathbb{F}_p$ .

Die innere Schleife durchläuft alle  $x$ -Werte in `x_values` und multipliziert das bisherige Ergebnis mit dem Kehrwert des Differenzterms  $x_i - x_j$ . Diese Kehrwerte werden modulo  $p$  berechnet, um im endlichen Körper zu bleiben. Hierbei wird `pow((x_values[i] - x_values[j]), p-2, p)` verwendet, um das multiplikative Inverse unter Modulo  $p$  zu berechnen (basierend auf dem kleinen Satz von Fermat). Um den Wert des Lagrange-Koeffizienten für  $x = 0$  zu berechnen, wird in Listing 11 `0 - x_values[j]` geschrieben.

Wenn alle Multiplikationen durchgeführt sind, steht in `result` der Lagrange-Koeffizient für den Punkt  $i$ . Diese Koeffizienten werden dann verwendet, um eine Polynomfunktion zu erstellen, die zur Wiederherstellung des ursprünglichen Geheimnisses verwendet wird.

```
def lagrange(i, x_values):
    result = 1
    for j in range(len(x_values)):
        if j != i:
            result = (result * (0 - x_values[j]) *
                    pow((x_values[i] - x_values[j]),
                        p-2, p)) % p
    return result
```

Listing 11: Lagrange-Interpolation

Die in Listing 12 definierte Funktion `reconstruct_shares(shares, p)` nimmt als Argumente eine Liste von Shares und eine Primzahl zur Berechnung des Geheimnisses entgegen. Zunächst werden die  $x$ -Werte aus den Punkten extrahiert, welche zur Berechnung der Lagrange-Koeffizienten verwendet werden. Die Funktion durchläuft nun alle Shares. Für jeden Share wird das Produkt aus dem  $y$ -Wert des jeweiligen Shares und dessen Lagrange-Koeffizienten berechnet und zu dem Geheimnis addiert. Abschließend wird das Geheimnis von der Funktion zurückgegeben. Der Rückgabewert entspricht dem konstanten Term des rekonstruierten Polynoms und somit dem ursprünglich geteilten Geheimnis.

```
def reconstruct_secret(shares, p):
    x_values = [share[0] for share in shares]
    secret = 0

    for i in range(len(shares)):
        secret = (secret + shares[i][1] *
                lagrange(i, x_values)) % p

    return secret

reconstructed_S = reconstruct_secret(user_shares, p)
```

Listing 12: Geheimnis rekonstruieren

4) *Prüfung auf Korrektheit:* Auf das rekonstruierte Geheimnis wird im letzten Schritt die Hashfunktion SHA-256 angewendet, um es mit dem Hashwert des ursprünglichen Geheimnisses vergleichen zu können. In Listing 13 erfolgt im `if-else`-Block die Prüfung, ob beide ermittelten Hashwerte übereinstimmen. Wenn dies der Fall ist, bedeutet das, dass die Authentifizierung erfolgreich war.

```

1 reconstructed_S_hash =
    hash_string(str(reconstructed_S)).hexdigest()
2
3 if reconstructed_S_hash == S_hash:
4     success_print("Authentifizierung erfolgreich.")
5 else:
6     raise Exception("Rekonstruktion nicht möglich.")

```

Listing 13: Hashwerte überprüfen

## VI. RELEVANTE SICHERHEITSASPEKTE

Die Implementierung dient dazu, die Idee hinter der Kombination von MFA und SSS anschaulich zu vermitteln. Aus diesem Grund werden dort bestimmte Sicherheitsaspekte außen vor gelassen, um den Quelltext übersichtlich und leicht verständlich zu halten. Im Folgenden wird daher auf relevante Kriterien eingegangen, die in einer Realisierung beachtet werden sollten.

