

Procesos dinámicos en redes complejas

año 2023

Práctico N°3: Redes aleatorias

Problema 1: Considere la distribución de grado $P(k)$ del ensamble $G(N, p)$ de Gilbert,

$$P(k) = \binom{N-1}{k} p^k (1-p)^{N-1-k}$$

- a) Calcule la función generatriz $G(x)$.
- b) Calcule los valores de expectación $\langle k \rangle$ y $\langle k(k-1) \rangle$ y muestre,

$$\langle k \rangle = p(N-1) \quad \text{y} \quad \langle k(k-1) \rangle = p^2(N-1)(N-2).$$

Repita los incisos para la distribución de Poisson,

$$P(k) = \frac{1}{k!} c^k e^{-c},$$

y muestre que,

$$\langle k \rangle = c \quad \text{y} \quad \langle k(k-1) \rangle = c^2.$$

Problema 2: Desarrolle un programa para obtener una red aleatoria con una distribución de grados arbitraria utilizando el algoritmo del Modelo Configuracional.

Obtenga redes con una distribución libre de escala, $P(k) = \frac{(\gamma-1)}{k_{min}} \left(\frac{k}{k_{min}} \right)^{-\gamma}$ donde $k \geq k_{min}$. Utilice $k_{min} = 5$ y los siguientes valores para los exponentes $\gamma = 2, 5, 3$ y $3, 5$. En cada uno de los casos genere redes con $N = 10^3, 10^4$ y 10^5 nodos.

- a) Genere las distintas secuencias de grados $\{k_i\} = (k_1, k_2, \dots, k_N)$.
- b) Verifique que la distribución de grados $P(k)$ sea la correcta. Grafíquela utilizando un bineado lineal y logarítmico.
- c) Estimando el cut-off de las distribuciones analice los efectos de tamaño.
- d) Construya las redes utilizando el Modelo Configuracional.
- e) Grafique k_{nn} en función del grado de los nodos para los distintos tamaños y exponentes de la distribución. Compare con el resultado de una red no correlacionada.
- f) Calcule el coeficiente de pearson en todos los casos $r = \frac{\sum_e j_e k_e / E - [\sum_e (j_e + k_e) / (2E)]^2}{[\sum_e (j_e^2 + k_e^2) / (2E)] - [\sum_e (j_e + k_e) / (2E)]^2}$.