### A. Randomisierung zur Geheimniserzeugung

Das hier implementierte Geheimnis setzt sich einem Passwort, einem Fingerabdruck und einem zufällig generierten Wiederherstellungsschlüssel zusammen. Die darauf berechneten Hashwerte werden als Zahlen interpretiert und zufällig aneinandergereiht, wodurch sich das Geheimnis ergibt. Dieser Ansatz ist nur sicher, solange ein Angreifer keinen Zugriff auf alle Hashwerte (oder die Faktoren selbst oder eine Mischung aus beidem) hat. Da dies nur in der Theorie immer der Fall ist, müssen zusätzliche Sicherheitsebenen geschaffen werden, um das Geheimnis zu schützen. Ist ein Angreifer in Besitz aller Hashwerte, kann das Geheimnis so in wenigen Schritten rekonstruiert werden, da nach dem Prinzip von Kerckhoffs die Sicherheit eines Verfahrens von der Geheimhaltung der Schlüssel, hier der Shares, abhängt und nicht von der Geheimhaltung des Algorithmus — Ein Angreifer kennt daher den Algorithmus und somit das Vorgehen zur Berechnung des Geheimnisses.

Die Randomisierung ist im Beispiel dieser Implementierung in Form der zufälligen Aneinanderreihung der als Zahlen interpretierten Hashwerte angedeutet. Durch Ausprobieren benötigt ein Angreifer bei drei Zahlen im schlechtesten Fall jedoch nur sechs Versuche, um alle möglichen Kombinationen auszuprobieren. Für die erste Zahl gibt es  $n$  Möglichkeiten, für die zweite Zahl (da die erste Zahl bereits ausgewählt wurde)  $n - 1$  Möglichkeiten und für die dritte Zahl (da bereits zwei Zahlen ausgewählt wurden)  $n - 2$  Möglichkeiten. Die Anzahl der Möglichkeiten für die drei gegebenen Faktoren beträgt dann  $n * (n - 1) * (n - 2) = n! = 3! = 6$ . Um dies zu verhindern, werden im Folgenden mögliche Lösungsansätze vorgeschlagen:

- 1) Salt beim Hashing verwenden: Durch das Hinzufügen einer zufällig gewählten Zeichenfolge (Salt) an jeden Faktor ist es einem Angreifer nicht mehr möglich, den benötigten Hashwert nur auf Basis des Faktors (d. h. ohne Kenntnisse über den Salt) zu berechnen.
- 2) Zahlen mit Padding auffüllen: Aufgrund der Verwendung von SHA-256 entspricht der Hashwert und somit

auch die daraus abgeleitete Zahl der Größenordnung von 256 Bit. Aus sicherheitstechnischen Gründen macht es durchaus Sinn, diese Bitlänge über das Hinzufügen eines zufälligen Paddings zu erhöhen. Einem Angreifer ist es dadurch unmöglich, im Nachhinein das Geheimnis zu ermitteln, selbst wenn alle Faktoren bekannt sind. Zudem kann über ein Padding die Gesamtlänge des Geheimnisses gesteuert werden. Je länger das Geheimnis ist, desto größer muss die gewählte Primzahl sein. Auf die Bedingungen und Auswirkungen dieser Primzahl wird im nächsten Abschnitt eingegangen.

Beim Thema Randomisierung ist wichtig zu erwähnen, dass in einer realen Anwendung die Koeffizienten  $m_i$  für  $i > 0$  echt zufällig und entsprechend der Gleichverteilung aus  $\mathbb{F}_p$  gewählt werden müssen (vgl. Zeile 2 in Listing 7) [4, S. 66].

### B. Wahl der richtigen Primzahl

Die Anforderung an die Primzahl  $p \geq \max(2 * r, n + 1)$ , wobei  $r$  die Bitlänge des Geheimnisses  $S$  repräsentiert, stellt sicher, dass das Sicherheitsniveau des Verfahrens mindestens die Bitlänge des zu schützenden Geheimnisses ist und  $n$  Shares daraus erzeugt werden können. Weiter erreicht das Secret-Sharing-Schema von A. Shamir laut dem Bundesamt für Sicherheit in der Informationstechnik (BSI) informationstheoretische Sicherheit, was bedeutet, dass ein Angreifer mit unbegrenzten Ressourcen nicht in der Lage ist, das Geheimnis ohne Kenntnis über alle  $k$  Shares zu rekonstruieren. Die Sicherheit des Verfahrens ist daher nur von der Geheimhaltung der Shares abhängig, daher muss "[j]egliche Kommunikation über die Teilgeheimnisse [...] verschlüsselt und authentisiert stattfinden, soweit es einem Angreifer physikalisch möglich ist, diese Kommunikation aufzuzeichnen oder zu manipulieren." [4, S. 66].

### C. Umgang mit kritischen Daten

Der Begriff „Umgang“ bezieht sich insbesondere auf die Eingabe, Verarbeitung, Übertragung und Speicherung von schützenswerten Daten. Zu diesen kritischen Daten gehören:

- 1) Faktoren (Passwort, Fingerabdruck und Wiederherstellungsschlüssel): Diese Daten werden einerseits für die Erstellung des Geheimnisses und andererseits zur Authentifizierung benötigt. Erhält ein Angreifer Zugang zu zwei der drei Informationen, kann dieser sich auch ohne Kenntnisse über die Shares authentifizieren.
- 2) Geheimnis: Ähnlich wie bei den Faktoren ist auch das Geheimnis ein kritisches Datum. Durch Verwendung von  $k - 1$  Anteilen und des Geheimnisses ist es möglich, das Polynom eindeutig zu rekonstruieren. Zudem können mithilfe dieser Informationen alle restlichen Anteile generiert werden, sofern die  $x$ -Koordinaten bekannt sind. Falls jedoch weniger als  $k - 1$  Anteile vorhanden sind, lässt sich das Polynom selbst mit dem Geheimnis nicht rekonstruieren.
- 3) Shares: Wie im letzten Abschnitt bereits durch den BSI erwähnt, gilt es die Shares geheim zu halten. Um sicherzugehen, dass eine Nachricht nach der Übertragung von



dem erwarteten Sender stammt und diese nicht auf dem Weg manipuliert wurde, können beispielsweise Message Authentication Codes (MAC) oder Signaturverfahren eingesetzt werden.

Bei all diesen Daten gilt es zu beachten, dass die damit verbundenen Informationen vor einer Übertragung oder Speicherung unkenntlich gemacht werden. Dies kann zum Beispiel durch die Anwendung einer Hashfunktion oder einer Verschlüsselung passieren.

#### D. Verwendung einer kryptographisch starken Hashfunktion

Die in der Implementierung verwendete Hashfunktion SHA-256 ist ein Beispiel einer kryptographisch starken Hashfunktion. Kryptographisch stark bedeutet laut einer Definition des BSI [4, S. 46], dass es praktisch nicht möglich ist ...

- ... für ein gegebenes  $h \in \{0, 1\}^n$  einen Wert  $m \in \{0, 1\}^*$  mit  $H(m) = h$  zu finden (*Einweg-Eigenschaft*).
- ... für ein gegebenes  $m \in \{0, 1\}^*$  einen Wert  $m' \in \{0, 1\}^* \setminus \{m\}$  mit  $H(m) = H(m')$  zu finden (*2nd-Preimage-Eigenschaft*).
- ... zwei Werte  $m, m' \in \{0, 1\}^*$  mit  $m \neq m'$  und  $H(m) = H(m')$  zu finden (*Kollisionsresistenz*).

Weitere Hashfunktionen, die diese Eigenschaften nach heutigem Kenntnisstand erfüllen, sind SHA-512/256, SHA-384 und SHA-512 sowie die SHA-3-Familie ab SHA3-256 und können für eine Realisierung verwendet werden. Die Verwendung einer anderen Hashfunktion als SHA-256 wirkt sich auf die Laufzeit aus, da eine Verdopplung der Bitlänge (SHA-256 vs. SHA-512) der einzelnen Hashwerte auch zu einer Verdopplung der Bitlänge des Geheimnisses führt, wodurch die Bitlänge der zu berechnenden Primzahl ebenfalls doppelt so groß sein muss. Die konkreten Unterschiede werden im nächsten Kapitel genauer betrachtet.

## VII. BENCHMARKS

Im Kapitel „Benchmarks“ geht es darum, ein Gefühl für die Zeitaufwände zu bekommen. Darüber hinaus werden bestimmte Szenarien mit unterschiedlichen Parametern durchgespielt, um eine Abwägung von Sicherheit und Performance durchführen zu können.

Alle Messungen werden auf Basis des bestehenden Quellcodes mit Hilfe der „time“-Bibliothek in Python durchgeführt. Um Schwankungen auszugleichen, besteht jedes Messergebnis aus dem Durchschnitt von zehn durchgeführten Messungen. Gemessen werden dabei immer folgende vier Zeiten:

- 1) Faktoren hashen (kurz *HAS*)
- 2) Hashwerte in Zahlen umwandeln (kurz *NUM*)
- 3) Primzahl erzeugen (kurz *PRI*)
- 4) Shares erzeugen (kurz *GEN*)

Wie Listing 14 zeigt, werden die Ergebnisse dabei in Nanosekunden ausgegeben.

```
1 start_time = time.time_ns()
2 # ...
3 end_time = time.time_ns()
4 print(end_time - start_time)
```

Listing 14: Vorgehen bei einer Zeitmessung

Die Parameter für Passwort, Fingerabdruck und Wiederherstellungsschlüssel sind bei jedem Durchgang identisch und entsprechen folgenden Werten:

- *Passwort*: 40iOMv9X!\*R+
- *Fingerabdruck*: 11011000010000011110010010100110
- *Wiederherstellungsschlüssel*:  
e0b2909559fc9b13e3efefbe868960f6

#### A. Messung des Ist-Stands

Um eine Vergleichsbasis zu schaffen, werden zuerst Zeitmessungen ohne Anpassungen am Code durchgeführt. Mit Blick auf Abbildung 4 lässt sich ein deutlicher Unterschied zwischen den gemessenen Werten erkennen. Besonders sticht dabei die Berechnung der Primzahl heraus, welche durchschnittlich über 1,5 Sekunden lang dauert. Während der Durchführung ist aufgefallen, dass die Primzahlberechnung trotz identischer Eingabeparameter stark schwankt und dabei Zeitaufwände zwischen 0,55 und 3,7 Sekunden benötigt.

Alle anderen Zeiten bewegen sich im Bereich von Bruchteilen einer Sekunde mit Werten von 0.000067 Sekunden (GEN) bis 0.00012 Sekunden (HAS). Die Erzeugung der Shares verläuft dabei am schnellsten.

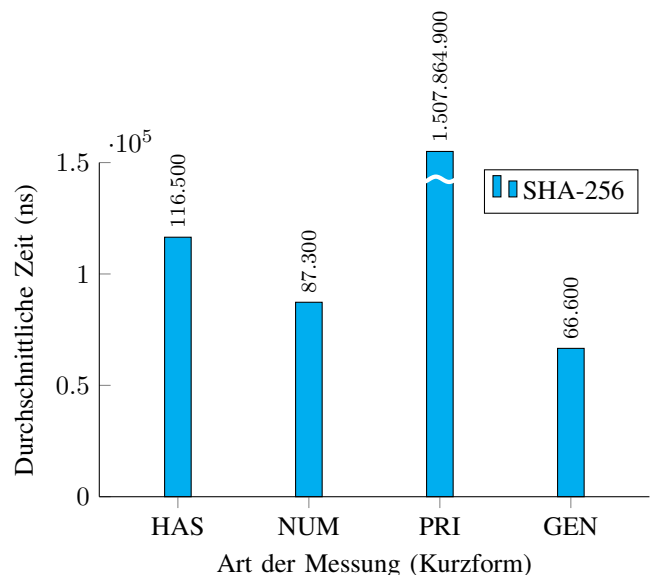


Abbildung 4: Ergebnis: Messung des Ist-Stands

#### B. Messung mit 512 Bit

Anstatt SHA-256 wird nun SHA-512 als Hashfunktion für den gesamten Prozess verwendet. Die Eingabeparameter bleiben unverändert. Eine Umstellung von 256 Bit auf 512 Bit bewirkt sowohl eine Verdopplung der Bitlänge aller Hashwerte als auch eine Verdopplung der Bitlänge des Geheimnisses. Auf diesem Geheimnis erfolgt die Berechnung der Primzahl, welche sich unter Verwendung von SHA-256 in der Regel in einer Größenordnung von 1536 Bit ( $3 \text{ (Faktoren)} \cdot 256 \text{ (Bit)} \cdot 2$ ) bewegt und nun durch SHA-512 auf 3072 Bit anwächst.

Diese Veränderungen spiegeln sich in den Zeitmessungen wider, welche in Abbildung 5 mit den vorherigen Ergebnissen



gegenübergestellt werden. Allgemein ist wie erwartet eine steigende Tendenz aller Zeiten zu erkennen. Eine auffallend schlechtere Performance ist bei der Berechnung der Shares und der Erzeugung der Primzahl zu verzeichnen. Ersteres benötigt mit SHA-512 mehr als doppelt so lange, bei der Primzahl verzehnfacht sich sogar die Zeit, die durchschnittlich während dieses Prozesses verstreicht. In Zahlen ausgedrückt bedeutet dieser Anstieg eine längere Wartezeit von 12,43 Sekunden im Vergleich zu vorher.

Es lässt sich also festhalten, dass die Wahl der Hashfunktion einen essenziellen Einfluss auf die Performance des vorgestellten Verfahrens hat. Bei höheren Anforderungen an die langfristige Sicherheit des Systems ist dementsprechend in Erwägung zu ziehen, die neuere SHA-3 (Keccak) Hashfunktion einzusetzen, anstatt die Bits auf 512 zu erhöhen. In weitergehenden Tests konnten allerdings keine erwähnenswerten Performanceverbesserungen durch die Verwendung von SHA-3-512 anstelle von SHA-2-512 festgestellt werden.

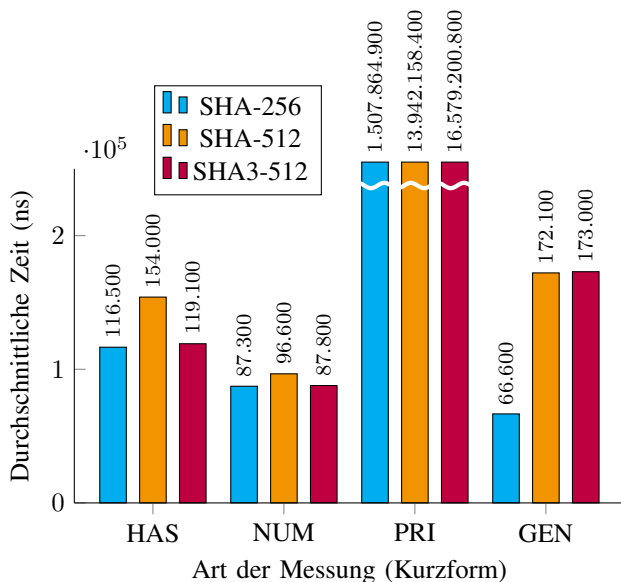


Abbildung 5: Ergebnis: Messung mit 512 Bit

## VIII. ANWENDUNG IN DER DIGITALEN WELT

Die Anwendung des Domain-Name-Systems (DNS) hat eine zentrale Bedeutung in der digitalen Welt erlangt, da es die Brücke zwischen menschenlesbaren Domainnamen wie `oth-aw.de` und maschinenlesbaren IP-Adressen wie `195.37.42.173` bildet. Ohne ausreichende Sicherheitsvorkehrungen besteht für einen Angreifer die Möglichkeit, sich als ein solches DNS-System auszugeben und eine falsche IP-Adresse für eine bestimmte Domain zurückzuliefern, was erhebliche Folgen haben kann. Um dies zu verhindern, nutzt die dafür verantwortliche Non-Profit-Organisation ICANN Kryptographie. ICANN greift dabei auf das Prinzip von Secret Sharing zurück, indem der Master-Schlüssel in insgesamt sieben Shares aufgeteilt und auf Smartcards an sieben Personen mit unterschiedlichen geografischen Standorten verteilt ist. Das dabei verwendete (5, 7)-Schwellenwertschema sagt aus, dass

fünf der sieben Personen zusammenkommen müssen, um auf das Geheimnis, den Master-Schlüssel, zugreifen zu können [5]. Dieses Anwendungsszenario zeigt das Vertrauen in Secret Sharing und bestätigt, dass sicherheitsrelevante Dienste von diesem Verfahren profitieren können.

### A. Beispiel anhand einer modernen Webanwendung

Eine Besonderheit der obigen Implementierung ist, dass der Benutzer zu keinem Zeitpunkt direkten Zugriff auf die Shares hat. Jeder Share wird erst nach der korrekten Eingabe des dazugehörigen Faktors „freigegeben“. In diesem Abschnitt wird eine mögliche Umsetzung dieses Konzepts unter Berücksichtigung solcher Besonderheiten beschreiben.

Eines der Hauptmerkmale von Shamir's Secret Sharing ist es, dass  $n$  Shares auf genauso viele Instanzen, zum Beispiel Personen, verteilt werden. Die Multi-Faktor-Authentifizierung sagt aus, dass ein Login-Prozess mit mehreren unabhängigen Zugangsdaten der Kategorien Wissen, Eigenheit und Besitz die Sicherheit dessen erhöht. Eine Kombination aus beiden Ansätzen ergibt das in dieser Studienarbeit beschriebene Verfahren: Drei Faktoren, ein Passwort (Wissen), ein Fingerabdruck (Eigenheit) und ein Wiederherstellungsschlüssel (Besitz), die sowohl für die Erzeugung der Shares als auch zur späteren Authentifizierung benötigt werden. Um dies als alltagstaugliches Verfahren umsetzen zu können, werden als Instanzen keine Personen, sondern unterschiedliche Systeme in Form einer Webanwendung mit einer dazugehörigen App eingesetzt. Der im Folgenden beschriebene Ablauf (Happy Path) bezieht sich daher auf die vollumfängliche Authentifizierung in einer Webanwendung.

1) *Erstellung eines Kontos*: Jeder Benutzer, der die Webanwendung verwenden möchte, benötigt ein Konto. Bei der Registrierung muss neben einer eindeutigen Kennung (z. B. E-Mail-Adresse oder Benutzername) nur ein Passwort (1. Faktor) festgelegt werden. Optional wird durch Plausibilitätsprüfungen sichergestellt, dass die Eingabe den Mindestanforderungen für sichere Passwörter [6] entspricht:

- Länge mindestens acht, besser zwölf, Zeichen
- Vier verschiedene Zeichenarten (Groß- und Kleinbuchstaben, Zahlen und Sonderzeichen)
- Zufällige Aneinanderreihung der Zeichen

Nach Fertigstellung ist der Benutzer temporär auf der Webanwendung angemeldet und wird darauf hingewiesen, sich in der dazugehörigen App mit den eben festgelegten Zugangsdaten anzumelden. Zu diesem Zeitpunkt ist der Zugriff auf die Anwendung allerdings noch eingeschränkt.

Die App muss nun auf dem Smartphone des Nutzers installiert und geöffnet sein. Nach dortiger Anmeldung mit E-Mail/Benutzername und Passwort wird der Benutzer aufgefordert, ein biometrisches Merkmal (2. Faktor), zum Beispiel einen Finger- oder Gesichtsabdruck, zu hinterlegen. Ist dieser Schritt erfolgt, wird abschließend ein zufälliger Wiederherstellungsschlüssel (3. Faktor) generiert und dem Benutzer angezeigt. Dieser hat die Möglichkeit, diesen entweder direkt abzuschreiben oder alternativ als QR-Code zu speichern (um diesen beispielsweise ausdrucken zu können). Nach der Bestätigung, dass der Wiederherstellungsschlüssel sicher abgelegt

worden ist, muss dieser zur Verifikation erneut eingegeben werden. Danach ist der Login-Prozess aus Benutzersicht abgeschlossen.

2) *Zuordnung und Speicherung der Shares*: Im Hintergrund beginnt nach Abschluss der Verifikation des dritten Faktors die Generierung des Geheimnisses inklusive der Aufteilung in Shares, welche abschließend den einzelnen Faktoren zugewiesen werden. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird in diesem Beispiel davon ausgegangen, dass der erste Share mit dem ersten Faktor und so weiter kombiniert wird.

Die Hashwerte der einzelnen Faktoren können gemeinsam in einer Datenbank gespeichert werden. Einzelne Shares entgegen dürfen nie an dem gleichen Ort abgelegt sein, ansonsten besteht die Gefahr, dass ein Angreifer Zugriff auf zwei Shares gleichzeitig erlangt, welche ihn in dem hier verwendeten (2, 3)-Schwellenwertschema dazu ermächtigen, das Geheimnis rekonstruieren zu können. Die empfohlene Aufteilung zur Speicherung der Shares ist wie folgt:

- 1) *Passwort-Share*: Der zum Passwort zugewiesene Share wird in einer Datenbank abgelegt.
- 2) *Biometrie-Share*: Der zum biometrischen Merkmal zugewiesene Share wird im sicheren Bereich des Smartphones abgelegt.
- 3) *Wiederherstellungsschlüssel-Share*: Der zum Wiederherstellungsschlüssel zugewiesene Share wird an einem vom Benutzer festgelegten (sicheren) Ort abgelegt (z. B. als QR-Code ausgedruckt auf einem Blatt Papier in einem Bankschließfach).

Sobald alle Faktoren gehasht gespeichert und die Shares an den dafür vorgesehenen Orten abgelegt worden sind, ist die Kontoerstellung vollständig abgeschlossen. Die Bestätigung an den Nutzer schaltet gleichzeitig den vollen Zugriff auf die Webanwendung frei.

3) *Authentifizierung*: Eine erneute Authentifizierung ist notwendig, sobald der Nutzer auf der Webanwendung angemeldet ist und erneut darauf zugreifen möchte. Für die Anmeldung werden lediglich zwei der drei Faktoren benötigt, welche der Benutzer bei Beginn des Login-Prozesses beliebig auswählen kann.

- *Passwort*: Die Eingabe des Passworts ist nur über die Webanwendung möglich. Die Freigabe des Shares erfolgt, wenn das eingegebene gehashte Passwort mit dem Hashwert aus der Datenbank übereinstimmt.
- *Biometrisches Merkmal*: In der Webanwendung wird der Benutzer darauf hingewiesen, sich bitte in der App mit dem biometrischen Merkmal (Finger- oder Gesichtsabdruck) zu verifizieren. Bei Übereinstimmung mit dem Wert aus der Datenbank wird der Share freigegeben.
- *Wiederherstellungsschlüssel*: Dieser kann sowohl über die Webanwendung als auch über die App eingegeben werden. Somit kann sich der Nutzer noch immer authentifizieren, auch wenn kein Zugriff auf das Smartphone möglich ist. Die Eingabe per App bietet darüber hinaus allerdings noch die Möglichkeit, den QR-Code mittels der Kamera zu scannen, um eine schnellere Authentifizierung zu ermöglichen. Die Freigabe des Shares erfolgt nur, wenn der eingegebene gehashte Wiederherstellungs-

schlüssel mit dem Hashwert aus der Datenbank übereinstimmt.

Der Begriff „Freigabe“ bedeutet in diesem Kontext, dass die Shares an eine zentrale Instanz „freigegeben“ werden. Der Benutzer hat zu keinem Zeitpunkt Einsicht auf die konkreten Werte. Die erwähnte Instanz könnte beispielsweise an eine extra abgesicherte Schnittstelle zwischen der Webanwendung/App und der Datenbank sein, an die die Shares übertragen werden, welche sich dann um die Rekonstruktion des Geheimnisses kümmert. Falls die Wiederherstellung des Geheimnisses möglich ist und beide Hashwerte übereinstimmen, wird der Benutzer authentifiziert. Andernfalls wird der Prozess abgebrochen und der Benutzer darüber informiert.

## IX. ZUSAMMENFASSUNG

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass eine Kombination von Multi-Faktor-Authentifizierung mit Shamir's Secret Sharing einige Vorteile mit sich bringt. Eine relativ überschauliche Implementierung bringt aufgrund der Verwendung mehrerer Faktoren sowie der Geheimnisteilung einen Anstieg der Sicherheit mit sich. Die schützenswerten Daten können selbst dann vom Benutzer eingesehen werden, wenn nicht alle Faktoren zur Verfügung stehen, was wiederum sehr benutzerfreundlich ist.

Die vorgestellte Realisierung am Beispiel einer Webanwendung in Verbindung mit einer App zeigt, dass das Verfahren in vielen Bereichen eingesetzt werden kann, in denen eine eigene Authentifizierung über verteilte Systeme umgesetzt werden soll. Sowohl die Kontoerstellung als auch der spätere Login-Prozess erfolgt schnell und einfach — Ohne Warten auf einen Bestätigungscode oder einen beim Eintippen abgelaufenen Time-based One-time Passwords (TOTP).

## LITERATUR

- [1] Gen Digital Inc., „2023 Norton Cyber Safety Insights Report“, Feb. 2023. Adresse: [https://filecache.mediaroom.com/mr5mr\\_nortonlifelock/178041/2023%20NCSIR%20US-Global%20Report\\_FINAL.pdf](https://filecache.mediaroom.com/mr5mr_nortonlifelock/178041/2023%20NCSIR%20US-Global%20Report_FINAL.pdf) (besucht am 04.06.2023).
- [2] Morning Consult und IBM Security, „Security Side Effects of the Pandemic“, Juli 2021. Adresse: [https://filecache.mediaroom.com/mr5mr\\_nortonlifelock/178041/2023%20NCSIR%20US-Global%20Report\\_FINAL.pdf](https://filecache.mediaroom.com/mr5mr_nortonlifelock/178041/2023%20NCSIR%20US-Global%20Report_FINAL.pdf) (besucht am 05.06.2023).
- [3] A. Shamir, „How to share a secret“, *Communications of the ACM*, Jg. 22, Nr. 11, S. 612–613, 1. Nov. 1979, ISSN: 0001-0782. DOI: 10.1145/359168.359176. Adresse: <https://dl.acm.org/doi/10.1145/359168.359176> (besucht am 12.06.2023).
- [4] Bundesamt für Sicherheit in der Informationstechnik, „Kryptographische Verfahren: Empfehlungen und Schlüssellängen“, BSI TR-02102-1, 9. Jan. 2023. Adresse: <https://www.bsi.bund.de/SharedDocs/Downloads/DE/BSI/Publikationen/TechnischeRichtlinien/TR02102/BSI-TR-02102.pdf> (besucht am 17.06.2023).
- [5] M. Rosulek, „The Joy of Cryptography OE (1st)“, in *Oregon State University*, 2017. Adresse: <https://joyofcryptography.com/pdf/chap3.pdf> (besucht am 22.06.2023).
- [6] Bundesamt für Sicherheit in der Informationstechnik, *Faktenblatt: Sichere Passwörter*, 2023. Adresse: [https://www.bsi.bund.de/SharedDocs/Downloads/DE/BSI/Checklisten/sichere\\_passwoerter\\_faktenblatt.pdf](https://www.bsi.bund.de/SharedDocs/Downloads/DE/BSI/Checklisten/sichere_passwoerter_faktenblatt.pdf) (besucht am 27.06.2023).